مباحث ویژه در مخابرات – جداسازی کور منابع (دکتر اخوان)

تمرین سری **پنجم**

نیم‌سال دوم ۱۴۰۱–۱۴۰۰

عرفـان پـنـــاهی ۸۱۰۱۹۸۳۶۹

*** فایل متلب مربوط به این تمرین با عنوان **panahi.m** پیوست شده است.

ابتدا مطابق با خواسته تمرین، ابتدا داده های فایل *hw5.mat* را در محیط متلب وارد می‌کنیم. سپس میانگین کانال ها را برای داده های آموزش کلاس اول (*TrainData_class1*) ، کلاس دوم (*TrainData_class2*) و داده های آزمون (TestData) را صفر می‌کنیم. به این منظور میانگین کانال های مربوط به هر داده را از آن داده کم می‌کنیم.

داده های آموزش کلاس اول و دوم ، شامل ۶۰ آزمایش است که در هر آزمایش از ۳۰ کانال ، ۲۵۶ نمونه زمانی گرفته شده است. داده های آزمون نیز ، شامل ۴۰ آزمایش است که در هر آزمایش از ۳۰ کانال ، ۲۵۶ نمونه زمانی گرفته شده است.

الف – در این قسمت ابتدا ، ماتریس های $R_X^{(1)}$ و $R_X^{(2)}$ را به صورت زیر بدست می آوریم. هر کلاس ۶۰ آزمایش دارد که برای هر کدام یک بار ماتریس کورلیشن را بدست می‌آوریم و سپس از ۶۰ آزمایش میانگین می‌گیریم. ماتریس های کورلیشن ، ماتریس های 30×30 است.

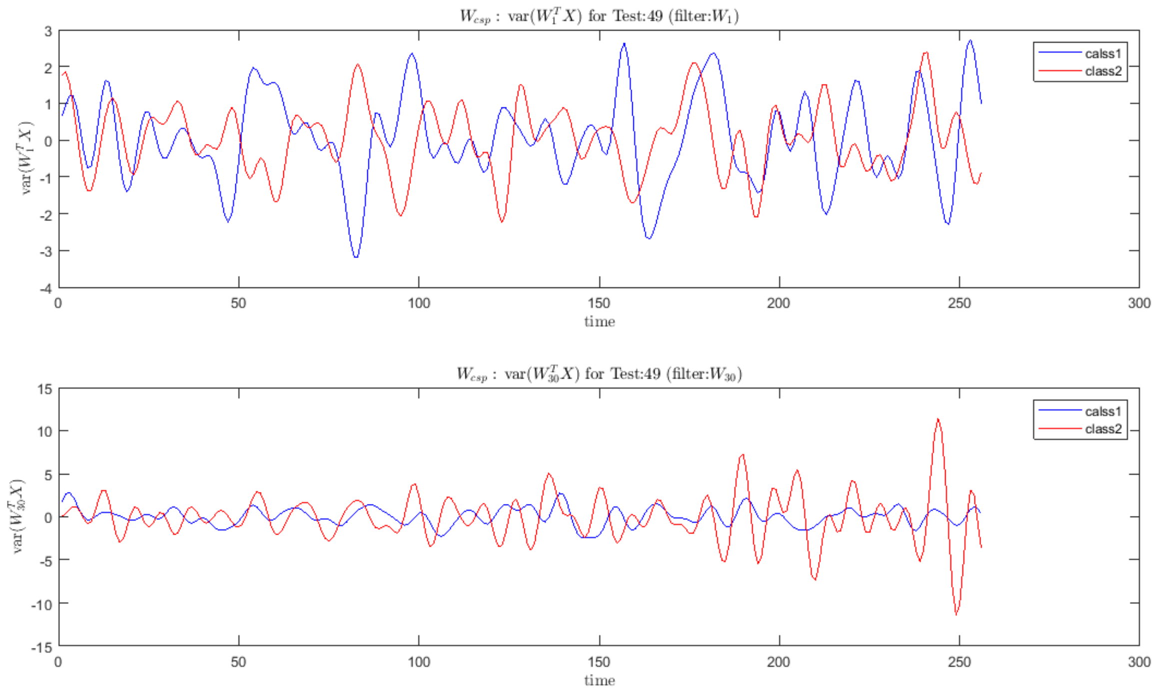
$$R_X^{(1)}{}_{30\times30} = \frac{1}{60}\sum_{n=1}^{60} x_n^{(1)} {x_n^{(1)}}^T \quad , \qquad R_X^{(2)}{}_{30\times30} = \frac{1}{60}\sum_{n=1}^{60} x_n^{(2)} {x_n^{(2)}}^T$$

سپس ماتریس های $R_X^{(1)}$ و $R_X^{(2)}$ را به دستور *eig* می‌دهیم. بردار های ویژه بدست آمده را نرمالیزه می‌کنیم. به این منظور هر ستون را بر جذ مجموع مربعات عناصر آن ستون تقسیم می‌کنیم. سپس بردار های ویژه W_{csp} را برحسب مقادیر ویژه بزرگ به کوچک مرتب می‌کنیم. همانطور که در تصویر ۱ مشاهده می‌شود، کوچکترین مقدار ویژه اولین عنصر قطر و بزرگترین آخرین عنصر است. پس از آخر به اول فیلتر ها را مرتب می‌کنیم. در نهایت فیلتر های مکانی اول و آخر را انتخاب کرده و سیگنال های فیلتر شده مربوط به آزمایش ۴۹ را مطابق تصویر ۲ رسم می‌کنیم.

	1	2	3	4	5	6
1	0.3010	0	0	0	0	0
2	0	0.3085	0	0	0	0
3	0	0	0.4057	0	0	0
4	0	0	0	0.4642	0	0
5	0	0	0	0	0.4786	0
6	0	0	0	0	0	0.5465

25	1.1623	0	0	0	0	0
26	0	1.2111	0	0	0	0
27	0	0	1.2426	0	0	0
28	0	0	0	1.3556	0	0
29	0	0	0	0	1.4902	0
30	0	0	0	0	0	2.2494

تصویر ۱ : مقادیر ویژه مربوط به فیلتر های مکانی (W_{csp})



تصویر ۲ : سیگنال های فیلتر شده مربوط به آزمایش ۴۹ و متناظر با فیلتر اول و آخر

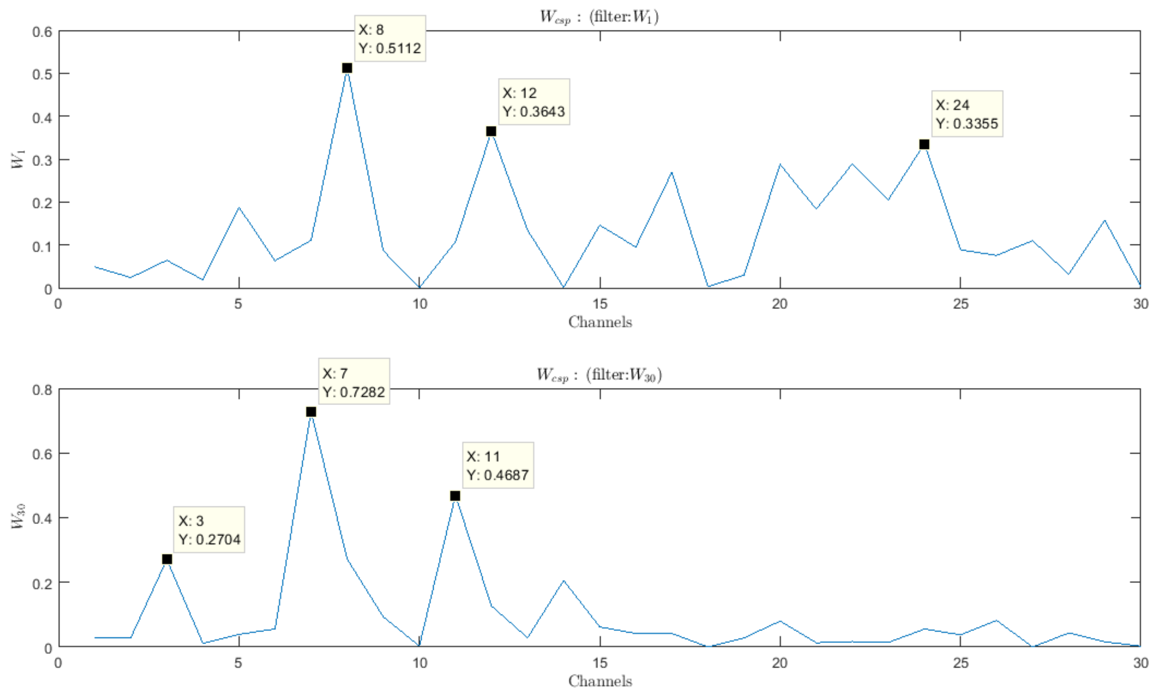
همانطور که در تصویر ۲ نیز مشاهده می‌شود، سیگنال فیلتر شده کلاس اول متناظر با فیلتر اول پراکندگی و نوسانات بیشتری نسبت به کلاس دوم دارد. از طرف دیگر سیگنال فیلتر شده کلاس دوم متناظر با فیلتر آخر پراکندگی و نوسانات به مراتب کمتر نسبت به کلاس اول دارد.

در نهایت نیز مطابق تصویر ۳ بصورت کمی واریانس سیگنال های فیلتر شده را برای هر کلاس بدست آورده و مقایسه می‌کنیم.

```
Part a.
  Test:49 , Filter:W1 ::: var(X1) = 1.406656 < var(X2) = 0.868848
  Test:49 , Filter:W30 ::: var(X1) = 1.008859 > var(X2) = 7.579428
```

تصویر ۳ : واریانس سیگنال های فیلتر شده کلاس اول و دوم متناظر با فیلتر های اول و آخر

ب – حال قدر مطلق فیلتر های مکانی اول و آخر را برحسب شماره کانال رسم می‌کنیم (تصویر ۴).



تصویر ۴ : قدرمطلق فیلتر های مکانی اول و آخر برحسب شماره کانال

همانطور که مشاهده می‌شود، سه کانال ۸ ، ۱۲ و ۲۴ بیشترین تأثیر در فیلتر مکانی اول دارند. از طرفی فیلتر مکانی اول ، در ویژگی (واریانس) سیگنال فیلتر شده کلاس ۱ تأثیر بیشتری دارد. در نتیجه اثر تصوراتی که فرد در کلاس ۱ داشته در مکان این کانال ها بیشتر است.

همچنین سه کانال ۳ ، ۷ و ۱۱ تأثیر بیشتری نسبت به دیگر کانال ها در فیلتر مکانی آخر دارند. در نتیجه می‌توان گفت، اثر تصورات فرد در کلاس ۲ در کانال های ۳ ، ۷ و ۱۱ بیشتر است.

ج – در این قسمت ابتدا با استفاده از ۷ فیلتر مکانی اول و آخر (مجموعاً ۱۴ ویژگی) واریانس سیگنال های فیلتر شده هر ۶۰ آزمایش را برای هر کلاس بدست می آوریم. در نتیجه ویژگی های هر آزمایش در یک بردار ۱۴ عنصری فشرده می‌شود. پس ویژگی های کلاس های اول و دوم هر کدام در یک ماتریس ۶۰ × ۱۴ خلاصه شده است (این دو ماتریس در کد متلب بصورت *VarX1* و *VarX2* نام گذاری شده اند). حال از سطر های این دو ماتریس (آزمایش ها) میانگین می‌گیریم و μ_1 و μ_2 را به این صورت تعریف می‌کنیم. μ_1 و μ_2 در حقیقت بردار های میانگین ویژگی های کلاس های ۱ و ۲ هستند. سپس ماتریس های A و B را بصورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$A = (\mu_1 - \mu_2)(\mu_1 - \mu_2)^T \quad , \quad B = \Sigma_1 + \Sigma_2$$

$$\Sigma_1 = \frac{1}{60}\sum_{n=1}^{60}(VarX1(:,n) - \mu_1)^2\,, \qquad \Sigma_2 = \frac{1}{60}\sum_{n=1}^{60}(VarX2(:,n) - \mu_2)^2\,,$$

سپس این دو ماتریس را به دستور *eig* داده و بردار های ویژه خروجی را نرمالیزه می‌کنیم. سپس این بردار ها را با استفاده از مقادیر ویژه (بزرگ به کوچک) مرتب می‌کنیم. همانطور که در تصویر ۵ مشاهده می‌شود، مقادیر ویژه را باید از اول به آخر مرتب کنیم. پس از مرتب کردن بردار های ویژه متناظر با مقادیر ویژه، اولین بردار ویژه را به عنوان W_{LDA} انتخاب می‌کنیم. این بردار شامل ۱۴ درایه می‌باشد.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	-2.0277e-15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	-1.1953e-15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	-6.9668e-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	-3.8681e-16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	-8.0426e-17	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	-7.6384e-17	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	3.2017e-18	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	2.5333e-17	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	3.0288e-17	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1747e-16	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.7300e-16	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.4343e-16	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.9859e-15	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\boxed{3.7805}$

تصویر ۵ : ترتیب اولیه مقادیر ویژه

در نهایت نیز مرز تشخیص کلاس از روی واریانس داده ها که یک اسکالر است را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\mu^{(1)} = W_{LDA}^T \mu_1 \;, \qquad \mu^{(2)} = W_{LDA}^T \mu_2$$

$$c = \frac{\left(\mu^{(1)} + \mu^{(2)}\right)}{2}$$

تصویر ۶، W_{LDA} را به همراه مقدار این مرز را نشان می‌دهد.

```
Part c.
 WldaT = 0.0059679     0.58353 -0.00089614     0.44357     -0.00856      0.56835      0.59204      0.033593     -0.034873      -0.15757↙
-0.020744     -0.23443     0.052612     0.036014
 c = 2.330653
```

تصویر ۶ : W_{LDA} و مرز طبقه بند *LDA*

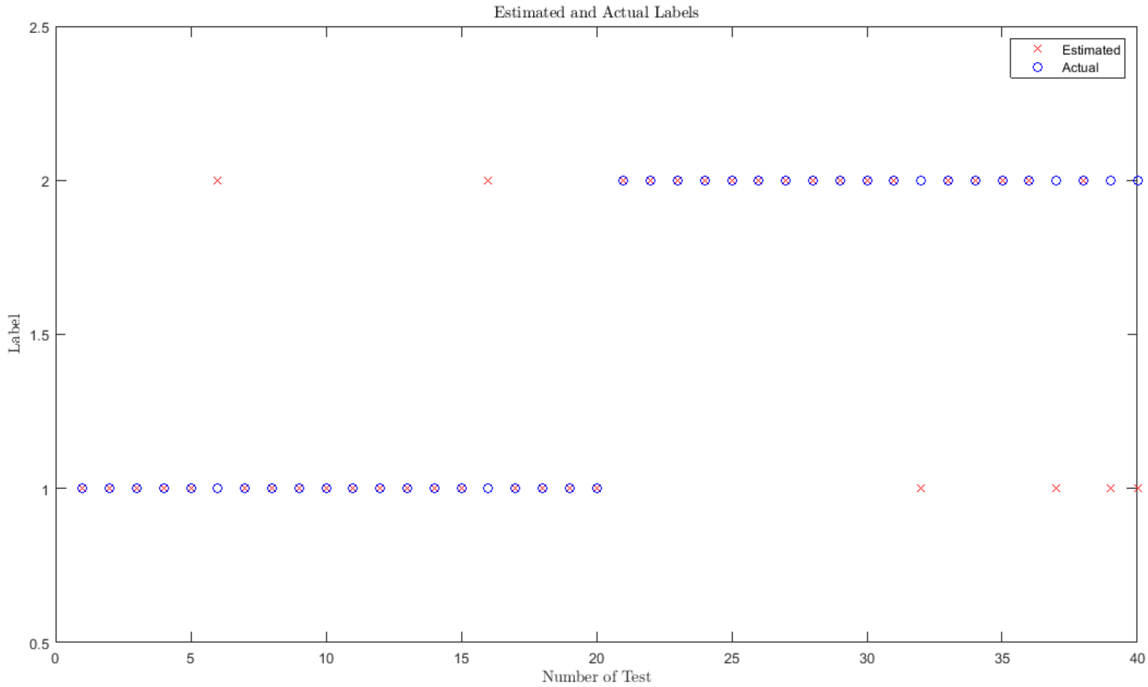
د – در این قسمت ابتدا بردار ویژگی (۱۴ تا واریانس) را برای هر آزمایش از داده های آزمون بدست می‌آوریم. در نتیجه داده های آزمون در یک ماتریس ۴۰ × ۱۴ فشرده می‌شود. سپس این ۴۰ بردار را با استفاده از بردار طبقه بند W_{LDA} به فضای طبقه بندی که یک اسکالر است می‌بریم. با توجه به تصویر ۷ ، چون $\mu^{(1)} > c$ و $\mu^{(2)} < c$ است ، پس در صورتی که عدد اسکالر بدست آمده از مرز بزرگتر باشد، آزمایش مربوط به کلاس اول و در غیر این صورت کلاس دوم می‌باشد.

```
Part d.
 mu2 = 1.358478 < c = 2.330653 < mu1 = 3.302828
```

تصویر ۷ : مقایسه مقادیر $\mu^{(1)}$ ، $\mu^{(2)}$ و c

---

۵ – در نهایت نیز برچسب های واقعی و تخمینی را روی یک نمودار مطابق تصویر ۸ رسم و مقایسه می‌کنیم. همانطور که مشخص است از ۴۰ داده آزمایش، ۳۴ داده به درستی برچسب گذاری شده است که نشان از ۸۵٪ دقت در تخمین دارد.



تصویر ۸ : مقایسه برچسب های واقعی و تخمینی
