به نام خدا

دانشگاه تهران
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تمرین کامپیوتری ۲

اصول سیستم های مخابراتی

دکتر صباغیان

عرفان پناهی ۸۱۰۱۹۸۳۶۹

نیمسال اول ۰۱-۱۴۰۰

فهرســـت:

*** فایل مربوط به این تمرین کامپیوتری با نام CA2_ Matlab_810198369.mlx پیوست شده است.

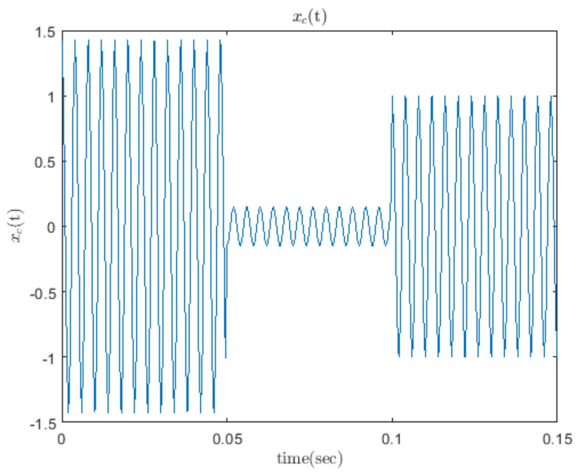
چکیده : هدف از تمرین کامپیوتری ۲

هدف از انجام این تمرین بررسی مدولاسیون های خطی AM ، DSB و SSB می‌باشد. در بخش اول با مدولاسیون AM آشنا می‌شویم و سیگنال مادوله شده یک پیام خاص را بررسی می‌کنیم. در بخش دوم با مدولاسیون های DSB و SSB آشنا می‌شویم و همچنین سعی می‌کنیم با استفاده از آشکارساز سنکرون سیگنال پیام را بازیابی کنیم. در بخش سوم نیز با تبدیل هیلبرت آشنا می‌شویم و سعی میکنیم از آن در آشکار ساز دامنه استفاده کنیم.

بخش ۱ : مدولاسیون دامنه از نوع متعارف (AM)

❊ **خواسته ۱:** تابع مورد نظر با نام AMmod نوشته شده است. در این بخش فرکانس نمونه برداری را $2000Hz$ در نظر می‌گیریم.

❊ **خواسته ۲:** داده های مورد نظر را وارد کرده و سیگنال مادوله شده را مطابق تصویر ۱ رسم می‌کنیم. قبل از مادوله کردن سیگنال آنرا نرمالیزه می‌کنیم تا شرط $|x_m(t)| \leq 1$ برقرار شود.

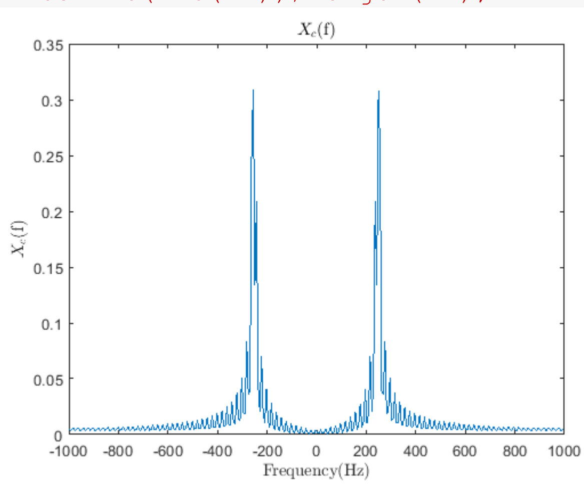


تصویر۱ – **سیگنال مادوله شده**

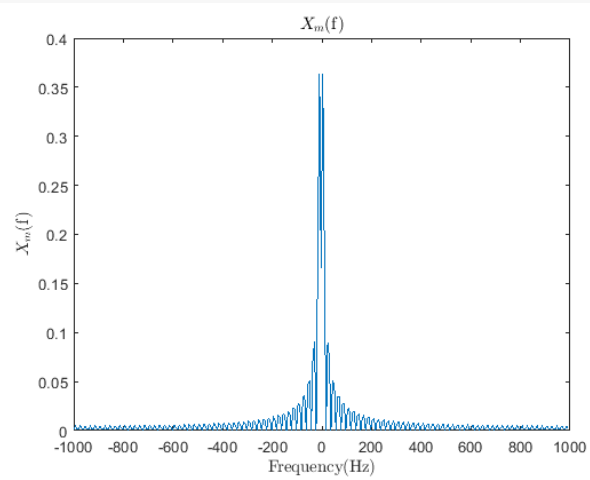
❊ **خواسته ۳:** طیف مربوط به سیگنال پیام و سیگنال مادوله شده به ترتیب در تصویر ۲ - الف و ۲ - ب نشان داده شده است.

❊❊❊ از تمرین کامپیوتری ۱ بخاطر داریم که برای محاسبه تبدیل فوریه از دستور fft(fftshift()) استفاده میکنیم و خروجی را بر تعداد سمپل ها تقسیم میکنیم تا نرمالیزه شود.

```
Xmf = fftshift(fft(xm))/length(xm);
```



ب



الف

تصویر۲ – **الف) طیف سیگنال پیام ، ب) طیف سیگنال مادوله شده**

❄ خواسته ۴:

محاسبهٔ توان : برای محاسبهٔ توان سیگنال مادوله شده، باید ابتدا توان سیگنال پیام را بدست آوریم و سپس از رابطهٔ زیر استفاده کنیم:

$$S_T = \frac{A_c^2}{2}(1 + \mu S_x)$$

محاسبهٔ بازدهی مدولاسیون : برای محاسبه این ضریب از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\eta = \frac{S_{sb}}{S_T} = \frac{\frac{A_c^2}{2}\mu^2 S_x}{\frac{A_c^2}{2}(1 + \mu^2 S_x)} = \frac{\mu^2 S_x}{1 + \mu^2 S_x}$$

تصویر ۳ توان و بازدهی مدولاسیون را برای سیگنال مادوله شده نشان میدهد:

Power of $x_c(t)$:

```
Sx = sum(xm.^2)/(t0*fs);
ST = Ac^2/2*(1+mu^2*Sx)
```

```
ST = 0.6505
```

Modulation Efficiency:

$$\eta = \frac{S_{sb}}{S_T} = \frac{A_c^2}{2}\frac{\mu^2 S_x}{S_T} = \frac{\mu^2 S_x}{1 + \mu^2 S_x}$$

```
n = mu^2*Sx / (1 + mu^2*Sx)
```

```
n = 0.2314
```

تصویر ۳ – **توان و بازدهی مدولاسیون برای سیگنال مادوله شده**

❄ **خواسته ۵:** تابع ammod سیگنال پیام را بعنوان ورودی میگیرد و سیگنال مادوله شده را بعنوان خروجی باز می‌گرداند.

با توجه به اینکه مدولاسیون ما از نوع AM می باشد، رابطه $x_c(t)$ شامل دوترم است:

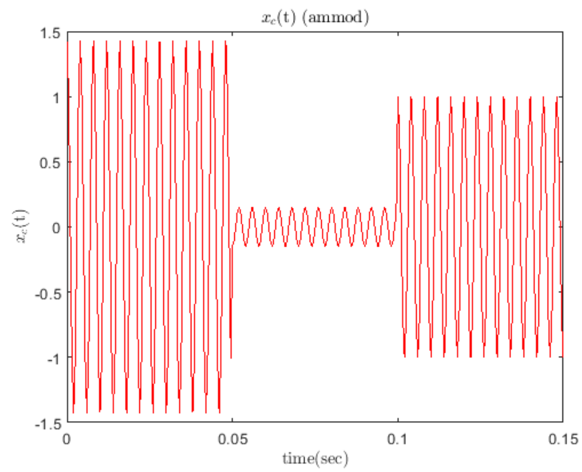
$$x_c(t) = A_c\big(1 + \mu x_m(t)\big)\cos(2\pi f_c t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + A_c \mu x_m(t) \cos(2\pi f_c t)$$

ترم اول A_c دامنه ثابتی است که به مدولاسیون اضافه می‌شود. این بخش را به آرگومان پنجم تابع میدهیم. سیگنال پیام در اصل اینجا به سیگنال $A_c \mu x_m(t)$ تبدیل شده است که آنرا بعنوان آرگومان اول به تابع میدهیم. آرگومان های دوم و سوم نیز به ترتیب فرکانس حامل و فرکانس نمونه برداری را نشان میدهند.

پس اگر مدولاسیون از نوع AM باشد، تابع ammod را بصورت زیر فراخوانی میکنیم:

```
xc2=ammod(mu*Ac*xm,fc,fs,0,Ac);
```

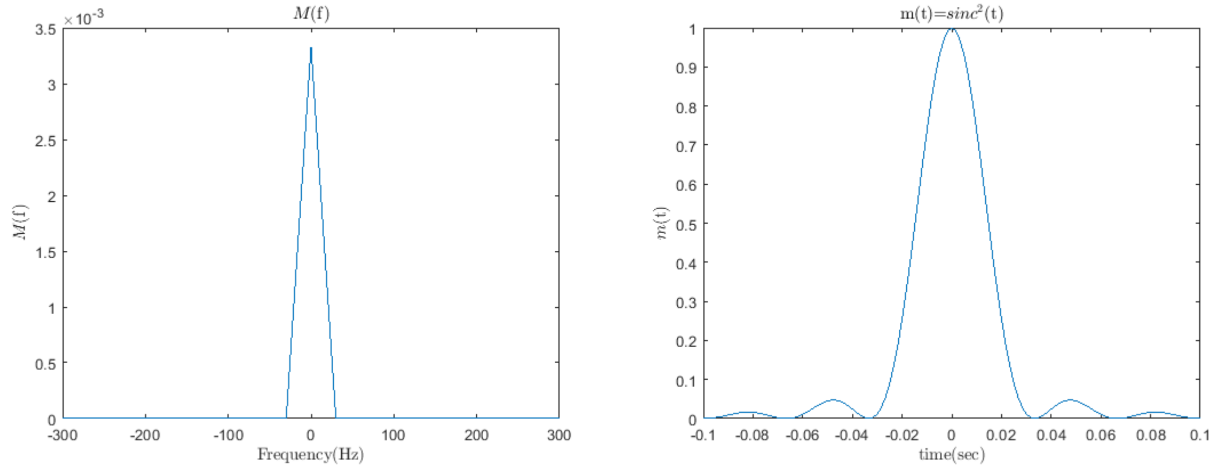
تصویر ۴ سیگنال مادوله شده AM با استفاده از دستور ammod را نشان می‌دهد.



تصویر۴ – **سیگنال مادوله شده با استفاده از دستور ammod**

بخش ۲ : مدولاسیون های DSB و SSB

❊ **خواسته ۱:** داده های مورد نظر را وارد کرده و سیگنال پیام را در حوزه زمان و طیف را مطابق تصویر ۱ الف و ب رسم می‌کنیم.

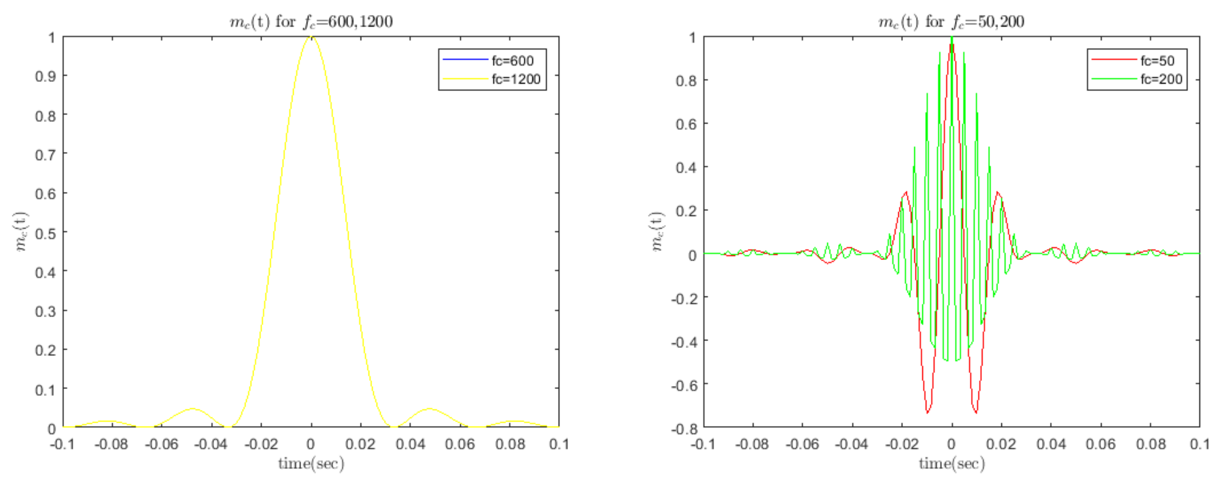


ب الف

تصویر۵ – **الف) سیگنال پیام در حوزه زمان ، ب) طیف سیگنال پیام**

❊ **خواسته ۲:** تابع مورد نظر با نام DSBmod نوشته شده است.

❊ **خواسته ۳:** سیگنال های مادوله شده با فرکانس موج حامل های خواسته شده در تصویر ۶ نشان داده شده است.



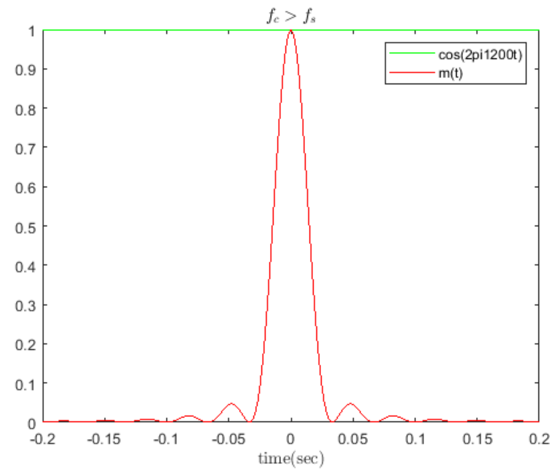
ب الف

تصویر۶ – **سیگنال مادوله شده به ازای الف) $f_c = \{50, 200\}Hz$ ، ب) $f_c = \{600, 1200\}Hz$**

همانطور که مشاهده می‌شود، به ازای فرکانس حامل های $f_c = \{600,1200\}Hz$ تفاوتی در سیگنال پیام ایجاد نمی‌شود و به این خاطر است که f_c به ازای این مقادیر مضربی از f_s است و به همین خاطر موج حامل همواره ۱ میشود و نتیجتاً:

$$m_s(t) = m(t)\,, \qquad if \quad f_c = mf_s$$

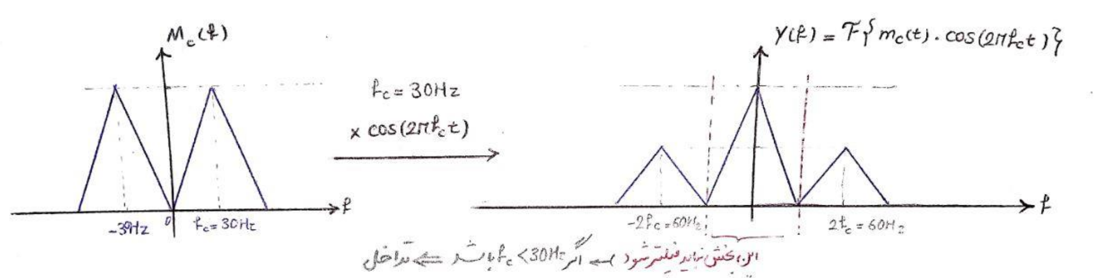
تصویر ۷ موج حامل و سیگنال پیام را به ازای $f_c = 1200Hz$ نشان میدهد که موج حامل همواره مقدار ۱ را دارد.



تصویر۷ – **موج حامل و سیگنال پیام به ازای $f_c = 1200Hz$**

حداکثر فرکانس قابل استفاده برای f_c : فرکانس حامل باید حداکثر نصف فرکانس نمونه برداری باشد. نرخ نایکوئیست برای متلب: $f_c \leq 300Hz$. همچنین همانطور که در تصویر ۶ – الف نشان داده شده است به ازای فرکانس ۲۰۰ هرتز، شکل پیام به خوبی در موج حامل قرار نمیگیرد پس فرکانس حامل باید از ۲۰۰ هرتز کمتر باشد.$f_{c_{max}} = 200Hz$

فرکانس های قابل استفاده برای f_c : با توجه به اینکه در ادامه کار میخواهیم سیگنال پیام را با استفاده از دمولاتور بازیابی کنیم، باید است f_c را طوری تعیین کنیم که تداخلی ایجاد نشود. با توجه به تصویر ۵ – ب ، $f_N = 30Hz$ است. در بدترین حالت باید $f_c = f_N$ باشد تا بتوانیم سیگنال پیام را بازیابی کنیم:



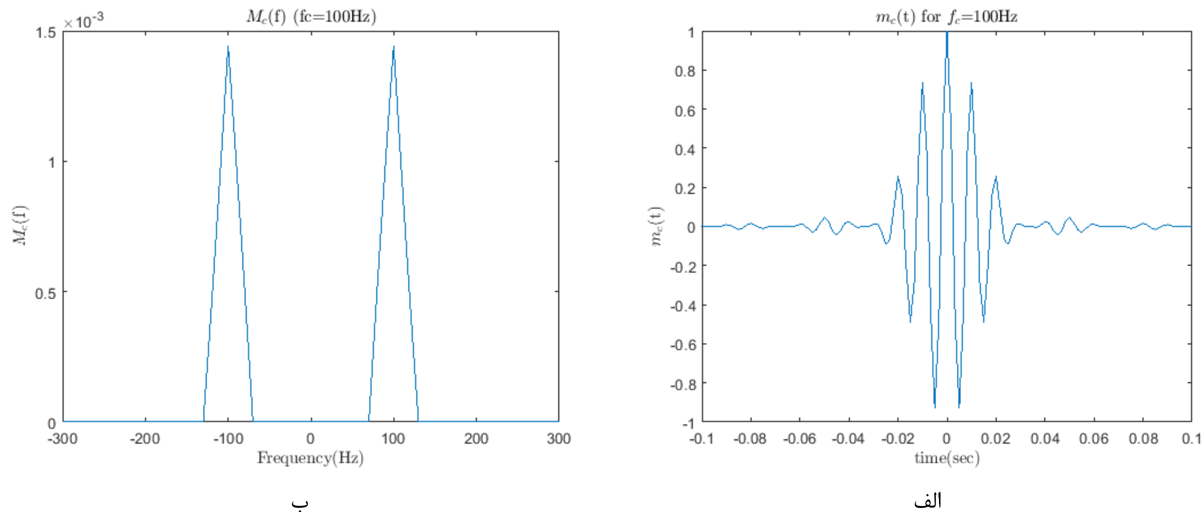
پس حداقل مقدار f_c نیز باید ۳۰هرتز باشد تا سیگنال پیام بازیابی شود:

$$f_c \geq 30Hz \rightarrow f_{c_{min}} = 30Hz$$

در نتیجه مقادیر قابل استفاده f_c به صورت زیر خواهد بود:

$$\rightarrow 30 \leq f_c \leq 200$$

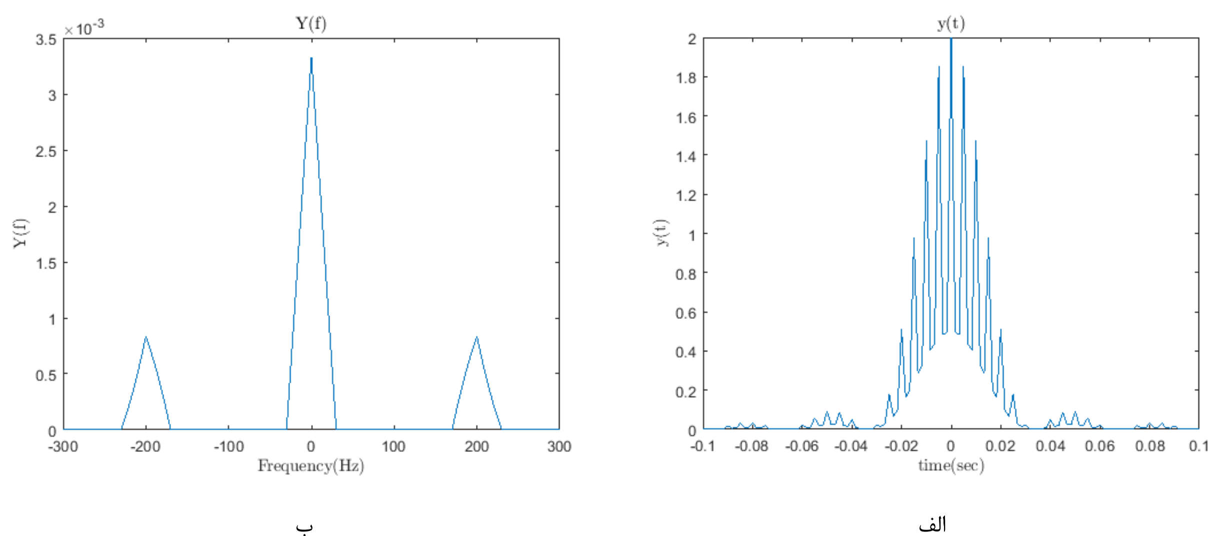
❊ **خواسته ۴:** تصویر ۸ ، سیگنال پیام مادوله شده به ازای $f_s = 100Hz$ در حوزه زمان (الف) و طیف (ب) نشان میدهد.



تصویر۸ – **الف) سیگنال پیام مادوله شده در حوزه زمان ، ب) طیف سیگنال پیام مادوله شده**

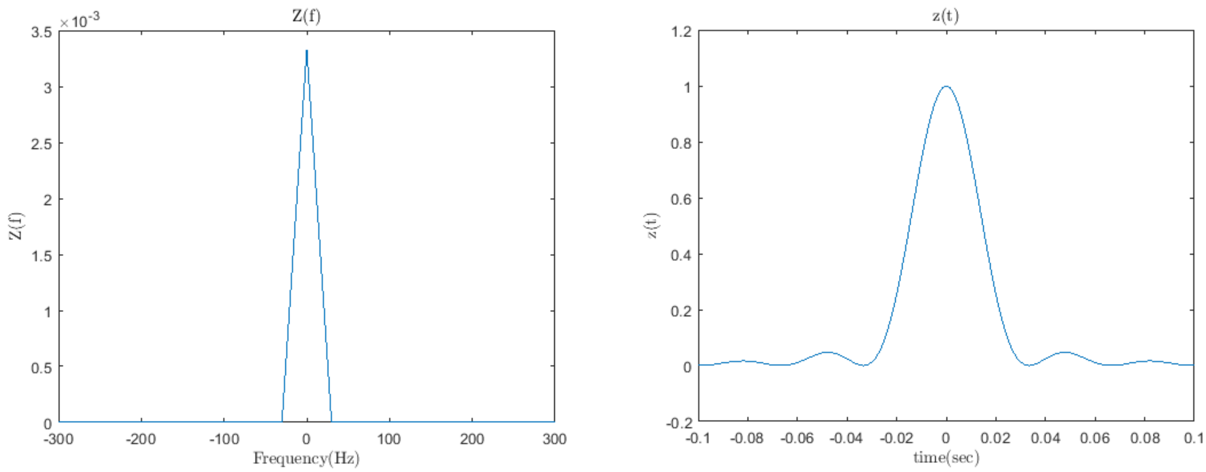
❊ **خواسته ۵:** تابع مورد نظر با نام DSBdemod نوشته شده است که دو سیگنال $y(t)$ و $z(t)$ را بعنوان خروجی باز می‌گرداند.

❊ **خواسته ۶:** تصویر ۹ سیگنال $y(t)$ را در حوزه زمان و طیف نشان میدهد.



تصویر۹ – **سیگنال $y(t)$ الف) در حوزه زمان ، ب) در حوزه طیف**

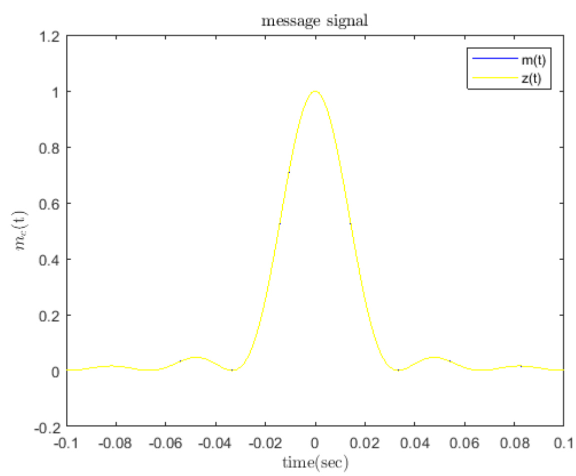
با عبور این سیگنال از یک فیلتر پایین گذر ایده آل، سیگنال $z(t)$ حاصل می‌شود. تصویر ۱۰ این سیگنال را در حوزه زمان و طیف نشان میدهد.



ب الف

تصویر ۱۰ – سیگنال $z(t)$ الف) در حوزه زمان ، ب) در حوزه طیف

تصویر ۱۱ سیگنال $z(t)$ و $m(t)$ را در یک نمودار نشان میدهد. همانطور که مشاهده می‌شود سیگنال $z(t)$ کاملاً روی $m(t)$ سوار میشود.



تصویر ۱۱ – سیگنال $z(t)$ و $m(t)$ در یک نمودار

برای بررسی تشابه دو سیگنال $z(t)$ و $m(t)$ از معیار میانگین مجذور خطا استفاده میکنیم. برای محاسبه این معیار از دستور immse استفاده میکنیم. با توجه تصویر ۱۲ ، ناچیز بودن این معیار نشان میدهد سیگنال پیام بازیابی شده است و دمولاتور به درستی کار میکند.

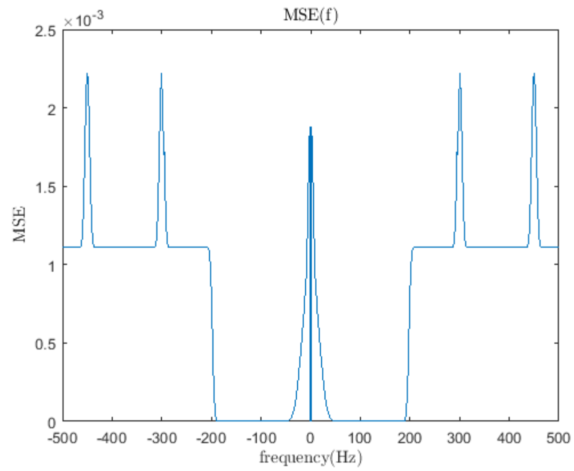
```
Mean squared error:

MSEzm = immse(z,m)

MSEzm = 6.9718e-11
```

تصویر ۱۲ – میانگین مربعات خطای دو سیگنال $z(t)$ و $m(t)$

❊ **خواسته ۷:** در این بخش به ازای فرکانس های صحیح از $-500Hz$ تا $500Hz$ ، میانگین مربعات خطا را محاسبه می‌کنیم و نمودار این مقدار برحسب فرکانس را رسم می‌کنیم. تصویر ۱۳ این نمودار را نشان میدهد.



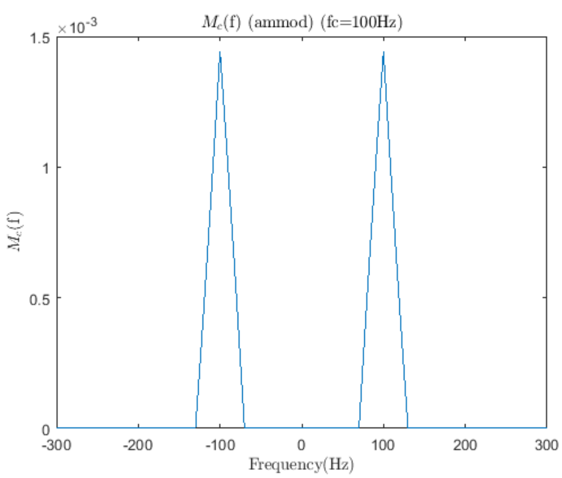
تصویر۱۳ – **میانگین مربعات خطای دو سیگنال بازیابی شده و پیام بر حسب f_c**

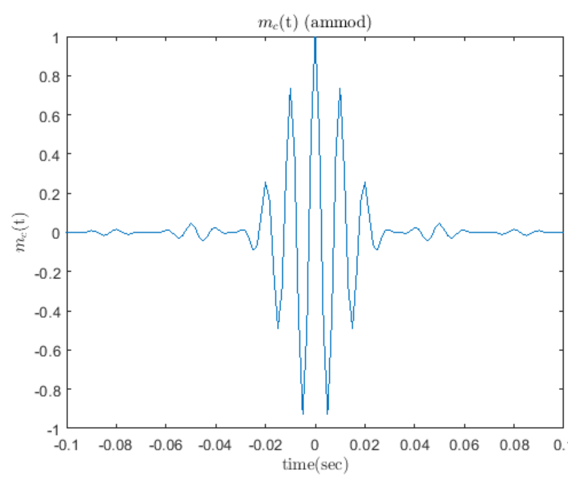
همانطور که مشاهده میشود به ازای فرکانس ها بالای ۳۰ هرتز و کمتر از ۲۰۰ هرتز خطای بازیابی مینیمم است. پس بهترین بازه برای فرکانس موج حامل تقریباً از ۳۰ هرتز تا کمتر از ۲۰۰ هرتز می‌باشد.

❊ **خواسته ۸:** اگر مدولاسیون از نوع AM باشد، تابع ammod را بصورت زیر فراخوانی میکنیم:

```
mc_=ammod(Ac*m,fc,fs);
```

تصویر ۱۴ سیگنال مادوله شده DSB با استفاده از دستور ammod را در حوزه زمان و طیف نشان می‌دهد.

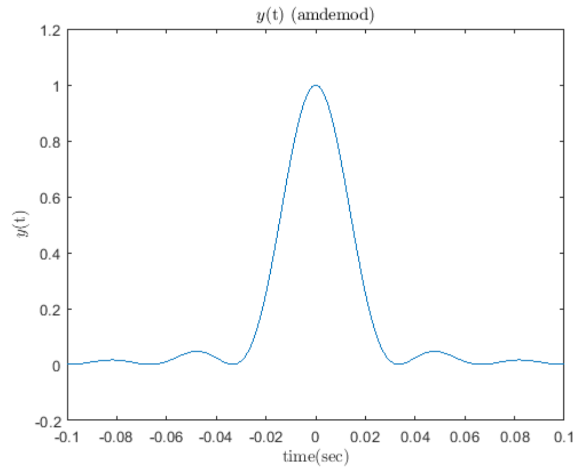




تصویر۱۴ – **الف) سیگنال پیام مادوله شده در حوزه زمان ، ب) طیف سیگنال پیام مادوله شده با استفاده از دستور ammod**

❋ خواسته ۹: تصویر ۱۵ سیگنال بازیابی شده با استفاده از دستور amdemod را در حوزه زمان و فرکانس نشان میدهد.

```
y_=amdemod(Ac*mc_,fc,fs);
```



تصویر۱۵ – **سیگنال بازیابی شده با استفاده از دستور amdemod در حوزه زمان**

همچنین تصویر ۱۶ میانگین مربعات خطای سیگنال بازیابی شده با استفاده از دستور amdemod و سیگنال پیام را نشان می‌دهد.

Mean squared error:

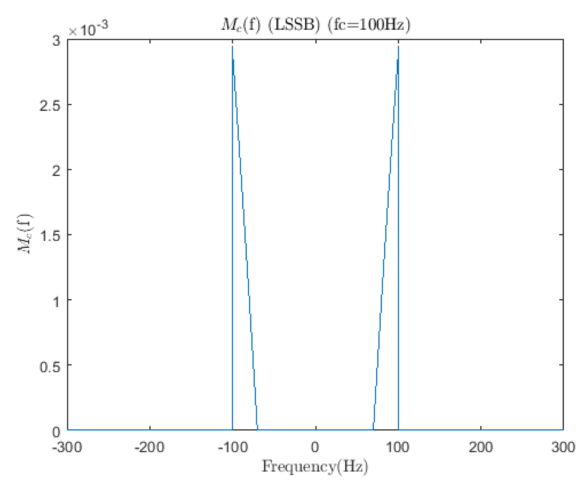
```
MSEy_m = immse(y_,m)
```

```
MSEy_m = 2.8463e-12
```

تصویر۱۶ – **میانگین مربعات خطای سیگنال بازیابی شده با استفاده از دستور amdemod و سیگنال پیام**

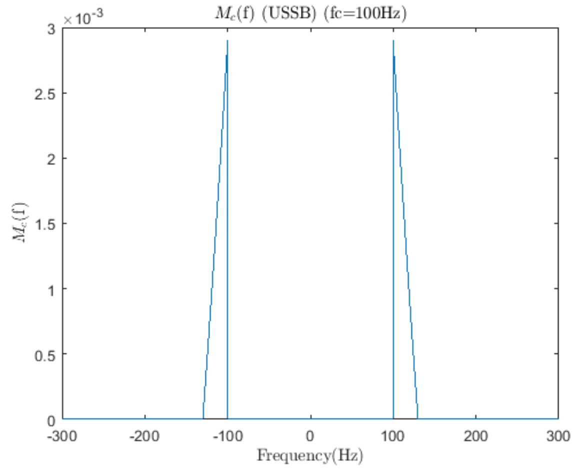
❋ خواسته ۱۰:

LSSB : تصویر ۱۷، تبدیل فوریه سیگنال مادوله شده به شکل lower − sideband را در نشان می‌دهد.



تصویر۱۷ – **تبدیل فوریه سیگنال مادوله شده به شکل lower − sideband**

USSB : تصویر ۱۸، تبدیل فوریه سیگنال مادوله شده به شکل $\text{upper} - \text{sideband}$ را در نشان می‌دهد.



تصویر۱۸ – **تبدیل فوریه سیگنال مادوله شده به شکل $\text{upper} - \text{sideband}$**

بخش ۳ : آشنایی با تبدیل هیلبرت و آشکارساز پوش

❊ خواسته ۱:

تبدیل هیلبرت گسسته: این تبدیل در حوزه فرکانس به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{DTFT}(\hat{u}) = U(\omega)\cdot(-i\cdot \mathrm{sgn}(\omega)).$$

و درنتیجه پاسخ ضربه تبدیل هیلبرت در حوزه زمان به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}\hat{u}[n] &= \mathrm{DTFT}^{-1}(U(\omega)) \ * \ \mathrm{DTFT}^{-1}(-i\cdot \mathrm{sgn}(\omega))\\ &= u[n] \ * \ \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(-i\cdot \mathrm{sgn}(\omega))\cdot e^{i\omega n}\,\mathrm{d}\omega\\ &= u[n] \ * \ \underbrace{\frac{1}{2\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} i\cdot e^{i\omega n}\,\mathrm{d}\omega - \int_{0}^{\pi} i\cdot e^{i\omega n}\,\mathrm{d}\omega\right]}_{h[n]},\end{aligned}$$

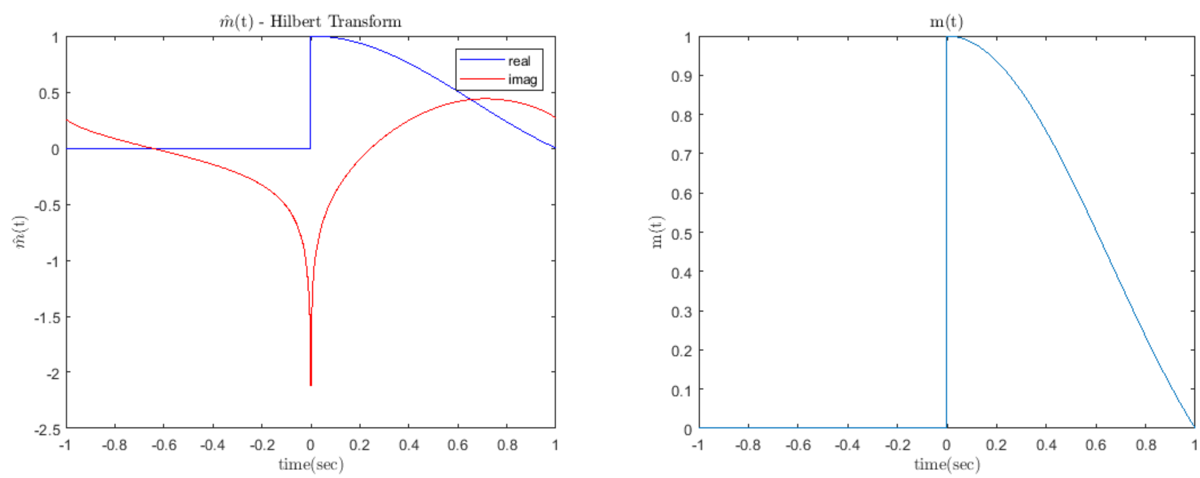
$$\Rightarrow \quad h[n] = \begin{cases} \frac{\left(1-(-1)^n\right)}{\pi n} & n \neq 0 \\ 0 & n = 0 \end{cases}$$

با توجه به خواص تبدیل فوریه گسسته، ضرب دو تبدیل فوریه، در حوزه زمان معادل کانولشن آنها خواهد بود.

$$\mathscr{H}\left\{x[n]\right\} \triangleq \hat{x}[n] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h[i]\, x[n-i]$$

از کاربرد های تبدیل هیلبرت گسسته در زمان میتوان در مدلاتور و دمولاتور ها و در حذف و پنهان سازی و همچنین بازیابی اطلاعات اشاره کرد.

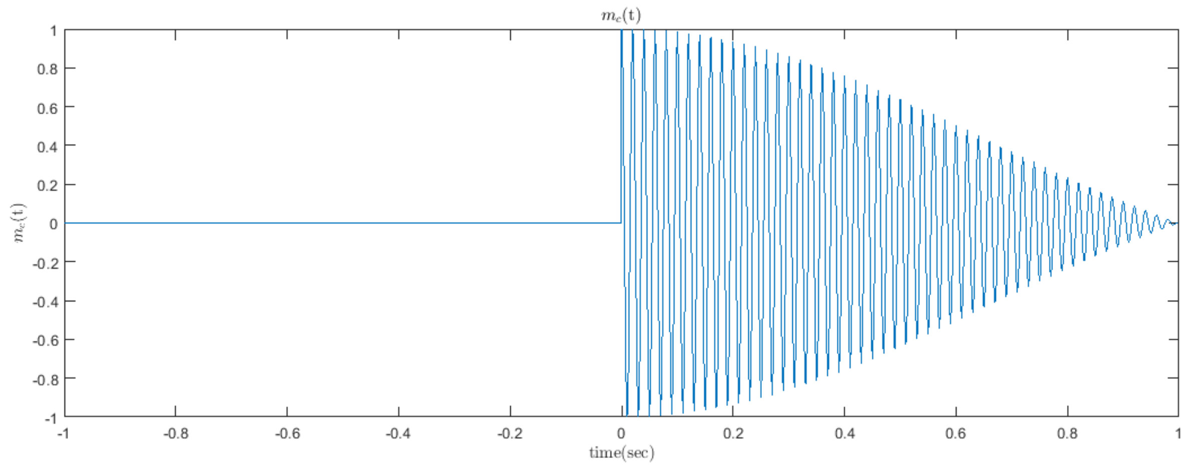
❊ خواسته ۲: در این بخش فرکانس نمونه برداری را $f_s = 500Hz$ در نظر میگیرم. تصویر ۱۹ سیگنال پیام $m(t)$ و تبدیل هیلبرت آن $\widehat{m}(t)$ را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود نمودار شامل دو بخش حقیقی و موهومی است.



ب الف

تصویر۱۹ – **الف)** $m(t)$ **، ب)بخش حقیقی و موهومی** $\widehat{m}(t)$

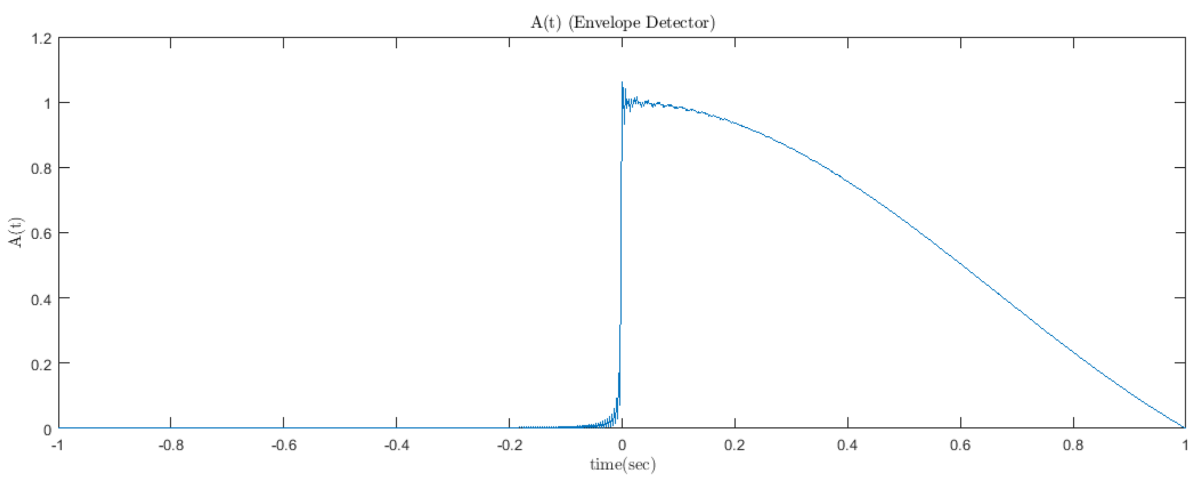
❊ خواسته ۳: اگر فرکانس موج حامل را $f_c = 100Hz$ در نظر بگیریم، قضیه نایکوئیست $f_c \leq \frac{f_s}{2}$ را رعایت کرده و مشکلی که در بخش دوم عنوان شد ایجاد نمی‌شود. سیگنال پیام مادوله شده با این فرکانس موج حامل در تصویر ۲۰ نشان داده شده است.



تصویر ۲۰ – **سیگنال مادوله شده $m(t)$ با استفاده از مدولاسیون DSB**

❊ خواسته ۴: تصویر ۲۱ ، خروجی آشکار ساز پوش را نشان میدهد. این آشکار ساز دامنه را از رابطه زیر محاسبه می‌کند.

$$A(t) = A_c\sqrt{m_c^2(t) + \hat{m}_c^2(t)}$$



تصویر ۲۱ – **خروجی آشکار ساز پوش**

همانطور که در تصویر بالا مشاهده میشود سیگنال خروجی آشکار ساز پوش به سیگنال پیام شباهت زیادی دارد. تصویر ۲۲ ، معیار میانگین مربعات خطا نیز این موضوع را تأیید می‌کند.

Mean squared error:

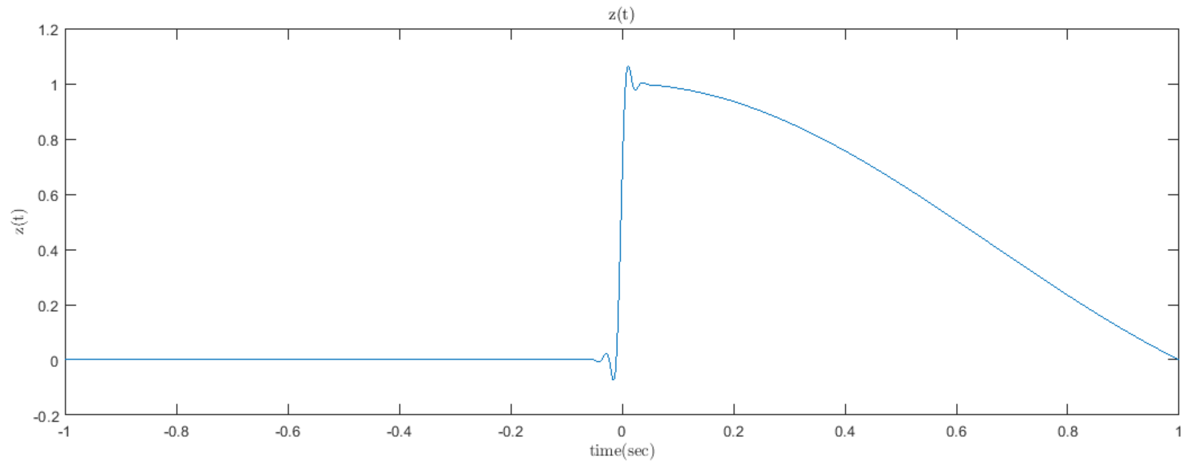
```
MSE_Am = immse(At,m)
```

```
MSE_Am = 4.0978e-04
```

تصویر ۲۲ – **میانگین مربعات خطای دو سیگنال $A(t)$ و $m(t)$**

راهکار بهبود: با کاهش f_c می‌توانیم تا حدی ریپل های خروجی آشکار ساز را کاهش دهیم.

همچنین می‌تواینم از دمولاتور سنکرون بخش دوم استفاده کنیم که خروجی آن در تصویر ۲۳ نشان داده شده است و میانگین مربعات خطا در تصویر ۲۴ نشان دهنده دقت بیشتر در بازیابی سیگنال پیام است.



تصویر۲۳ – **خروجی آشکار ساز سنکرون**

Mean squared error:

```
MSE_zm = immse(z,m)
```

```
MSE_zm = 4.9666e-04
```

تصویر۲۴ – **میانگین مربعات خطای دو سیگنال $m(t)$ و $y(t)$**