



دانشگاه صنعتی شریف  
مهندسی برق

پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد  
مهندسی پزشکی

عنوان:

کاهش نرخ نمونه برداری MRI

نگارش:

محمد رضیئی فیجانی

استاد راهنما:

دکتر بیژن وثوقی وحدت

شهریور ۱۳۹۹

اللهُ أَكْبَرُ

# فهرست مطالب

۱	پیش زمینه تحقیق	۸
۱-۱	ساختار تصویربرداری MRI	۸
۱-۱-۱	تاریخچه	۸
۱-۱-۲	خطرات MRI	۹
۱-۱-۳	تولید کنندگان بزرگ دستگاه MRI	۱۰
۱-۱-۴	زبان فنی MRI	۱۲
۱-۱-۵	بررسی مفهوم اسپین	۱۳
۱-۱-۶	سیگнал FID و آزادسازی	۲۵
۱-۱-۷	گرادیان	۲۸
۱-۱-۸	k-space	۳۳
۱-۱-۹	مطالعه بیشتر	۳۵
۱-۲	یادگیری عمیق	۳۶
۱-۳	حسگری فشرده	۳۶
۱-۴	آشنایی با فرمتهای ذخیره سازی	۳۷
۱-۴-۱	ismrmrd	۳۷
۲	مرواریدیات	۳۸

۳۸	۱-۲ مقدمه
۳۹	۲-۲ روش‌های متداول پردازش سیگنال
۴۰	۳-۲ تصویربرداری موازی
۴۳	۱-۳-۲ روش‌های تصویربرداری موازی
۴۴	۴-۲ حسگری فشرده
۴۴	۱-۴-۲ معرفی روش ALOHA
۴۴	۵-۲ یادگیری عمیق
۴۵	۱-۵-۲ استفاده از اتوانکدور در حوزه‌ی k-space
۴۹	۳ طراحی آزمایشات
۴۹	۱-۳ آماده سازی
۵۰	۲-۳ دادگان آزمایش
۵۷	۴ نتایج
۵۸	۵ جمع‌بندی

# فهرست شکل‌ها

۱۰	تصویر سازندگان اصلی دستگاه تصویربرداری MRI	۱-۱
۱۱	تصویری از آرشیو اداره ثبت اختراعات آمریکا که متعلق به ریموند دامادیان، دانشمند آمریکایی و یکی از مخترعین سیستم‌های نوین ام آر آی . . .	۲-۱
۱۱	یک دستگاه MRI ساخت شرکت SIEMENS	۳-۱
۱۳		۴-۱
۱۶		۵-۱
۱۶		۶-۱
۱۷		۷-۱
۱۷		۸-۱
۱۸		۹-۱
۱۹		۱۰-۱
۲۲		۱۱-۱
۲۳		۱۲-۱
۲۴		۱۳-۱
۲۵		۱۴-۱
۲۶		۱۵-۱

۲۷	.....	۱۶-۱
۲۸	.....	۱۷-۱
۲۹	.....	۱۸-۱
۲۹	.....	۱۹-۱
۳۰	.....	۲۰-۱
۳۰	.....	۲۱-۱ دوندگان در یک مسیر
۳۰	.....	۲۲-۱
۳۱	.....	۲۳-۱
۳۱	.....	۲۴-۱
۳۲	.....	۲۵-۱ معمای سه کلید و سه لامپ
۳۳	.....	۲۶-۱
۳۶	.....	۲۷-۱
۳۹	.....	۱-۲
۴۰	.....	۲-۲
۴۱	.....	۳-۲
۴۳	.....	۴-۲
۴۳	.....	۵-۲
۴۴	.....	۶-۲
۴۸	.....	۷-۲
۵۰	.....	۱-۳
۵۶	..... تصاویر بازسازی شده از داده خام و نمونه برداری شده کامل	۲-۳

## فهرست جداول

۱۲	..... عبارت مهم در MRI	۱-۱
۱۴	..... بررسی عدد اسپین نسبت به عدد اتمی و جرم اتمی	۲-۱
۱۵	..... بررسی عدد اسپین نسبت به تعداد پروتونها و تعداد نوترونها	۳-۱
۲۱	.....	۴-۱
۲۹	.....	۵-۱
۳۷	.....	۶-۱

# بخش ۱

## پیش زمینه تحقیق

### ۱-۱ ساختار تصویربرداری MRI

#### ۱-۱-۱ تاریخچه

تاریخچه تصویربرداری تشید مغناطیسی<sup>۱</sup> (MRI) تلاش تعداد زیادی از محققانی را شامل می‌شود که پدیده تشید مغناطیسی هسته<sup>۲</sup> (NMR) را کشف کردند. در سال ۱۹۵۰، حصول تصویر یک بعدی MRI توسط هرمن کار<sup>۳</sup> گزارش گردید. پاول لاتربر<sup>۴</sup>، شیمیدان آمریکایی با کار بر روی تحقیقات پیشین، موفق به ابداع روش‌هایی برای تولید تصاویر دو بعدی و سه بعدی MRI گردید. سرانجام وی در سال ۱۹۷۳ اولین تصویر گرفته شده بر اساس تشید مغناطیسی هسته‌ای (NMR) خود را منتشر نمود. اولین تصویر مقطع نگاری از یک موش زنده در ژانویه ۱۹۷۴ منتشر گردید.

از سوی دیگر تحقیقات و پیشرفت‌های مهمی در زمینه تصویربرداری بر اساس تشید مغناطیسی هسته برای نخستین بار در دانشگاه ناتینگهام انگلستان<sup>۵</sup> صورت پذیرفت، جایی که پیتر منسفیلد فیزیکدان برجسته آن مؤسسه با گسترش یک روش ریاضی موفق به کاهش زمان تصویربرداری و افزایش کیفیت تصاویر نسبت به روش بکارگرفته شده توسط لاتربر گردید. در همان زمان در سال ۱۹۷۱ دانشمند

<sup>1</sup>Magnetic Resonance Imaging

<sup>2</sup>Nuclear Magnetic Resonance

<sup>3</sup>Herman Carr

<sup>4</sup>Paul C. Lauterbur

<sup>5</sup>University of Nottingham

آمریکایی ارمنی تبار ریموند دامادیان استاد دانشگاه ایالتی نیویورک در مقاله‌ای که در مجله Science منتشر گردید، اعلام نمود که امکان تشخیص تومور از بافت‌های عادی به کمک تصویربرداری NMR میسر می‌باشد.

سرانجام جایزه نوبل پزشکی سال ۲۰۰۳ به خاطر اختراع ام آر آی به پاول لاتربر از دانشگاه ایلینوی در اوربانا شامپاین و پیتر منزفیلد از انگلستان اعطا گردید. این جایزه به تنها یکی می‌تواند اهمیت این نوع تصویربرداری را نشان دهد.

اما چه عواملی باعث شده‌اند تا این‌قدر MRI بالاهمیت و ویژه باشند؟ تصویربرداری MRI روشنی غیر تهاجمی و نسبتاً امن است.

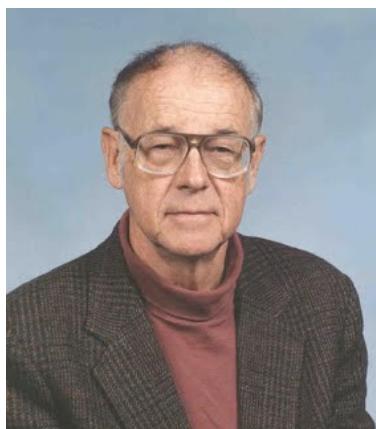
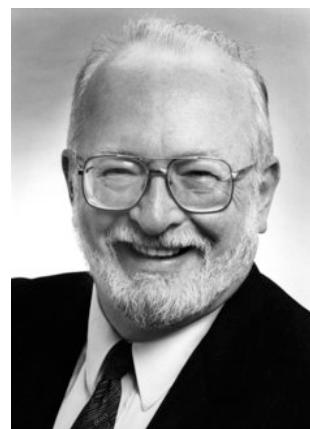
سیستم‌های ام آر آی امروزه غالباً دارای قدرت میدان‌های ۱، ۰/۲، ۱/۵، و ۳ تесلا می‌باشند. در ایالات متحده آمریکا بیمارستان‌ها و مراکز خدمات بهداشتی اجازه استفاده از سیستم‌های تا ۴ تесلا را نیز برای یک بیمار دارند. اما از چهار تesla به بالا صرفاً جنبه و کاربردهای تحقیقاتی دارد.

امروزه بزرگ‌ترین تولیدکننده‌های سیستم‌های ام آر آی شرکت‌های زیمنس (آلمان)، جنرال الکتریک (آمریکا)، توшибیا (ژاپن)، و فیلیپس (هلند) می‌باشند.

## ۱-۲-۱ خطرات MRI

برخلاف سایر دستگاه‌های تصویربرداری مثل اشعه ایکس و سی‌تی اسکن، ام آر آی از تشعشع یونیزه استفاده نمی‌کند. از این ابزار می‌توان برای تصویربرداری از جنین در دوران بارداری استفاده کرد بدون آن که اثری روی آن داشته باشد. اما باز هم این روش ممکن است خطراتی در پی داشته باشد و به همین دلیل جوامع پزشکی استفاده از MRI را در مراحل اولیه تشخیص بیماری توصیه نمی‌کنند. از آنجایی که در فرآیند ام آر آی از مغناطیس قوی استفاده می‌شود هر قطعه فلزی که در بدن وجود داشته باشد مثل ضربان ساز قلب، مفصل مصنوعی، دریچه مصنوعی قلب، حلزون مصنوعی گوش و یا هر نوع صفحه و پیچ و مهره فلزی در بدن ممکن است خطرساز باشد، چون میدان مغناطیسی می‌تواند باعث جابجایی و یا گرم شدن آن قطعه شود.

تعدادی از بیمارانی که از ضربان ساز قلب استفاده می‌کردند طی انجام ام آر آی از دنیا رفتند. بنابراین لازم است تکنولوژیست MRI سوالات لازم را قبل از انجام این فرآیند از بیمار بپرسد. البته بیشتر قطعات فلزی که امروز در ایمپلنت‌های بدن استفاده می‌شوند تحت تأثیر میدان‌های مغناطیسی قرار نمی‌گیرند و

source: <https://is.gd/teAHxS>source: <https://is.gd/HgbMvo>

(ب) تصویر هرمن کار

(آ) تصویر پاول لاتربور

source: <https://is.gd/W7AXIL>

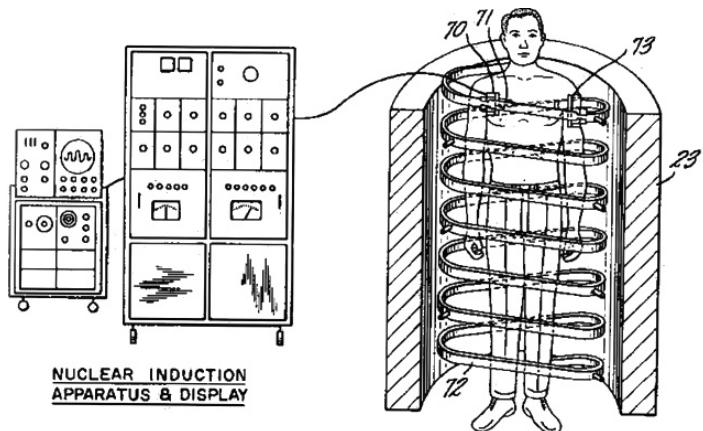
(ج) تصویر Peter-Mansfield

### شکل ۱-۱: تصویر سازندگان اصلی دستگاه تصویربرداری MRI

به اصطلاح MR-Safe هستند. علاوه بر این، هنگام اسکن، دستگاه ام آر آی صدای بدنی تولید می‌کند که ممکن است باعث ناراحتی فرد شود، بنابراین استفاده از حفاظت گوش در طول این فرآیند ضروری است.

### ۱-۳-۱ تولید کنندگان بزرگ دستگاه MRI

دستگاه‌های MRI توسط کمپانی‌های مختلفی در دنیا تولید می‌شوند. هر یکی از این دستگاه‌ها ملاحظاتی دارند که با دیگری متفاوت است. در این قسمت صرفا برای شناخت، تعدادی از فروشنده‌گان دستگاه

source: <https://w.wiki/3STS>

شکل ۱-۲: تصویری از آرشیو اداره ثبت اختراعات آمریکا که متعلق به ریموند دامادیان، دانشمند آمریکایی و یکی از مخترعین سیستم‌های نوین ام آر آی

source: <https://is.gd/q4EXoV>

شکل ۱-۳: یک دستگاه MRI ساخت شرکت SIEMENS

MRI<sup>۶</sup> نام بردۀ می‌شود و وارد جزئیات این تفاوت‌ها نمی‌شویم. شکل ۱-۳ یک دستگاه MRI ساخته شده توسط SIEMENS را نشان می‌دهد.

برخی از مهمترین شرکت‌های تولید کننده دستگاه MRI در زیر لیست شده‌اند.

Toshiba Medical Systems Corporation •

GE Healthcare •

Fujifilm Holdings •

Philips •

Shimadzu Corporation •

Siemens Healthcare •

<sup>6</sup>MR vendors

Hologic •

Carestream Health •

Esaote •

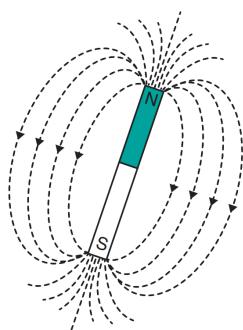
Hitachi Medical Corporation •

## ۱-۱-۴ زبان فنی MRI

در حوزه MRI نیز مانند دیگر شاخه های علوم پزشکی و کلا علوم، زبان و عبارت های خاص خود را دارد. بسیاری از این عبارت ها که با حرف T شروع می شوند ممکن است کمی عجیب و سردم کننده باشد. هرچند در ادامه برخی از آن ها را به تفصیل توضیح خواهیم داد اما در ابتدا یک بار با آن ها در این قسمت آشنا می شویم. جدول ۱-۱ برگرفته شده از [۱۸] این موارد را بیان می کند.

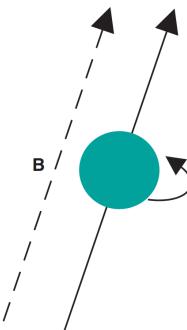
عبارت	توضیحات
T <sub>1</sub>	یکی از مشخصه های یک بافت است که زمان آزادسازی اسپین-لتیس نامیده می شود.
T <sub>2</sub>	یکی از مشخصه های یک بافت است که زمان آزادسازی اسپین-اسپین نامیده می شود.
T <sub>2</sub> *	یکی از مشخصه های بافتی است که در یک میدان مغناطیسی قرار دارد و زمان آزادسازی اسپین-اسپین آشکار نامیده می شود.
PD	یکی از مشخصه های بافت است که چگالی پروتون نامیده می شود (ارتباط نزدیکی با محتوای آبی دارد).
TR	یکی از مشخصه های زمانی اسکن است که زمان تکرار نامیده می شود.
TE	یکی از مشخصه های زمانی اسکن است که زمان وارونگی نامیده می شود.
TI	یکی از مشخصه های زمانی اسکن است که زمان تکرار نامیده می شود.
$\alpha$	یکی از پارامتر های اسکن است که زاویه تکان نیز نامیده می شود.
T <sub>1</sub> w	توصیفی از کانتراست تصویر است که بستگی شدیدی به خاصیت T <sub>1</sub> بافت دارد.
T <sub>2</sub> w	توصیفی از کانتراست تصویر است که بستگی شدیدی به خاصیت T <sub>2</sub> بافت دارد.
T <sub>2</sub> *w	توصیفی از کانتراست تصویر است که بستگی شدیدی به خاصیت T <sub>2</sub> * بافت دارد.
PDw	توصیفی از کانتراست تصویر است که بستگی شدیدی به خاصیت PD بافت دارد.

جدول ۱-۱: عبارت مهم در MRI



doi:10.1002/9781119013068

(ب) مغناطیسی



doi:10.1002/9781119013068

(آ) اسپین

شکل ۱-۴:

## ۱-۱-۵ بررسی مفهوم اسپین

ساختار یک اتم، یکی از اجزای اساسی در آزمایشات تشدید مغناطیسی است. اتم‌ها از سه ذره اصلی<sup>۷</sup> تشکیل شده‌اند: (۱) پروتون، که بار مثبت دارد (۲) نوترون، که بدون بار است (۳) الکترون، که بار الکتریکی منفی دارد. پروتون‌ها و نوترون‌ها در درون هسته اتم قرار گرفته‌اند و الکترون‌ها در خارج هسته به دور آن می‌گردند. همچنین عدد/اتمی<sup>۸</sup> تعداد پروتون‌های یک اتم و جرم/اتمی<sup>۹</sup>، تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها در یک اتم را نشان می‌دهد. اگر دو اتم عدد/اتمی یکسان اما عدد جرمی متفاوت داشته باشند، آن دو اتم را همربیخت یا ایزوتوپ<sup>۱۰</sup> یکدیگر می‌نامند. که خواص شیمیایی مشابهی اما با نرخ‌های متفاوت دارند.

یکی دیگر از خواص هسته‌ها، اسپین<sup>۱۱</sup> یا اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی اسپینی<sup>۱۲</sup> است. هسته‌هایی که حرکت اسپینی دارند همواره حول یک محور در حال گردش هستند. (شکل ۱-۴-آ) حرکت اسپینی را نمایش می‌دهد). تمام عناصر جدول تناوبی<sup>۱۳</sup> بجز آرگون<sup>۱۴</sup> و سریم<sup>۱۵</sup> حداقل یک ایزوتوپ دارند که حرکت اسپینی دارد. از آنجا که این حرکت نقش مهمی در اصول تصویربرداری MRI دارد، بنابراین تقریباً

<sup>7</sup>Fundamental Particles<sup>8</sup>Atomic Number<sup>9</sup>Atomic Weight<sup>10</sup>Isotope<sup>11</sup>Spin<sup>12</sup>Intrinsic Spin Angular Momentum<sup>13</sup>Periodic Table<sup>14</sup>Argon<sup>15</sup>Cerium

تمامی عناصر قابلیت مشاهده شدن در تصویربرداری MRI را دارند. اسپین یکی از خواص کوانتموی هسته است و تعداد محدودی اسپین در طبیعت وجود دارد.

اسپین که با نماد  $I$  و یا  $\Phi$  نمایش می‌دهند، مقدایر کوانتیده‌ای به خود می‌گیرد به طوری که می‌تواند صفر یا یک عدد صحیح (مثل ۱ و ۲ و ۳ و ...) و یا یک عدد صحیح و نصفی (مثل  $1/5$  و  $2/5$  و ... ) باشد. بنابر [۳]، می‌توان جدول ۱-۲ را استخراج نمود که آن را می‌توان به شیوه جدول ۱-۳ برحسب تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها به خاطر سپرد. در حقیقت اتم‌هایی با عدد اتمی یا جرم اتمی فرد دارای اسپین هستند و اگر هردو زوج باشند، نمی‌توان آن‌ها را در تصویربرداری MRI مطالعه نمود.

در تصویربرداری MRI ما بروی هسته‌هایی مرکز هستیم که اسپین آن‌ها  $\frac{1}{2}$  است. به‌طور خاص در تصویربرداری MRI، هسته اتم هیدروژن  $H^1$  (فراوان‌ترین ایزوتوب هیدروژن) و اتم کربن  $C^{12}$  (ایزوتوب کمیاب اما مفید در تصویربرداری) استفاده می‌شود. [۱۲] با توجه به این که فراوان‌ترین ایزوتوب کربن یعنی  $C^{12}$  فاقد اسپین است (چراکه تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن هردو زوج هستند)، بنابراین قابل بررسی در تصویربرداری MRI نیستند. البته عناصر دیگری نیز مانند  $F^{19}$ ،  $Na^{23}$  و  $P^{31}$  نیز در این تصویربرداری حائز اهمیت می‌باشند.

اتم هیدروژن  $H^1$  از آن جهت بسیار اهمیت دارد که اولاً ساختار بسیار ساده‌ای دارد (هسته آن از یک تک پروتون تشکیل شده است) و ثانیاً در ساختمان اصلی آب  $H_2O$  بکار رفته است. بدن هر انسان به طور میانگین، از ۶۰ درصد آب تشکیل شده است. همچنین برخی ارگان‌های بدن حتی تا ۹۰ درصد از آب ساخته شده‌اند. مغز و قلب انسان ۷۳ درصد آب، ریه‌ها ۸۳ درصد، پوست ۶۴ درصد، ماهیچه‌ها و کلیه‌ها ۷۹ درصد و استخوان‌ها ۳۱ درصد آب را شامل می‌شوند. [۱۹] از این رو، اتم هیدروژن نقش تعیین کننده‌ای دارد. از آنجایی که اتم اکسیژن  $O^{16}$  اسپینی ندارد، بنابراین نقشی در تصویربرداری MRI ندارد. با توجه به این که آب در بافت‌های نرم به میزان بیشتری وجود دارد، این نوع تصویربرداری

عدد اسپین	جرم اتمی	عدد اتمی
صفر	زوج	زوج
عدد صحیح	زوج	فرد
عدد صحیح و نصفی	فرد	فرد زوج

جدول ۱-۲: بررسی عدد اسپین نسبت به عدد اتمی و جرم اتمی

عموماً برای تصویربرداری از نواحی دارای بافت نرم مانند مغز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

از آنجایی که درون هسته متشکل از پروتون هاست، بارالکتریکی هسته مثبت است. از این رو، در صورت حرکت دورانی حول محور دوران خود، یک میدان مغناطیسی هم راستا با همان محور دوران، ایجاد می‌کند. جونکه مقدار اندازه اسپین هسته یک مقدار ثابت است این میدان مغناطیسی نیز اندازه ثابتی دارد. بنابراین برای ممان مغناطیسی هسته<sup>۱۶</sup> دو مولفه‌ی مقدار و جهت میدان مغناطیسی می‌توان تعریف کرد. به عبارت دیگر یک هسته دارای اسپین را می‌توان به صورت یک آهنربای میکروسکوپیک ریز درنظر گرفت (شکل ۱-۴-۲). به این آهنرباهای کوچک ایزوکرومات (اسپینی)<sup>۱۷</sup> گفته می‌شود. [۱۸] برای یک پروتون یا همان هسته  $H^1$ ، ممان مغناطیسی  $\mu$  و تکانه زاویه‌ای اسپینی  $\Phi$  با یک ثابت تناسب  $\gamma$  به صورت زیر به یک دیگر مرتبط می‌شوند.

$$\mu = \gamma \cdot \Phi \quad (1-1)$$

که  $\gamma$  در رابطه‌ی بالا نسبت ژایرومغناطیسی<sup>۱۹</sup> نامیده می‌شود و واحد  $\frac{1}{2\pi}$  را عموماً بر حسب (MHz/Tesla) بیان می‌کنند.

در اندازه گیری MR مجموعه‌ای از این میدان‌های مغناطیسی کوچک مورد بررسی قرار می‌گیرد و به صورت تکی به قدری نیستند که بتوان آنها را بررسی نمود. جهت این اسپین‌ها یک مکانیسم تصادافی دارد به طوری که در یک مجموعه هسته دارای اسپین، در صورت عدم حضور میدان خارجی، برایند میدان مغناطیسی حاصل در آن مجموعه صفر است و سیستم در حالت تعادل قرار دارد. (شکل ۱-۵) در واقع تصاویر MRI در ابعاد ماکروسکوپیک ثبت می‌شوند.

<sup>16</sup>Nuclear Magnetic Moment

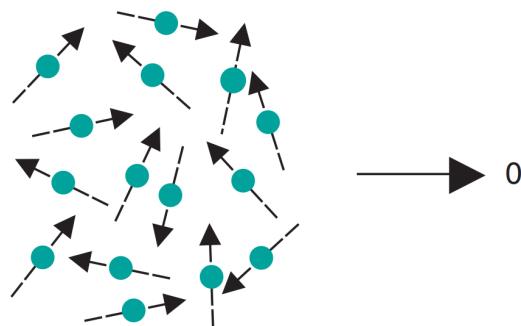
<sup>17</sup>(spin) isochromats

<sup>18</sup>Spin Angular Momentum

<sup>19</sup>Gyromagnetic Ratio

تعداد پروتون	تعداد نوترون	عدد اسپین
زوج	زوج	صفر
فرد	فرد	عدد صحیح
فرد	زوج	عدد صحیح و نصفی
زوج	فرد	

جدول ۱-۳: بررسی عدد اسپین نسبت به تعداد پروتون‌ها و تعداد نوترون‌ها



doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱-۵:

source: [http://www.qorganica.es/QOT/T12/alineamiento\\_e\\_exported/index.html](http://www.qorganica.es/QOT/T12/alineamiento_e_exported/index.html)

شکل ۱-۶:

### پروتون‌ها در یک میدان مغناطیسی خارجی

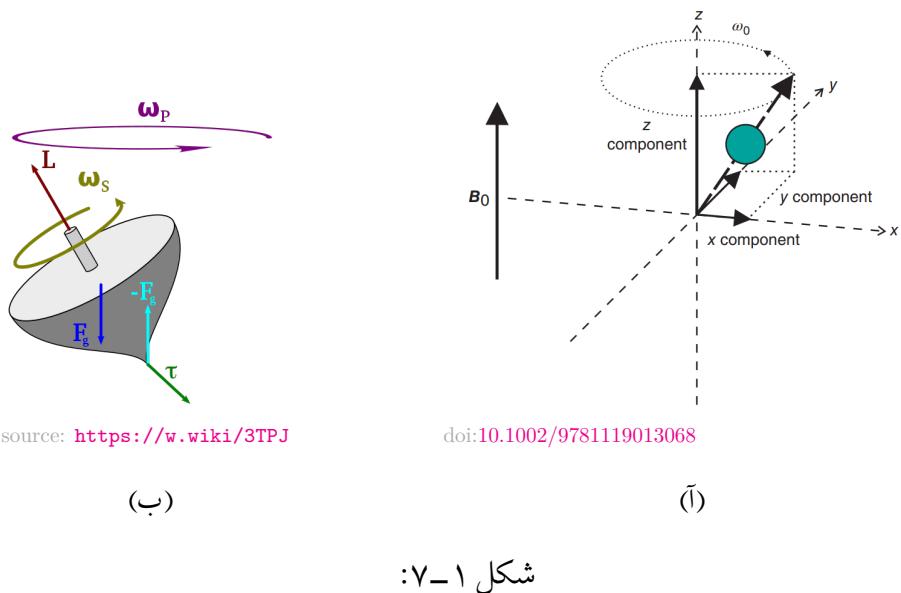
هنگامی که پروتون‌های دارای اسپین در داخل یک میدان مغناطیسی قوی<sup>۲۰</sup> خارجی  $B$  قرار می‌گیرند، دو اتفاق مهم رخ می‌دهد: اولاً ممان‌های مغناطیسی اتم‌ها تمايل پیدا می‌کنند که هم‌جهت یا خلاف جهت<sup>۲۱</sup> قرار بگیرند (شکل ۱-۶(ب)) و ثانیاً وادر می‌شوند که حرکت چرخشی حول راستای میدان مغناطیسی خارجی داشته باشند که به این پدیده حرکت تقدیمی<sup>۲۲</sup> می‌گویند.

همانطور که اشاره شد در اثر یک میدان مغناطیسی خارجی  $B$  تمايل پیدا می‌کنند که ممان‌های مغناطیسی خود را در جهت یا خلاف جهت آن میدان قرار دهند. آن‌هایی که در جهت آن میدان قرار داشته باشند انرژی کمتر و آن‌هایی که در خلاف جهت آن میدان باشند، انرژی بیشتری را دارا می‌باشند.

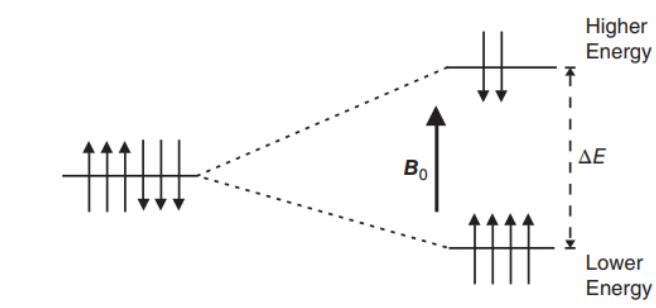
<sup>۲۰</sup> هنگامی که از میدان مغناطیسی قوی صحبت می‌کنیم منظور چیزی حدود حداقل ۱ تسلیا یا ۱۰۰۰ گاوس است.

<sup>۲۱</sup> Parallel or Anti-parallel

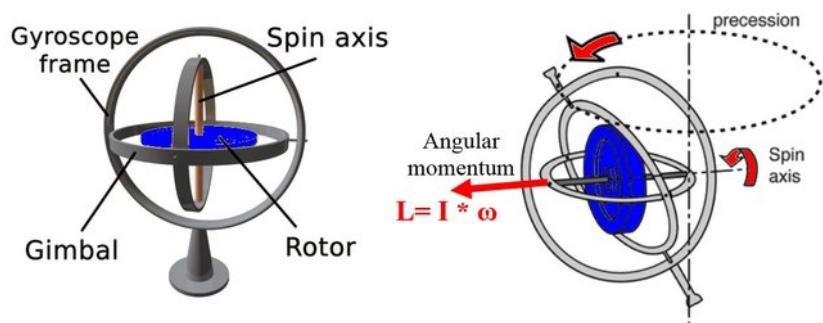
<sup>۲۲</sup> Precession



شکل ۱-۷



شکل ۱-۸:

source: <https://is.gd/T3UkHu>

شکل ۱-۹:

تعداد پروتون های زیادی وجود دارند که در جهت و یا خلاف جهت میدان قرار می‌گیرند و تعداد آن ها تقریبا مشابه هم دیگر است که در حقیقت می‌توان گفت اکثر پروتون ها در اثر این میدان اثر یک دیگر را ختنی می‌کنند اما برایند آن ها صفر نمی‌شود زیرا تعداد آنانی که در جهت میدان قرار می‌گیرند به میزان کمی، بیشتر است که به آن به اصطلاح، اسپین اضافه<sup>۲۳</sup> گفته می‌شود. (شکل ۱-۸) از این رو مقدار ناصفری برای مغناطیس شوندگی شبکه<sup>۲۴</sup> وجود دارد. به عبارت دقیق‌تر، نسبت  $\frac{\text{تعداد خلاف جهت‌ها}}{\text{تعداد کل پروتون‌ها}}$  یک عدد نامنفی بسیار کوچک است. به عنوان مثال، در یک میدان مغناطیسی خارجی  $B = 3\text{T}$  و در دمای اتاق، نسبت مذکور چیزی در حدود  $10^{-5}$  می‌باشد. یعنی از یک میلیون پروتونی که در اختیار داریم تنها ۱۰ تای آنان در اسپین اضافه نقش دارند که آن اسپین اضافه در تولید سیگنال های MR<sup>۲۵</sup> استفاده می‌شوند.

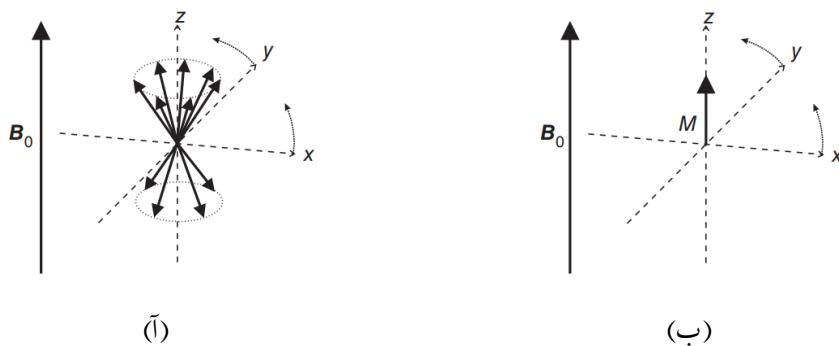
به طور دقیق‌تر تعداد پروتون‌های همجهت ( $N_{\text{down}}$ ) و خلاف جهت میدان ( $N_{\text{up}}$ )، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد.

$$\frac{N_{\text{up}}}{N_{\text{down}}} = e^{\frac{\Delta E}{k_B T}} \quad (2-1)$$

که در این رابطه،  $k_B$  ثابت بولتزمن<sup>۲۶</sup> ( $k_B = ۱۳۸۱۰^{۲۳}\text{JK}^{-1}$ ) و  $\Delta E$  اختلاف این دو سطح انرژی است که در شکل ۱-۸ مشخص شده است و  $T$  نیز دما بر حسب کلوین می‌باشد. مرجع [۱۷] روابط کوانتومی دقیق‌تری را در این رابطه بیان کرده است.

پدیده دومی که در اثر قرار گرفتن یک پروتون در درون یک میدان مغناطیسی بسیار قوی برایش اتفاق

<sup>23</sup>Excess Spin<sup>24</sup>Net Magnitiation<sup>25</sup>MR Signals<sup>26</sup>Boltzmann Constant



doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱-۱۰:

می‌افتد، حرکت تقدیمی نامیده می‌شود. این پدیده را می‌توان به صورت یک ژایروسکوپ (۱-۹) (شکل ۱-۷(ب)) و یا حرکت آشنای یک فرفره در حال گردش (شکل ۱-۷(ب)) در نظر گرفت. اگر یک ژایروسکوپ و یا فرفره در راستای عمودی جهت گیری داشته باشد، بدون تلوتلوخوردن<sup>۲۷</sup> به دور خود می‌چرخد. هنگامی که یک بار محور چرخش ژایروسکوپ از محور عمومی فاصله بگیرد، در اثر میدان مغناطیسی زمین یا همان جاذبه<sup>۲۸</sup> شروع به گردش حول محور عمودی خود با فرکانسی مستقل از فرکانس اسپینی مطابق شکل ۱-۷(ب) می‌کند.

به طورخلاصه دو نوع حرکت برای یک پروتون دارای اسپین در یک میدان مغناطیسی قوی می‌توان تصور کرد.

آ) حرکت اسپینی هسته به دور محور خود و با فرکانس مخصوص خود که آن حرکت، ممان زاویه‌ای اسپینی را تولید می‌کند و آن نیز باعث ایجاد ممان مغناطیسی می‌شود.

ب) حرکت تقدیمی که نوعی تلوتلوخوردن و گردش حول یک محور دیگر و با فرکانسی مستقل می‌باشد.

### مغناطیش شبکه

مغناطیش شبکه و یا مغناطیس شوندگی شبکه<sup>۲۹</sup> موضوع مهم دیگری است که در MRI مطرح می‌شود. مغناطیس شوندگی هر پروتون را می‌توان به عنوان یک بردار درنظر گرفت. مغناطیش شبکه را می‌توان به عنوان برایند آن بردار ها مطابق شکل ۱-۱۰ در نظر گرفت. هر یک از این بردار را می‌توان در راستای میدان به دو مولفه‌ی طولی و عرضی تجزیه نمود. با این مدل‌سازی نیز همان‌طور که پیشتر نیز توضیح داده شد، اکثر مولفه‌هایی هم‌جهت و خلاف جهت، هم‌دیگر را کنسل می‌کنند و تعداد کمی اسپین‌های هم‌جهت باقی می‌مانند که اسپین اضافه نام داشتند. اما موله‌عرضی صفر است. چراکه اسپین پروتون‌ها فاز تصادفی دارند و بنابراین برایند آنان صفر می‌شود. این یعنی مغناطیش شبکه، مولفه‌ای در راستای عرضی ندارد و صرفا در راستای مولفه‌ی طولی یا همان راستای میدان مغناطیسی خارجی  $B_0$  می‌باشد.

(شکل ۱-۱۰(ب))

### فرکانس لامور و پدیده NMR

همانند رابطه‌ی بین تکانه زاویه‌ای اسپینی و ممان مغناطیسی که در رابطه‌ی ۱-۱ بیان شد، رابطه تناسبی دیگری نیز بین فرکانس زاویه‌ای حرکت تقدیمی  $\omega_0$  و میدان مغناطیسی خارجی  $B_0$  با ثابت تناسب ژایرومغناطیسی<sup>۳۰</sup>  $\gamma$  می‌توان استخراج نمود:

$$\omega_0 = \gamma \cdot B_0 \quad \leftrightarrow \quad f_0 = \frac{\gamma}{2\pi} \cdot B_0 \quad (3-1)$$

به عنوان یک مثال، به ازای میدان خارجی  $T = 1T$ ، مقدار  $f_0$  برابر  $4258\text{MHz}$  می‌شود. این فرکانس در شکل ۱-۷(آ) نیز نشان داده شده است. تساوی بالا به عنوان تساوی لارمور<sup>۳۱</sup> شناخته می‌شود و مهم‌ترین معادله‌ای است که اکثر پدیده‌های مرتبط با MRI را توضیح می‌دهد که از بین آن پدیده‌ها می‌توان به رزونانس مغناطیسی و قسمت‌های تصویربرداری مانند مفهوم میدان گرادیان و نقش آن در تصویربرداری اشاره نمود. ثابت تناسب ژایرومغناطیسی برخی از مهم‌ترین عناصر در کاربرد MRI در جدول ۴-۱ آورده شده است.

<sup>27</sup>Wobbling

<sup>28</sup>Gravity

<sup>29</sup>Net Magnetization

<sup>30</sup>Constant Gyromagnetic Ratio

<sup>31</sup>Larmor Equation

گفته شد که برای وارد کردن یک میدان خارجی  $B$  بر مجموعه ای از پروتون ها تعدادی از آن اسپین ها همجهت با میدان می شوند که انرژی کمتری دارند و تعدادی از آنان نیز خلاف انرژی میدان جهت گیری می کنند که انرژی بیشتری را دارا می باشند و در هردو سطح انرژی <sup>۳۲</sup> دارای حرکت تقدیمی با فرکانس تقدیمی لارمور که از رابطه  $\omega = \gamma B$  ناشی می شود، می باشند و اکثر آن ممان های مغناطیسی هم دیگر را خنثی می کردن و مغناطش شبکه که مقداری کوچک ولی ناصرفی بود را بوجود می آورند.

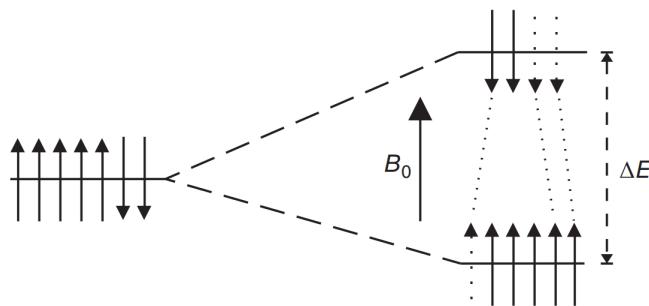
در این هنگام اگر یک سیگنال الکترومغناطیسی RF <sup>۳۳</sup> با همان فرکانس لارمور  $\omega$  به آن تابیده شود، مطابق شکل ۱۱-۱ تعدادی از اسپین هایی که هم جهت با میدان  $B$  و در سطح انرژی پایین تری قرار داشتند، در اثر این تشدید، انرژی آن سیگنال را جذب می کنند و به سطح بالایی انرژی می روند که در این حالت نیز خلاف جهت میدان جهت گیری می کنند. این خاصیت در حقیقت یک ویژگی کوانتمی است

<sup>۳۲</sup>Energy State

<sup>۳۳</sup>RadioFrequency

Element	Isotope	Spin	Natural Abundance	Quadrupole Moment, Q ( $10^{-30} \frac{\text{rad}}{\text{m}^2} \text{A}$ )	Gyromagnetic Ratio ( $10^7 \frac{\text{rad}}{\text{T}\cdot\text{s}}$ )	Common Reference Standard
Hydrogen	$^1_1\text{H}$	$\frac{1}{2}$	100	0	26.75105	$\text{Si}(\text{CH}_3)_4$
	$^2_1\text{H}$ or $^2_1\text{D}$	1	< 0.1	2.8E-3	4.10646	$\text{Si}(\text{CD}_3)_4$
Boron	$^{10}_5\text{B}$	3	19.7	0.08	2.87471	$\text{BF}_3 \cdot \text{OEt}_2$
	$^{11}_5\text{B}$	$\frac{3}{2}$	80.3	0.04	8.58406	$\text{BF}_3 \cdot \text{OEt}_2$
Carbon	$^{13}_6\text{C}$	$\frac{1}{2}$	1.1	0	6.72804	$\text{Si}(\text{CH}_3)_4$
Nitrogen	$^{14}_7\text{N}$	1	99.6	1	1.93297	$\text{CH}_3\text{NO}_2$
	$^{15}_7\text{N}$	$\frac{1}{2}$	0.4	0	-2.71171	$\text{CH}_3\text{NO}_2$
Fluorine	$^{19}_9\text{F}$	$\frac{1}{2}$	100	0	25.18034	$\text{CFCl}_3$
Aluminium	$^{27}_{13}\text{Al}$	$\frac{5}{2}$	100	15	6.97594	$\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ in $\text{D}_2\text{O}$
Silicon	$^{29}_{14}\text{Si}$	$\frac{1}{2}$	4.7	0	-5.3146	$\text{Si}(\text{CH}_3)_4$
Phosphorus	$^{31}_{15}\text{P}$	$\frac{1}{2}$	100	0	10.84015	85% $\text{H}_3\text{PO}_4$
Chlorine	$^{35}_{17}\text{Cl}$	$\frac{3}{2}$	75.5	-7.9	2.62401	$\text{NaCl}$ in $\text{D}_2\text{O}$
	$^{37}_{17}\text{Cl}$	$\frac{3}{2}$	24.5	-6.2	2.18428	$\text{NaCl}$ in $\text{D}_2\text{O}$

source: <http://www.acadiau.ca/~bellis/resources/nmr/isotopes.html>



doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱۱-۱:

که با فیزیک کلاسیک نمی‌توان آن را توجیه کرد و به عنوان وارونه‌سازی جمعیت<sup>۳۴</sup> شناخته می‌شود. در اثر این اتفاق، مغناطیش شبکه نیز دچار تغییر می‌شود. برای بررسی این تغییرات معمولاً ساده‌تر است که دستگاه مختصات جدید  $x'y'z'$  را به شیوه زیر تعریف کنیم:

$$x' = x \cos(\omega_0 t) - y \sin(\omega_0 t) \quad (14-آ)$$

$$y' = x \sin(\omega_0 t) + y \cos(\omega_0 t) \quad (14-ب)$$

$$z' = z \quad (14-ج)$$

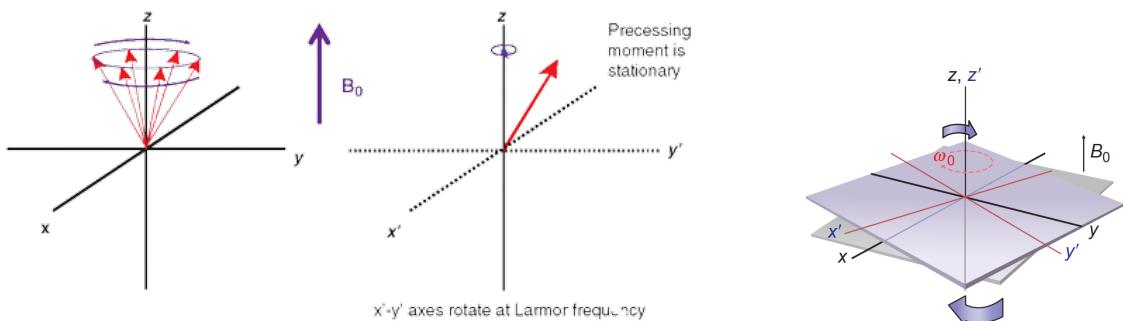
توجه داریم که در تعریف این دستگاه جدید پارامتر  $t$  که همان زمان است، دخیل شده است و این یعنی که دستگاه مختصاتی در طول زمان با همان فرکانس لارمور  $\omega_0$  در حال گردش است که شکل ۱۲-آ(آ) آن را نشان می‌دهد. (محور  $z$  ها در همان راستای میدان  $B$  تعریف شده است). با این تغییر، ممان‌های مغناطیسی گردان، به صورت ایستان<sup>۳۵</sup> مطابق شکل ۱۲-۱(ب) در می‌آیند.

سیگنال RF یک سیگنال با پهنای باند بسیار باریک حول یک فرکانس مرکزی می‌باشد. در طی این فرایند، پروتون‌ها انرژی آن را در فرکانس مشخصی دریافت می‌کنند. با نوشتن روابط کوانتومی در [۱۷]، می‌توان نشان داد که رابطه این فرکانس خاص و میدان  $B$  مجدداً از تساوی لارمور در رابطه‌ی ۱-۳ محاسبه می‌شود و این یعنی آن فرکانس خاص همان  $\omega_0$  است. همچنین اختلاف دو سطح مذکور انرژی نیز از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید که به معادله‌ی موج بروگلی<sup>۳۶</sup> ناشی می‌شود.

<sup>34</sup>Population Inversion

<sup>35</sup>Stationary

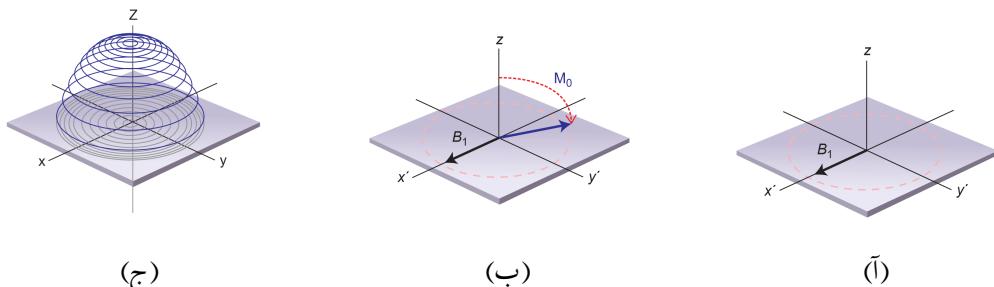
<sup>36</sup>De Broglie's wave equation



(ب)

(ج)

شکل ۱۲-۱:



(ج)

(ب)

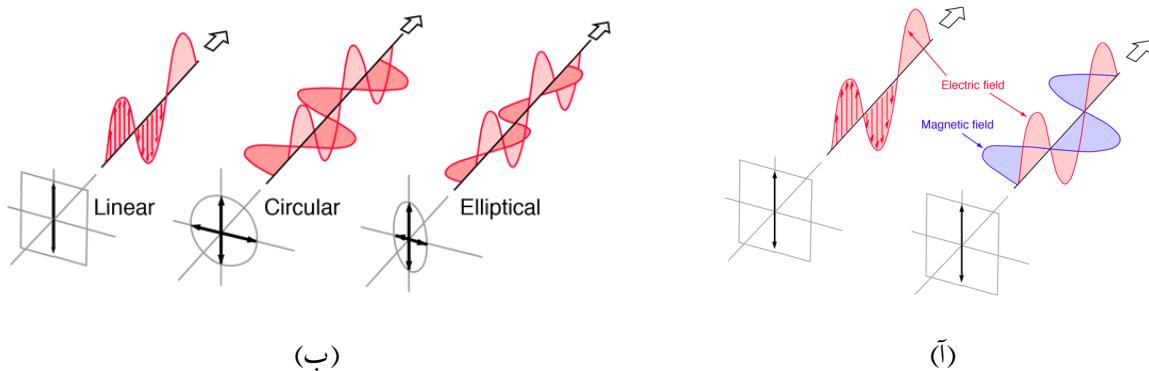
(ج)

$$\Delta E = \hbar\omega_0 = \left(\frac{+1}{2} - \frac{-1}{2}\right)\gamma\hbar B_0 = \gamma\hbar B_0. \quad (5-1)$$

که در آن  $\hbar$  ثابت پلانک<sup>۳۷</sup> با مقدار  $(m^3 kg/s) \times 10^{-34}$  میباشد. بنابراین صرفاً انرژی در این فرکانس  $\omega$  پروتون را بر می انگیزد که از اسپین خود را تغییر دهند و بین سطوح انرژی جابجا شوند. این انرژی کوانتیده به عنوان انرژی جذب رزونانسی و یا تشدیدی<sup>۳۸</sup> شناخته می شود و فرکانس مربوط به آن را فرکانس تشدید<sup>۳۹</sup> می نامند. از این نکته می توان دلیل نام گذاری MRI و مخصوصاً بخش رزونانسی آن را متوجه شد.

پالس RF توسط یک سیم پیچ فرستنده که بر میدان  $B_0$  عمود است، ایجاد می شود و یک میدان مغناطیسی  $B_1$  که عمود بر میدان  $B_0$  و با فرکانس تشدید لارمور  $\omega$  در حال نوسان است، را ایجاد

<sup>37</sup> Planck's Constant<sup>38</sup> Resonance Absorption Energy<sup>39</sup> Resonant Rrequency



شکل ۱۳-۱:

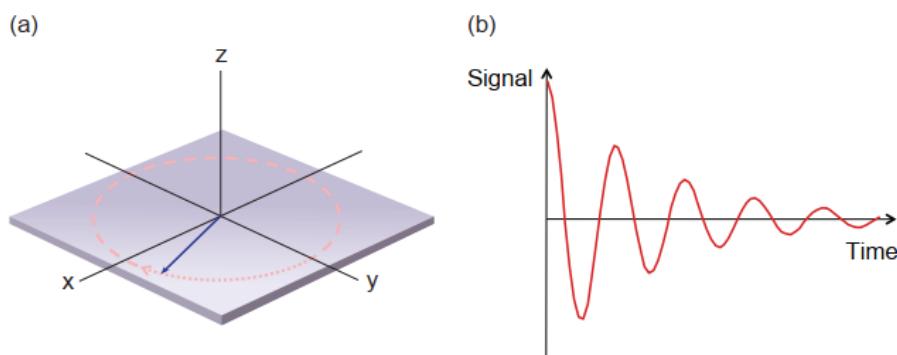
source: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/polclas.html>

می‌کند. بنابراین دیگر موله عرضی  $M$  صفر نمی‌باشد. فرض کنید این میدان جدید  $B_1$  در دستگاه گردان شکل ۱۳-۱ در راستای  $x'$  تعریف شده است. از آنجا که این میدان با فرکانس  $\omega$  در حال نوسان است، در این دستگاه مختصات گردان به صورت ایستان ظاهر می‌شود (شکل ۱۳-۱(آ)) و فرض است که میدان  $B$  نیز در راستای محور  $z$  ها تعریف شده است. این میدان جدید مغناطیش شبکه ( $M_0$ ) را در طول زمان جابجا می‌کند. این جابجایی در دستگاه مختصات گردان، به شکل خیلی ساده حول محور  $x'$  ها و با سرعت ثابت جابجا می‌شود (البته اگر میدان  $B_1$  در طول زمان مقدار ثابتی داشته باشد) که در شکل ۱۳-۱(ب) این جابجایی را از محور  $y'$  را نمایش می‌دهد. این جابجایی را می‌توان بر حسب زمان و براساس زاویه‌ی تکان<sup>۴۰</sup>  $\alpha$  به شکل زیر فرمول بندی کرد.

$$\alpha = \gamma B_1 t_p \quad (6-1)$$

که در آن  $B_1$  اندازه‌ی میدان مغناطیسی سیگنال RF است و  $t_p$  طول زمان اعمال پالس است. اگر پالس RF درست در زمانی که  $M_0$  به صفحه‌ی مولفه‌ی عمودی برسد پایان بیابد،  $\alpha = 90^\circ$  می‌شود و پالس RF یک پالس  $90^\circ$  نامیده می‌شود. اگر قدرت و یا طول مدت اعمال این سیگنال دوبرابر شود، بردار  $M$  دقیقاً  $180^\circ$  می‌چرخد و پالس متناظر با آن را پالس  $180^\circ$  می‌نامند. بنابراین زمان اهمیت ویژه‌ای در اساس کار دستگاه‌های MRI دارد [۱۷]. شکل ۱۳-۱(ج) مسیر حرکت بردار  $M$  را در دستگاه مختصات معمول  $xy$  نشان می‌دهد که مسیری فتری را طی می‌کند. همچنین پالس RF یک اثر مهم دیگری که بر روی اسپین‌ها دارد این است که آن‌ها را هم‌فاز می‌کند. به عبارت دیگر تمام آن‌ها در روی دایره‌ی گردان، به یک نقطه اشاره می‌کنند. شکل ۱۵-۱ خلاصه‌ای از آن‌چه که گفته شد را نشان می‌دهد.

<sup>40</sup>Flip Angle



doi:10.1017/9781107706958.010

شکل ۱-۱:

با جابجایی بردار  $M$  به سمت صفحه‌ی عرضی و حرکت تقدیمی آن به دور محور  $z$  ها یک میدان مغناطیسی نوسانی ایجاد می‌شود که می‌توان آن را توسط ولتاژی که روی یک سیم‌پیچ گیرنده القا می‌کند، اندازه‌گیری نمود. این سیم‌پیچ صرفاً به میدان‌های مغناطیسی عمود بر راستای  $B$  حساس می‌باشد. بنابراین در این هنگام باید سیم‌پیچ فرستنده خاموش شود و در سیم‌پیچ گیرنده ولتاژی القا می‌شود که با فرکانس  $\omega$  تغییر می‌کند. دامنه‌ی این ولتاژ القایی به صورت نمایی به سمت صفر تنها در عرض چند میلی ثانیه میرا می‌شود (شکل ۱-۱<sup>۴۱</sup>) چرا که پروتون‌ها به سرعت نسبت به یک دیگر دیفاراز<sup>۴۲</sup> می‌شوند. این سیگнал القای آزاد میراشونده (FID)<sup>۴۳</sup> نامیده می‌شود [۱۰] که در مورد آن بیشتر صحبت خواهد شد.

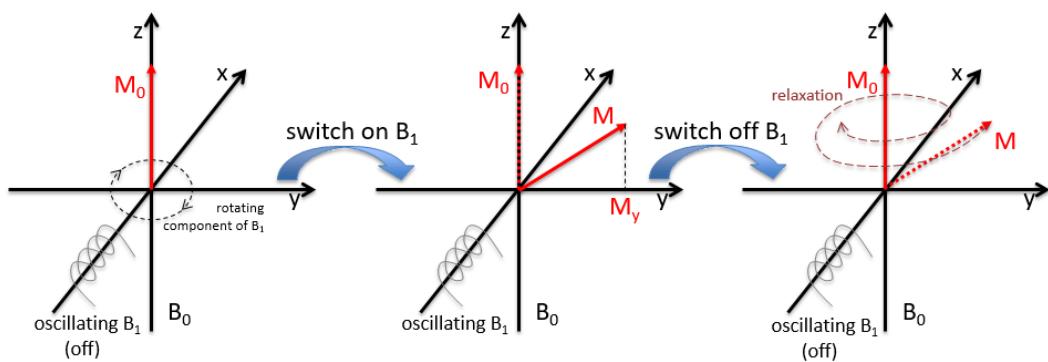
## ۱-۱-۶ سیگنال FID و آزادسازی

به محض آنکه پالس RF قطع می‌شود، پروتون‌هایی که بردار مغناطیسی آن‌ها به سمت صفحه عرضی متمایل شده بود، به نقطه تعادل خود باز گردند. در این آزادسازی<sup>۴۴</sup> دو اتفاق اصلی می‌افتد: (۱) پروتون‌ها انرژی ای را که در فرکانس  $\omega$  جذب کرده بودند را از خود منتشر می‌کنند. (۲) اسپین‌هایی که بعد از اعمال فاز هم‌فاز شده‌اند، فاز خود را از دست می‌دهند و مغناطیش شبکه به محور  $B$  باز می‌گردد و حول آن مانند یک ژیروسکوپ به حرکت تقدیمی می‌پردازد (شکل ۱-۱<sup>۴۵</sup>).

<sup>41</sup>Dephase

<sup>42</sup>Free Induction Decay

<sup>43</sup>Relaxation



source: <https://musculoskeletalkey.com/magnetic-resonance-imaging-2/>

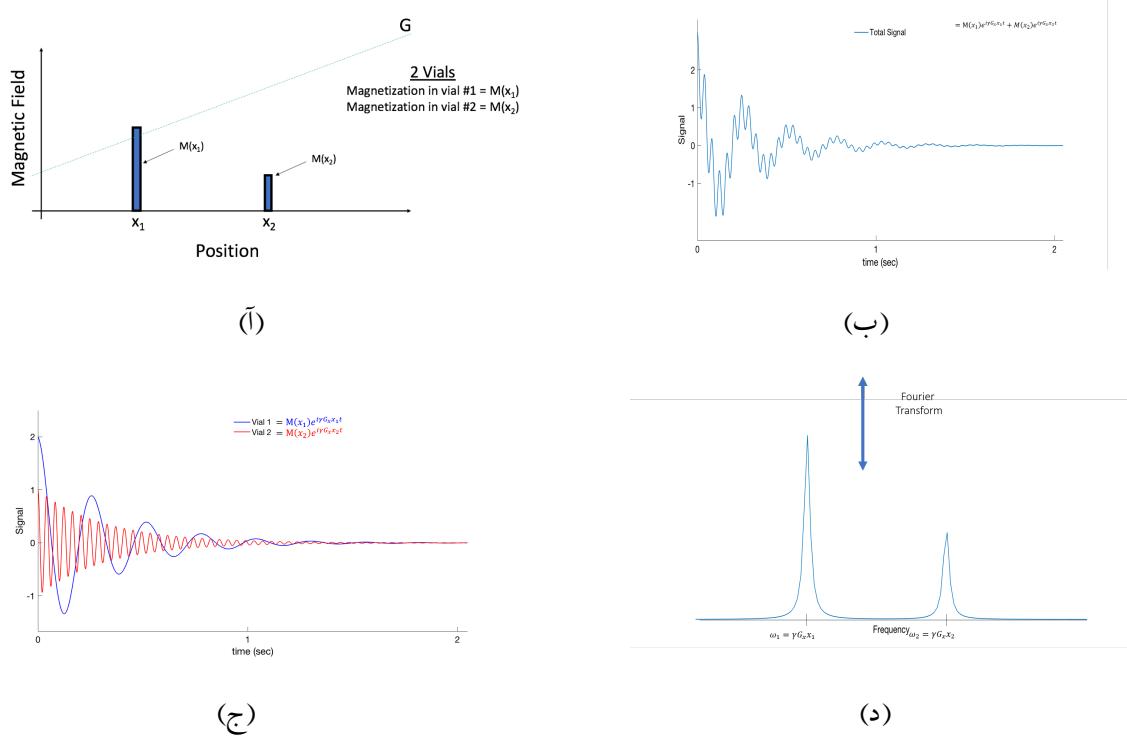
شکل ۱۵-۱:

علت دیفاراز شدن اسپین ها، اختلاف اندکی است که بین فرکانس تقدیمی آن ها وجود دارد. برای درک بهتر این موضوع، یک دستگاه مختصات گردان با فرکانس لارمور  $\omega$  شکل ۱-۴ را در نظر بگیرید. اگر اسپینی فرکانس تقدیمی آن کمی بیشتر باشد، در جهت عقربه های ساعت و اگر کمی کمتر باشد، در خلاف جهت عقربه های ساعت دیفاراز می شود. بنابراین هر چیزی که باعث تغییرات کمی در فرکانس آن ها از فرکانس لارمور شود، منجر به دیفاراز شدن آن می شود. [۱۷]

گفته شد که مولفه‌ی عرضی  $M$  ولتاژی را موسوم به FID در سیم پیچ های گیرنده القا می‌کند. به طورکلی، این سیگنال FID سه مولفه‌ی مورد علاقه دارد: اندازه<sup>۴۴</sup> (پیک دامنه)، فرکانس و فاز (جهت نسبت به فاز سیگنال RF فرستنده). اندازه سیگنال متناسب به مقدار  $M$  قبل از اعمال پالس RF است. فرکانس آن نیز همان فرکانس لارمور در رابطه<sup>۱-۳</sup> است که با اندازه میدان مغناطیسی  $B$  که پروتون ها تحت تاثیر آن هستند، متناسب است. اگر تمام پروتون ها تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی  $B$  یکسان قرار داشته باشند، بنابراین تنها یک فرکانس درون FID دیده می‌شود. در واقعیت میدان مغناطیسی  $B$  در سراسر بدن بیمار تغییر می‌کند. بنابراین سیگنال MR شامل چندین فرکانس است که در طول زمان متناسب با سیگنال RF تغییر می‌کند. ساده‌تر است که چنین سیگنال چند فرکانسی را در حوزه فرکانس بررسی کرد که این حوزه نیز با یک تبدیل فوریه<sup>۴۵</sup> از حوزه زمان بدست می‌آید. [۳]

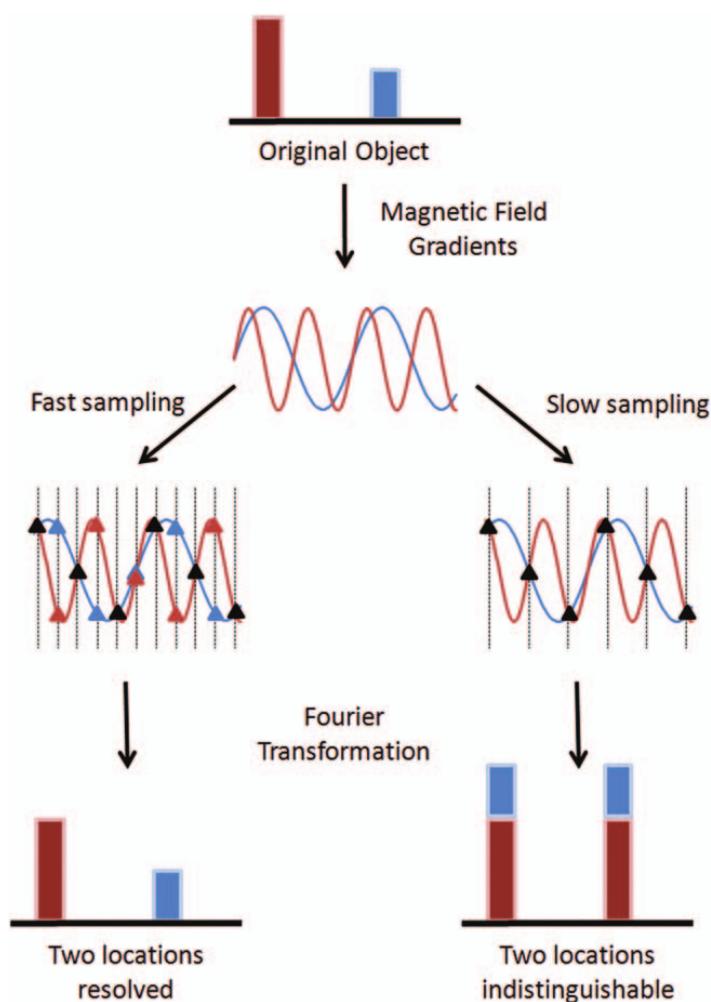
<sup>44</sup>Magnitude

<sup>45</sup>Fourier Transformation



source: <https://youtu.be/vC82NeZmL-M>

شکل ۱-۱۶:



doi:10.1002/jmri.23639

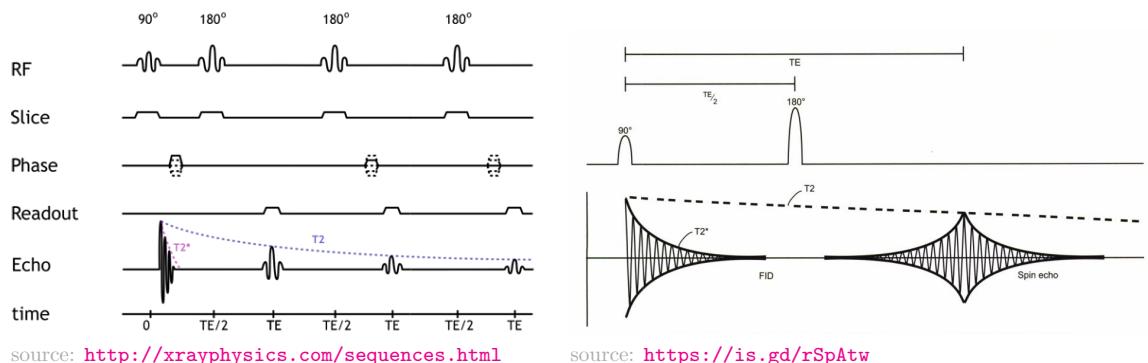
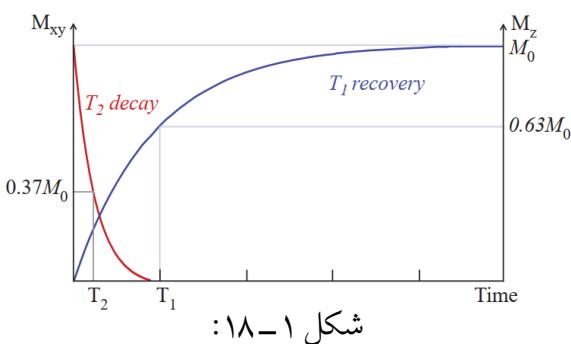
شکل ۱-۱۷:

آزادسازی T1

آزادسازی T2

اسپین-اکو

۱-۱-۷- گرادیان



(ب)

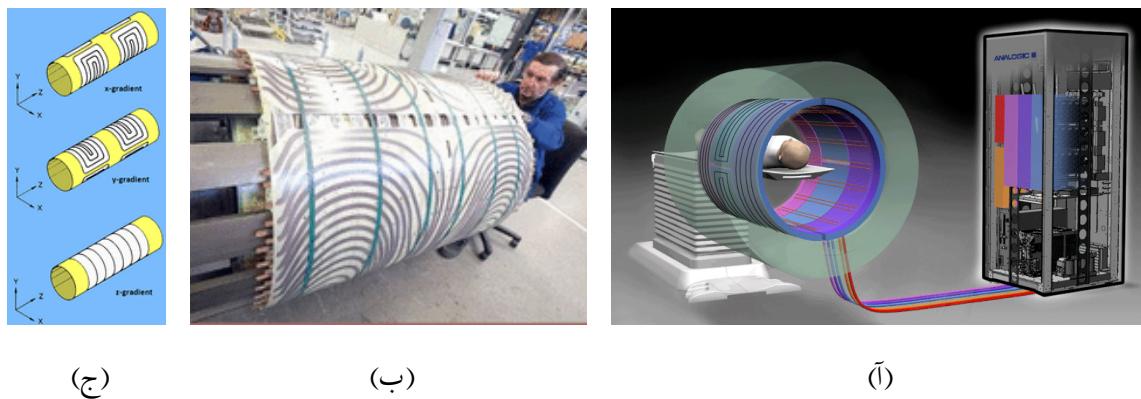
(ج)

شکل ۱-۱۹:

Tissue	T1 (ms)			T2 (ms)		
	0.5 T	1.5 T	3 T	0.5 T	1.5 T	3 T
White matter	520	560	832	107	82	110
Grey matter	780	1100	1331	110	92	80
CSF	—	2060	3700	—	—	—
Muscle	560	1075	898	34	33	29
Fat	192	200	382	108	—	68
Liver	395	570	809	96	—	34
Spleen	760	1025	1328	140	—	61

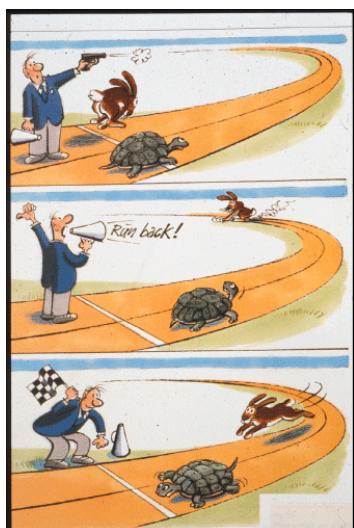
doi:10.1017/9781107706958.010

جدول ۱-۵:

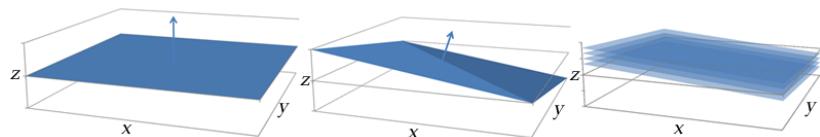


source: <http://mriquestions.com/gradient-coils.html>

شکل ۱-۲۰ :

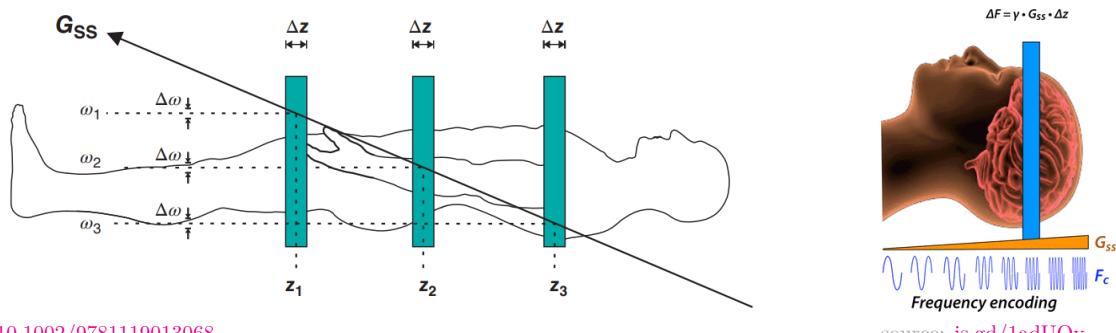


شکل ۱-۲۱ : دوندگان در یک مسیر.



source: <http://xrayphysics.com/spatial.html>

شکل ۱-۲۲ :

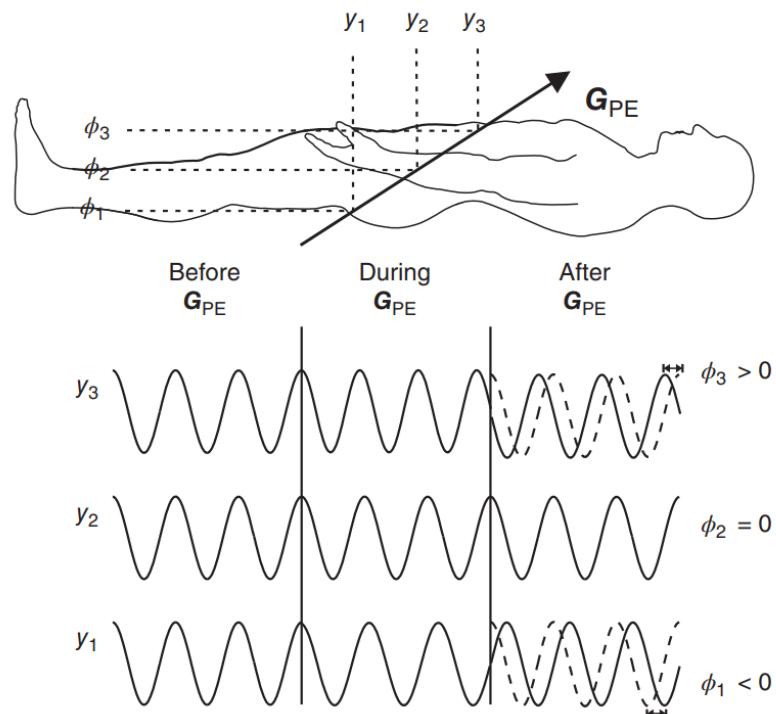


doi:10.1002/9781119013068

(ب)

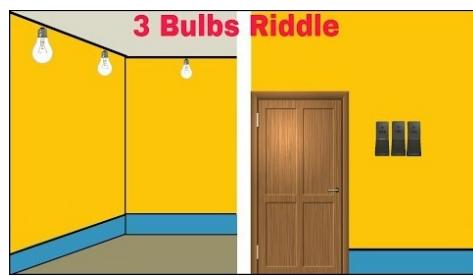
(ج)

شکل ۱-۲۳



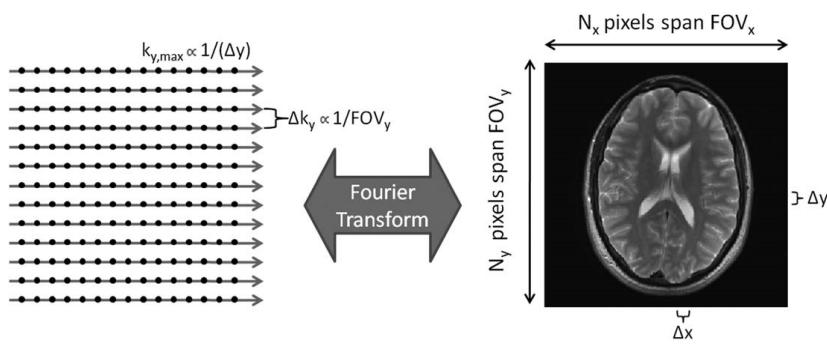
doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱-۲۴

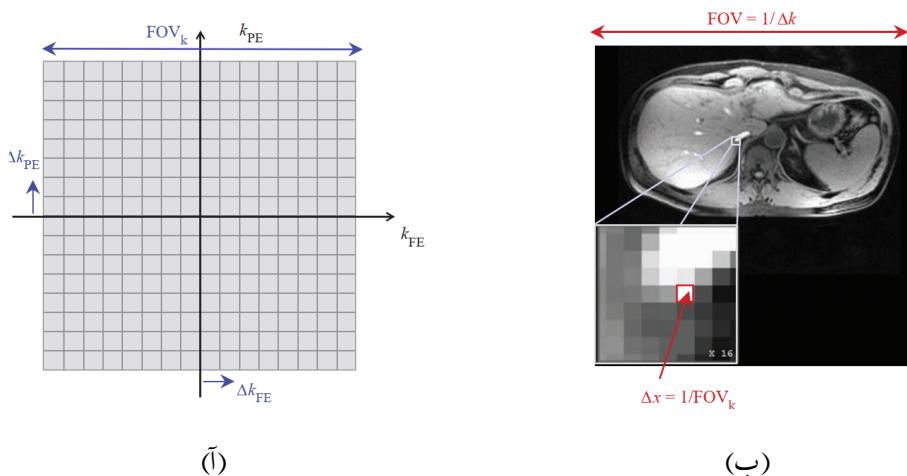


source: [http://youtu.be/bN\\_ra\\_PYS2o](http://youtu.be/bN_ra_PYS2o)

شکل ۱-۲۵: معمای سه کلید و سه لامپ



doi:10.1002/jmri.23639



doi:10.1017/9781107706958

شکل ۱-۲۶

## k-space ۸-۱-۱

### رزولوشن و میدان دید

$$\Delta k = \frac{1}{\text{FOV}} \quad (1-17)$$

$$k\text{FOV}_w = (+k_{w,\max}) - (-k_{w,\max}) = 2k_{w,\max} \quad (1-17b)$$

$$= N/\text{FOV} = 1/\Delta w \quad (1-17c)$$

بیشترین مقدار رزولوشن به وسیله اندازهای پیکسل ها داده می شود که برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{\gamma \cdot G_{FE} \cdot M \cdot \Delta t} \quad (1-18)$$

$$\Delta y = \frac{1}{\gamma \cdot \Delta G \cdot N \cdot \tau} \quad (1-18b)$$

اندازه ابعاد تصویر یا همان میدان دید (FOV) نیز از رابطه‌ی ۷-۱ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{FOV}_{\text{FE}} = M \cdot \Delta x = \frac{1}{\gamma \cdot G_{\text{FE}} \cdot \Delta t} \quad (19-1)$$

$$\text{FOV}_{\text{PE}} = N \cdot \Delta y = \frac{1}{\gamma \cdot \Delta G \cdot \tau} \quad (19-2)$$

$$k\text{FOV}_{\text{FE}} = M \cdot \Delta k_x = 2k_{x,\max} = \frac{1}{\Delta x} \quad (19-3)$$

$$k\text{FOV}_{\text{PE}} = N \cdot \Delta k_y = 2k_{y,\max} = \frac{1}{\Delta y} \quad (19-4)$$

### ارتباط k-space با کد کردن فرکانس و فاز

پس از تحریک کردن یک اسلایس، گرادیان‌های فاز و فرکانس اعمال می‌شود تا سیگنال‌های MR را جهت بدست آوردن فرکانس‌های فضایی بکار بگیریم. برای این منظور ابتدا، المان  $\partial s$  از سیگنال را در نظر بگیرید.

$$\partial s(t) = \rho(x) \cdot \exp\left(\frac{-t}{T^*_r}\right) \cdot \exp(i\gamma \cdot x \cdot G_{\text{FE}} \cdot t) \cdot dx \quad (10-1)$$

در این رابطه  $(x)$  چگالی پروتون‌ها در راستای  $x$  است. گرادیان  $G_{\text{FE}}$  به صورت پیوسته در جهت  $x$ ، در زمان نمونه برداری سیگنال  $(t)$  اعمال می‌شود. گرادیان ناهمفاز کننده معمولاً قبل از نمونه بردادی اعمال می‌شود تا اکوی متقارن ایجاد شود.

حال در جهت  $y$  فاز را کد می‌کنیم. این کار با اعمال یک گرادیان  $G_{\text{PE}}$  به مدت زمان  $\tau$  قبل از زمان نمونه برداری، انجام می‌پذیرد. یک المان کوچک از سیگنال  $\partial s$  با اعمال هردو گرادیان به شکل زیر است.

$$\partial s(t) = \rho(x, y) \cdot \exp\left(\frac{-t}{T^*_r}\right) \cdot \exp(i\gamma \cdot x \cdot G_{\text{FE}} \cdot t) \cdot \exp(i\gamma \cdot y \cdot G_{\text{PE}} \cdot \tau) \cdot dx dy \quad (11-1)$$

به عبارت دیگر

تغییر فاز ناشی از  $G_{\text{PE}}$   $\times$  تغییر فاز ناشی از  $G_{\text{FE}}$   $\times$  میرایی  $T^*_r$   $\times$  چگالی اسپین‌ها = سیگنال

سیگنال نهایی از انتگرال المان فوق نسبت به  $x$  و  $y$  حاصل می‌شود:

$$S(t, \tau) = \int \partial s(t) \quad (12-1)$$

$$= \iint \rho(x, y) \cdot \exp\left(\frac{-t}{T^*_r}\right) \cdot \exp(i\gamma \cdot x \cdot G_{\text{FE}} \cdot t) \cdot \exp(i\gamma \cdot y \cdot G_{\text{PE}} \cdot \tau) \cdot dx dy \quad (12-2)$$

در معادله ۱۲-۱ مفهوم زمان های  $t$  و  $\tau$  به صورت پیوسته آمده است، این در حالی است که از سیگنال  $M$  بار در بازه های  $\Delta t$  نمونه برداری و هر سری پالس نیز  $N$  مرتبه تکرار شده است که در هر مرحله از آن، دامنه گرادیان  $G_{\text{PE}}$  افزایش یافته است:

$$G_{\text{PE}} = \Delta G \cdot n \quad : \quad n = -\left(\frac{N}{2}\right) \text{ تا} \left(\frac{N}{2} - 1\right) \quad (13-1)$$

در داخل نمایی های تغییرات فاز معادله ۱۲-۱ را نیز می توان با تعریف  $k_{\text{FE}}$  و  $k_{\text{PE}}$  به صورت زیر، ساده تر نمود.

$$k_{\text{FE}} = \gamma \cdot G_{\text{FE}} \cdot \Delta t \cdot m \quad (14-1)$$

$$k_{\text{PE}} = \gamma \cdot \Delta G \cdot n \cdot \tau \quad (14-1\text{ب})$$

حال با در نظر گرفتن معادلات ۱۴-۱ و ۱۳-۱، می توان نسخه گسته معادله ۱۲-۱ را به شیوه زیر باز نویسی نمود.

$$S(m, n) = \iint \rho(x, y) \cdot \exp\left(\frac{-t}{T^*_\chi}\right) \cdot \exp(i2\pi \cdot x \cdot k_{\text{FE}}) \cdot \exp(i2\pi \cdot y \cdot k_{\text{PE}}) \cdot dx dy \quad (15-1)$$

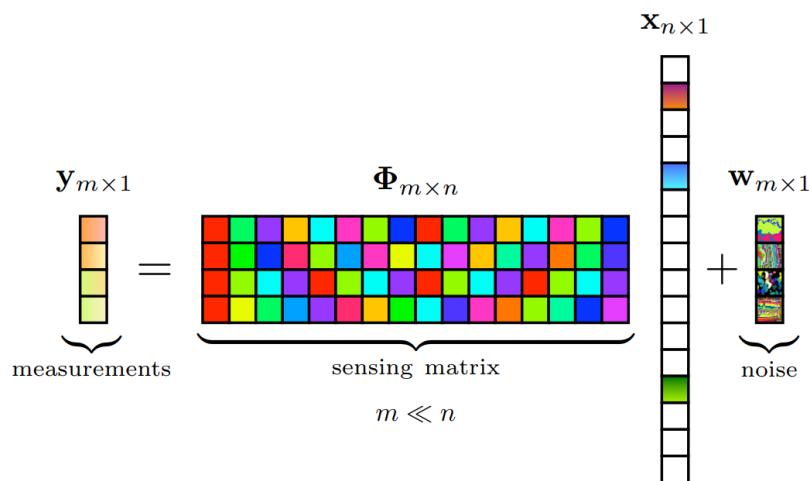
که در آن مطابق معادله ۱۴-۱،  $k_{\text{PE}}$  تابعی از  $m$  و  $k_{\text{FE}}$  تابعی از  $n$  می باشد. اگر به معادله ۱۵-۱ دقیق تر بنگریم، مشاهده می کنیم اگر جمله  $\exp\left(\frac{-t}{T^*_\chi}\right)$  را در نظر نگیریم، به معکوس تبدیل فوریه چگالی اسپین می رسیم. بنابراین می توان نوشت:

$$S(m, n) = \mathcal{F} [\rho(x, y)] (k_{\text{FE}}, k_{\text{PE}}) \quad (16-1)$$

بنابراین  $k$  در رابطه ۱۴-۱ همان فرکانس های فضایی مدنظر هستند و وجه تسمیه k-space نیز همین موضوع است. البته توجه داشته باشید که معادله ۱۶-۱ کاملاً صحیح نمی باشد چرا که از جمله میراثونده با نرخ  $T_2^*$  در معادله ۱۵-۱ صرف نظر شده است. این جمله در برخی از فرکانس ها بیشتر از دیگر فرکانس ها تاثیر می گذارد و در صورت عدم حذف آن می تواند باعث محوشدن و کاهش رزولوشن تصویر شود.

## ۱-۱-۹ مطالعه بیشتر

منابع متعددی در زمینه MRI منتشر شده است. اما از نظر نویسنده این پایان نامه، مقالات [۱۷] و [۱۸] نگاه نسبتاً پوشایی به فیزیک ابتدایی MRI دارند. همچنین از کتب [۲] و [۱۸] نیز در نوشتان این مطالعه



شکل ۱-۲۷:

استفاده شده است که منابع بسیار مفیدی در این زمینه هستند.

همچنین از سایت های <http://mriquestions.com/> و <http://xrayphysics.com/> به عنوان مراجع آنلاین این پژوهش نام برد. کورسی نیز در کورسرا<sup>۴۶</sup> گذرانده شد. هرچند این کورس ناقص است اما به پیوستگی مطالب هنگام نوشتمن مطالب کمک کرده است.

## ۱-۲ یادگیری عمیق

## ۱-۳ حسگری فشرده

$$\mathbf{y}_{m \times 1} = \Phi_{m \times n} \mathbf{x}_{n \times 1} + \mathbf{w}_{m \times 1} \quad (17-1)$$

$$\mathbf{x}_{n \times 1} = k\text{-sparse}$$

<sup>46</sup><https://www.coursera.org/learn/mri-fundamentals>

## ۱-۴ آشنایی با فرمت های ذخیره سازی

**ismrmrd ۱-۴-۱**

ISMRRMD	Bruker	GE	Philips	Siemens
kspace_encode_step_1	encode step 1	Frame	e1	Line
kspace_encode_step_2	encode step 2	–	e2	Partition
Average	–	–	Measurement	Acquisition
Slice	Slice	Slice	Location	Slice
Contrast	Echo	Echo	Echo	Echo
Phase	–	–	Cardiac phase	Phase
Repetition	Repetition	Repetition	Dynamic scan	Repetition
Set	–	–	Row	Set
Segment	–	–	–	Segment

جدول ۱-۶:

## بخش ۲

### مروارادبیات

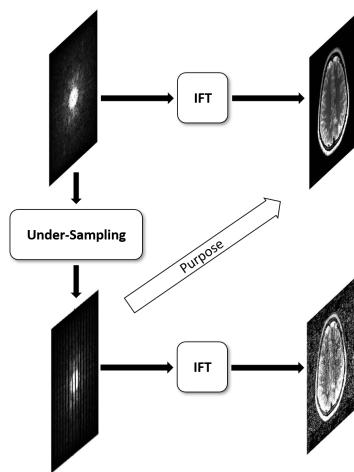
#### ۱-۲ مقدمه

در بخش ۱-۱ توضیح داده شد که چرا تصویر برداری MRI طولانی و احتیاج به سپری شدن زمان دارد. برای کاهش این زمان باید یا میدان مغناطیسی و اندازه گرادیان ها را افزایش داد و یا از تعداد نمونه های مورد پردازش کاست. از آنجا که افزایش میدان مغناطیسی علاوه بر خطراتی که دارد، از لحاظ مهندسی نیز کار ساده ای نیست، روش هایی که مبنی بر کاهش تعداد نمونه ها هستند اهمیت بیشتری پیدا کرده اند.

به طور کلی، می توان هدف این گونه پردازش ها را در شکل ۱-۲، مشاهده نمود. سعی بر آن است که داده های مورد پردازش را کاهش داد. در اثر این اقدام، تصویر باز سازی شده دچار تداخل<sup>۱</sup> می شود. اما هدف این گونه پردازش ها این است که این مشکلات ایجاد نشود و تصویری با همان کیفیت، ایجاد شود.

برای این هدف، باید از اطلاعاتی اضافی در بازسازی تصاویر استفاده کرد. در بخش پردازش های سیگنالی از این حقیقت استفاده می شود که تصاویر ما حقیقی هستند و در بخش تصویر برداری موازی، از اطلاعات سیم پیچ های مختلف استفاده می کنند. اما در بخش حسگری فشرده و یادگیری عمیق از اطلاعات خود تصویر به گونه ای استفاده می شود تا کیفیت آن کاهش پیدا نکند.

<sup>1</sup> Aliasing



شکل ۱-۲:

## ۲-۲ روش‌های متداول پردازش سیگنال

در بخش ۱ در مورد نحوه تصویر برداری MRI صحبت شد و دیدم که نمونه‌ها از فضای فوریه تصویر برداشته می‌شوند که آن فضا  $k$ -space نام دارد. اما تصویر در نهایت یک تصویر حقیقی است و نه مختلط و موهومی، بنابراین می‌توان از این خاصیت استفاده کرد تا تعداد اخذ نمونه را به  $50^{\circ}$  درصد کاهش داد. البته در این روش باعث می‌شود که در مورد آن نیز صحبت خواهد شد.

قضیه‌ی ۱-۲ (فوریه توابع حقیقی). اگر یک تابع حقیقی  $s(x, y)$  در اختیار داشته باشیم در این صورت داریم:

$$S(k_x, k_y) = \mathcal{F}[s(x, y)](k_x, k_y) \Rightarrow S(k_x, k_y) = S^*(-k_x, -k_y)$$

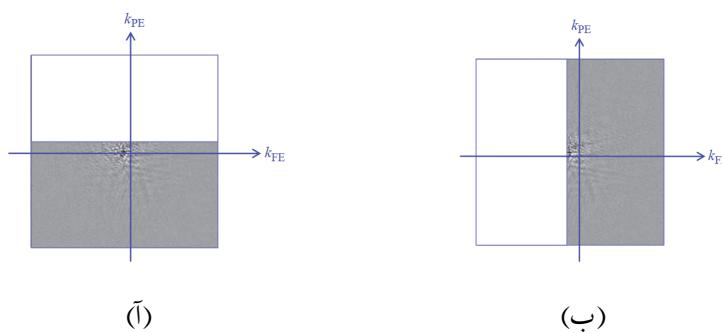
بنابراین طبق قضیه‌ی ۱-۲ می‌توان این طور گفت که توابع حقیقی در حوزه فوریه ( $k$ -space) تقارن  $180^{\circ}$  درجه دوران دارند. این یعنی گوشه بالا سمت راست  $k$ -space با گوشه پایین سمت چپ تصویر برابر است.

از این تکنیک به نام‌های «نیم فوریه<sup>۲</sup>»، «نیمسکن<sup>۳</sup>» و یا «نیم نکس<sup>۴</sup>» نیز یاد می‌شود. در هر کدام، صرفاً کمی بیشتر از نصفی از دادگان اخذ می‌شود. در واقع توسط این روش نصف گام‌های گرادیان کدکردن فاز حذف می‌شود. در مورد  $k$ -space نیز می‌توان گفت که مانند شکل ۲-۲<sup>(۵)</sup> صرفاً نیمه

<sup>2</sup>half Fourier

<sup>3</sup>halfscan

<sup>4</sup>half NEX



source: doi:10.1017/CBO9780511545405

شکل ۲-۲:

پایینی (یا بالایی) فضا را اخذ می‌کنیم و نیمه بعدی را با توجه به قضیه‌ی ۱-۲ از آن نیمه، باز سازی می‌کنیم. به قضیه ۱-۲، ساخت مزدوج<sup>۵</sup> نیز گفته می‌شود.

هر چند با این تکنیک تقریباً ۵۰ درصد از لحاظ زمانی صرفه جویی می‌شود و خیلی روی رزولوشن مکانی تاثیر نمی‌گذارد، اما تقریباً ۳۰ درصد SNR را کاهش می‌دهد.<sup>[۱۷]</sup> برای درک بهتر این موضوع، توجه داشته باشید که درست است که از لحاظ تئوری نیمه بالایی k-space از نیمه پایینی بدست می‌آید اما هردو نیمه دو نویز ناهمبسته حس می‌کنند که این اتفاق باعث می‌شود اطلاعات این دو نیمه باهم متفاوت باشد. در حقیقت SNR با ضریب  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  کاهش پیدا می‌کند و این مقدار کاهش برابر با  $0.2928 = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$  می‌باشد. بنابراین این روش هرچند سادگی ریاضیاتی خاص خود را دارد اما باعث کاهش SNR می‌شود و باید به دنبال روش‌های مناسب تری بود که از اطلاعات بیشتری استفاده کنند.

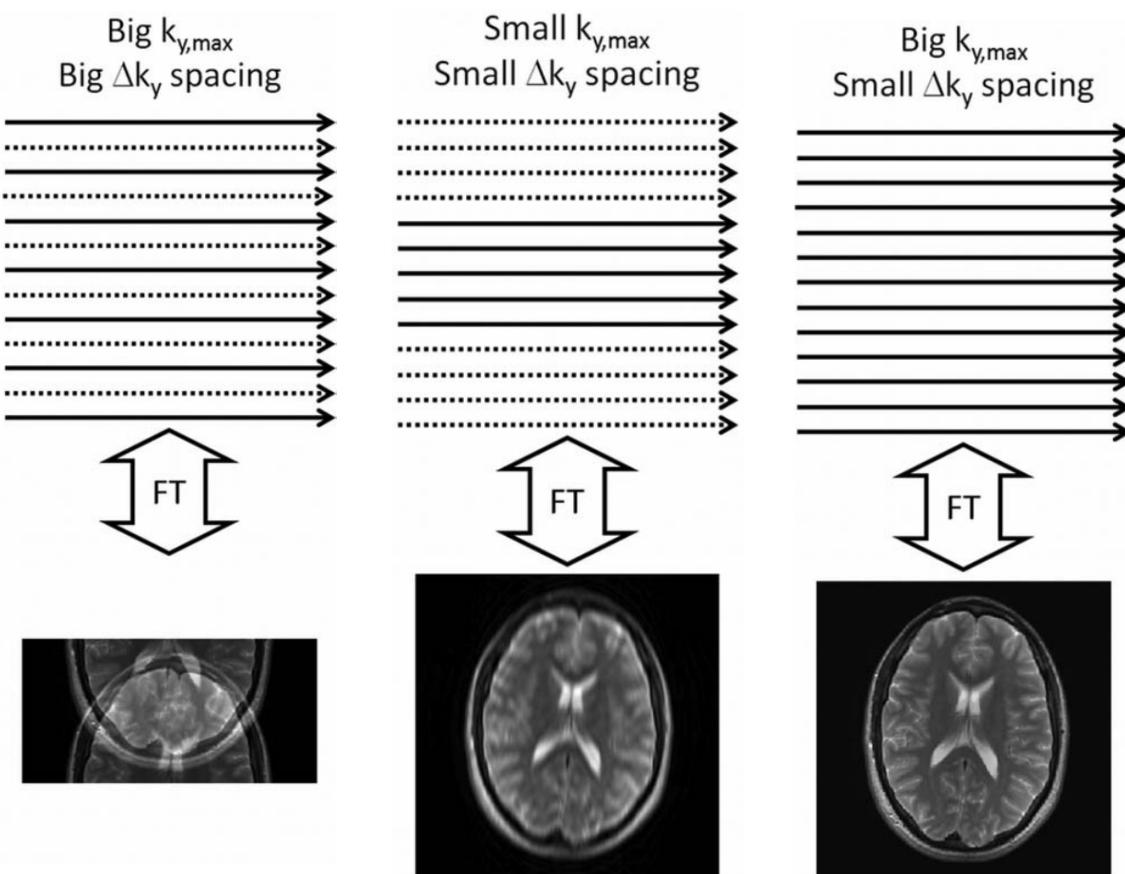
### ۳-۲ تصویر برداری موازی

در این قسمت برای سرعت بخشیدن به فرایند تصویر برداری MRI روش‌هایی معرفی می‌شود که به تصویر برداری موازی<sup>۶</sup> موسوم هستند. در تصویر برداری MRI دادگان مستقیماً از تصویر برداشته نمی‌شوند بلکه از فضای فوریه‌ی تصویر موسوم به k-space اخذ می‌شوند. (شکل ۳-۲)

سیگنال‌های بدست آمده عموماً در جهت  $k_x$  به صورت فرکانسی کد می‌شوند و در جهت  $k_y$  به صورت خطوطی از کد کردن فاز می‌باشند. همچنین اگر تصویر برداری سه بعدی مدنظر باشد یک کد

<sup>5</sup>conjugate synthesis

<sup>6</sup>Parallel Imaging



(آ) میدان دید کامل و رزولوشن کامل   (ب) میدان دید کامل و رزولوشن کمتر   (ج) میدان دید کمتر و رزولوشن کامل

source: doi:[10.1002/jmri.23639](https://doi.org/10.1002/jmri.23639)

شکل ۲-۳:

کردن دوم فاز نیز در جهت  $k_z$  صورت می‌گیرد. زمان کل اخذ داده<sup>۷</sup> ( $T_A$ ) برای یک اسکن دو بعدی به صورت زیر می‌باشد.

$$T_A = T_R \times N_{PE} \quad (1-2)$$

که  $T_R$  زمان تکرار<sup>۸</sup> یا زمانی که نیاز است تا یک خط از  $k$ -space در طول  $k_x$  دریافت شود می‌باشد. همچنین  $N_{PE}$  نیز تعداد خطوط کد کردن فاز در جهت  $k_y$  می‌باشد. در یک تصویر برداری سه بعدی، تعداد کد کردن پارتیشن‌ها<sup>۹</sup> ( $N_{PART}$ ) نیز باید به حاصل ضرب اضافه کرد.

<sup>7</sup>Total acquisition time<sup>8</sup>Repetition time<sup>9</sup>Partition encoding

$T_R$  کمک می‌کند که کنتراست تصویر را تنظیم کنیم و  $N_{PE}$  روزولوشن تصویر در جهت کدکردن فاز را تعیین می‌کند.

برای کاهش زمان استخراج داده، یا باید داده‌های k-space سریع‌تر استخراج شود (که به معنی کاهش زمان  $T_R$  است) و یا تعداد داده‌کمتری استخراج شود (که به معنای کاهش  $N_{PE}$  می‌باشد).

سرعت جمع آوری داده‌های k-space، کنتراست مطلوب تصویر را تنظیم می‌کند. برای بعضی از انواع اسکن مانند اسپین اکو<sup>۱۰</sup>،  $T_R$  باید به اندازه‌ای باشد تا کنتراست مطلوب تصویر تولید شود. در باقی انواع اسکن مانند گرادیان<sup>۱۱</sup> یا سری‌های تقدیمی آزاد حالت ماندگار متعادل<sup>۱۲</sup>، کاهش زمان  $T_R$  با حفظ کنتراست تصویر ممکن است.

اما یک محدودیت فیزیکی نیز وجود دارد. قطع و وصل کردن سریع گرادیان با میدان قوی می‌تواند یک جریان الکتریکی در بدن بیمار القا کند که آن نیز می‌تواند بالقوه باعث ایجاد تحریکات عصبی حاشیه‌ای<sup>۱۳</sup> شود<sup>[۵]</sup>.

دیدگاه دیگر برای کاهش زمان  $T_A$ ، کاهش تعداد داده‌های جمع آوری شده می‌باشد. یک راه برای این کاهش، کاهش ساده‌ی  $k_{y,\max}$  می‌باشد در حالی که فاصله‌ی  $\Delta k_y$  حفظ شده است (شکل ۳-۲(ب)). از آن جا که طبق رابطه ۹-۱ روزولوشن در جهت  $y$  با معکوس  $k_{y,\max}$  متناسب است، این کار باعث کاهش روزولوشن تصویر و مات شدن آن می‌شود. اگر روزولوشن تصویر بخاطر مسایل کلینیکالی بخواهد ثابت بماند، یک راه آن است که مانند شکل ۳-۲(ج) برخی از خطوط کدکردن فاز حذف شوند. با این کار  $\Delta k_y$  زیاد می‌شود و مطابق رابطه ۹-۱ باعث کاهش در میدان دید تصویر می‌شود که در صورتی که ابعاد  $\Delta k_y$  از ابعاد میدان دید بزرگتر باشد، می‌تواند باعث ایجاد اختلاط مکانی<sup>۱۴</sup> می‌شود. در حقیقت FOV (که توسط فاصله‌ی خطوط کد کردن فاز تعیین می‌شود)، باید حداقل به بزرگی ابعاد شیء مورد تصویر برداری باشد. این الزام بر روی FOV و محدوده‌ی نمونه برداری k-space به عنوان نرخ نایکوییست<sup>۱۵</sup> شناخته می‌شود. اگر نرخ نایکوییست در هردو جهت  $k_x$  و  $k_y$  رعایت شود، تصویر می‌تواند مانند شکل ۳-۲(آ) بدون اختلاط مکانی بازسازی شود.

<sup>10</sup>Spin Echo

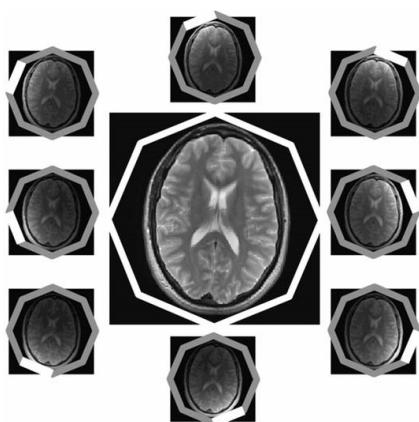
<sup>11</sup>Spoiled Gradient Echo

<sup>12</sup>Balanced Steady-State Free-Precession Sequences

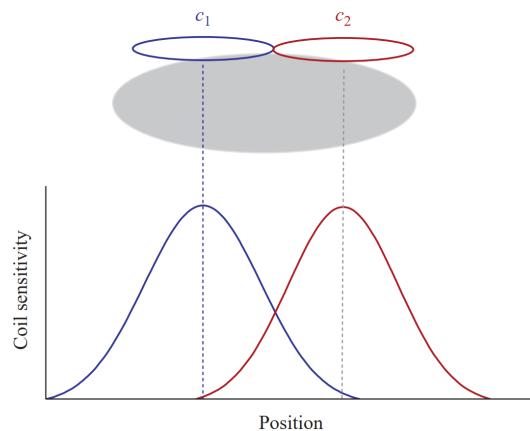
<sup>13</sup>Peripheral Nerve Stimulation

<sup>14</sup>Spatial Aliasing

<sup>15</sup>Nyquist criterion



source: doi:10.1002/jmri.23639

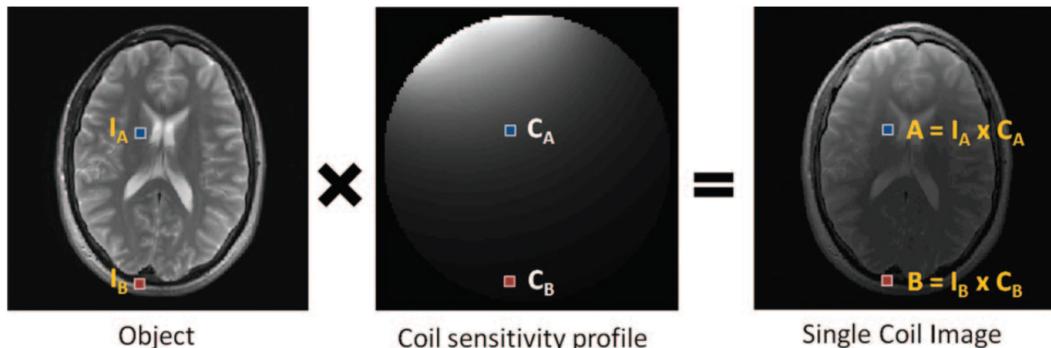


source: doi:10.1017/CBO9780511545405

(ب)

(ل)

شکل ۴-۲:



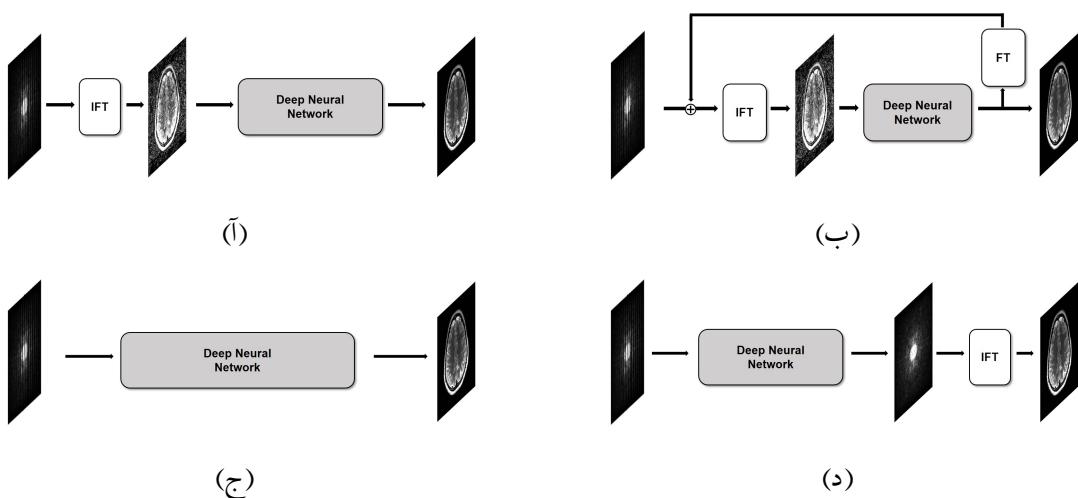
source: doi:10.1002/jmri.23639

شکل ۵-۲:

### ۱-۳-۲ روش های تصویربرداری موازی

هنگامی که سرعت بخشیدن به جمع آوری داده های MRI با جمع آوری تعداد کمتری خطوط کدکردن فاز ممکن است که قبل از استفاده تصاویر در کاربردهای کلینیکی، اختلاط مکانی آن ها حذف شود. روش های تصویربرداری موازی در راستای حل کردن این مشکل، ایجاد شده اند. همه روش های تصویربرداری موازی سه مشخصه زیر را مشترک دارند:

#### ۱. داده های k-space



doi:10.1109/tmi.2019.2927101

شکل ۲-۶:

## ۴-۲ حسگری فشرده

### ۱-۴-۲ معرفی روش ALOHA

ماتریس ساختاریافته هنکل<sup>۱۶</sup> را می‌توان به شکل زیر تعریف کرد.

$$\mathcal{H}(x) = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \cdots & x[d-1] \\ x[1] & x[2] & \cdots & x[d] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x[n-d] & [n-d+1] & \cdots & x[n-1] \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

## ۵-۲ یادگیری عمیق

با توسعه‌ی الگوریتم‌های یادگیری ماشین و یادگیری عمیق در حوزه‌های مختلف فناوری و مهندسی، بازسازی تصاویر MRI نیز از این مقوله مستثنی نبوده است. اخیراً مقالات زیادی در این زمینه با استفاده از یادگیری عمیق انجام شده است.

<sup>16</sup>Structured Hankel Matrix

روش کلی در تمامی این مقالات این است که با داشتن داده های کامل نمونه برداری شده<sup>۱۷</sup> و k-space منتظر آن، ابتدا داده هایی با نرخ کمتر تولید می کنند و سپس این جفت دادگان را به یک شبکه یادگیری ماشین می دهند به گونه ای که سیستم طراحی شده در ورودی خود دادگان k-space نمونه برداری شده با نرخ کمتر و در خروجی خود تصویر MRI با نرخ نمونه برداری کامل را ببیند و سیستم طراحی شده سعی کند که رابطه بین ورودی و خروجی را کشف کند. شکل ۶-۲<sup>۱۸</sup> به نقل از [۷] حالت های ممکن مورد بررسی در این روش ها را بیان می کند.

## ۱-۵-۲ استفاده از اتوانکدor در حوزه k-space

تبديل فوريه مكانی<sup>۱۹</sup> يك سيگنال دلخواه  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$\hat{x}(\mathbf{k}) = \mathcal{F}[x](\mathbf{k}) := \int_{\mathbb{R}^d} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} x(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3-2)$$

$$\mathbf{y} = \mathcal{P}_\Lambda[\hat{\mathbf{x}}] \quad (4-2)$$

$$[\mathcal{P}_\Lambda[\hat{\mathbf{x}}]]_i = \begin{cases} \hat{x}[i], & i \in \Lambda \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases} \quad (5-2)$$

$$\widehat{\mathbf{x}} = [\hat{x}[0] \quad \dots \quad \hat{x}[N-1]], \quad \text{where} \quad \hat{x}[i] = \widehat{x}(\mathbf{k}_i) \quad (6-2)$$

در ساختار CS-MRI تلاش می شود که مسئله‌ی بهینه سازی زیر حل شود تا از اسپارسیتی در یک حوزه تبدیل بتوان به منظور بازسازی تصویر از روی نقاط باقیمانده کند. مشکل اصلی این کار که در مقاله [۱۶] راه حل حسگری فشرده آن مورد بررسی قرار گرفت، این است که به بخارط مفهوم مطلوب ناهمدostی<sup>۲۰</sup> مجبور به آپدیت کردن بین هردو حوزه‌ی تصویر و حوزه k-space است.

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \|\mathcal{T}z\|_1 \quad (\tilde{7}-2)$$

$$\text{s.t. } \mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (7-2\text{ب})$$

همان‌گونه که در بخش ۱-۴-۲ نیز توضیح داده شد، مقاله [۱۳] توانست نشان دهد که بین اسپارسیتی در یک حوزه تبدیل از تصویر (یا FRI<sup>۲۰</sup>) و حوزه k-space ارتباطی وجود دارد و این

<sup>17</sup>fully-sampled data

<sup>18</sup>Spatial Fourier Transform

<sup>19</sup>Incoherency

<sup>20</sup>Finite Rate Inovation

ارتباط به رنک پایین بودن<sup>۲۱</sup> ماتریس ساختاریافته هنکل<sup>۲۲</sup> در حوزه k-space بر میگردد. به عبارت دیگر اگر سیگنال ورودی یک سیگنال FRI باشد، ماتریس ساختاریافته هنکل آن در حوزه فوریه، رنک پایین خواهد بود.

بنابراین مسیله CS-MRI را میتوان به شکل زیر درآورد که در [۱۳] از آن به نام ALOHA یاد برده است.

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \text{Rank}(\mathcal{H}_d(\hat{z})) \quad (۱۸-۲)$$

$$\text{s.t. } \mathcal{P}_{\Lambda}([\hat{x}]) = \mathcal{P}_{\Lambda}([\hat{z}]) \quad (۱۸-۲\text{ب})$$

حال میخواهیم این مسیله را به یک مسیله یادگیری عمیق<sup>۲۳</sup> تبدیل کنیم. از آنجایی که ما از ساختار شکل ۲-۶(ج) استفاده میکنیم، مساعد است که یکتابع هزینه را روی حوزه تصویر تشکیل دهیم از این رو الگوریتم ALOHA را به شکل زیر ویرایش میکنیم.

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \|x - \mathcal{F}^{-1}\hat{z}\| \quad (۱۹-۲)$$

$$\text{s.t. } \text{Rank}(\mathcal{H}_d(\hat{z})) = s, \quad (۱۹-۲\text{ب})$$

$$\mathcal{P}_{\Lambda}([\hat{x}]) = \mathcal{P}_{\Lambda}([\hat{z}]) \quad (۱۹-۲\text{ج})$$

که در آن  $s$  یک تخمینی از رنک ماتریس ساختاریافته هنکل است. توجه داریم که تابع  $\text{Rank}(.)$  یک قید غیر کانوکس<sup>۲۴</sup> است. در مقاله [۱۳] به پیشنهاد از روش تکمیل ماتریس [۴] استفاده از رنک هسته‌ای<sup>۲۵</sup> را برای حل این مشکل توصیه کرده است اما این مقاله روش دیگری را برای غلبه بر این مشکل را اتخاذ کرده است.

در ابتدا از اعداد مختلط خود را خلاص میکنیم. این کار به سادگی با تعریف اپراتور<sup>۲</sup>  $\mathfrak{R}(z) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}^2$  روبرو امکان پذیر است:

$$\mathfrak{R}(z) = [\mathcal{R}e(z) \mathcal{I}m(z)]$$

در این صورت میتوان معادله ۹-۲ را به صورت زیر با نویسی نمود.

<sup>21</sup>Low-Rankness

<sup>22</sup>Structured Hankel Matrix

<sup>23</sup>Deep-Learning

<sup>24</sup>non-convex

<sup>25</sup>nuclear norm

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \|x - \mathcal{F}^{-1}\hat{z}\| \quad (10-2)$$

$$\text{s.t. } \text{Rank}(\mathcal{H}_{d|\mathcal{V}}(\mathfrak{R}(\hat{z}))) = Q \leq 2s, \quad (10-2\text{b})$$

$$\mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (10-2\text{c})$$

حال می خواهیم آن را به فرم یادگیری عمیق در بیاوریم. برای این کار چون از ساختار ۱۰-۶<sup>(ج)</sup> استفاده کردیم و در این ساختار ورودی و خروجی، حوزه ای یکسان دارند، پس می توان از یک ساختار متقارن اتوانکو در<sup>۲۶</sup> استفاده کرد. که دارای المان های پولینگ<sup>۲۷</sup> و آنپولینگ<sup>۲۸</sup> است. این مقاله سعی میکند که آن قید رنک را در درون ساختار شبکه تزریق کند تا همیشه برآورده شود.

تجزیه SVD ماتریس  $\mathcal{H}_d(\mathfrak{R}(\hat{z})) = U\Sigma V^T$  را در نظر بگیرد. میتوان دو بردار  $\Psi, \tilde{\Psi} \in \mathbb{R}^{2d \times Q}$  را به نحوی تعریف کرد که حاصل ضرب آن  $\Psi \tilde{\Psi}^T = P_{\text{Range}(V)} \Psi$  شود. در این رابطه  $P_{\text{Range}(V)}$  ماتریس پروژکشن روی بردار ماتریس  $V$  حاصل از تجزیه SVD مذکور خواهد بود. همچنین ماتریس های پولینگ و آنپولینگ  $\Phi, \tilde{\Phi} \in \mathbb{R}^{M \times N}$  را تعریف کرد. چون که شبکه متقارن است پس میتوان عملکرد این دو را معکوس هم به شکل  $\Phi \tilde{\Phi}^T = I_N$  دانست. از این رو روابط زیر را میتوان استخراج نمود.

$$\mathcal{H}_{d|\mathcal{V}}(\mathfrak{R}(\hat{z})) = \Phi \tilde{\Phi}^T \mathcal{H}_{d|\mathcal{V}}(\mathfrak{R}(\hat{z})) \Psi \tilde{\Psi}^T = \Phi C \tilde{\Psi}^T \quad (11-2)$$

$$C := \tilde{\Phi}^T \mathcal{H}_{d|\mathcal{V}}(\mathfrak{R}(\hat{z})) \Psi \quad (11-2\text{a})$$

حال می توان فضای برداری  $\mathcal{H}$  را به صورت زیر تعریف کرد.

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\Psi, \tilde{\Psi}) &= \left\{ z \in \mathbb{C}^N \mid \mathfrak{R}[z] = \Phi^T (C \otimes g(\tilde{\Psi})) \right. \\ &\quad \left. C = (\tilde{\Phi} \mathfrak{R}[z]) \otimes h(\Psi) \right\} \end{aligned} \quad (13-2)$$

با این تعریف میخواهیم بهینه سازی را صرفا بر روی این فضا حل کنیم. بنابراین این مسیله به صورت زیر قابل بازنویسی است.

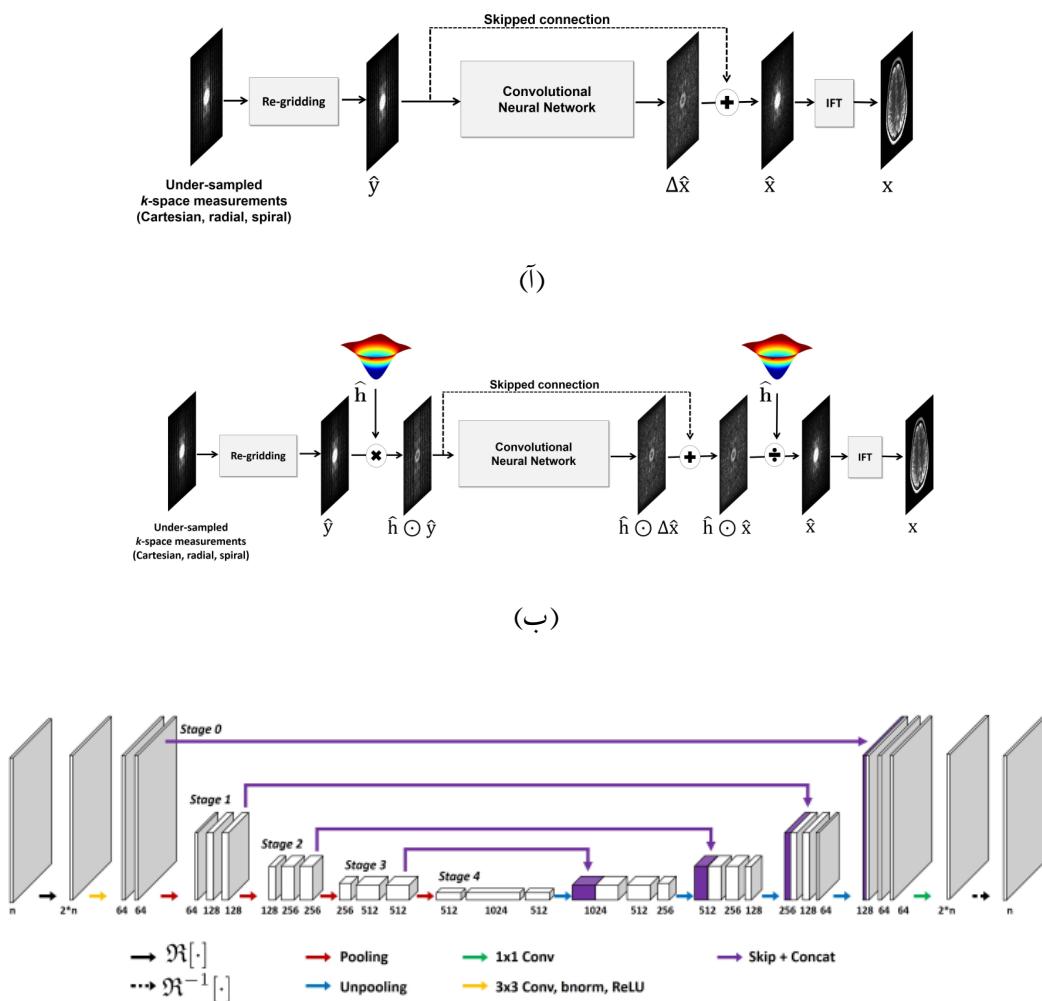
$$(P'_A) \quad \min_{\hat{z} \in \mathcal{H}(\psi, \tilde{\psi})} \min_{\Psi, \tilde{\Psi}} \|x - \mathcal{F}^{-1}\hat{z}\| \quad (14-2)$$

$$\text{s.t. } \mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (14-2\text{b})$$

<sup>26</sup> Auto-encoder

<sup>27</sup> Pooling

<sup>28</sup> Unpooling



شکل ۲:

حال با این تعریف میتوان شبکه کانولوشنالی های در یک ساختار اتوانکودر را ایجاد کرد. در این مقاله دوساختار موجود در شکل ۱-۵-۲ را مورد بررسی قرار داده است.

توجه داریم که در ساختار های ۱-۵-۲<sup>۲۹</sup> از اسکیپ کانکشن<sup>۲۹</sup> استفاده کرده است. این اسکیپ کانکشن کمک به ایجاد یک ساختار Residual و تولید ساختار های اسپارس تر در ورودی شبکه یادگیری عمیق است. بنابراین به اسپارسیتی ورودی آن افزوده میشود.

برای ساختار اتوانکودر نیز از ساختار معروف UNET استفاده شده است که تصویر ۲-۷ این ساختار متقارن و داری اسکیپ کانکشن های خود را نشان میدهد که بعنوان اتوانکودر بسیار کاربرد دارد.

<sup>29</sup>Skip-Connection

## بخش ۳

# طراحی آزمایشات

## ۱-۳ آماده سازی

شبیه سازی های آورده شده در این قسمت با استفاده از زبان برنامه پایتون<sup>۱</sup> پیاده سازی شده است. از این رو چه در بخش های کار با داده و آماده سازی دادگان و چه در بخش های پردازش نیاز به دانلود و نصب برخی پکیج های مورد نیاز است. این موارد را به راحتی به کمک ابزار pip می توان نصب کرد. برای این کار ابتدا یک فایل به نام requirements.txt ایجاد کرده و داخل آن موارد نصبی را می نویسیم.

Listing 1: requirements.txt

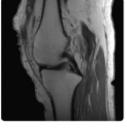
```
1 folium==0.2.1
2 numpy
3 tensorflow>=2.3.0
4 ismrmrd
5 sigpy
6 mpi4py
7 mridata
8 wget
9 git+git://github.com/ismrmrd/ismrmrd-python-tools.git
```

برای نصب نیز کافیست که دستور زیر را در مسیر فایل requirements.txt اجرا کرد.

```
1 pip install -r requirements.txt
```

---

<sup>1</sup>python



Project:	NYU machine learning data
Anatomy:	Knee
Fullysampled:	Yes
Uploader:	florianknoll
Tags:	<input type="text" value="Add a tag"/> <input type="button" value="Add"/>
^	
Download	
<b>UUID</b>	413469fd-9354-400c-88e3-b29e7c711a05
<b>Downloads</b>	2131
<b>References</b>	Hammerl K, Klatzer T, Kobler E, Recht M, Sodickson D, Pock T, Knoll F. Learning a Variational Network for Reconstruction of Accelerated MRI Data. Magnetic Resonance in Medicine 79: 3055–3071 (2018)
<b>Comments</b>	This is part of the training and test data that was used for our 2017 MRM manuscript on learning a variational network to reconstruct accelerated MR data. The data accompanies the code repository at: <a href="https://github.com/VLOGroup/mri-varitionalnetwork">https://github.com/VLOGroup/mri-varitionalnetwork</a> .
<b>Funding Support</b>	NIH P41 EB017183
<b>Protocol Name</b>	SAG
<b>Series Description</b>	SAG
<b>System Vendor</b>	SIEMENS
<b>System Model</b>	Skyra
<b>System Field Strength</b>	2.89362 T
<b>Receiver Bandwidth</b>	0.793
<b>Number of Channels</b>	15
<b>Coil Name</b>	TxRx_15Ch_Knee:1:K5
<b>Institution Name</b>	HJD
<b>Matrix Size</b>	768 x 770 x 1
<b>Field Of View</b>	280 mm x 280.7 mm x 4.5 mm
<b>Number of Averages</b>	1
<b>Number of Slices</b>	31
<b>Number of Phases</b>	1
<b>Number of Repetition</b>	1
<b>Number of Contrasts</b>	1
<b>Trajectory</b>	cartesian
<b>Parallel Imaging Factor</b>	1.0 x 1.0
<b>Repetition Time</b>	2800 ms
<b>Echo Time</b>	22 ms
<b>Inversion Time</b>	100 ms
<b>Flip Angle</b>	150 °
<b>Sequence Type</b>	TurboSpinEcho
<b>Echo Spacing</b>	11.12 ms
<b>Upload Date</b>	Aug. 8, 2018, 7:12 a.m.

SOURCE: <http://mridata.org/list?project=NYU%20machine%20learning%20data>

شکل ۱-۳ :

## ۲-۳ دادگان آزمایش

در بخش ۴-۱ فرمت های گوناگون دادگان توضیح داده شد. در این آزمایش بخش مهمی از دادگان توسط سایت [mridata.org](http://mridata.org) تهیه شده است. در این سایت دیتاست های خام زیادی وجود دارد که با فرمت ismrmrd ذخیره شده اند. همان گونه که در بخش ۱-۴ اشاره شد، این نوع فرمت برای ذخیره دادگان خام جهت بازسازی مناسب هستند.

شکل ۱-۳ اطلاعات مورد نیاز جهت دانلود دیتاست مورد نظر را در اختیار ما قرار می‌دهد. ردیف داده‌ی شکل ۱-۳ UUID آن می‌باشد که از آن جهت دانلود این دیتاست استفاده خواهیم کرد. همچنین در آن Parallel Imaging Factor و trajectory در آینجا نمونه برداری کامل انجام شده است چرا که این پارامتر یک و میزان نمونه برداری زیر نرخ (در آینجا نمونه برداری کامل انجام شده است چرا که این پارامتر یک می‌باشد). را نشان می‌دهد.

### نحوه دانلود و خواندن داده‌ها

برای دانلود و استفاده از دادگان این سایت در پایتون بهترین کار این است که از کد زیر استفاده کرد.

```

1 import mridata
2 uuid = 'cc52722b-8649-45b0-a1ea-8727c1687ad5'
3 dir_output = 'data'
4 mridata.download(uuid, folder=dir_output)

```

پکیج mridata برای دانلود دیتاست‌ها از سایت [mridata.org](http://mridata.org) استفاده می‌شود و به uuid دیتاست جهت انجام این کار نیاز دارد. سپس برای خواندن این فرمت باید به شیوه زیر عمل کرد:

```

1 import ismrmrd, ismrmrdtools
2 filename = os.path.join(dir_mridata_org, uuid+".h5")
3 dset = ismrmrd.Dataset(filename, 'dataset', create_if_needed=False)
4 header = ismrmrd.xsd.CreateFromDocument(dset.read_xml_header())
5 enc = header.encoding[0]

```

در کد بالا پکیج ismrmrd برای خواندن دادگان لازم است و پکیج ismrmrdtools برای بازسازی تصاویر خام به ما کمک می‌کند. سپس سایز‌های ماتریس‌ها را می‌خوانیم.

```

1 # Matrix size
2 eNx = enc.encodedSpace.matrixSize.x # 768
3 eNy = enc.encodedSpace.matrixSize.y # = 770
4 eNz = enc.encodedSpace.matrixSize.z # = 1
5 rNx = enc.reconSpace.matrixSize.x # = 384
6 rNy = enc.reconSpace.matrixSize.y # = 384
7 rNz = enc.reconSpace.matrixSize.z # = 1

```

با مقایسه‌ی این اندازه ماتریس فضای کد شده با ماتریس فضای باز سازی می‌توان دید که در جهت  $x$  و جهت  $y$  با دو برابر نرخ، نمونه برداری شده است که به اطلاع اورسمپلینگ<sup>۴</sup> نامیده می‌شود. سپس اندازه میدان دید را در این دو فضا برحسب میلی متر بدست می‌آوریم. در این صورت می‌توانیم ابعاد واقعی تصویر را مشخص کنیم.

```

1 # Field of View
2 eFOVx = enc.encodedSpace.fieldOfView_mm.x # = 280.0
3 eFOVy = enc.encodedSpace.fieldOfView_mm.y # = 280.700012
4 eFOVz = enc.encodedSpace.fieldOfView_mm.z # = 4.5
5 rFOVx = enc.reconSpace.fieldOfView_mm.x # = 140.0
6 rFOVy = enc.reconSpace.fieldOfView_mm.y # = 140.0
7 rFOVz = enc.reconSpace.fieldOfView_mm.z # = 3.0

```

و برای بدست آوردن سایر اطلاعات مفید مانند تعداد اسلایس‌ها، تکرار‌ها و کنترast از کد زیر استفاده می‌کنیم.

```

1 # Number of Slices, Reps, Contrasts, etc.
2 ncoils = header.acquisitionSystemInformation.receiverChannels # = 15
3 if enc.encodingLimits.slice != None:
4     nslices = enc.encodingLimits.slice.maximum + 1 # = 36
5 else:
6     nslices = 1
7 if enc.encodingLimits.repetition != None:
8     nreps = enc.encodingLimits.repetition.maximum + 1 # = 1
9 else:
10    nreps = 1
11 if enc.encodingLimits.contrast != None:
12    ncontrasts = enc.encodingLimits.contrast.maximum + 1 # = 1
13 else:
14    ncontrasts = 1

```

---

<sup>2</sup>over sampling

## نحوه بازسازی تصویر از داده خام

داده های ارایه شده توسط سایت [mridata.org](http://mridata.org) به صورت خام در فضای k-space و به فرمت فایل ismrmrd ذخیره شده است. از آنجایی که داده ها نمونه برداری کامل شده اند، نحوه بازسازی به اطلاعات بخش ۱ باز می‌گردد اما از آنجا که کار با این فرمت نیز به همان اندازه پیچیده است، در این قسمت مروری بر نحوه بازسازی با استفاده از پایتون خواهد شد.

```

1 import os
2 import ismrmrd, ismrmrd.xsd
3 import numpy as np
4 from ismrmrdtools import show, transform
5
6 # Initialize a storage array
7 all_data = np.zeros((nreps, ncontrasts, nslices, ncoils, eNx, eNy,
8                      rNx), dtype=np.complex64)
9
10 # Loop through the rest of the acquisitions and stuff
11 for acqnum in range(firstacq,dset.number_of_acquisitions()):
12     acq = dset.read_acquisition(acqnum)
13     # TODO: this is where we would apply noise pre-whitening
14     # Remove oversampling if needed
15     if eNx != rNx:
16         xline = transform.transform_kspace_to_image(acq.data, [1])
17         x0 = (eNx - rNx) // 2
18         x1 = (eNx - rNx) // 2 + rNx
19         xline = xline[:,x0:x1]
20         acq.resize(rNx,acq.active_channels,acq.trajectory_dimensions)
21         acq.center_sample = rNx//2
22         # need to use the [:] notation here to fill the data
23         acq.data[:] = transform.transform_image_to_kspace(xline, [1])
24     # Stuff into the buffer
25     rep = acq.idx.repetition
26     contrast = acq.idx.contrast
27     slice = acq.idx.slice
28     y = acq.idx.kspace_encode_step_1
29     z = acq.idx.kspace_encode_step_2
30     all_data[rep, contrast, slice, :, z, y, :] = acq.data

```

```

1 import os
2 import ismrmrd
3 import ismrmrd.xsd
4 import numpy as np
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 from ismrmrdtools import show, transform
7
8 # Initialiaze a storage array
9 all_data = np.zeros((nreps, ncontrasts, nslices, ncoils, eNz, eNy,
10                      eNx), dtype=np.complex64)
11 fig = plt.figure()
12 plt.xlim([0,1]); plt.ylim([0,1]);
13
14 # Loop through the rest of the acquisitions and stuff
15 for acqnum in range(firstacq,dset.number_of_acquisitions()):
16     acq = dset.read_acquisition(acqnum)
17
18     # Stuff into the buffer
19     rep = acq.idx.repetition
20     contrast = acq.idx.contrast
21     slice = acq.idx.slice
22     y = acq.idx.kspace_encode_step_1
23     z = acq.idx.kspace_encode_step_2
24     # print(y,z)
25     all_data[rep, contrast, slice, :, z, y, :] = acq.data
26     # display.clear_output(wait=True)
27     # x = np.arange(100)
28     # y = np.sin(x + np.random.rand())
29     # plt.plot(x, y, '-r')
30     # plt.show()

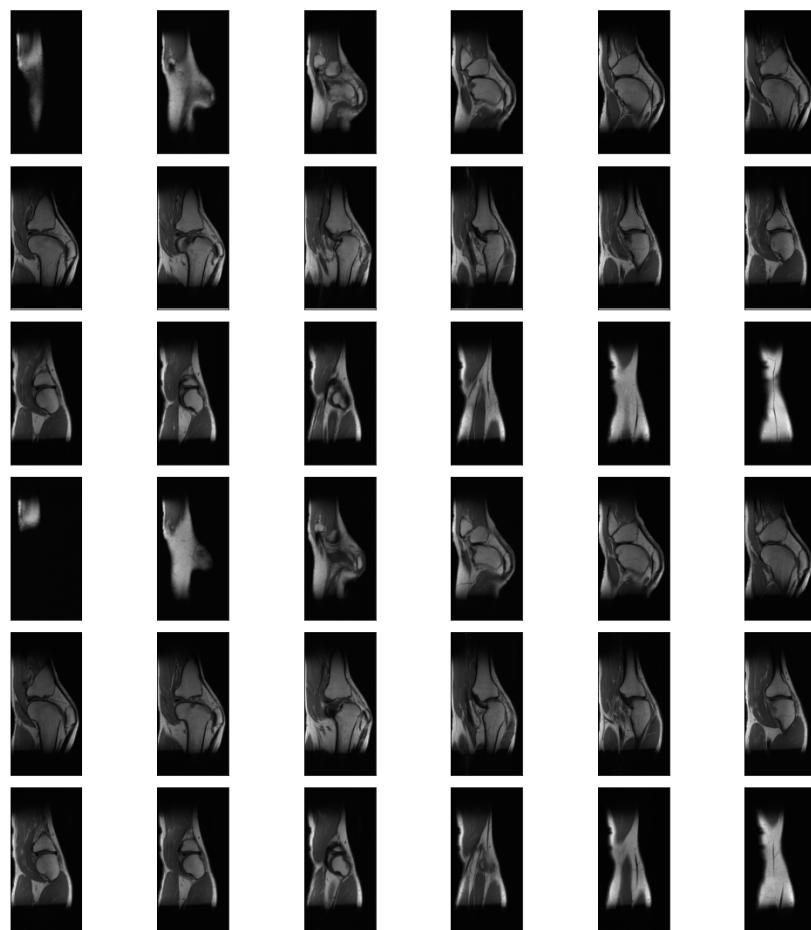
```

```

1 # Reconstruct images
2 images = np.zeros((nreps, ncontrasts, nslices, eNz, eNy, rNx),
3                    dtype=np.float32)
4 for rep in range(nreps):
5     for contrast in range(ncontrasts):
6         for slice in range(nslices):

```

```
6      # FFT
7      if eNz>1: #3D
8          im = transform.transform_kspace_to_image(all_data[rep,
9              contrast,slice,:,:,:], [1,2,3])
10     else: #2D
11         im = transform.transform_kspace_to_image(all_data[rep,
12             contrast,slice,:,:,:], [1,2])
13     # Sum of squares
14     im = np.sqrt(np.sum(np.abs(im) ** 2, 0))
15
16     # Stuff into the output
17     if eNz>1: #3D
18         images[rep,contrast,slice,:,:,:] = im
19     else: #2D
20         images[rep,contrast,slice,0,:,:] = im
21
22     # Show an image
23     show.imshow(np.squeeze(images[0,0,0,:,:,:]))
```



شکل ۳-۲: تصاویر بازسازی شده از داده خام و نمونه برداری شده کامل

بخش ۴

نتائج

بخش ۵

## جمع‌بندی

# مراجع

- [1] Top ten diagnostic imaging device manufacturers. Available online: <https://www.hospitalmanagement.net/features/featuremedical-imaging-technology-diagnostic-device-manufacturers/>, (30 October 2012).
- [2] Available online: [https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic\\_resonance\\_imaging](https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_resonance_imaging), (accessed on 23 May 2021).
- [3] Brown, A. Mark, Dale, M. Brian, Semelka, and C Richard. *MRI : basic principles and applications*. Wiley-Blackwell, 5 edition, 2015. URL: <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=d76d7c27e312cdba3afe5caf952bb7e>.
- [4] Emmanuel J. Candès and Benjamin Recht. Exact matrix completion via convex optimization. *Found Comput Math*, 9(6):717–772, apr 2009. doi:[10.1007/s10208-009-9045-5](https://doi.org/10.1007/s10208-009-9045-5).
- [5] Anagha Deshmane, Vikas Gulani, Mark A. Griswold, and Nicole Seiberlich. Parallel MR imaging. 36(1):55–72, jun 2012. doi:[10.1002/jmri.23639](https://doi.org/10.1002/jmri.23639).
- [6] Justin P. Haldar. Low-rank modeling of local k-space neighborhoods (LORAKS) for constrained MRI. *IEEE Trans. Med. Imaging Transactions on Medical Imaging*, 33(3):668–681, mar 2014. doi:[10.1109/tmi.2013.2293974](https://doi.org/10.1109/tmi.2013.2293974).
- [7] Yoseo Han, Leonard Sunwoo, and Jong Chul Ye. *k*-space deep learning for accelerated MRI. *IEEE Trans. Med. Imaging Transactions on Medical Imaging*, 39(2):377–386, feb 2020. doi:[10.1109/tmi.2019.2927101](https://doi.org/10.1109/tmi.2019.2927101).
- [8] Yoseo Han, Leonard Sunwoo, and Jong Chul Ye. \${k}\$ -space deep learning for accelerated MRI. *IEEE Trans. Med. Imaging Transactions on Medical Imaging*, 39(2):377–386, feb 2020. doi:[10.1109/tmi.2019.2927101](https://doi.org/10.1109/tmi.2019.2927101).

- [9] S.S. Hidalgo-Tobon. Theory of gradient coil design methods for magnetic resonance imaging. *Concepts in Magnetic Resonance Part A*, 36A(4):223–242, July 2010. [doi:10.1002/cmr.a.20163](https://doi.org/10.1002/cmr.a.20163).
- [10] Joseph P. Hornak. Chapter 4: Nmr spectroscopy. Available online: <https://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/chap-4/chap-4.htm#4.1>, (accessed on 22 June 2021).
- [11] Souheil J. Inati, Joseph D. Naegele, Nicholas R. Zwart, Vinai Roopchansingh, Martin J. Lizak, David C. Hansen, Chia-Ying Liu, David Atkinson, Peter Kellman, Sebastian Kozerke, Hui Xue, Adrienne E. Campbell-Washburn, Thomas S. Sørensen, and Michael S. Hansen. ISMRM raw data format: A proposed standard for MRI raw datasets. 77(1):411–421, jan 2016. [doi:10.1002/mrm.26089](https://doi.org/10.1002/mrm.26089).
- [12] Dr. Iverson. NMR theory web handout. Available online: <http://iverson.cm.utexas.edu/courses/310N/Handouts/NMRhandout.html>, (accessed on 6 June 2021).
- [13] Kyong Hwan Jin, Dongwook Lee, and Jong Chul Ye. A general framework for compressed sensing and parallel MRI using annihilating filter based low-rank hankel matrix. *IEEE Trans. Comput. Imaging Transactions on Computational Imaging*, 2(4):480–495, dec 2016. [doi:10.1109/tci.2016.2601296](https://doi.org/10.1109/tci.2016.2601296).
- [14] Bernd André Jung and Matthias Weigel. Spin echo magnetic resonance imaging. 37(4):805–817, mar 2013. [doi:10.1002/jmri.24068](https://doi.org/10.1002/jmri.24068).
- [15] Zongying Lai, Xiaobo Qu, Yunsong Liu, Di Guo, Jing Ye, Zhifang Zhan, and Zhong Chen. Image reconstruction of compressed sensing MRI using graph-based redundant wavelet transform. 27:93–104, January 2016. [doi:10.1016/j.media.2015.05.012](https://doi.org/10.1016/j.media.2015.05.012).
- [16] Michael Lustig, David Donoho, and John M. Pauly. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging. *Magn. Reson. Med.*, 58(6):1182–1195, 2007. [doi:10.1002/mrm.21391](https://doi.org/10.1002/mrm.21391).
- [17] Donald W. McRobbie, Elizabeth A. Moore, and Martin J. Graves. Getting in tune: Resonance and relaxation. In *MRI from Picture to Proton*, pages 124–143. Cambridge University Press, April 2017. [doi:10.1017/9781107706958.010](https://doi.org/10.1017/9781107706958.010).

- [18] Donald W. McRobbie, Elizabeth A. Moore, Martin J. Graves, and Martin R. Prince. *MRI from Picture to Proton*. Cambridge University Press, 3 edition, 2017. URL: <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=21afe5cd85038f783f825b10e307a176>, doi:10.1017/9781107706958.
- [19] Water Science School. The water in you: Water and the human body. Available online: <https://www.usgs.gov/special-topic/water-science-school/science/water-you-water-and-human-body>, (accessed on 8 June 2021).
- [20] Michael Unser, Pouya D. Tafti, Arash Amini, and Hagai Kirshner. A unified formulation of gaussian versus sparse stochastic processes—part II: Discrete-domain theory. *IEEE Trans. Inform. Theory Transactions on Information Theory*, 60(5):3036–3051, may 2014. doi:10.1109/tit.2014.2311903.