

به نام خدا



دانشگاه تهران

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تمرین کامپیوتری ۱

مخابرات بی سیم

دکتر صباغیان

عرفان پناهی ۸۱۰۱۹۸۳۶۹

نیمسال اول ۱۴۰۰-۰۱

فهرست:

*** فایل مربوط به این تمرین کامپیوتری با نام Matlab_810198369.mlx پیوست شده است.

چکیده صفحه ۲ ([لینک](#))

سوال ۱ صفحه ۳ ([لینک](#))

قسمت الف صفحه ۴ ([لینک](#))

قسمت ب صفحه ۴ ([لینک](#))

قسمت ج صفحه ۴ ([لینک](#))

قسمت د صفحه ۴ ([لینک](#))

قسمت ه صفحه ۴ ([لینک](#))

سوال ۲ صفحه ۴ ([لینک](#))

قسمت الف صفحه ۴ ([لینک](#))

قسمت ب صفحه ۴ ([لینک](#))

چکیده: هدف از تمرین کامپیوتری ۱

هدف از انجام این تمرین آشنایی با تأثیرات کانال روی توان دریافتی است. همانطور که در طول درس با این تأثیرات آشنا شدیم می‌توانیم آن‌را به دو دسته تأثیرات مقیاس بزرگ و مقیاس کوچک تقسیم کنیم.

در بخش اول تمرین به بررسی تأثیرات مقیاس بزرگ می‌پردازیم. دو عامل مؤثر در این تأثیرات، تضعیف مسیر (Pathloss) و اثر سایه (Shadowing) است. در این بخش یک ایستگاه پایه در نظر می‌گیریم و نمودارهای توزیع توان دریافتی توسط کاربران و سیگنال به نویز (SNR) برحسب فاصله هر کاربر را رسم می‌کنیم. در نهایت نیز به بررسی احتمال قطع این سیستم مخابراتی می‌پردازیم.

در بخش دوم تمرین تأثیرات مقیاس کوچک را بررسی می‌کنیم. به این منظور یک کانال بی‌سیم چند مسیره را در نظر می‌گیریم و در دو حالت پهن باند و باریک باند پاسخ ضربه کانال را از زوایای مختلف مورد بررسی قرار می‌دهیم.

سوال ۱: آنالیز تأثیرات کانال روی توان سیگنال دریافتی

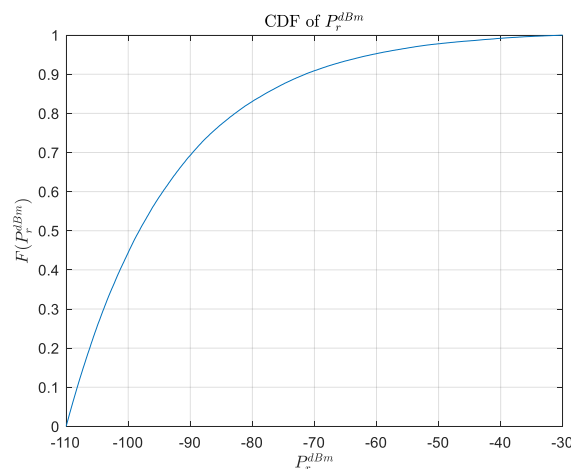
در این قسمت یک ایستگاه پایه (BS) که 10^5 کاربر موبایل در فواصل رندوم $d_0 = 10m \leq d \leq D = 1km = 1000m$ پخش شده است در نظر می گیریم. تلف مسیر را با مدل ساده شده (Simplified Path Loss Model) با توان تلف $n = 4$ تعریف می کنیم. میانگین توان دریافتی در فاصله $d_0 = 10m$ از ایستگاه پایه (BS) برابر $1\mu W$ است. همچنین چگالی توان نویز سفید گوسی جمع شونده در گیرنده $-175 \frac{dBm}{Hz}$ است. (پهنای باند سیگنال (B) را $1MHz$ در نظر می گیریم).

قسمت الف. رسم نمودار توزیع تجمعی (CDF) توان دریافتی برای هر کاربر

در این قسمت از اثر سایه صرف نظر می کنیم. ابتدا فاصله هر کاربر را با توزیع یکنواخت در بازه $10m$ تا $1000m$ تعریف می کنیم و سپس با استفاده از رابطه زیر مقدار توان سیگنال دریافتی هر کاربر را بدست می آوریم.

$$P_r^{dBm} = P_0^{dBm} - 10n \log \left(\frac{d}{d_0} \right)$$

در نهایت با استفاده از دستور `cdfplot()` توزیع تجمعی مقدار توان سیگنال دریافتی را مطابق با تصویر ۱-۱ رسم می کنیم. همانطور که در تصویر نیز مشاهده می شود شیب CDF با افزایش توان دریافتی کاهش می یابد.



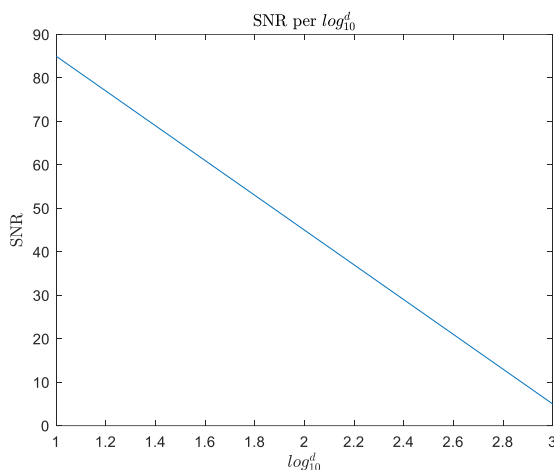
تصویر ۱-۱: نمودار توزیع تجمعی (CDF) توان سیگنال دریافتی برای هر کاربر

قسمت ب. نمودار SNR برحسب فاصله هر کاربر

در این قسمت ابتدا باید توان نویز را بدست آوریم. به این منظور ابتدا چگالی توان نویز $N_0 = -175 \frac{dBm}{Hz}$ را خطی می کنیم $(N_0 = 10^{-\frac{175+30}{10}})$ و سپس با استفاده از رابطه $P_n = \frac{N_0}{2} \times 2B = N_0 B$ بدست می آوریم. در نهایت توان نویز بدست آمده را لگاریتمی می کنیم $(P_n^{dBm} = 10 \log_{10} P_n + 30)$ و SNR را با استفاده از رابطه زیر بدست می آوریم.

$$SNR = p_r^{dBm} - p_n^{dBm}$$

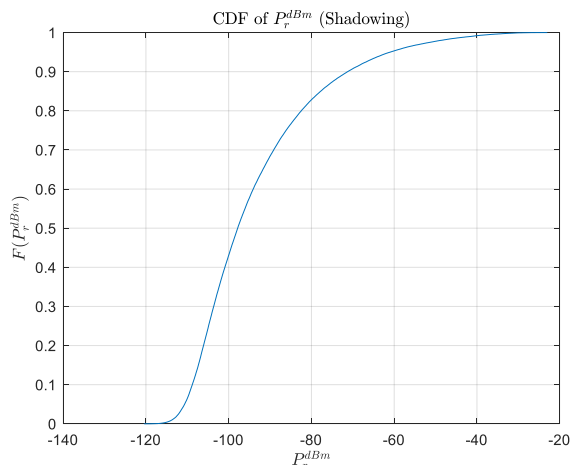
در نهایت نیز نمودار SNR را برحسب فاصله هر کاربر $(\log_{10} d)$ مطابق با تصویر ۱-۲ رسم می‌کنیم. همانطور که در تصویر مشاهده می‌شود، با افزایش فاصله از ایستگاه پایه، SNR به صورت خطی کاهش می‌یابد که این موضوع به دلیل تضعیف مسیر است که با افزایش طول مسیر به صورت خطی افزایش می‌یابد. (مدل Path-loss)



تصویر ۱-۲: نمودار SNR را برحسب فاصله هر کاربر $(\log_{10} d)$

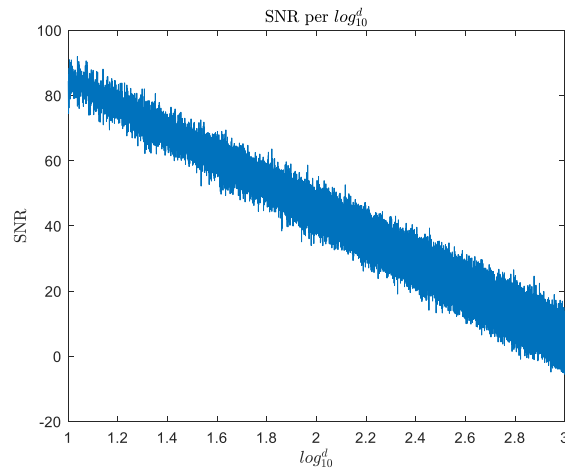
قسمت ج. در نظر گرفتن اثر سایه

در این قسمت می‌خواهیم اثر سایه را با استفاده از مدل log-normal اضافه کنیم. به این منظور در مقیاس لگاریتمی یک متغیر تصادفی گوسی به طول تعداد کاربران با انحراف معیار $\sigma = 5$ و میانگین صفر تعریف می‌کنیم و آنرا به توان دریافتی هر کاربر اضافه می‌کنیم. در نهایت مشابه با قسمت الف نمودار توزیع تجمعی توان دریافتی هر کاربر را رسم می‌کنیم. تصویر ۱-۳ نمودار توزیع تجمعی توان دریافتی هر کاربر را نشان می‌دهد.



تصویر ۱-۳: نمودار توزیع تجمعی (CDF) توان سیگنال دریافتی برای هر کاربر با در نظر گرفتن اثر سایه

حال مطابق با قسمت ب نمودار SNR برحسب فاصله هر کاربر را این بار در حضور اثر سایه رسم می‌کنیم. تصویر ۴-۱ این نمودار را نشان می‌دهد.



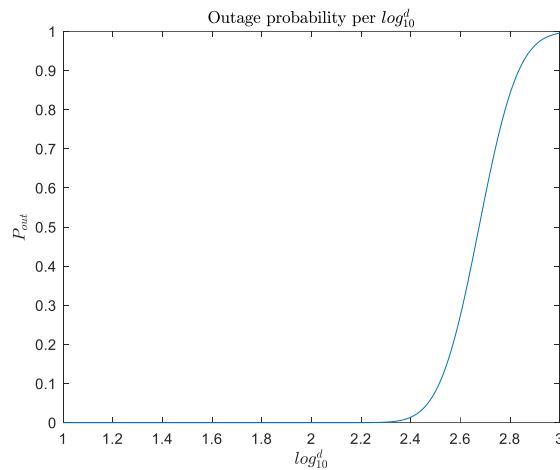
تصویر ۴-۱: نمودار SNR را برحسب فاصله هر کاربر ($\log_{10} d$) در حضور اثر سایه

قسمت د. نمودار احتمال خاموشی برحسب فاصله هر کاربر

در این قسمت فرض می‌کنیم حداقل SNR لازم در گیرنده برای خاموش نبودن سیستم برابر $SNR_{min} = 18dB$ باشد. ابتدا رابطه احتمال خاموشی را بدست می‌آوریم.

$$\begin{aligned}
 P_{out} &= \Pr(SNR < SNR_{min}) = \Pr(P_r^{dBm} - P_n^{dBm} < SNR_{min}) \\
 &= \Pr\left(P_0^{dBm} - 10n\log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) + X^{dB} - P_n^{dBm} < SNR_{min}\right) \\
 &= \Pr\left(X^{dB} < SNR_{min} + P_n^{dBm} + 10n\log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) - P_0^{dBm}\right) \\
 &= Q\left(\frac{P_0^{dBm} - 10n\log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) - SNR_{min} - P_n^{dBm}}{\sigma_X}\right) \\
 &\rightarrow P_{out} = Q\left(\frac{P_0^{dBm} - 10n\log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) - SNR_{min} - P_n^{dBm}}{\sigma_X}\right)
 \end{aligned}$$

حال با استفاده از رابطه بدست آمده، نمودار احتمال قطع برحسب فاصله هر کاربر تا ایستگاه پایه را مطابق با تصویر ۵-۱ رسم می‌کنیم. همانطور که در تصویر مشاهده می‌شود هر چقدر فاصله کاربر تا ایستگاه پایه بیشتر باشد، احتمال قطع نیز بیشتر می‌شود.



تصویر ۱-۵: نمودار احتمال قطع برحسب فاصله هر کاربر تا ایستگاه پایه

مقایسه با نمودار CDF قسمت ج: در حقیقت نمودار CDF بیانگر این است که احتمال اینکه توان دریافتی یک آستانه کم‌تر باشد چقدر است. نمودار احتمال خاموشی بیانگر این است که به چه احتمالی در یک فاصله خاص توان دریافتی از آستانه کم‌تر می‌شود. پس با استفاده از نمودار CDF توان دریافتی می‌توانیم احتمال اینکه توان دریافتی از یک آستانه کم‌تر باشد را بدست آوریم و سپس با نمودار احتمال خاموشی، فاصله‌ای که در آن توان دریافتی از آستانه مشخص شده کم‌تر می‌شود را مشخص کنیم. برای مثال با استفاده از نمودار احتمال قطع با نمودار CDF قسمت ج می‌خواهیم شعاع پوشش ایستگاه پایه را به دست آوریم و در نهایت آن را با محاسبات قسمت ه مقایسه کنیم.

با توجه به تصویر ۱-۶ توان نویز بدست آمده برابر $P_n^{dBm} = -115dBm$ است.

Pn	3.1623e-15
Pn_dBm	-115

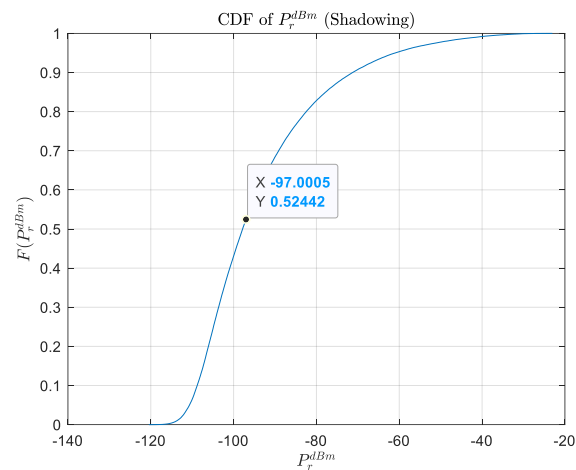
تصویر ۱-۶: توان نویز برحسب dBm

حال با محاسبات زیر می‌خواهیم توان دریافتی که به ازای آن $SNR = SMR_{min}$ می‌شود را بدست آوریم.

$$SNR = P_r^{dBm} - P_n^{dBm} = SNR_{min} \rightarrow P_{r_{min}}^{dBm} = 18 - 115 = -97dBm$$

با استفاده از نمودار CDF مقدار توان دریافتی احتمال اینکه توان دریافتی کم‌تر از $P_{r_{min}}^{dBm} = -97dBm$ باشد را بدست می‌آوریم.

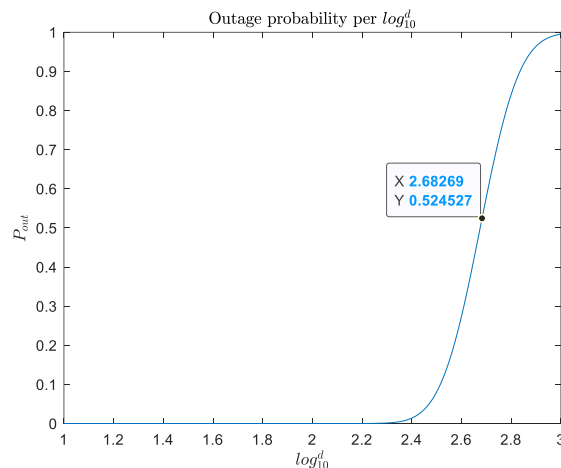
مطابق با تصویر ۱-۷ این مقدار تقریباً برابر با $F(P_{r_{min}}^{dBm}) = 0.524$ خواهد بود.



تصویر ۷-۱: محاسبات $F(P_{r_{min}}^{dBm})$

حال روی نمودار احتمال خاموشی برحسب فاصله (تصویر ۷-۱) فاصله‌ای که در آن توان دریافتی کمتر از $P_{r_{min}}^{dBm} = -97dBm$ باشد، را بدست می‌آوریم. همانطور که در تصویر ۸-۱ مشاهده می‌شود، این فاصله $\log_{10} d = 2.68$ می‌باشد.

$$\log_{10} d = 2.68 \rightarrow d = 10^{2.68269} \cong 478m$$



تصویر ۸-۱: محاسبه فاصله‌ای که در آن توان دریافتی کمتر از $P_{r_{min}}^{dBm} = -97dBm$ باشد

قسمت ۵. محاسبه مساحت تحت پوشش ایستگاه پایه

در این قسمت می‌خواهیم با دو روش (شبیه‌سازی و تئوری) مساحت تحت پوشش ایستگاه پایه را بدست آورده و نتایج آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. به این منظور در روش شبیه‌سازی از اثر سایه صرف نظر می‌کنیم و در روش تئوری از روابط گفته شده در صورت تمرین استفاده می‌کنیم تا ناحیه پوشش را بدست آوریم.

روش اول: شبیه سازی

در این روش همانطور که اشاره شد از اثر سایه صرف نظر می کنیم. سپس فاصله ای از ایستگاه پایه که در آن $SNR = SNR_{min}$ شده است را بدست می آوریم. تصویر ۹-۱ مساحت پوشش (S) و ناحیه پوشش (C) ایستگاه پایه را نشان می دهد.

```
S_simulation = pi*(d_cover^2-d0^2)
S_simulation = 7.0295e+05
C_simulation = S_simulation / (pi*D^2)
C_simulation = 0.2238
```

تصویر ۹-۱: مساحت پوشش (S) و ناحیه پوشش (C) ایستگاه پایه با شبیه سازی

* همانطور که در تصویر ۱۰-۱ مشاهده می شود، شعاع پوشش ایستگاه پایه $473m$ بدست آمده است که تقریباً با محاسبات انتهایی بخش د برابر است و آن را تأیید می کند.

d0	10
d_cover	473.1344
d_max	1000000.1 double

تصویر ۱۰-۱: شعاع پوشش ایستگاه پایه (برحسب m)

روش دوم: تئوری

در این روش از روابط زیر برای بدست آوردن ناحیه پوشش (C) و در نهایت مساحت پوشش (S) استفاده می کنیم.

$$a = \frac{P_{r,min} - P_r(D)}{\sigma}, \quad b = \frac{10n \log_{10}(e)}{\sigma}$$

$$C = Q(a) + \exp\left(\frac{2 - 2ab}{b^2}\right) Q\left(\frac{2 - ab}{b}\right)$$

$$P_r(D) = P_0 - 10n \log_{10}\left(\frac{D}{d_0}\right)$$

$$S = \pi D^2 C$$

$$\begin{cases} e = \text{Neper Number} \\ P_{r,min} = \text{Minimum Received Power} \\ D = \text{Maximum Radius} \\ S = \text{Coverage Area} \end{cases}$$

تصویر ۱۱-۱ مساحت پوشش (S) و ناحیه پوشش (C) ایستگاه پایه را با استفاده از روابط بالا نشان می دهد.

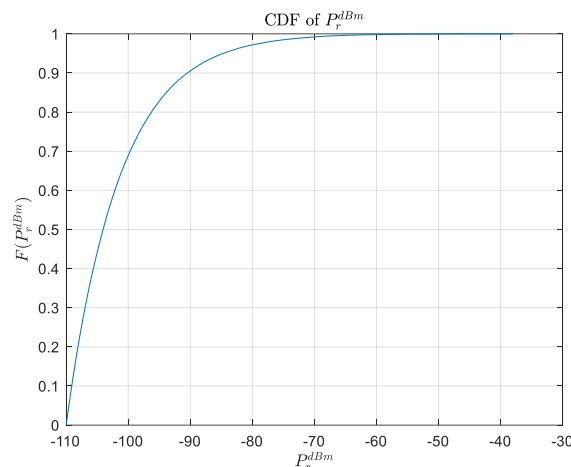
```
S_theoretical = pi*D^2*C
S_theoretical = 8.2688e+05
C_theoretical = C
C_theoretical = 0.2632
```

تصویر ۱۱-۱: مساحت پوشش (S) و ناحیه پوشش (C) ایستگاه پایه با محاسبات تئوری

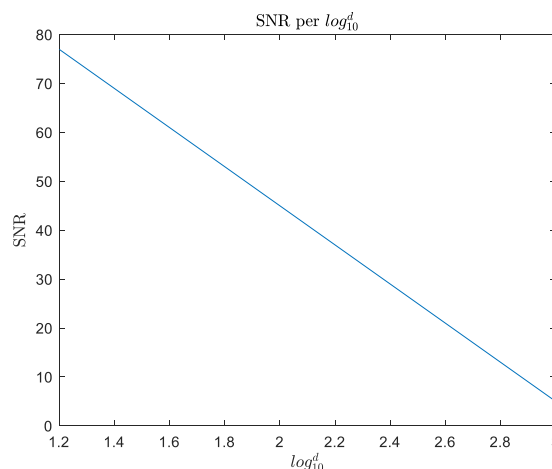
مقایسه نتایج: همانطور که در تصاویر ۹-۱ و ۱۱-۱ مشاهده می شود، ناحیه پوشش دو روش تقریباً یکسان است. وجود اختلاف در نتایج را می توان با این موضوع توجیح کرد که در روش اول از اثر سایه صرف نظر کردیم اما در روش دوم آن را در نظر گرفتیم. نکته قابل توجه در پیاده سازی های انجام شده این است که در ابتدا فاصله هر کاربر تا ایستگاه پایه را یک توزیع یکنواخت در نظر گرفتیم. اما در واقعیت با افزایش فاصله از ایستگاه پایه تعداد کاربران در یک شعاع خاص باید افزایش یابد. به عبارت دیگر تعداد کاربران در شعاع $500m$ باید بیشتر از شعاع $100m$ باشد (این موضوع با محاسبه محیط دو دایره قابل توجیح است).

راه حل: برای رفع این مشکل می توانیم برای هر کاربر یک مختصات X و Y تعریف کنیم که $d = \sqrt{X^2 + Y^2}$ فاصله هر کاربر تا ایستگاه پایه را نشان می دهد. در حقیقت مختصات X هر کاربر از مختصات Y آن مستقل است و این موضوع درستی فرض را تأیید می کند.

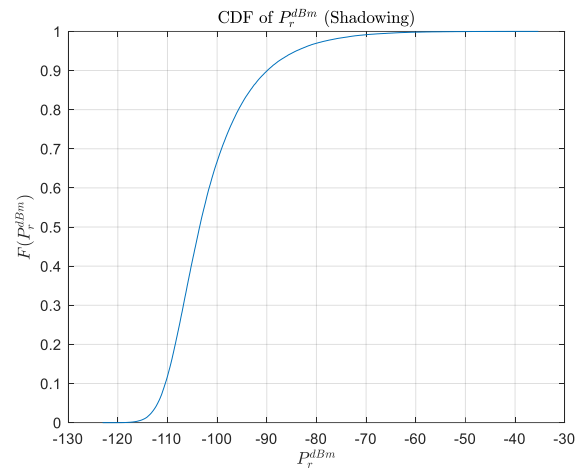
تصاویر ۱۳-۱ تا ۱۹-۱ خروجی های مربوط به این دیدگاه را نشان می دهد.



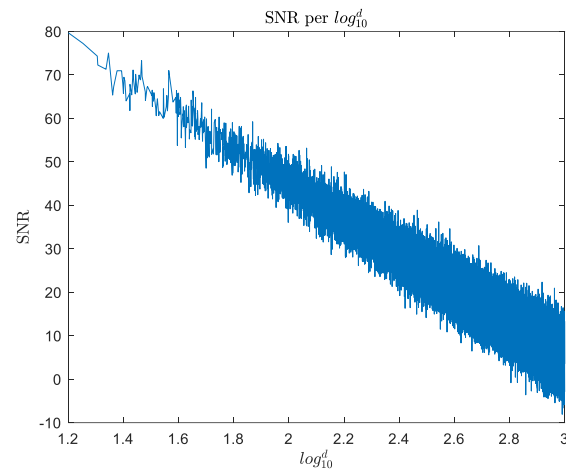
تصویر ۱۳-۱: نمودار توزیع تجمعی (CDF) توان سیگنال دریافتی برای هر کاربر



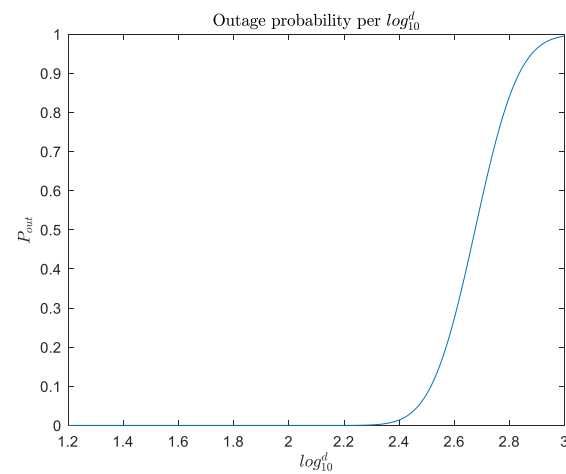
تصویر ۱۴-۱: نمودار SNR را بر حسب فاصله هر کاربر ($\log_{10} d$)



تصویر ۱-۱۵: نمودار توزیع تجمعی (CDF) توان سیگنال دریافتی برای هر کاربر با در نظر گرفتن اثر سایه



تصویر ۱-۱۶: نمودار SNR را برحسب فاصله هر کاربر ($\log_{10} d$) در حضور اثر سایه



تصویر ۱-۱۷: نمودار احتمال قطع برحسب فاصله هر کاربر تا ایستگاه پایه

```
S_simulation = pi*(d_cover^2-d0^2)
S_simulation = 7.0296e+05
C_simulation = S_simulation / (pi*D^2)
C_simulation = 0.2238
```

تصویر ۱-۱۸: مساحت پوشش (S) و ناحیه پوشش (C) ایستگاه پایه با شبیه سازی

```
S_theoretical = pi*D^2*C
S_theoretical = 8.2688e+05
C_theoretical = C
C_theoretical = 0.2632
```

تصویر ۱-۱۹: مساحت پوشش (S) و ناحیه پوشش (C) ایستگاه پایه با محاسبات تئوری

سوال ۲: آنالیز کانال بی سیم چند مسیره

در این سوال قصد داریم یک کانال بی سیم چند مسیره را پیاده سازی کنیم. به این منظور فرض می کنیم ۱۵ سیگنال به صورت خوشه از ۱۵ مسیر مختلف با زوایای ۰ تا $\frac{\pi}{2}$ (با توزیع یکنواخت) دریافت می شود. هر مسیر را با یک کانال محوشونده ریلی با تأخیر τ (توزیع یکنواخت از $1\mu s$ تا $10\mu s$) مدل می کنیم که متوسط توان آن برابر با $2\sigma^2 = 10^{-3}\tau^{-4}$ تعریف می شود. (τ برحسب μs است). همچنین در این کانال یک کاربر متحرک با سرعت $v = 30 \frac{m}{s}$ در نظر می گیریم. فرکانس حامل را $f_c = 3GHz$ در نظر می گیریم.

با توجه به ماهیت مسئله در ابتدا تئوری پاسخ ضربه کانال را بررسی می کنیم.

$$r(t) = Re \left\{ \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) \delta(\tau - \tau_i(t)) \exp \left(j(2\pi f_c(\tau - \tau_i(t)) + \phi_{D_i}(t)) \right) \right\}$$

شیفت داپلری مسیر i ام: (متحرک با سرعت $30 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است).

$$\phi_{D_i}(t) = \int 2\pi f_{D_i}(t) dt = 2\pi f_{D_i}(t) \Delta t = 2\pi f_{D_i}(t)$$

$$f_{D_i}(t) = \frac{v}{\lambda} \cos(\theta_i(t))$$

$$\lambda = \frac{c}{f_c}$$

شیفت فازی مسیر i ام در حالت کلی:

$$\phi_i(t) = 2\pi f_c \tau_i(t) - \phi_{D_i}(t)$$

پاسخ ضربه ساده شده کانال:

$$r(t) = Re \left\{ \underbrace{\sum_{i=1}^N \alpha_i(t) \exp(-\phi_i(t)) \delta(\tau - \tau_i(t))}_{\text{سیگنال معادل پایه}} \exp(j2\pi f_c \tau) \right\}$$

$$h(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) \exp(-\phi_i(t)) \delta(\tau - \tau_i(t))$$

قسمت الف. کانال پهن باند

در این بعد از تعریف توزیع های θ و τ با استفاده از متوسط توان کانال محوشونده، توزیع ریلی $\alpha_i(t)$ را بدست می آوریم. به این منظور از دستور `raylrnd()` استفاده می کنیم که آرگومان ورودی آن σ است و به صورت زیر محاسبه می شود.

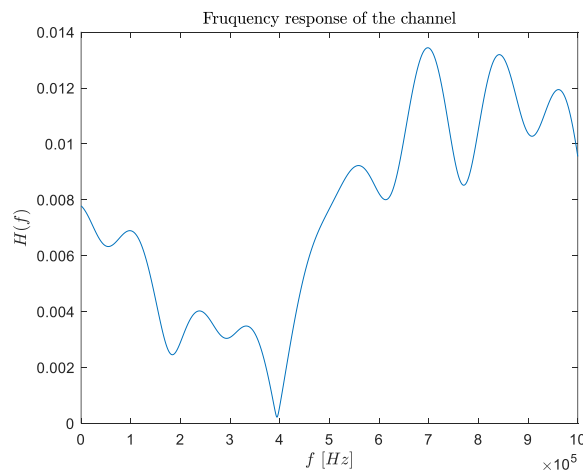
$$2\sigma^2 = 10^{-3}\tau^{-4} \rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{10^{-3}\tau^{-4}}{2}}$$

با توجه به اینکه فرکانس نمونه برداری برای ما مشخص نیست، در محیط MATLAB مستقیماً پاسخ فرکانسی سیستم را وارد می کنیم.

$$h(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) \exp(-\phi_i(t)) \delta(\tau - \tau_i(t))$$

$$\xrightarrow{\mathcal{F}} H(f) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) \exp(-\phi_i(t)) \exp(-2\pi f \tau_i(t))$$

حال پاسخ فرکانسی را در بازه 0 تا 1MHz رسم می کنیم. تصویر ۱-۲ این نمودار را نشان می دهد. همانطور که در این تصویر مشاهده می شود، پاسخ فرکانسی کانال در هر فرکانس مقدار مجزایی دارد و به عبارت دیگر کانال Frequency selective است که از پهن باند بودن کانال چند مسیره نتیجه می شود. همچنین به دلیل ماهیت تصادفی متغیرها در مسئله، با هر بار اجرا پاسخ فرکانسی کانال متفاوت خواهد شد.



تصویر ۱-۲: پاسخ فرکانسی کانال چند مسیره در بازه 0 تا 1MHz

قسمت ب. کانال باند باریک

در این قسمت کانال را باریک باند در نظر می گیریم. به عبارت دیگر تمام ضربه ها را در یک پالس دریافت می کنیم. تئوری مسئله در این حالت به صورت زیر می شود.

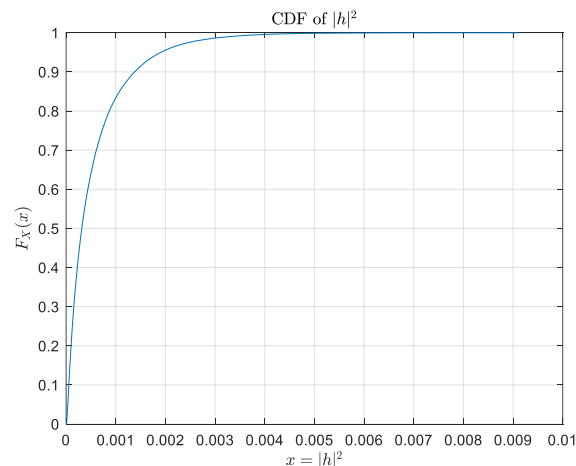
$$h(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i(t) \exp(-\phi_i(t))$$

$$\phi_i(t) = 2\pi f_c \tau_i(t) - \phi_{D_i}(t)$$

$$\phi_{D_i}(t) = \int 2\pi f_{D_i}(t) dt = 2\pi f_{D_i}(t) \Delta t = 2\pi f_{D_i}(t)$$

$$f_{D_i}(t) = \frac{v}{\lambda} \cos(\theta_i(t)) , \quad \lambda = \frac{c}{f_c}$$

در ادامه مشابه با قسمت الف، توزیع های τ و θ را تعریف می کنیم و با استفاده از آن توزیع ریلی α را بدست می آوریم. تمامی این مراحل را 10^5 مرحله تکرار می کنیم و اندازه پاسخ ضربه کانال ($|h|^2$) در هر مرحله را بدست آورده و آن را ذخیره می کنیم. در نهایت توزیع CDF توزیع $|h|^2$ (تصویر ۲-۲) و میانگین آن ($E\{|h|^2\}$) (تصویر ۳-۲) را بدست می آوریم. همانطور که در تصویر ۲-۲ مشاهده می شود، توزیع $|h|^2$ ، که همان توزیع α^2 است (چون ترم ϕ_i در اندازه بی تأثیر بوده)، نمایی است.

تصویر ۲-۲: توزیع تجمعی $|h|^2$

```
E_h2 = mean(h2)
```

```
E_h2 = 5.5632e-04
```

تصویر ۳-۲: میانگین توزیع $|h|^2$ (متوسط توان کانال)

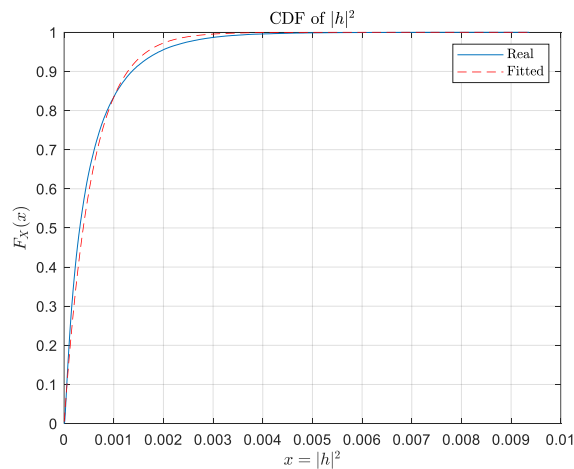
نکته: اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع رایلی در بازه با پارامتر b باشد، آن گاه متغیر تصادفی X^2 توزیع نمایی با پارامتر $2b^2$ خواهد داشت. (مرجع)

با توجه به اینکه توزیع α رایلی با پارامتر σ است، در نتیجه توزیع $|h|^2 \equiv |\alpha|^2$ نمایی با پارامتر $2\sigma^2$ خواهد بود. همانطور که می دانیم پارامتر توزیع نمایی $\lambda = \frac{1}{\mu}$ است. در نتیجه این پارامتر به صورت زیر تعریف می شود.

$$\lambda = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{E\{h^2\}}$$

$$2\sigma^2 = \frac{1}{E\{h^2\}} \rightarrow E\{h^2\} = \frac{1}{2\sigma^2} = \frac{1}{10^{-3}\tau^{-4}} = 1000\tau^4$$

به این ترتیب می توانیم یک CDF یک توزیع نمایی $(1 - e^{-\frac{h^2}{E\{h^2\}}})$ را به CDF توزیع h^2 فیت کنیم تا متوجه میزان شباهت این دو توزیع شویم.



تصویر ۲-۴: توزیع تجمعی $|h|^2$ به همراه منحنی fit شده نمایی