به نام خدا

دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تمرین کامپیوتری ۳

اصول سیستم های مخابراتی

دکتر صباغیان

عرفان پناهی ۸۱۰۱۹۸۳۶۹

نیمسال اول ۰۱-۱۴۰۰

فهرســـت:

***** فایل مربوط به این تمرین کامپیوتری با نام CA3_ Matlab_810198369.mlx پیوست شده است.**

چکیده : هدف از تمرین کامپیوتری ۳

هدف از انجام این تمرین بررسی مدولاسیون های زاویه PM و FM می‌باشد. در بخش اول با مدلاتور های فرکانس و فاز و سپس مدلاتور های باند باریک آنها آشنا می‌شویم. در بخش دوم با دمدلاتور های فرکانس و فاز آشنا می‌شویم و سیگنال های بازیابی شده با استفاده از بلوک مشتق گیر و آشکار ساز دامنه را بررسی می‌کنیم. در نهایت در بخش سوم نیز با مدلاسیون تک تن آشنا می‌شویم و تقریب بسط بسل را بررسی می‌کنیم.

بخش ۱ : فرستنده (Transmitter)

مدلاسیون فاز:

سوال ۱. تابع مورد نظر با نام pm() نوشته شده است.

توضیحات تابع: این تابع سیگنال پیام ، مقادیر فرکانس و دامنه حامل، Φ_Δ و بردار زمان به عنوان ورودی گرفته و سیگنال مادوله شده را به عنوان خروجی برمی‌گرداند. در این تابع از رابطه مدلاسیون PM استفاده می‌شود:

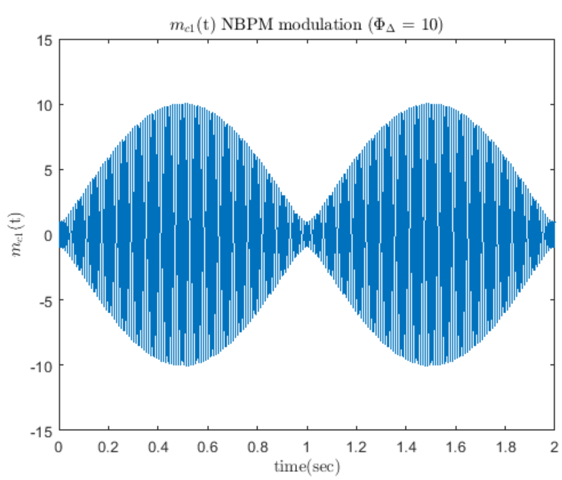
$$x_c(t) = A_c cos\big(2\pi f_c t + \Phi(t)\big) \quad , \qquad \Phi(t) = \Phi_\Delta x(t)$$

سوال ۲. تابع مورد نظر با نام nbpm() نوشته شده است.

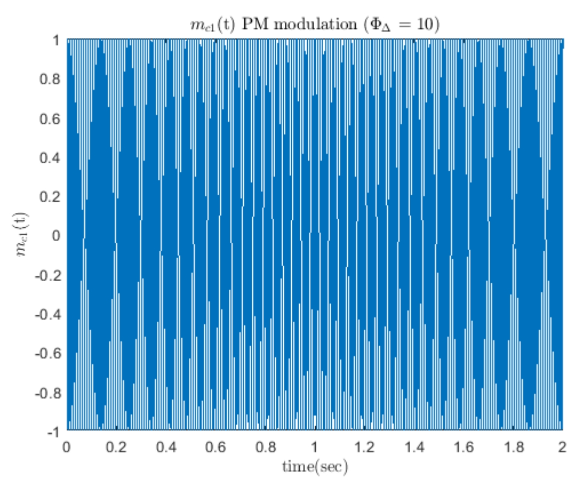
توضیحات تابع: این تابع سیگنال پیام ، مقادیر فرکانس و دامنه حامل، Φ_Δ و بردار زمان به عنوان ورودی گرفته و سیگنال مادوله شده را به عنوان خروجی برمی‌گرداند. در این تابع از رابطه مدلاسیون NBPM استفاده می‌شود:

$$x_c(t) = A_c cos(2\pi f_c t) - A_c\Phi(t) sin(2\pi f_c t) \quad , \qquad \Phi(t) = \Phi_\Delta x(t)$$

سوال ۳. با استفاده از فرکانس نمونه برداری شده بردار زمان را مطابق خواسته سوال وارد کرده و سیگنال پیام را ایجاد می‌کنیم. سپس سایر داده های مورد نیاز برای دمدوله کردن سیگنال پیام را وارد می‌کنیم. در نهایت سیگنال پیام و داده ها را به تابع های نوشته شده می‌دهیم. تصویر ۱ خروجی های این بخش را نشان میدهد. (سیگنال مادوله شده را در یک تناوب یعنی ۲ ثانیه نشان میدهیم.)



ب



الف

تصویر ۱ – **سیگنال مادوله شده با $\Phi_\Delta = 10$ (الف PM ، ب NBPM)**

همانطور که مشاهده می‌شود و مطابق با تصویر ۲ متوجه اختلاف زیاد دو سیگنال مادوله شده می‌شویم. دلیل این امر این است که مدلاسیون باند باریک زمانی یک مدلاسیون زاویه خواهد بود که سیگنال پیام مقدار ناچیزی داشته باشد یعنی $\Phi_\Delta \ll 1$ باشد.

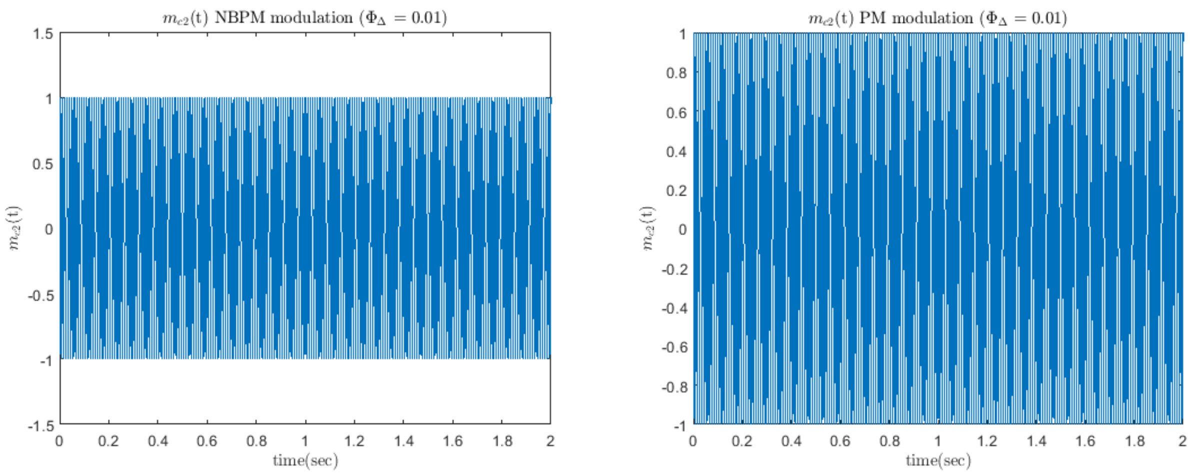
Mean squared error ($\phi_\Delta = 10$)**:**

```
error_part3 = immse(mc1_pm,mc1_nbpm)
```

```
error_part3 = 25.8110
```

تصویر ۲ – **میانگین مربع خطای NBPM نسبت به PM با** $\Phi_\Delta = \mathbf{10}$

سوال ۴. حال به ازای $\Phi_\Delta = 0.01$ سیگنال پیام را مادوله میکنیم. تصویر ۳ خروجی این بخش را نشان میدهد.



ب الف

تصویر ۳ – **سیگنال مادوله شده با** $\Phi_\Delta = \mathbf{0.01}$ **الف) PM ، ب) NBPM**

همانطور که مشاهده می‌شود و مطابق با تصویر ۴ متوجه اختلاف ناچیز دو سیگنال مادوله شده می‌شویم. مدلاسیون باند باریک زمانی یک مدلاسیون زاویه خواهد بود که سیگنال پیام مقدار $\Phi_\Delta \ll 1$ داشته باشد که $\Phi_\Delta = 0.01$ این شرط را ارضا میکند.

Mean squared error ($\phi_\Delta = 0.01$)**:**

```
error_part4 = immse(mc2_pm,mc2_nbpm)
```

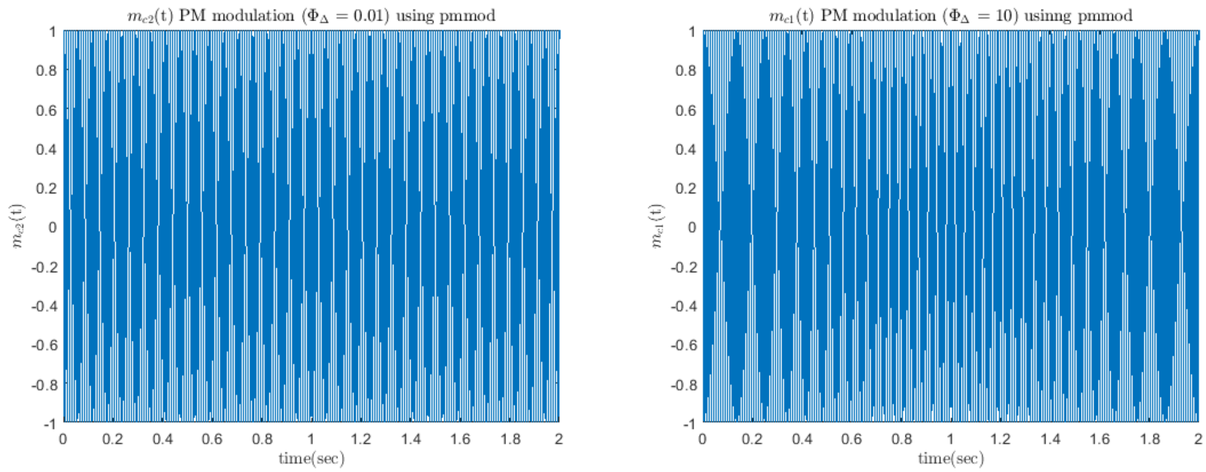
```
error_part4 = 4.6874e-10
```

تصویر ۴ – **میانگین مربع خطای NBPM نسبت به PM با** $\Phi_\Delta = \mathbf{0.01}$

سوال ۵. حال با استفاده از تابع آماده pmmod() و به ازای $\Phi_\Delta = 0.01$ و $\Phi_\Delta = 10$ سیگنال پیام را مادوله میکنیم.

تصویر ۵ خروجی این بخش را نشان میدهد.

همانطور که مشاهده میشود خروجی تابع آماده pmmod() مشابه تابع نوشته شده pm() است.



الف ب

تصویر۵ – **سیگنال مادوله شده با pmmod() الف) $\Phi_\Delta = 10$ ، ب) $\Phi_\Delta = 0.01$**

سوال ۶. تصویر ۶ میانگین مربعات خطای دو سیگنال مادوله شده به استفاده از و را نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود این دو سیگنال دقیقا معادل هم هستند.

Mean squared error ($\phi_\Delta = 10$) pm and pmmod:

```
error_part6 = immse(mc1_pm,mc1_pmmod)
```

```
error_part6 = 0
```

تصویر۴ – **میانگین مربع خطای خروجی های pm() و pmmod() به ازای $\Phi_\Delta = 10$**

مدلاسیون فرکانس:

سوال ۷. FM) تابع مورد نظر با نام fm() نوشته شده است.

توضیحات تابع: این تابع سیگنال پیام ، مقادیر فرکانس و دامنه حامل، f_Δ و بردار زمان به عنوان ورودی گرفته و سیگنال مادوله شده را به عنوان خروجی برمی‌گرداند. در این تابع از رابطه مدلاسیون FM استفاده می‌شود:

$$x_c(t) = A_c cos\big(2\pi f_c t + \Phi(t)\big) \quad , \qquad \Phi(t) = 2\pi f_\Delta \int x(\lambda) d\lambda$$

در نتیجه میتوانیم از تابع pm() برای مدولاسیون استفاده کنیم. به طوریکه ورودی pm() انتگرال سیگنال پیام باشد.

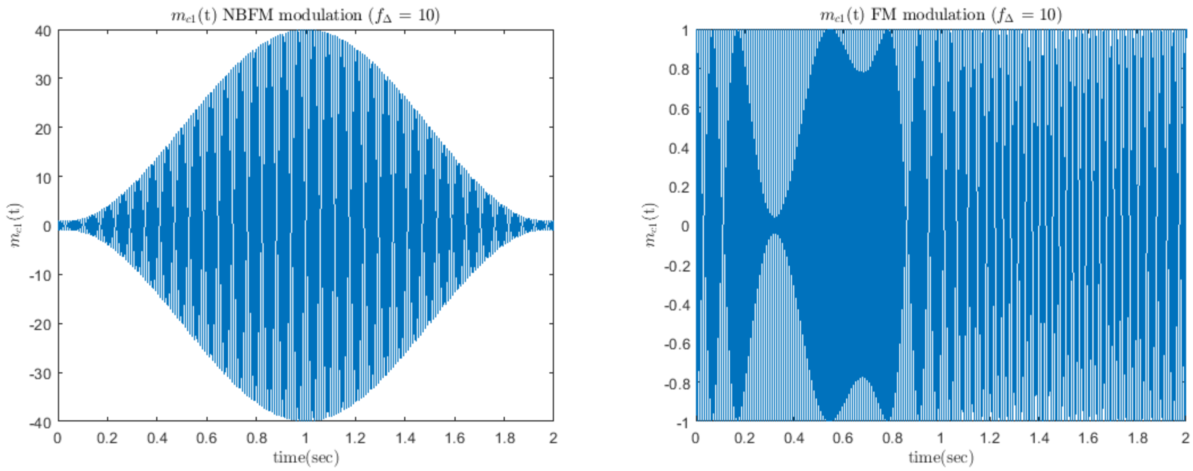
NBFM) تابع مورد نظر با نام nbfm() نوشته شده است.

توضیحات تابع: این تابع سیگنال پیام ، مقادیر فرکانس و دامنه حامل، f_Δ و بردار زمان به عنوان ورودی گرفته و سیگنال مادوله شده را به عنوان خروجی برمی‌گرداند. در این تابع از رابطه مدلاسیون NBFM استفاده می‌شود:

$$x_c(t) = A_c cos(2\pi f_c t) - A_c \Phi(t) sin(2\pi f_c t) \quad , \qquad \Phi(t) = 2\pi f_\Delta \int x(\lambda) d\lambda$$

در نتیجه میتوانیم از تابع nbpm() برای مدولاسیون استفاده کنیم. به طوریکه ورودی nbpm() انتگرال سیگنال پیام باشد.

سوال ۸. با استفاده از فرکانس نمونه برداری شده بردار زمان را مطابق خواسته سوال وارد کرده و سیگنال پیام را ایجاد می‌کنیم. سپس سایر داده های مورد نیاز برای دمدوله کردن سیگنال پیام را وارد می‌کنیم. در نهایت سیگنال پیام و داده ها را به تابع های نوشته شده می‌دهیم. تصویر ۷ خروجی های این بخش را نشان میدهد.



ب الف

تصویر ۷ – **سیگنال مادوله شده با $f_\Delta = 10$ الف) FM ، ب) NBFM**

همانطور که مشاهده می‌شود و مطابق با تصویر ۸ متوجه اختلاف زیاد دو سیگنال مادوله شده می‌شویم. دلیل این امر این است که مدلاسیون باند باریک زمانی یک مدلاسیون زاویه خواهد بود که سیگنال پیام مقدار ناچیزی داشته باشد یعنی $f_\Delta \ll 1$ باشد.

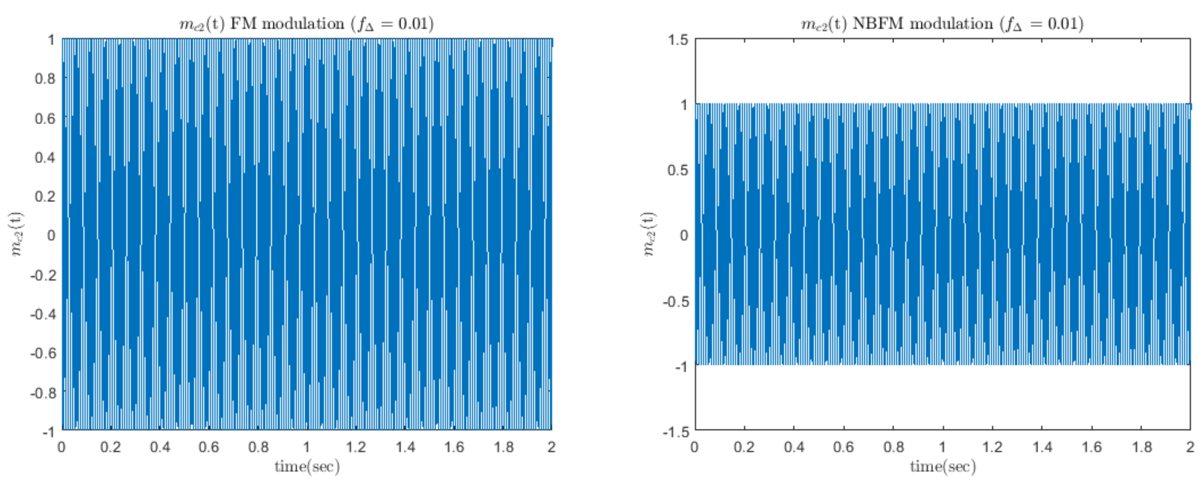
Mean squared error ($f_\Delta = 10$):

```
error_part8 = immse(mc1_fm,mc1_nbfm)
```

```
error_part8 = 297.3337
```

تصویر ۸ – **میانگین مربع خطای NBFM نسبت به FM با $f_\Delta = 10$**

سوال ۹. حال به ازای $f_\Delta = 0.01$ سیگنال پیام را مادوله میکنیم. تصویر ۹ خروجی این بخش را نشان میدهد.



ب الف

تصویر ۹ – **سیگنال مادوله شده با $f_\Delta = 0.01$ الف) FM ، ب) NBFM**

همانطور که مشاهده می‌شود و مطابق با تصویر ۱۰ متوجه اختلاف ناچیز دو سیگنال مادوله شده می‌شویم. مدلاسیون باند باریک زمانی یک مدلاسیون زاویه خواهد بود که سیگنال پیام مقدار $\Phi_\Delta \ll 1$ داشته باشد که $\Phi_\Delta = 0.01$ این شرط را ارضا میکند.

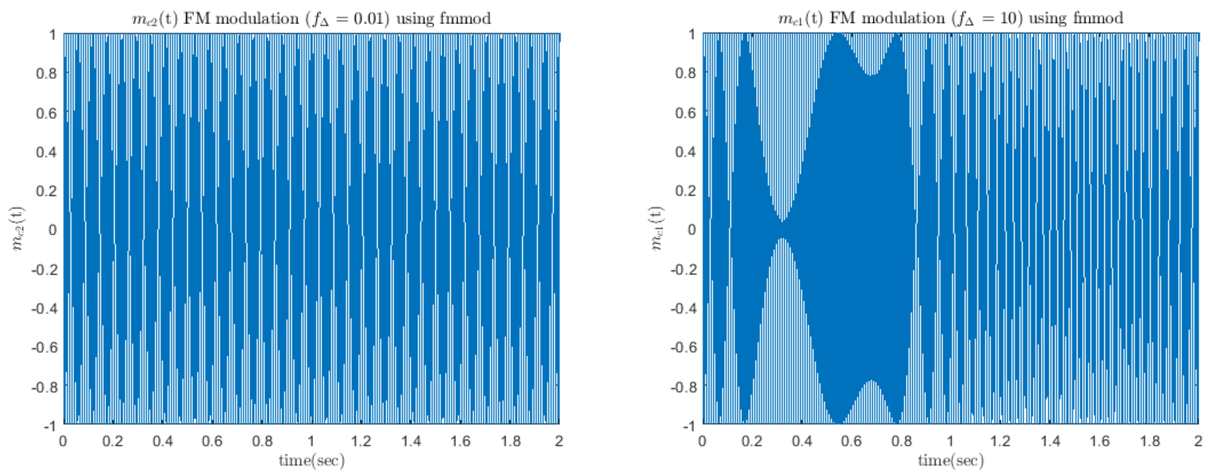
Mean squared error $(f_\Delta = 0.01)$:

```
error_part9 = immse(mc2_fm,mc2_nbfm)
```

```
error_part9 = 8.7493e-08
```

تصویر ۱۰ – **میانگین مربع خطای NBFM نسبت به FM با $f_\Delta = 0.01$**

سوال ۱۰. حال با استفاده از تابع آماده fmmod() و به ازای $f_\Delta = 0.01$ و $f_\Delta = 10$ سیگنال پیام را مادوله میکنیم. تصویر ۱۱ خروجی این بخش را نشان میدهد.



ب الف

تصویر ۱۱ – **سیگنال مادوله شده با fmmod() الف) $f_\Delta = 10$، ب) $f_\Delta = 0.01$**

همانطور که مشاهده میشود خروجی تابع آماده fmmod() مشابه تابع نوشته شده fm() است.

سوال ۱۱. تصویر ۱۲ میانگین مربعات خطای دو سیگنال مادوله شده به استفاده از و را نشان میدهد. همانطور که مشاهده میشود این دو سیگنال تقریباً معادل هم هستند.

Mean squared error $(f_\Delta = 10)$:

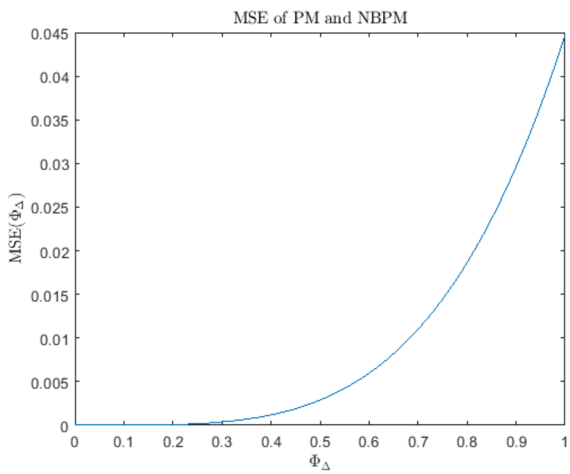
```
error_part11 = immse(mc1_fmmod,mc1_fm)
```

```
error_part11 = 2.4674e-06
```

تصویر ۱۲ – **میانگین مربع خطای خروجی های fm() و fmmod() به ازای $f_\Delta = 10$**

سوال ۱۲. در این قسمت Φ_Δ و f_Δ را در بازه $[0,1]$ با گام 0.01 تعریف میکنیم. سپس با استفاده از یک حلقه و هر بار با محاسبه سیگنال های مادوله شده برای هر دو روش ، آرایه خطا را بدست آورده و در نهایت آن را رسم می‌کنیم.

❋ **مدولاسیون فاز:** تصویر ۱۳ نمودار تغییرات میانگین مربع خطای سیگنال مادوله شده با دو مدلاسیون PM و NBPM را نشان میدهد.



تصویر۱۳ – **تغییرات میانگین مربع خطای سیگنال مادوله شده با دو مدلاسیون PM و NBPM به ازای $\boldsymbol{\Phi_\Delta \in [0,1]}$**

برای محاسبه بیشینه Φ_Δ مجاز ، حداکثر خطای مورد پذیرش را 0.01 می‌گیریم. با توجه به اینکه گام Φ_Δ برابر 0.01 بود، بیشینه Φ_Δ با دقت ۲ رقم اعشار اعلام میشود. تصویر ۱۴ بیشینه Φ_Δ مجاز را نشان میدهد.

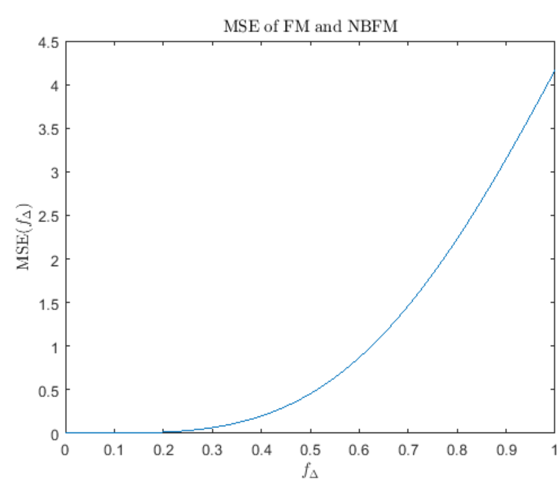
maximum phase deviation:

```
max_phasedev
```

```
max_phasedev = 0.6800
```

تصویر۱۴ – **بیشینه $\boldsymbol{\Phi_\Delta}$ مجاز**

❋ **مدولاسیون فاز:** تصویر ۱۵ نمودار تغییرات میانگین مربع خطای سیگنال مادوله شده با دو مدلاسیون FM و NBFM را نشان میدهد.



تصویر۱۵ – **تغییرات میانگین مربع خطای سیگنال مادوله شده با دو مدلاسیون FM و NBFM به ازای $\boldsymbol{f_\Delta \in [0,1]}$**

برای محاسبه بیشینه f_Δ مجاز ، حداکثر خطای مورد پذیرش را 0.01 می‌گیریم. با توجه به اینکه گام f_Δ برابر 0.01 بود، بیشینه f_Δ با دقت ۲ رقم اعشار اعلام میشود. تصویر ۱۶ بیشینه f_Δ مجاز را نشان میدهد.

maximum frequency deviation:

```
max_freqdev
```

```
max_freqdev = 0.1800
```

تصویر۱۶ – **بیشینه Φ_Δ مجاز**

بخش ۲ : گیرنده (Receiver)

مدلاسیون فرکانس:

سوال ۱. ابتدا از سیگنال مادوله شده مشتق میگیریم:

$$\frac{dx_c(t)}{dt} = \frac{d\left(A_c cos\left(2\pi f_c t + \Phi(t)\right)\right)}{st} = A_c\left(2\pi f_c + \Phi'(t)\right) cos\left(2\pi f_c t + \Phi(t) + \pi\right)$$

$$\Phi(t) = 2\pi f_\Delta \int x(\lambda) d\lambda \rightarrow \Phi'(t) = 2\pi f_\Delta x(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dx_c(t)}{dt} = 2\pi A_c\left(f_c + f_\Delta x(t)\right) cos\left(2\pi f_c t + \Phi(t) + \pi\right)$$

حال با استفاده از آشکار ساز دامنه، دامنه را بدست می آوریم که برابر است با:

$$envelope\ detector\ output = 2\pi A_c(f_c + f_\Delta x(t))$$

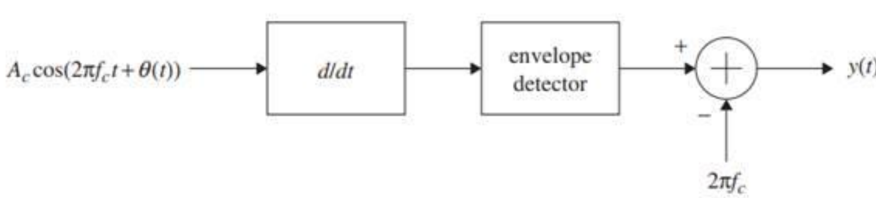
برای دست یافتن به سیگنال پیام ابتدا باید بخش dc را حذف و سپس ضریب را تصحیح کنیم.

$$dc\ part = 2\pi A_c f_c$$

$$output = 2\pi A_c\ f_\Delta x(t) \rightarrow k = 2\pi A_c\ f_\Delta$$

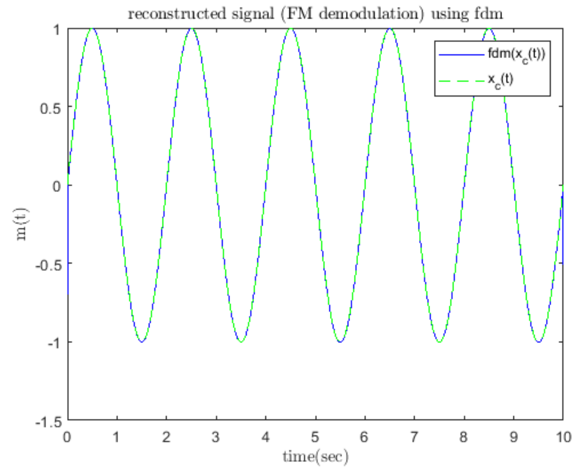
سوال ۲. تابع مورد نظر با نام fdm() نوشته شده است.

توضیحات تابع: این تابع سیگنال پیام ، مقادیر فرکانس و دامنه حامل، f_Δ و فرکانس نمونه برداری به عنوان ورودی گرفته و سیگنال بازیابی شده را به عنوان خروجی برمی‌گرداند. در این تابع از بلوک دیاگرام تصویر ۱۷ برای دمدلاسیون FM استفاده می‌شود. برای شبیه سازی بلوک مشتق گیر از تعریف مشتق استفاده میکنیم؛ به طوری که اختلاف هر دو عنصر پیاپی نسبت به فاصله نمونه برداری را برابر مشتق سیگنال مادوله شده در نظر میگیریم. برای شبیه سازی بلوک آشکار ساز دامنه از دستور آماده envelope() استفاده میکنیم. این دستور سیگنال مادوله شده را بعنوان ورودی گرفته و دو دامنه بالایی و پایینی را بعنوان خروجی میدهد که با توجه به نیازی ما دامنه بالایی برای آشکاری سازی پیام کافی است. در نهایت نیز با یک تفریق و تقسیم بخش dc را حذف و ضریب را تصحیح میکنیم.



تصویر ۱۷ – **بلوک دیاگرام دمدلاتور FM**

سوال ۳. حال خروجی سوال ۸ بخش ۱ را به تابع fdm() داده و به همراه سیگنال پیام اولیه در یک نمودار رسم میکنیم. تصویر ۱۸ این نمودار را نشان میدهد.



تصویر۱۸ – **سیگنال fm بازیابی شده با استفاده از fdm() در کنار سیگنال پیام اولیه**

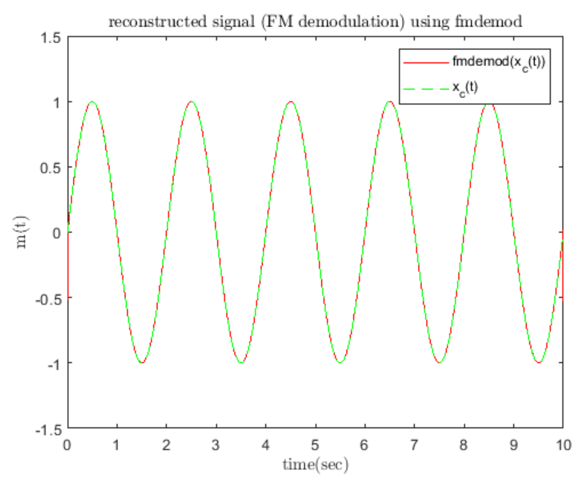
همانطور که مشاهده میشود سیگنال به درستی بازیابی شده و سپس با استفاده از میانگین مربعات خطا نیز میتوانیم دقت این بازیابی را بررسی کنیم. تصویر ۱۹ نشان از دقت بالای این مدلاتور دارد.

```
error_m_fdm = immse(m_fdm,m)
```

```
error_m_dfm = 2.0556e-05
```

تصویر۱۹ – **میانگین مربع خطای سیگنال fm بازیابی شده با fdm() و سیگنال پیام اولیه**

سوال ۴. حال سیگنال مادوله شده در سوال ۸ بخش ۱ را با تابع آماده fmdemod() بازیابی کرده و به همراه سیگنال پیام اولیه در یک نمودار رسم میکنیم. تصویر ۲۰ این نمودار را نشان میدهد.



تصویر ۲۰ – **سیگنال fm بازیابی شده با استفاده از fmdemod() در کنار سیگنال پیام اولیه**

همانطور که مشاهده میشود سیگنال به درستی بازیابی شده است. تصویر ۲۱ نشان از دقت بالای این مدلاتور دارد.

```
error_m_fmdemod = immse(m_fmdemod,m)
```

```
error_m_fmdemod = 2.4878e-05
```

تصویر ۲۱ – **میانگین مربع خطای سیگنال fm بازیابی شده با fmdemod() و سیگنال پیام اولیه**

در نهایت نیز برای مقایسه تابع نوشته شده fdm() با تابع آماده متلب fmdemod() میانگین مربعات خطا را مطابق تصویر ۲۲ محاسبه می‌کنیم.

```
error_fdm_fmdemod = immse(m_fmdemod,m_fdm)
```

```
error_dfm_fmdemod = 1.4634e-05
```

تصویر ۲۲ – **میانگین مربع خطای سیگنال fm بازیابی شده با fmdemod() و fdm()**

مدلاسیون فاز:

سوال ۵. اگر سیگنال مادوله شده PM را به دمدلاتور FM قسمت قبلی بدهیم، طبق روابط ریاضی:

$$\frac{dx_c(t)}{dt} = \frac{d\left(A_c cos\left(2\pi f_c t + \Phi(t)\right)\right)}{st} = A_c\left(2\pi f_c + \Phi'(t)\right)cos\left(2\pi f_c t + \Phi(t) + \pi\right)$$

$$\Phi(t) = 2\pi f_\Delta x(t) \rightarrow \Phi'(t) = 2\pi f_\Delta x'(t)$$

$$\Rightarrow \frac{dx_c(t)}{dt} = 2\pi A_c\left(f_c + f_\Delta x'(t)\right)cos\left(2\pi f_c t + \Phi(t) + \pi\right)$$

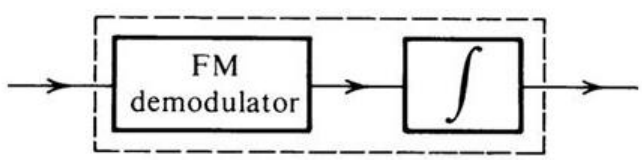
$$envelope\ detector\ output = 2\pi A_c(f_c + f_\Delta x'(t))$$

$$remove\ dc\ part = 2\pi A_c f_\Delta x'(t)$$

$$correct\ scaling = x'(t)$$

باید از سیگنال خروجی انتگرال در حوزه زمان بگیریم تا سیگنال پیام بازیابی شود.

در نتیجه بلوک دیاگرام دمدلاتور PM مطابق تصویر ۲۳ رسم میشود:



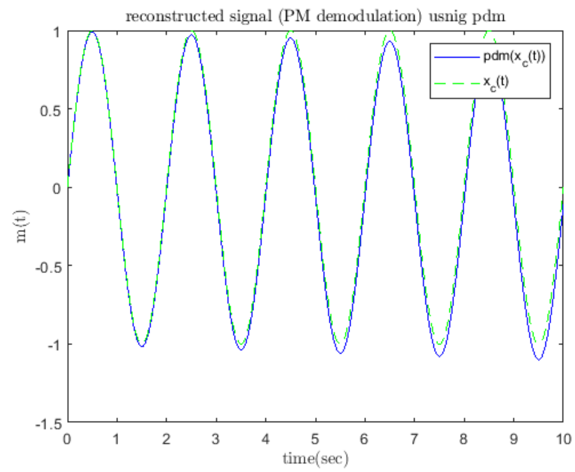
تصویر ۲۳ – **بلوک دیاگرام دمدلاتور PM**

سوال ۶. تابع مورد نظر با نام pdm() نوشته شده است.

توضیحات تابع: این تابع سیگنال پیام ، مقادیر فرکانس و دامنه حامل، Φ_Δ ، فرکانس نمونه برداری و بردار زمان را به عنوان ورودی گرفته و سیگنال بازیابی شده را به عنوان خروجی برمی‌گرداند. در این تابع از بلوک دیاگرام تصویر ۲۳ برای دمدلاسیون

PM استفاده می‌شود. بطوریکه سیگنال مادوله شده ابتدا به دمدلاتور FM فرستاده میشود و سپس از آن مشتق گرفته میشود تا سیگنال پیام بازیابی شود.

سوال ۷. حال خروجی سوال ۳ بخش ۱ را به تابع ()pdm داده و به همراه سیگنال پیام اولیه در یک نمودار رسم میکنیم. تصویر ۲۴ این نمودار را نشان میدهد.



تصویر۲۴ – **سیگنال pm بازیابی شده با استفاده از ()pdm در کنار سیگنال پیام اولیه**

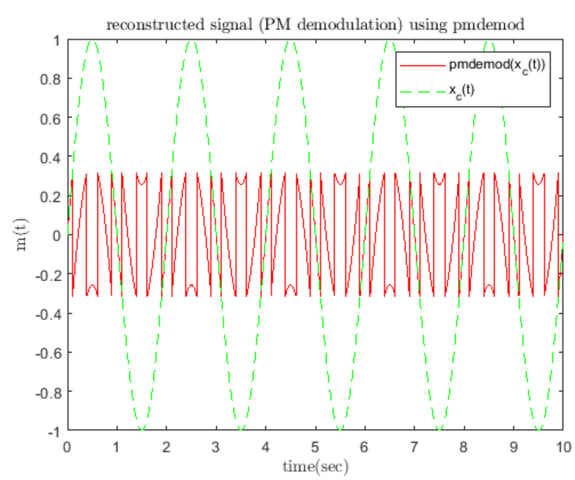
همانطور که مشاهده میشود سیگنال به درستی بازیابی شده و سپس با استفاده از میانگین مربعات خطا نیز میتوانیم دقت این بازیابی را بررسی کنیم. تصویر ۲۵ نشان از دقت بالای این مدلاتور دارد.

```
error_m_pdm = immse(m_pdm,m)

error_m_pdm = 0.0037
```

تصویر۲۵ – **میانگین مربع خطای سیگنال pm بازیابی شده با ()pdm و سیگنال پیام اولیه**

سوال ۸. حال سیگنال مادوله شده در سوال ۸ بخش ۱ را با تابع آماده ()pmdemod بازیابی کرده و به همراه سیگنال پیام اولیه در یک نمودار رسم میکنیم. تصویر ۲۶ این نمودار را نشان میدهد.



تصویر۲۶ – **سیگنال pm بازیابی شده با استفاده از ()pmdemod در کنار سیگنال پیام اولیه**

همانطور که مشاهده میشود سیگنال به درستی بازیابی نشده است. دلیل این امر این است که متلب از آشکار ساز فاز (مقایسه کننده فاز) برای بازیابی سیگنال پیام استفاده میکند. در حقیقت چون آشکار سازی سیگنال PM سخت و دشوار است از مدلاسیون FM برای مادوله کردن سیگنال پیام در ارتباطات رادیویی و ... استفاده می‌شود. به همین دلیل مدولاسیون PM بیشتر کاربرد نظامی دارد. زیرا پیام مادوله شده به راحتی بازیابی نمیشود. (دلیل درست بازیابی شندن سیگنال پیام با دمدلاتور فاز بزرگ بودن Φ_Δ است و اگر این مقدار از حدی کوچکتر باشد میتوانیم از این دمدلاتور به راحتی استفاده کنیم.)

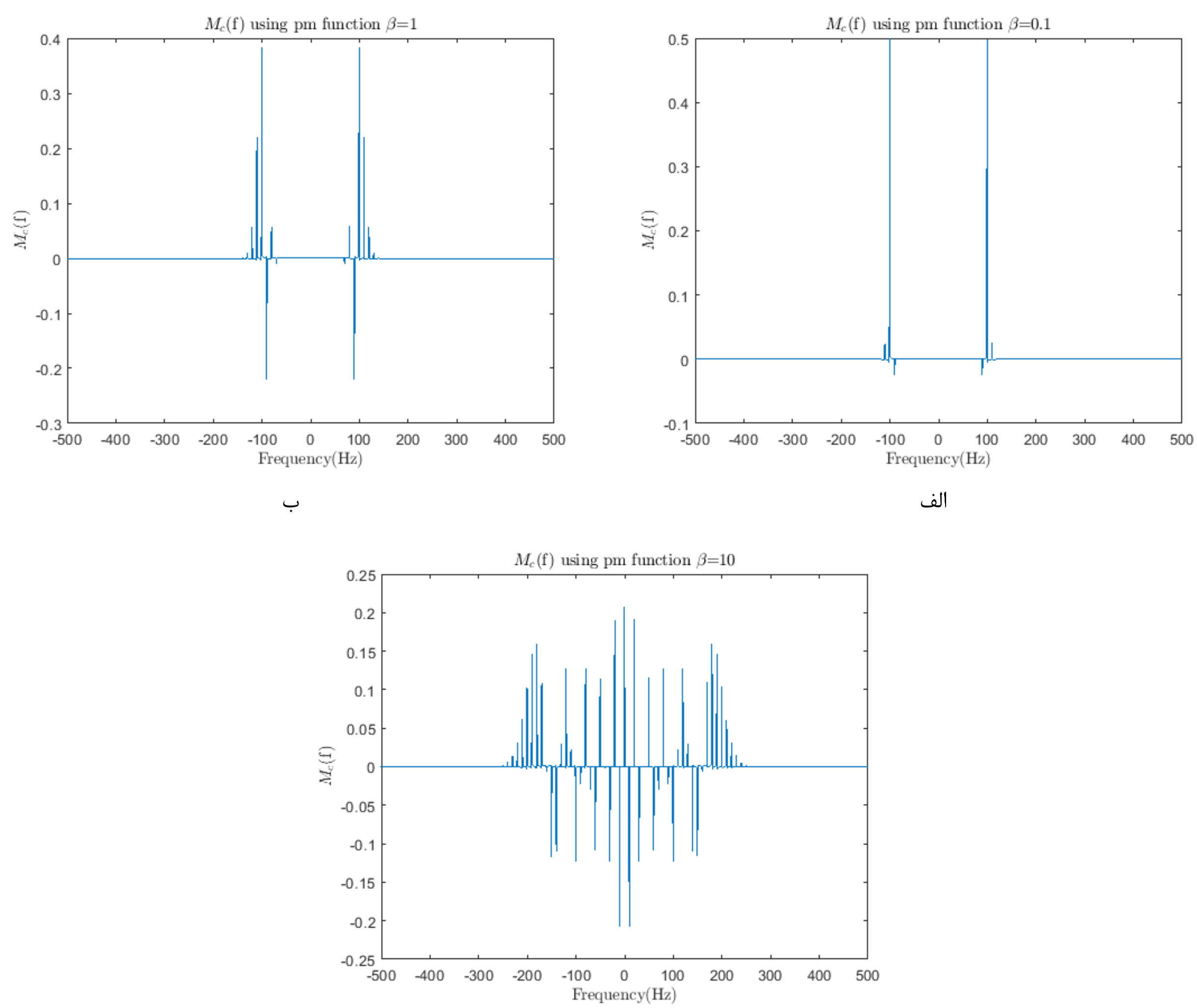
بخش ۳ : مدلاسیون تک تن

سوال ۱. ابتدا با استفاده از تابع PM سیگنال پیام داده شده را مادوله میکنیم. مقادیر $\beta = 10$, $\beta1 = 1$ و $\beta = 0.1$ را بعنوان Φ_Δ به این تابع فرستاده و از خروجی گرفته شده با استفاده از دستور fft تبدیل فوریه می‌گیریم.

***** از تمرین کامپیوتری ۱ بخاطر داریم که برای محاسبه تبدیل فوریه از دستور fft(fftshift()) استفاده میکنیم و خروجی را بر تعداد سمپل ها تقسیم میکنیم تا نرمالیزه شود.**

```
Xf = fftshift(fft(x))/length(x);
```

تصویر ۲۶ نمودار های مربوط به تبدیل فوریه سیگنال های مادوله شده PM را نشان میدهد.



الف

ب

پ

تصویر۲۶ – سیگنال مادوله شده با pm() الف) $\beta = 0.1$ ، ب) $\beta = 1$ ، پ) $\beta = 10$

علت گسترده شدن پهنای فرکانسی: در مدولاسیون **PM** ، در حقیقت $\boldsymbol{\beta = A_m \Phi_\Delta}$ است و با ثابت بودن دامنه سیگنال پیام، با افزایش اندیس مدولاسیون $\boldsymbol{\beta}$ ، $\boldsymbol{\Phi_\Delta}$ افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش $\boldsymbol{\beta}$ قدرت موج حامل در بقیهٔ مؤلفه ها پخش شده

و به همین خاطر باید شاهد افزایش پهنای فرکانسی باشیم. در مدولاسیون **FM** ، $\boldsymbol{\beta = \frac{A_m f_\Delta}{f_m}}$ است. اگر $\boldsymbol{f_m}$ ثابت باشد، با افزایش اندیس مدولاسیون $\boldsymbol{\beta}$ ، $\boldsymbol{f_\Delta}$ افزایش می‌یابد و مشابه **PM** موج حامل در بقیهٔ مؤلفه ها پخش شده و نتیجه آن افزایش پهنای فرکانسی خواهد بود.

سوال ۲. در این قسمت ابتدا باید طبق توضحات صورت پروژه مقدار N (ماکزیمم n مورد نیاز برای تقریب مدلاسون با ضرایب بسل) را پیدا کنیم. به این منظور به ازای هر β ، ضرایب بسل تا $n = 25$ را تا ۴ رقم اعشار چاپ کرده و مشاهده میکنیم که پس از چه مقدار n ضرایب صفر شده است. این مقدار را همان N در نظر می گیریم.

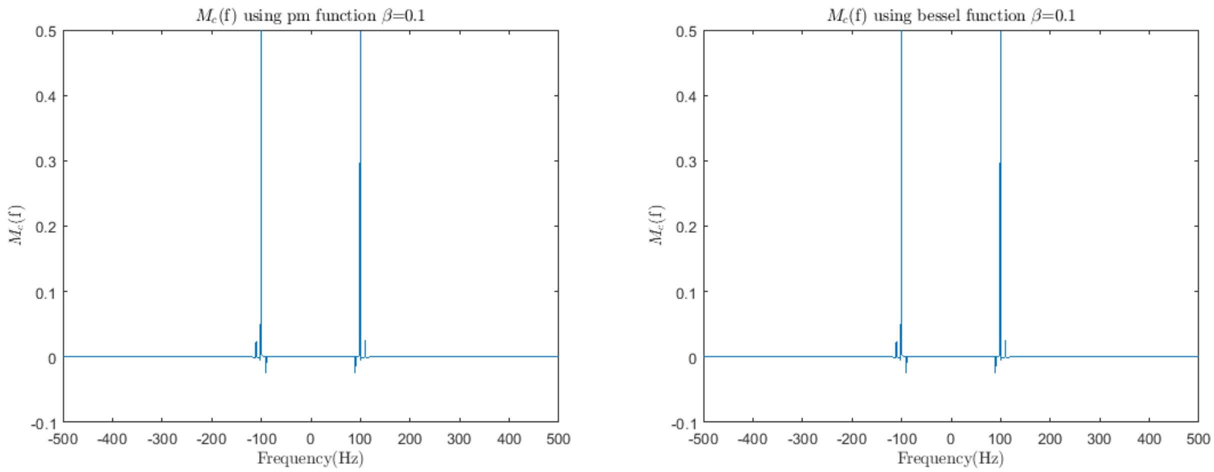
⁕ **به ازای $\boldsymbol{\beta = 0.1}$:** ابتدا $J_n(0.1)$ را برای $0 \le n \le 25$ چاپ می‌کنیم:

```
Jn for Beta=0.1 (0<n<25)
n = 0 : 0.9975
n = 1 : 0.0499
n = 2 : 0.0012
n = 3 : 0.0000
n = 4 : 0.0000
n = 5 : 0.0000
n = 6 : 0.0000
n = 7 : 0.0000
n = 8 : 0.0000
n = 9 : 0.0000
n = 10 : 0.0000
n = 11 : 0.0000
n = 12 : 0.0000
n = 13 : 0.0000
n = 14 : 0.0000
n = 15 : 0.0000
n = 16 : 0.0000
n = 17 : 0.0000
n = 18 : 0.0000
n = 19 : 0.0000
n = 20 : 0.0000
n = 21 : 0.0000
n = 22 : 0.0000
n = 23 : 0.0000
n = 24 : 0.0000
n = 25 : 0.0000
```

همانطور که مشاهد میشود میتوانیم از n های بزگتر از ۲ صرف نظر کنیم.

$$N = 2 \quad for \quad \beta = 0.1$$

تصویر ۲۷ نمودار های طیف سیگنال های مادوله شده تک تن با اندیس مدلاسیون $\beta = 0.1$ به دو روش بسط بسل و تابع pm() را نشان میدهد. همانطور که مشاهده می‌شود، این دو طیف تا حد زیادی شبیه به هم می‌باشند.



ب الف

تصویر ۲۷ – **سیگنال مادوله شده با اندیس مدلاسیون $\boldsymbol{\beta = 0.1}$ با استفاده از الف) بسط بسل ، ب) تابع pm()**

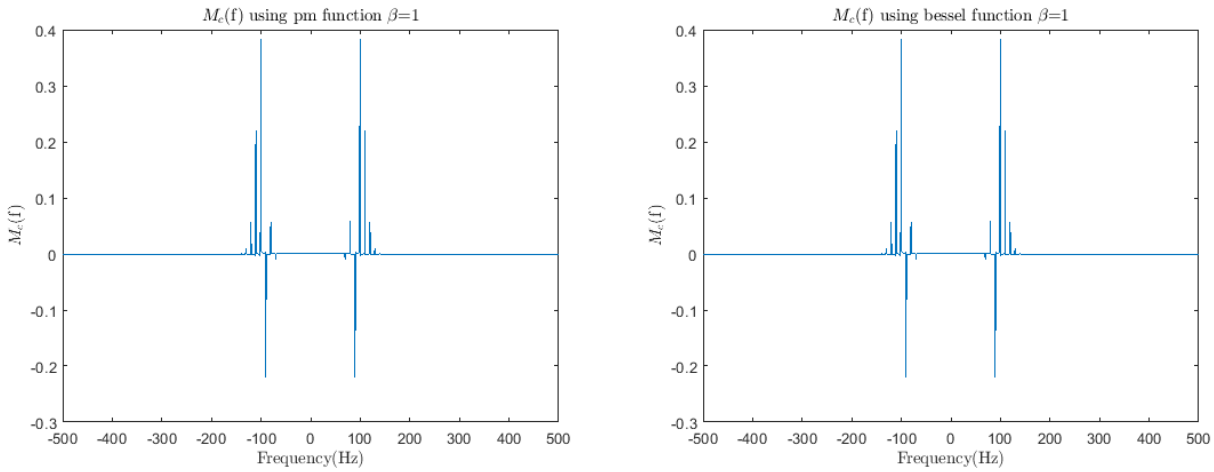
❋ **به ازای $\boldsymbol{\beta = 1}$:** ابتدا $J_n(1)$ را برای $0 \leq n \leq 25$ چاپ می‌کنیم:

```
Jn for Beta=1 (0<n<25)
n = 0 : 0.7652
n = 1 : 0.4401
n = 2 : 0.1149
n = 3 : 0.0196
n = 4 : 0.0025
n = 5 : 0.0002
n = 6 : 0.0000
n = 7 : 0.0000
n = 8 : 0.0000
n = 9 : 0.0000
n = 10 : 0.0000
n = 11 : 0.0000
n = 12 : 0.0000
n = 13 : 0.0000
n = 14 : 0.0000
n = 15 : 0.0000
n = 16 : 0.0000
n = 17 : 0.0000
n = 18 : 0.0000
n = 19 : 0.0000
n = 20 : 0.0000
n = 21 : 0.0000
n = 22 : 0.0000
n = 23 : 0.0000
n = 24 : 0.0000
n = 25 : 0.0000
```

همانطور که مشاهده میشود میتوانیم از n های بزگتر از ۵ صرف نظر کنیم.

$$N = 5 \quad for \quad \beta = 1$$

تصویر ۲۸ نمودار های طیف سیگنال های مادوله شده تک تن با اندیس مدلاسیون $\beta = 1$ به دو روش بسط بسل و تابع pm() را نشان میدهد. همانطور که مشاهده می‌شود، این دو طیف تا حد زیادی شبیه به هم می‌باشند.



الف ب

تصویر۲۸ – **سیگنال مادوله شده با اندیس مدلاسیون $\beta = 1$ با استفاده از الف) بسط بسل ، ب) تابع pm()**

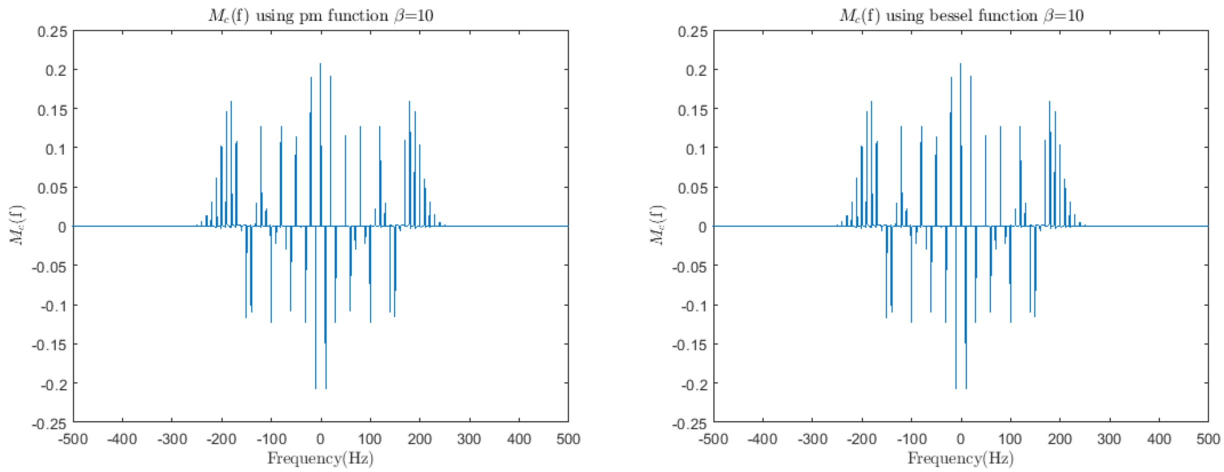
❊ **به ازای $\beta = 10$:** ابتدا $J_n(10)$ را برای $0 \le n \le 25$ چاپ می‌کنیم:

```
Jn for Beta=10 (0<n<25)
n = 0 : -0.2459
n = 1 : 0.0435
n = 2 : 0.2546
n = 3 : 0.0584
n = 4 : -0.2196
n = 5 : -0.2341
n = 6 : -0.0145
n = 7 : 0.2167
n = 8 : 0.3179
n = 9 : 0.2919
n = 10 : 0.2075
n = 11 : 0.1231
n = 12 : 0.0634
n = 13 : 0.0290
n = 14 : 0.0120
n = 15 : 0.0045
n = 16 : 0.0016
n = 17 : 0.0005
n = 18 : 0.0002
n = 19 : 0.0000
n = 20 : 0.0000
n = 21 : 0.0000
n = 22 : 0.0000
n = 23 : 0.0000
n = 24 : 0.0000
n = 25 : 0.0000
```

همانطور که مشاهده میشود میتوانیم از n های بزگتر از ۱۸ صرف نظر کنیم.

$$N = 18 \quad for \quad \beta = 10$$

تصویر ۲۹ نمودار های طیف سیگنال های مادوله شده تک تن با اندیس مدلاسیون $\beta = 10$ به دو روش بسط بسل و تابع pm() را نشان میدهد. همانطور که مشاهده می‌شود، این دو طیف تا حد زیادی شبیه به هم می‌باشند.



ب الف

تصویر۲۹ – **سیگنال مادوله شده با اندیس مدلاسیون $\beta = 10$ با استفاده از الف) بسط بسل ، ب) تابع pm()**