



دانشگاه صنعتی شریف
مهندسی برق

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد
مهندسی پزشکی

عنوان:

کاهش نرخ نمونه برداری MRI

نگارش:

محمد رضیعی فیجانی

استاد راهنما:

دکتر بیژن وثوقی وحدت

شهریور ۱۳۹۹

سلام

فهرست مطالب

۸	۱ پیش زمینه تحقیق
۸	۱-۱ ساختار تصویربرداری MRI
۸	۱-۱-۱ تاریخچه
۹	۱-۱-۲ خطرات MRI
۱۰	۱-۱-۳ زبان فنی MRI
۱۱	۱-۱-۴ بررسی مفهوم اسپین
۲۴	۱-۱-۵ سیگنال FID و آزادسازی
۲۵	۱-۱-۶ گرادیان
۲۵	۱-۱-۷ k-space
۳۱	۱-۱-۸ مطالعه بیشتر
۳۱	۲-۱ یادگیری عمیق
۳۱	۳-۱ حسگری فشرده
۳۲	۴-۱ آشنایی با فرمت های ذخیره سازی
۳۲	۱-۴-۱ ismrmrd
۳۳	۲ مرورادبیات
۳۴	۱-۲ مقدمه

۳۴	۲-۲ حسگری فشرده
۳۴	۱-۲-۲ معرفی روش ALOHA
۳۵	۳-۲ یادگیری عمیق
۳۵	۱-۳-۲ استفاده از اتوانکدور در حوزه k -space
۴۰	۳ طراحی آزمایشات
۴۱	۴ نتایج
۴۲	۵ جمع بندی

فهرست شکل‌ها

۱-۱	تصویر سازندگان اصلی دستگاه تصویربرداری MRI	۱۰
۲-۱	تصویری از آرشیو اداره ثبت اختراعات آمریکا که متعلق به ریموند دامادیان، دانشمند آمریکایی و یکی از مخترعین سیستم‌های نوین ام آر آی	۱۱
۳-۱		۱۳
۴-۱		۱۵
۵-۱		۱۵
۶-۱		۱۶
۷-۱		۱۶
۸-۱		۱۷
۹-۱		۱۸
۱۰-۱		۱۹
۱۱-۱		۲۱
۱۲-۱		۲۴
۱۳-۱		۲۴
۱۴-۱		۲۶
۱۵-۱		۲۷

۲۷	۱۶-۱
۲۸	۱۷-۱
۲۸	۱۸-۱ دوندگان در یک مسیر
۲۸	۱۹-۱
۲۹	۲۰-۱
۲۹	۲۱-۱
۳۰	۲۲-۱ معمای سه کلید و سه لامپ
۳۱	۲۳-۱
۳۳	۱-۲
۳۵	۲-۲
۳۹	۳-۲

فهرست جدول‌ها

۱-۱	عبارت مهم در MRI	۱۲
۲-۱	بررسی عدد اسپین نسبت به عدد اتمی و جرم اتمی	۱۳
۳-۱	بررسی عدد اسپین نسبت به تعداد پروتون‌ها و تعداد نوترون‌ها	۱۴
۴-۱		۲۰
۵-۱		۲۷

بخش ۱

پیش زمینه تحقیق

۱-۱ ساختار تصویربرداری MRI

۱-۱-۱ تاریخچه

تاریخچه تصویربرداری تشدید مغناطیسی^۱ (MRI) تلاش تعداد زیادی از محققانی را شامل می‌شود که پدیده تشدید مغناطیسی هسته^۲ (NMR) را کشف کردند. در سال ۱۹۵۰، حصول تصویر یک بعدی MRI توسط هرمن کار^۳ گزارش گردید. پاول لاتربر^۴، شیمیدان آمریکایی با کار بر روی تحقیقات پیشین، موفق به ابداع روش‌هایی برای تولید تصاویر دو بعدی و سه بعدی MRI گردید. سرانجام وی در سال ۱۹۷۳ اولین تصویر گرفته شده بر اساس تشدید مغناطیسی هسته‌ای (NMR) خود را منتشر نمود. اولین تصویر مقطع نگاری از یک موش زنده در ژانویه ۱۹۷۴ منتشر گردید.

از سوی دیگر تحقیقات و پیشرفت‌های مهمی در زمینه تصویربرداری بر اساس تشدید مغناطیسی هسته برای نخستین بار در دانشگاه ناتینگهام انگلستان^۵ صورت پذیرفت، جایی که پیتر منسفیلد فیزیکدان برجسته آن مؤسسه با گسترش یک روش ریاضی موفق به کاهش زمان تصویربرداری و افزایش کیفیت تصاویر نسبت به روش بکارگرفته شده توسط لاتربر گردید. در همان زمان در سال ۱۹۷۱ دانشمند

¹Magnetic Resonance Imaging

²Nuclear Magnetic Resonance

³Herman Carr

⁴Paul C. Lauterbur

⁵University of Nottingham

آمریکایی ارمنی تبار ریموند دامادیان استاد دانشگاه ایالتی نیویورک در مقاله‌ای که در مجله Science منتشر گردید، اعلام نمود که امکان تشخیص تومور از بافت‌های عادی به کمک تصویربرداری NMR میسر می‌باشد.

سرانجام جایزه نوبل پزشکی سال ۲۰۰۳ به خاطر اختراع ام آر آی به پاول لاتربر از دانشگاه ایلینوی در اوربانا شامپاین و پیتز منزفیلد از انگلستان اعطا گردید. این جایزه به تنهایی می‌تواند اهمیت این نوع تصویربرداری را نشان دهد.

اما چه عواملی باعث شده‌اند تا این قدر MRI با اهمیت و ویژه باشند؟ تصویربرداری MRI روشی غیر تهاجمی و نسبتاً امن است.

سیستم‌های ام آر آی امروزه غالباً دارای قدرت میدان‌های ۰/۲، ۱، ۱/۵، و ۳ تسلا می‌باشند. در ایالات متحده آمریکا بیمارستان‌ها و مراکز خدمات بهداشتی اجازه استفاده از سیستم‌های تا ۴ تسلا را نیز برای یک بیمار دارند. اما از چهار تسلا به بالا صرفاً جنبه و کاربردهای تحقیقاتی دارد.

امروزه بزرگ‌ترین تولیدکننده‌های سیستم‌های ام آر آی شرکت‌های زیمنس (آلمان)، جنرال الکتریک (آمریکا)، توشیبا (ژاپن)، و فیلیپس (هلند) می‌باشند.

۱-۱-۲ خطرات MRI

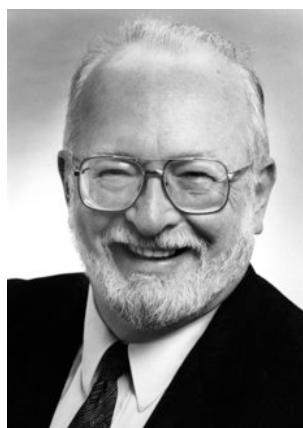
برخلاف سایر دستگاه‌های تصویربرداری مثل اشعه ایکس و سی تی اسکن، ام آر آی از تشعشع یونیزه استفاده نمی‌کند. از این ابزار می‌توان برای تصویربرداری از جنین در دوران بارداری استفاده کرد بدون آن که اثری روی آن داشته باشد. اما باز هم این روش ممکن است خطراتی در پی داشته باشد و به همین دلیل جوامع پزشکی استفاده از MRI را در مراحل اولیه تشخیص بیماری توصیه نمی‌کنند. از آنجایی که در فرآیند ام آر آی از مغناطیس قوی استفاده می‌شود هر قطعه فلزی که در بدن وجود داشته باشد مثل ضربان ساز قلب، مفصل مصنوعی، دریچه مصنوعی قلب، حلزون مصنوعی گوش و یا هر نوع صفحه و پیچ و مهره فلزی در بدن ممکن است خطر ساز باشد، چون میدان مغناطیسی می‌تواند باعث جابجایی و یا گرم شدن آن قطعه شود.

تعدادی از بیمارانی که از ضربان ساز قلب استفاده می‌کردند طی انجام ام آر آی از دنیا رفتند. بنابراین لازم است تکنولوژیست MRI سوالات لازم را قبل از انجام این فرآیند از بیمار بپرسد. البته بیشتر قطعات فلزی که امروز در ایمپلنت‌های بدن استفاده می‌شوند تحت تأثیر میدان‌های مغناطیسی قرار نمی‌گیرند و



source: <https://is.gd/teAHxS>

(ب) تصویر هرمن کار



source: <https://is.gd/HgbMvo>

(آ) تصویر پاول لاتریور



source: <https://is.gd/W7AXIL>

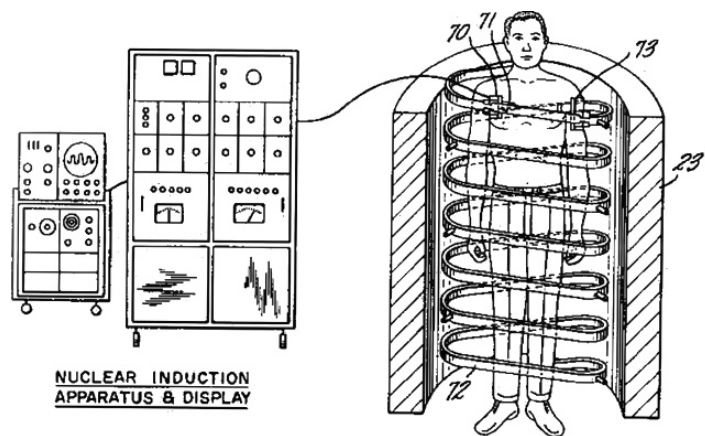
(ج) تصویر Peter-Mansfield

شکل ۱-۱: تصویر سازندگان اصلی دستگاه تصویربرداری MRI

به اصطلاح MR-Safe هستند. علاوه بر این، هنگام اسکن، دستگاه ام آر آی صداهاى بلندی تولید می‌کند که ممکن است باعث ناراحتی فرد شود، بنابراین استفاده از حفاظ گوش در طول این فرآیند ضروری است.

۳-۱-۱ زبان فنی MRI

در حوزه MRI نیز مانند دیگر شاخه های علوم پزشکی و کلا علوم، زبان و عبارت های خاص خود را دارد. بسیاری از این عبارت ها که با حرف T شروع می‌شوند ممکن است کمی عجیب و سردم کننده



source: <https://w.wiki/3STS>

شکل ۱-۲: تصویری از آرشیو اداره ثبت اختراعات آمریکا که متعلق به ریموند دامادیان، دانشمند آمریکایی و یکی از مخترعین سیستم‌های نوین ام آر آی

باشد. هرچند در ادامه برخی از آن‌ها را به تفصیل توضیح خواهیم داد اما در ابتدا یک بار با آن‌ها در این قسمت آشنا می‌شویم. جدول ۱-۱ برگرفته شده از [۱۷] این موارد را بیان می‌کند.

۴-۱-۱ بررسی مفهوم اسپین

ساختار یک اتم، یکی از اجزای اساسی در آزمایشات تشدید مغناطیسی است. اتم‌ها از سه ذره اصلی^۶ تشکیل شده‌اند: (۱) پروتون، که بار مثبت دارد (۲) نوترون، که بدون بار است (۳) الکترون، که بار الکتریکی منفی دارد. پروتون‌ها و نوترون‌ها در درون هسته اتم قرار گرفته‌اند و الکترون‌ها در خارج هسته به دور آن می‌گردند. همچنین عدد/تمی^۷ تعداد پروتون‌های یک اتم و جرم/تمی^۸، تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها در یک اتم را نشان می‌دهد. اگر دو اتم عدد/تمی یکسان اما عدد جرمی متفاوت داشته باشند، آن دو اتم را هم‌ریخت یا ایزوتوپ^۹ یکدیگر می‌نامند. که خواص شیمیایی مشابهی اما با نرخ‌های متفاوت دارند.

یکی دیگر از خواص هسته‌ها، اسپین^{۱۰} یا اندازه حرکت زاویه ای ذاتی اسپینی^{۱۱} است. هسته‌هایی

⁶Fundamental Particles

⁷Atomic Number

⁸Atomic Weight

⁹Isotope

¹⁰Spin

¹¹Intrinsic Spin Angular Momentum

که حرکت اسپینی دارند همواره حول یک محور در حال گردش هستند. (شکل ۱-۳) حرکت اسپینی را نمایش می‌دهد. تمام عناصر جدول تناوبی^{۱۲} بجز آرگون^{۱۳} و سریم^{۱۴} حداقل یک ایزوتوپ دارند که حرکت اسپینی دارد. از آنجا که این حرکت نقش مهمی در اصول تصویربرداری MRI دارد، بنابراین تقریباً تمامی عناصر قابلیت مشاهده شدن در تصویربرداری MRI را دارند. اسپین یکی از خواص کوانتومی هسته است و تعداد محدودی اسپین در طبیعت وجود دارند.

اسپین که با نماد I و یا Φ نمایش می‌دهند، مقادیر کوانتیده‌ای به خود می‌گیرد به طوری که می‌تواند صفر یا یک عدد صحیح (مثل ۱ و ۲ و ۳ و ...) و یا یک عدد صحیح و نصفی (مثل ۰/۵ و ۱/۵ و ۲/۵ و ...) باشد. بنابر [۲]، می‌توان جدول ۱-۲ را استخراج نمود که آن را می‌توان به شیوه جدول ۱-۳ برحسب تعداد پروتون ها و نوترون ها به خاطر سپرد. درحقیقت اتم‌هایی با عدد اتمی یا جرم اتمی فرد دارای

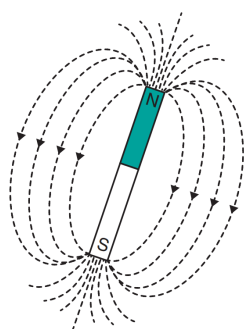
عبارت	توضیحات
T_1	یکی از مشخصه های یک بافت است که زمان آزادسازی اسپین-لتیس نامیده می‌شود.
T_2	یکی از مشخصه های یک بافت است که زمان آزادسازی اسپین-اسپین نامیده می‌شود.
T_2^*	یکی از مشخصه های بافتی است که در یک میدان مغناطیسی قرار دارد و زمان آزادسازی اسپین-اسپین آشکار نامیده می‌شود.
PD	
TR	
TE	
TI	
α	
T_{1w}	
T_{2w}	
T_{2w}^*	
PDw	

جدول ۱-۱: عبارت مهم در MRI

¹²Periodic Table

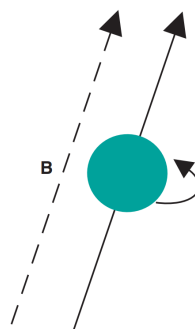
¹³Argon

¹⁴Cerium



doi:10.1002/9781119013068

(ب) مغناطیس



doi:10.1002/9781119013068

(آ) اسپین

شکل ۱-۳:

اسپین هستند و اگر هردو زوج باشند، نمی‌توان آن‌ها را در تصویربرداری MRI مطالعه نمود. در تصویربرداری MRI ما بر روی هسته‌هایی متمرکز هستیم که اسپین آن‌ها $\frac{1}{2}$ است. به‌طور خاص در تصویربرداری MRI، هسته اتم هیدروژن ^1H (فراوان‌ترین ایزوتوپ هیدروژن) و اتم کربن ^{13}C (ایزوتوپ کمیاب اما مفید در تصویربرداری) استفاده می‌شود. [۱۱] با توجه به این که فراوان‌ترین ایزوتوپ کربن یعنی ^{12}C فاقد اسپین است (چراکه تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن هردو زوج هستند)، بنابراین قابل بررسی در تصویربرداری MRI نیستند. البته عناصر دیگری نیز مانند ^{19}F ، ^{23}Na و ^{31}P نیز در این تصویربرداری حائز اهمیت می‌باشند.

اتم هیدروژن ^1H از آن جهت بسیار اهمیت دارد که اولاً ساختار بسیار ساده‌ای دارد (هسته آن از یک تک پروتون تشکیل شده است) و ثانیاً در ساختمان اصلی آب H_2O بکار رفته است. بدن هوانسان به طور میانگین، از ۶۰ درصد آب تشکیل شده است. همچنین برخی ارگان‌های بدن حتی تا ۹۰ درصد از

عدد اتمی	جرم اتمی	عدد اسپین
زوج	زوج	صفر
فرد	زوج	عدد صحیح
فرد	فرد	عدد صحیح و نصفی
زوج		

جدول ۱-۲: بررسی عدد اسپین نسبت به عدد اتمی و جرم اتمی

آب ساخته شده‌اند. مغز و قلب انسان ۷۳ درصد آب، ریه ها ۸۳ درصد، پوست ۶۴ درصد، ماهیچه‌ها و کلیه‌ها ۷۹ درصد و استخوان ها ۳۱ درصد آب را شامل می‌شوند. [۱۸] از این رو، اتم هیدروژن نقش تعیین کننده ای دارد. از آنجایی که اتم اکسیژن $^{16}_8\text{O}$ اسپینی ندارد، بنابراین نقشی در تصویربرداری MRI ندارد. با توجه به این که آب در بافت های نرم به میزان بیشتری وجود دارد، این نوع تصویر برداری عموماً برای تصویربرداری از نواحی دارای بافت نرم مانند مغز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

از آنجایی که درون هسته متشکل از پروتون هاست، بارالکتریکی هسته مثبت است. از این رو، در صورت حرکت دورانی حول محور دوران خود، یک میدان مغناطیسی هم‌راستا با همان محور دوران، ایجاد می‌کند. چون که مقدار اندازه اسپین هسته یک مقدار ثابت است این میدان مغناطیسی نیز اندازه ثابتی دارد. بنابراین برای ممان مغناطیسی هسته 15 دو مولفه‌ی مقدار و جهت میدان مغناطیسی می‌توان تعریف کرد. به عبارت دیگر یک هسته دارای اسپین را می‌توان به صورت یک آهنربای میکروسکوپی ریز در نظر گرفت (شکل ۱-۳(ب)). برای یک پروتون یا همان هسته ی ^1H ، ممان مغناطیسی μ و تکانه زاویه‌ای اسپینی Φ^{16} با یک ثابت تناسب γ به صورت زیر به یک دیگر مرتبط می‌شوند.

$$\mu = \gamma \cdot \Phi \quad (1-1)$$

که γ در رابطه‌ی بالا نسبت ژایرومغناطیسی 17 نامیده می‌شود و واحد $\frac{\gamma}{\pi}$ را عموماً بر حسب (MHz/Tesla) بیان می‌کنند.

در اندازه گیری MR مجموعه‌ای از این میدان های مغناطیسی کوچک مورد بررسی قرار می‌گیرد و به صورت تکی به قدری نیستند که بتوان آن‌ها را بررسی نمود. جهت این اسپین ها یک مکانیسم تصادفی

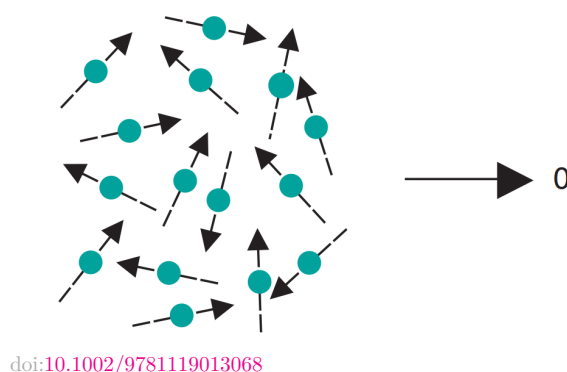
تعداد پروتون	تعداد نوترون	عدد اسپین
زوج	زوج	صفر
فرد	فرد	عدد صحیح
فرد	زوج	عدد صحیح و نصفی
زوج	فرد	

جدول ۱-۳: بررسی عدد اسپین نسبت به تعداد پروتون ها و تعداد نوترون ها

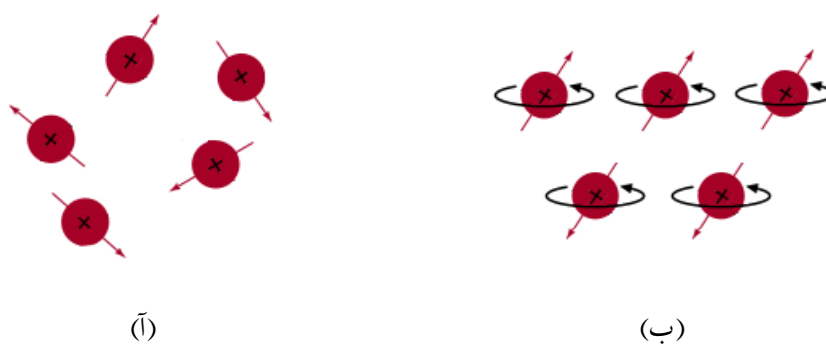
¹⁵Nuclear Magnetic Moment

¹⁶Spin Angular Momentum

¹⁷Gyromagnetic Ratio



شکل ۱-۴:



source: http://www.qorganica.es/QOT/T12/alineamiento_e_exported/index.html

شکل ۱-۵:

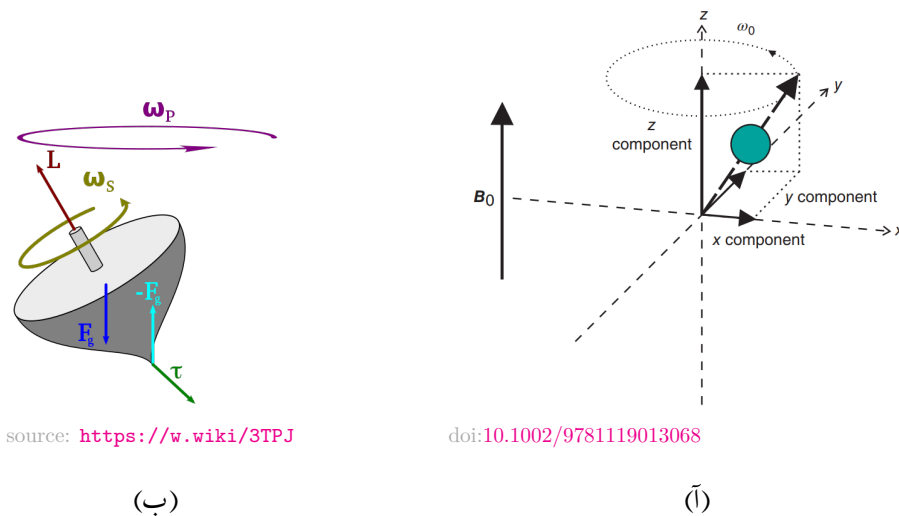
دارد به طوری که در یک مجموعه هسته دارای اسپین، در صورت عدم حضور میدان خارجی، برآیند میدان مغناطیسی حاصل در آن مجموعه صفر است و سیستم در حالت تعادل قرار دارد. (شکل ۱-۴) در واقع تصاویر MRI در ابعاد ماکروسکوپیکی ثبت می‌شوند.

پروتون‌ها در یک میدان مغناطیسی خارجی

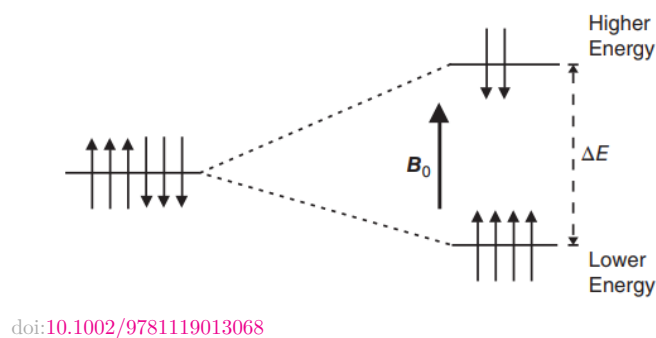
هنگامی که پروتون‌های دارای اسپین در داخل یک میدان مغناطیسی قوی^{۱۸} خارجی B_0 قرار می‌گیرند، دو اتفاق مهم رخ می‌دهد: اولاً ممان‌های مغناطیسی اتم‌ها تمایل پیدا می‌کنند که هم‌جهت یا خلاف جهت^{۱۹} قرار بگیرند (شکل ۱-۵(ب)) و ثانیاً وادار می‌شوند که حرکت چرخشی حول راستای میدان

^{۱۸} هنگامی که از میدان مغناطیسی قوی صحبت می‌کنیم منظور چیزی حدود حداقل ۱ تسلا یا ۱۰۰۰۰ گاوس است.

^{۱۹}Parallel or Anti-parallel



شکل ۱-۶:

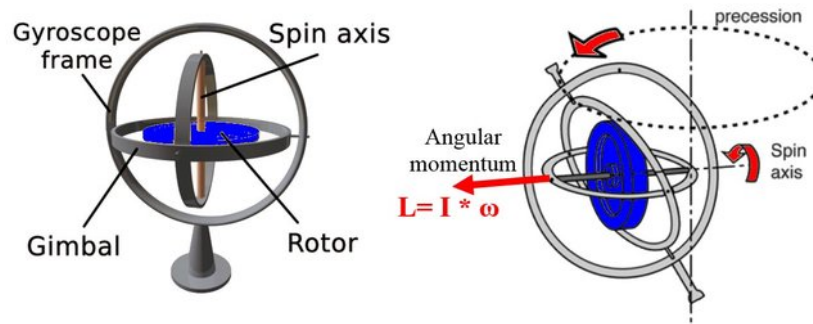


شکل ۱-۷:

مغناطیسی خارجی داشته باشند که به این پدیده **حرکت تقدیمی**^{۲۰} می‌گویند.

همانطور که اشاره شد در اثر یک میدان مغناطیسی خارجی B تمایل پیدا می‌کنند که ممان‌های مغناطیسی خود را در جهت یا خلاف جهت آن میدان قرار دهند. آن‌هایی که در جهت آن میدان قرار داشته باشند انرژی کمتر و آن‌هایی که در خلاف جهت آن میدان باشند، انرژی بیشتری را دارا می‌باشند. تعداد پروتون‌های زیادی وجود دارند که در جهت و یا خلاف جهت میدان قرار می‌گیرند و تعداد آن‌ها تقریباً مشابه هم دیگر است که در حقیقت می‌توان گفت اکثر پروتون‌ها در اثر این میدان اثر یک دیگر را خنثی می‌کنند اما برآیند آن‌ها صفر نمی‌شود زیرا تعداد آنانی که در جهت میدان قرار می‌گیرند به میزان کمی، بیشتر است که به آن به اصطلاح، **اسپین اضافه**^{۲۱} گفته می‌شود. (شکل ۱-۷) از این رو مقدار ناصفری

²⁰Precession²¹Excess Spin



source: <https://is.gd/T3UkHu>

شکل ۱-۸:

برای مغناطیس‌شوندگی شبکه^{۲۲} وجود دارد. به عبارت دقیق‌تر، نسبت $\frac{\text{تعداد خلاف جهت‌ها} - \text{تعداد هم‌جهت‌ها}}{\text{تعداد کل پروتون‌ها}}$ یک عدد نامنفی بسیار کوچک است. به عنوان مثال، در یک میدان مغناطیسی خارجی $B_0 = 3\text{T}$ و در دمای اتاق، نسبت مذکور چیزی در حدود 10^{-5} می‌باشد. یعنی از یک میلیون پروتونی که در اختیار داریم تنها 10^5 تای آنان در اسپین اضافه نقش دارند که آن اسپین اضافه در تولید سیگنال‌های MR^{۲۳} استفاده می‌شوند.

به طور دقیق‌تر تعداد پروتون‌های هم‌جهت (N_{down}) و خلاف جهت میدان (N_{up})، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد.

$$\frac{N_{\text{up}}}{N_{\text{down}}} = e^{\frac{\Delta E}{k_B T}} \quad (2-1)$$

که در این رابطه، k_B ثابت بولتزمن^{۲۴} ($k_B = 1.3810^{-23} \text{JK}^{-1}$) و ΔE اختلاف این دو سطح انرژی است که در شکل ۱-۷ مشخص شده است و T نیز دما بر حسب کلونین می‌باشد. مرجع [۱۶] روابط کوانتومی دقیق‌تری را در این رابطه بیان کرده است.

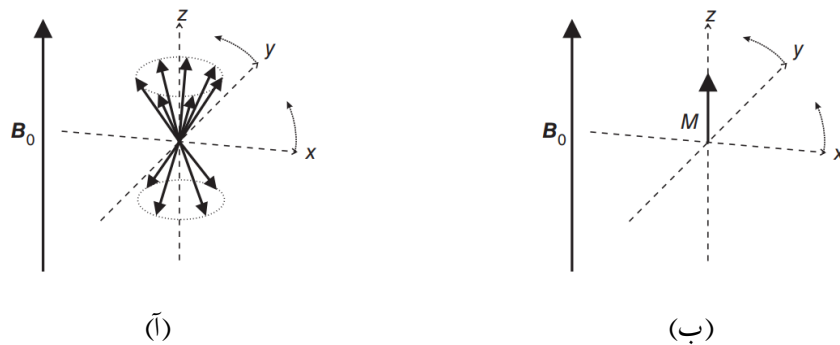
پدیده دومی که در اثر قرار گرفتن یک پروتون در درون یک میدان مغناطیسی بسیار قوی برایش اتفاق می‌افتد، حرکت تقدیمی نامیده می‌شود. این پدیده را می‌توان به صورت یک ژایروسکوپ (۸-۱) (شکل ۱-۶ب) و یا حرکت آشنای یک فرفره در حال گردش (شکل ۱-۶ب) در نظر گرفت. اگر یک ژایروسکوپ و یا فرفره در راستای عمودی جهت‌گیری داشته باشد، بدون تلو تلو خوردن^{۲۵} به دور خود می‌چرخد. هنگامی که یک بار محور چرخش ژایروسکوپ از محور عمومی فاصله بگیرد، در اثر میدان

²²Net Magnitation

²³MR Signals

²⁴Boltzmann Constant

²⁵Wobbling



doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱-۹:

مغناطیسی زمین یا همان جاذبه^{۲۶} شروع به گردش حول محور عمودی خود با فرکانسی مستقل از فرکانس اسپینی مطابق شکل ۱-۶ (ب) می‌کند.

به‌طور خلاصه دو نوع حرکت برای یک پروتون دارای اسپین در یک میدان مغناطیسی قوی می‌توان تصور کرد.

(آ) حرکت اسپینی هسته به دور محور خود و با فرکانس مخصوص خود که آن حرکت، ممان زاویه‌ای اسپینی را تولید می‌کند و آن نیز باعث ایجاد ممان مغناطیسی می‌شود.

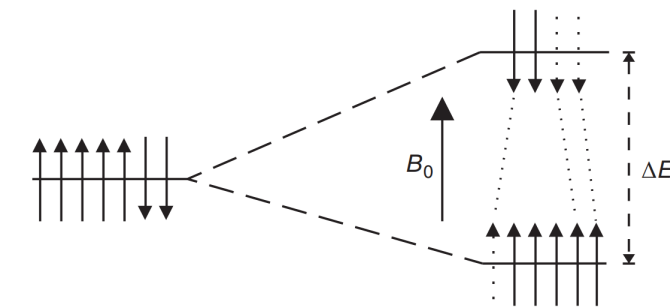
(ب) حرکت تقدیمی که نوعی تلوتلو خوردن و گردش حول یک محور دیگر و با فرکانسی مستقل می‌باشد.

مغناطش شبکه

مغناطش شبکه و یا مغناطیس شونده‌گی شبکه^{۲۷}

موضوع مهم دیگری است که در MRI مطرح می‌شود. مغناطیس شونده‌گی هر پروتون را می‌توان به عنوان یک بردار در نظر گرفت. مغناطش شبکه را می‌توان به‌عنوان برآیند آن بردارها مطابق شکل ۱-۹ در نظر گرفت. هر یک از این بردار را می‌توان در راستای میدان به دو مولفه‌ی طولی و عرضی تجزیه نمود. با این مدل‌سازی نیز همان‌طور که پیشتر نیز توضیح داده شد، اکثر مولفه‌هایی هم‌جهت و خلاف جهت،

²⁶Gravity²⁷Net Magnetization



doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱-۱۰:

هم‌دیگر را کنسل می‌کنند و تعداد کمی اسپین‌های هم‌جهت باقی می‌مانند که اسپین اضافه نام داشتند. اما موله عرضی صفر است. چراکه اسپین پروتون‌ها فاز تصادفی دارند و بنابراین برآیند آنان صفر می‌شود. این یعنی مغناطش شبکه، مولفه‌ای در راستای عرضی ندارد و صرفاً در راستای مولفه‌ی طولی یا همان راستای میدان مغناطیسی خارجی B_0 می‌باشد. (شکل ۱-۹(ب))

فرکانس لامور و پدیده NMR

همانند رابطه‌ی بین تکانه زاویه‌ای اسپینی و ممان مغناطیسی که در رابطه‌ی ۱-۱ بیان شد، رابطه‌ی تناسبی دیگری نیز بین فرکانس زاویه‌ای حرکت تقدیمی ω و میدان مغناطیسی خارجی B_0 با ثابت تناسب ژایرومغناطیسی^{۲۸} γ می‌توان استخراج نمود:

$$\omega_0 = \gamma \cdot B_0 \quad \leftrightarrow \quad f_0 = \frac{\gamma}{2\pi} \cdot B_0 \quad (3-1)$$

به عنوان یک مثال، به ازای میدان خارجی $B_0 = 1\text{ T}$ ، مقدار f_0 برابر 42.58 MHz می‌شود. این فرکانس در شکل ۱-۶(آ) نیز نشان داده شده است. تساوی بالا به عنوان **تساوی لارمور**^{۲۹} شناخته می‌شود و مهم‌ترین معادله‌ای است که اکثر پدیده‌های مرتبط با MRI را توضیح می‌دهد که از بین آن پدیده‌ها می‌توان به رزونانس مغناطیسی و قسمت‌های تصویربرداری مانند مفهوم میدان گرادیان و نقش آن در تصویربرداری اشاره نمود. ثابت تناسب ژایرومغناطیسی برخی از مهمترین عناصر در کاربرد MRI در جدول ۱-۴ آورده شده است.

²⁸Constant Gyromagnetic Ratio²⁹Larmor Equation

گفته شد که براثر وارد کردن یک میدان خارجی B بر مجموعه ای از پروتون ها تعدادی از آن اسپین ها همجهت با میدان می شوند که انرژی کمتری دارند و تعدادی از آنان نیز خلاف انرژی میدان جهت گیری می کنند که انرژی بیشتری را دارا می باشند و در هردو سطح انرژی 30 دارای حرکت تقدیمی با فرکانس تقدیمی لارمور که از رابطه ی ۱-۳ ناشی می شود، می باشند و اکثر آن ممان های مغناطیسی هم دیگر را خنثی می کردند و مغناطش شبکه که مقداری کوچک ولی ناصفری بود را بوجود می آوردند.

در این هنگام اگر یک سیگنال الکترومغناطیسی RF 31 با همان فرکانس لارمور ω به آن تابیده شود، مطابق شکل ۱-۱۰ تعدادی از اسپین هایی که هم جهت با میدان B و در سطح انرژی پایین تری قرار داشتند، در اثر این تشدید، انرژی آن سیگنال را جذب می کنند و به سطح بالایی انرژی می روند که در این حالت نیز خلاف جهت میدان جهت گیری می کنند. این خاصیت در حقیقت یک ویژگی کوانتومی است

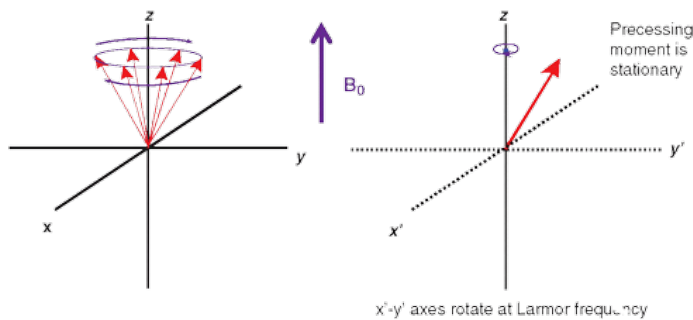
Element	Isotope	Spin	Natural Abundance	Quadrupole Moment, Q ($10^{-30} \frac{\text{rad}}{\text{m}^2} \text{A}$)	Gyromagnetic Ratio ($10^7 \frac{\text{rad}}{\text{T.s}}$)	Common Reference Standard
Hydrogen	^1_1H	$\frac{1}{2}$	100	0	26.75105	$\text{Si}(\text{CH}_3)_4$
	^2_1H or ^2_1D	1	< 0.1	2.8E-3	4.10646	$\text{Si}(\text{CD}_3)_4$
Boron	$^{10}_5\text{B}$	3	19.7	0.08	2.87471	$\text{BF}_3 \cdot \text{OEt}_2$
	$^{11}_5\text{B}$	$\frac{3}{2}$	80.3	0.04	8.58406	$\text{BF}_3 \cdot \text{OEt}_2$
Carbon	$^{13}_6\text{C}$	$\frac{1}{2}$	1.1	0	6.72804	$\text{Si}(\text{CH}_3)_4$
Nitrogen	$^{14}_7\text{N}$	1	99.6	1	1.93297	CH_3NO_2
	$^{15}_7\text{N}$	$\frac{1}{2}$	0.4	0	-2.71171	CH_3NO_2
Fluorine	$^{19}_9\text{F}$	$\frac{1}{2}$	100	0	25.18034	CFCl_3
Aluminium	$^{27}_{13}\text{Al}$	$\frac{5}{2}$	100	15	6.97594	$\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ in D_2O
Silicon	$^{29}_{14}\text{Si}$	$\frac{1}{2}$	4.7	0	-5.3146	$\text{Si}(\text{CH}_3)_4$
Phosphorus	$^{31}_{15}\text{P}$	$\frac{1}{2}$	100	0	10.84015	85% H_3PO_4
Chlorine	$^{35}_{17}\text{Cl}$	$\frac{3}{2}$	75.5	-7.9	2.62401	NaCl in D_2O
	$^{37}_{17}\text{Cl}$	$\frac{3}{2}$	24.5	-6.2	2.18428	NaCl in D_2O

source: <http://www.acadiau.ca/~bellis/resources/nmr/isotopes.html>

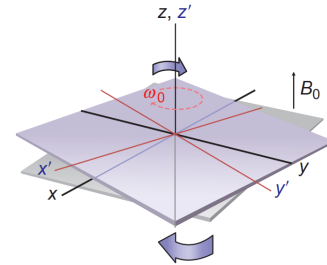
جدول ۱-۴:

³⁰Energy State

³¹RadioFrequency

source: musculoskeletalkey.com/magnetic-resonance-imaging-2/

(ب)



doi:10.1017/9781107706958.010

(ا)

شکل ۱-۱۱:

که با فیزیک کلاسیک نمی‌توان آن را توجیه کرد و به عنوان وارونه‌سازی جمعیت^{۳۲} شناخته می‌شود. در اثر این اتفاق، مغناطش شبکه نیز دچار تغییر می‌شود. برای بررسی این تغییرات معمولاً ساده‌تر است که دستگاه مختصات جدید $x'oy'$ را به شیوه زیر تعریف کنیم:

$$x' = x \cos(\omega_0 t) - y \sin(\omega_0 t) \quad (1-4\text{آ})$$

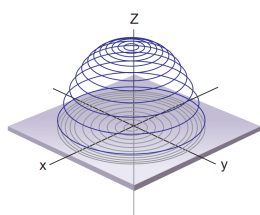
$$y' = x \sin(\omega_0 t) + y \cos(\omega_0 t) \quad (1-4\text{ب})$$

$$z' = z \quad (1-4\text{ج})$$

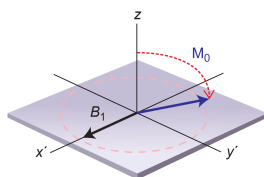
توجه داریم که در تعریف این دستگاه جدید پارامتر t که همان زمان است، دخیل شده است و این یعنی که دستگاه مختصاتی در طول زمان با همان فرکانس لارمور ω_0 در حال گردش است که شکل ۱-۱۱(آ) آن را نشان می‌دهد. (محور z ها در همان راستای میدان B_0 تعریف شده است.) با این تغییر، ممان‌های مغناطیسی گردان، به صورت ایستاد^{۳۳} مطابق شکل ۱-۱۱(ب) در می‌آیند.

سیگنال RF یک سیگنال با پهنای باند بسیار باریک حول یک فرکانس مرکزی می‌باشد. در طی این فرایند، پروتون‌ها انرژی آن را در فرکانس مشخصی دریافت می‌کنند. با نوشتن روابط کوانتومی در [۱۶]، می‌توان نشان داد که رابطه این فرکانس خاص و میدان B_0 مجدداً از تساوی لارمور در رابطه‌ی ۱-۳ محاسبه می‌شود و این یعنی آن فرکانس خاص همان ω_0 است. همچنین اختلاف دو سطح مذکور انرژی

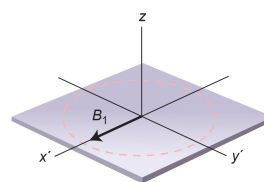
³²Population Inversion³³Stationary



(ج)

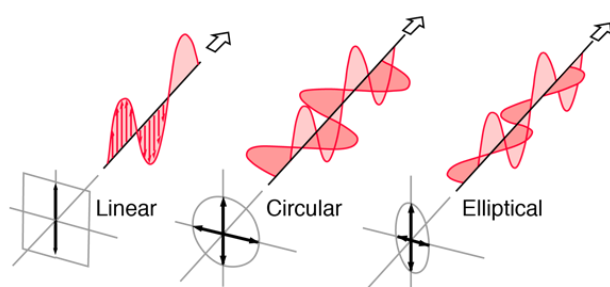


(ب)

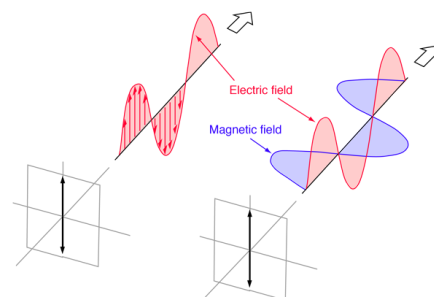


(ا)

doi:10.1017/9781107706958.010



(ب)



(ا)

source: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/polclas.html>

نیز از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید که به معادله‌ی موج بروگلی^{۳۴} ناشی می‌شود.

$$\Delta E = \hbar\omega_0 = \left(\frac{+1}{2} - \frac{-1}{2}\right)\gamma\hbar B_0 = \gamma\hbar B_0 \quad (5-1)$$

که در آن \hbar ثابت پلانک^{۳۵} با مقدار $\hbar = 6.62607004 \times 10^{-34} \text{ (m}^2\text{kg/s)}$ می‌باشد. بنابراین صرفاً انرژی در این فرکانس ω پروتون را برمی‌انگیزد که از اسپین خود را تغییر دهند و بین سطوح انرژی جابجا شوند. این انرژی کوانتیده به عنوان انرژی جذب رزونانسی و یا تشدید^{۳۶} شناخته می‌شود و فرکانس مربوط به آن را فرکانس تشدید^{۳۷} می‌نامند. از این نکته می‌توان دلیل نام گذاری MRI و مخصوصاً بخش رزونانسی آن را متوجه شد.

پالس RF توسط یک سیم‌پیچ فرستنده که بر میدان B_0 عمود است، ایجاد می‌شود و یک میدان مغناطیسی B_1 که عمود بر میدان B_0 و با فرکانس تشدید لارمور ω در حال نوسان است، را ایجاد

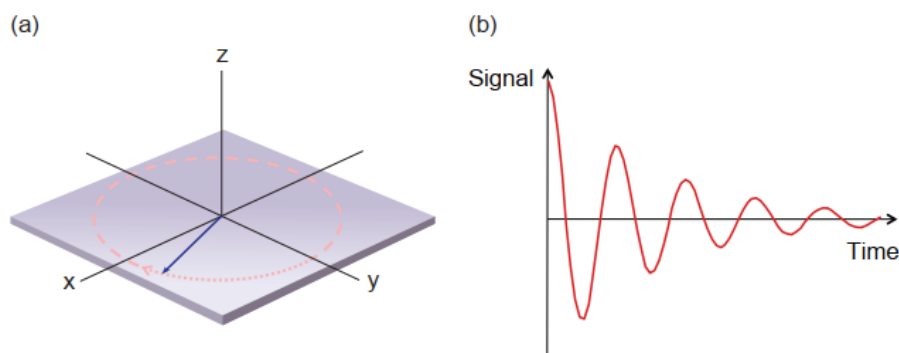
³⁴De Broglie's wave equation³⁵Planck's Constant³⁶Resonance Absorption Energy³⁷Resonant Rrequency

می‌کند. بنابراین دیگر موله عرضی M_0 صفر نمی‌باشد. فرض کنید این میدان جدید B_1 در دستگاه گردان شکل ۱-۴ در راستای x' تعریف شده است. از آنجا که این میدان با فرکانس ω در حال نوسان است، در این دستگاه مختصات گردان به صورت ایستادن ظاهر می‌شود (شکل ۱-۱۲(آ)) و فرض است که میدان B_0 نیز در راستای محور z تعریف شده است. این میدان جدید مغناطش شبکه (M_0) را در طول زمان جابجا میکند. این جابجایی در دستگاه مختصات گردان، به شکل خیلی ساده حول محور x' ها و با سرعت ثابت جابجا می‌شود (البته اگر میدان B_1 در طول زمان مقدار ثابتی داشته باشد) که در شکل ۱-۱۲(ب) این جابجایی را از محور z تا محور y' را نمایش می‌دهد. این جابجایی را می‌توان بر حسب زمان و براساس زاویه‌ی تکان α ^{۳۸} به شکل زیر فرمول‌بندی کرد.

$$\alpha = \gamma B_1 t_p \quad (۱-۶)$$

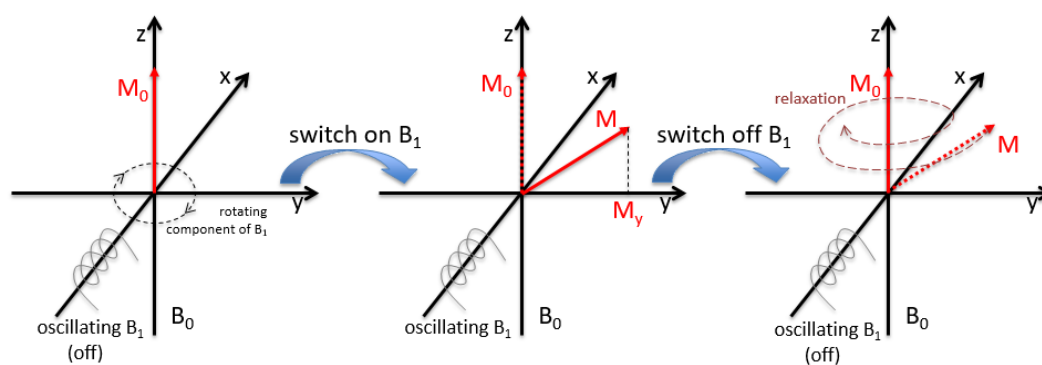
که در آن B_1 اندازه‌ی میدان مغناطیسی سیگنال RF است و t_p طول زمان اعمال پالس است. اگر پالس RF درست در زمانی که M_0 به صفحه‌ی مولفه‌ی عمودی برسد پایان بیابد، $\alpha = 90^\circ$ می‌شود و پالس RF یک پالس 90° نامیده می‌شود. اگر قدرت و یا طول مدت اعمال این سیگنال دوبرابر شود، بردار M_0 دقیقاً 180° می‌چرخد و پالس متناظر با آن را پالس 180° می‌نامند. بنابراین زمان اهمیت ویژه‌ای در اساس کار دستگاه‌های MRI دارد [۱۶]. شکل ۱-۱۲(ج) مسیر حرکت بردار M_0 را در دستگاه مختصات معمول xoy نشان می‌دهد که مسیری فکری را طی می‌کند. همچنین پالس RF یک اثر مهم دیگری که بر روی اسپین‌ها دارد این است که آن‌ها را هم‌فاز می‌کند. به عبارت دیگر تمام آن‌ها در روی دایره‌ی گردان، به یک نقطه اشاره می‌کنند. شکل ۱-۱۳ خلاصه‌ای از آنچه که گفته شد را نشان می‌دهد. با جابجایی بردار M_0 به سمت صفحه‌ی عرضی و حرکت تقدیمی آن به دور محور z ها یک میدان مغناطیسی نوسانی ایجاد می‌شود که می‌توان آن را توسط ولتاژی که روی یک سیم‌پیچ گیرنده القا می‌کند، اندازه‌گیری نمود. این سیم‌پیچ صرفاً به میدان‌های مغناطیسی عمود بر راستای B_0 حساس می‌باشد. بنابراین در این هنگام باید سیم‌پیچ فرستنده خاموش شود و در سیم‌پیچ گیرنده ولتاژی القا می‌شود که با فرکانس ω تغییر می‌کند. دامنه‌ی این ولتاژ القایی به صورت نمایی به سمت صفر تنها در عرض چند میلی ثانیه میرا می‌شود (شکل ۱-۱۲) چرا که پروتون‌ها به سرعت نسبت به یک دیگر دیفاز^{۳۹} می‌شوند. این سیگنال القای آزاد میراشونده (FID)^{۴۰} نامیده می‌شود [۹] که در مورد آن بیشتر صحبت خواهد شد.

³⁸Flip Angle³⁹Dephase⁴⁰Free Induction Decay



doi:10.1017/9781107706958.010

شکل ۱-۱۲:

source: <https://musculoskeletalkey.com/magnetic-resonance-imaging-2/>

شکل ۱-۱۳:

۵-۱-۱ سیگنال FID و آزادسازی

به محض آن‌که پالس RF قطع می‌شود، پروتون‌هایی که بردار مغناطیسی آن‌ها به سمت صفحه عرضی متمایل شده بود، به نقطه تعادل خود باز گردند. در این آزادسازی^{۴۱} دو اتفاق اصلی می‌افتد: (۱) پروتون‌ها انرژی ای را که در فرکانس ω جذب کرده بودند را از خود منتشر می‌کنند. (۲) اسپین‌هایی که بعد از اعمال فاز هم‌فاز شده‌اند، فاز خود را از دست می‌دهند و مغناطش شبکه به محور B_0 باز می‌گردد و حول آن مانند یک ژيروسکوپ به حرکت تقدیمی می‌پردازد (شکل ۱-۱۳).

علت دی‌فاز شدن اسپین‌ها، اختلاف اندکی است که بین فرکانس تقدیمی آن‌ها وجود دارد. برای درک بهتر این موضوع، یک دستگاه مختصات گردان با فرکانس لارمور ω (شکل ۱-۴۴) را در نظر بگیرید.

⁴¹Relaxation

اگر اسپینی فرکانس تقدیمی آن کمی بیشتر باشد، در جهت عقربه های ساعت و اگر کمی کمتر باشد، در خلاف جهت عقربه های ساعت دیفاز می شود. بنابراین هر چیزی که باعث تغییرات کمی در فرکانس آن ها از فرکانس لارمور شود، منجر به دیفاز شدن آن می شود. [۱۶]

گفته شد که مولفه ی عرضی M_x ولتاژی را موسوم به FID در سیم پیچ های گیرنده القا می کند. به طور کلی، این سیگنال FID سه مولفه ی مورد علاقه دارد: اندازه ^{۲۲} (پیک دامنه)، فرکانس و فاز (جهت نسبت به فاز سیگنال RF فرستنده). اندازه سیگنال متناسب به مقدار M_x قبل از اعمال پالس RF است. فرکانس آن نیز همان فرکانس لارمور در رابطه ی ۱-۳ است که با اندازه میدان مغناطیسی B_0 که پروتون ها تحت تاثیر آن هستند، متناسب است. اگر تمام پروتون ها تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی B_0 یکسان قرار داشته باشند، بنابراین تنها یک فرکانس درون FID دیده می شود. در واقعیت میدان مغناطیسی B_0 در سراسر بدن بیمار تغییر می کند. بنابراین سیگنال MR شامل چندین فرکانس است که در طول زمان متناسب با سیگنال RF تغییر می کند. ساده تر است که چنین سیگنال چند فرکانسی را در حوزه فرکانس بررسی کرد که این حوزه نیز با یک تبدیل فوریه ^{۲۳} از حوزه زمان بدست می آید. [۲]

آزادسازی T1

آزادسازی T2

اسپین-اکو

۱-۱-۶ گرادیان

۱-۱-۷ k-space

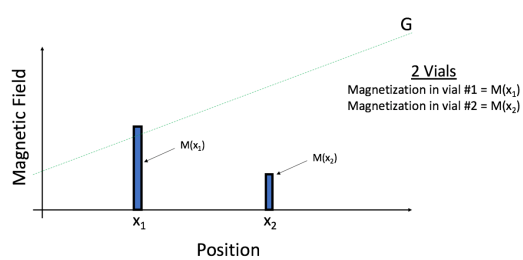
$$\Delta K = \frac{1}{\text{FOV}} \quad (7-1)$$

$$k\text{FOV} = (+k_{\max}) - (-k_{\max}) = 2k_{\max} \quad (8-1)$$

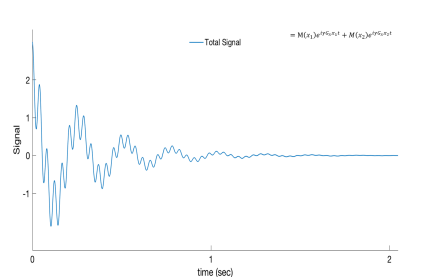
$$= N/\text{FOV} = 1/\Delta w \quad (9-1)$$

⁴²Magnitude

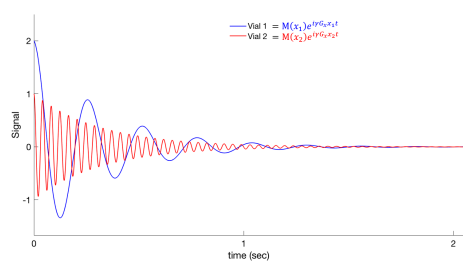
⁴³Fourier Transformation



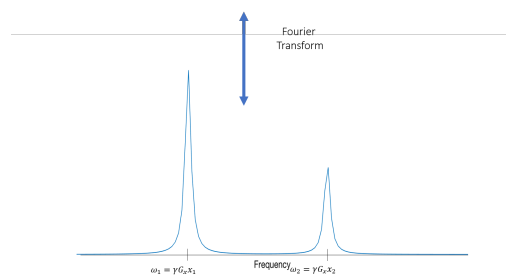
(ا)



(ب)



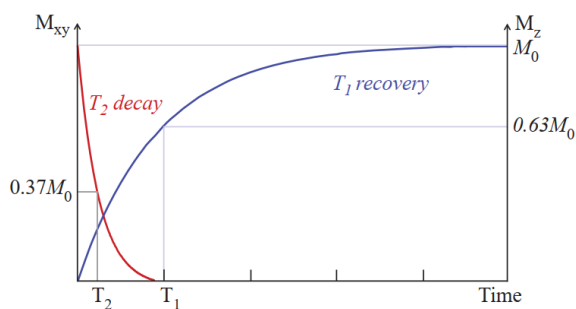
(ج)



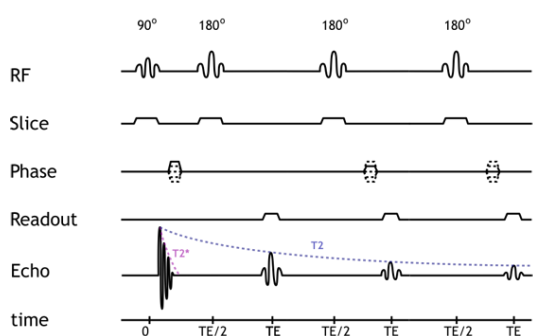
(د)

source: <https://youtu.be/vC82NeZmL-M>

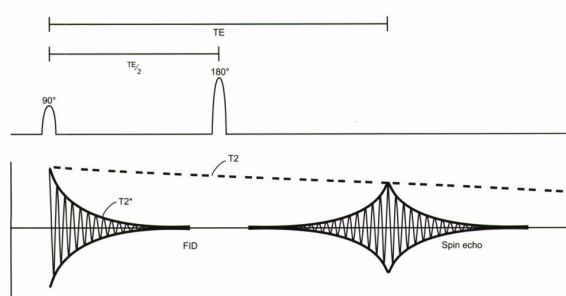
شکل ۱-۱۴:



شکل ۱-۱۵:

source: <http://xrayphysics.com/sequences.html>

(ب)

source: <https://is.gd/rSpAtw>

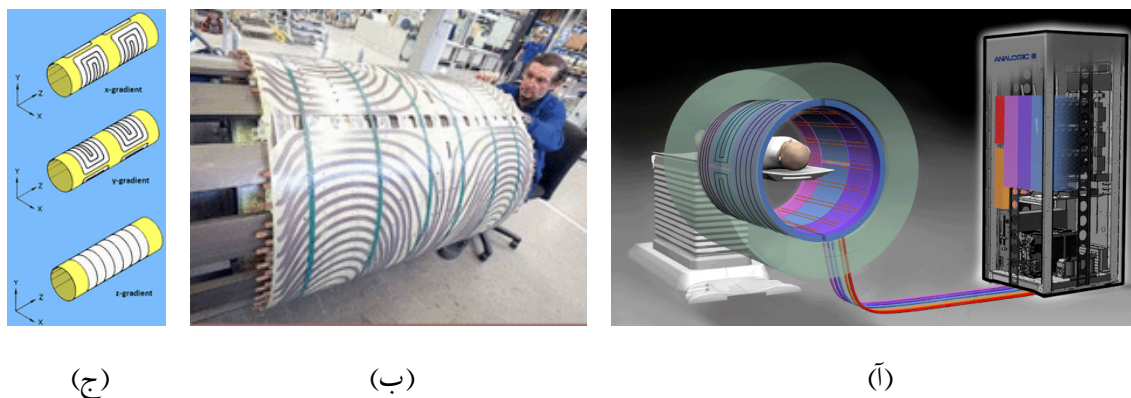
(ا)

شکل ۱-۱۶:

Tissue	T1 (ms)			T2 (ms)		
	0.5 T	1.5 T	3 T	0.5 T	1.5 T	3 T
White matter	520	560	832	107	82	110
Grey matter	780	1100	1331	110	92	80
CSF	—	2060	3700	—	—	—
Muscle	560	1075	898	34	33	29
Fat	192	200	382	108	—	68
Liver	395	570	809	96	—	34
Spleen	760	1025	1328	140	—	61

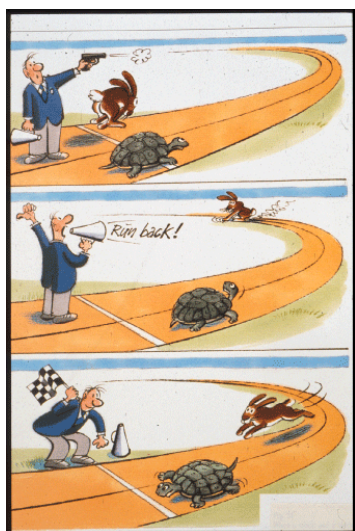
doi: [10.1017/9781107706958.010](https://doi.org/10.1017/9781107706958.010)

جدول ۱-۵:

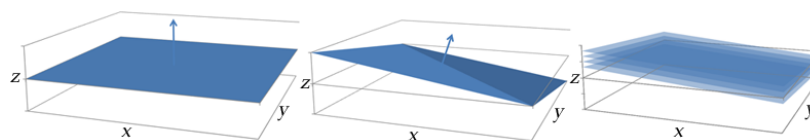


source: <http://mriquestions.com/gradient-coils.html>

شکل ۱-۱۷:

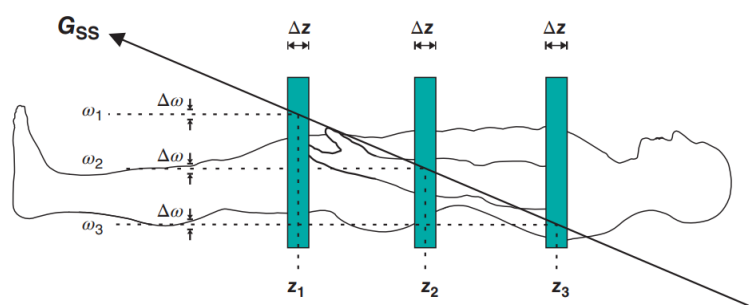


شکل ۱-۱۸: دوندگان در یک مسیر.



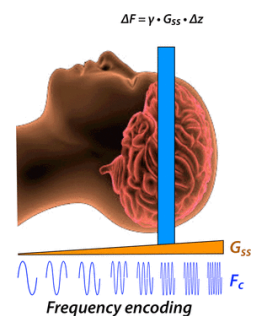
source: <http://xrayphysics.com/spatial.html>

شکل ۱-۱۹:



doi:10.1002/9781119013068

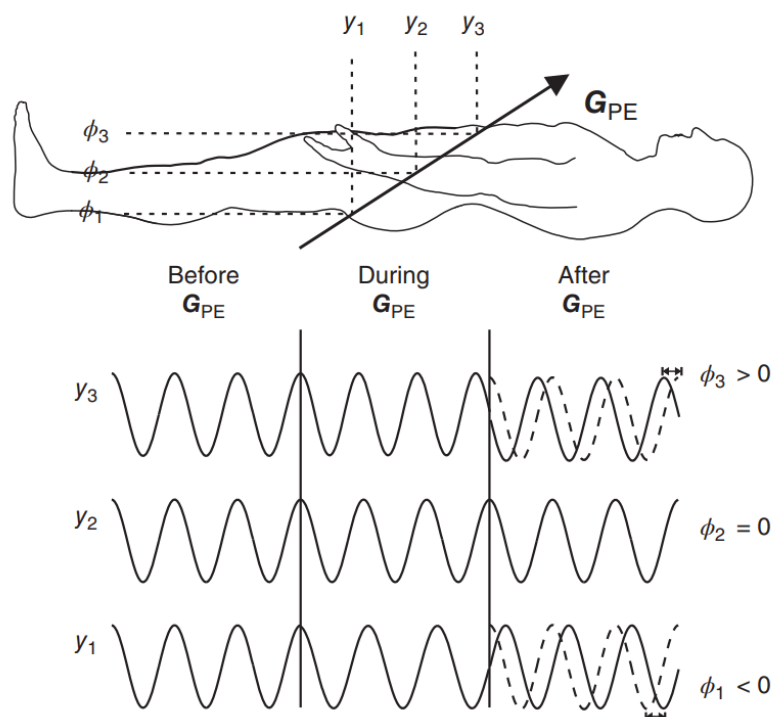
(ب)



source: is.gd/1adUOy

(ل)

شکل ۱-۲۰:



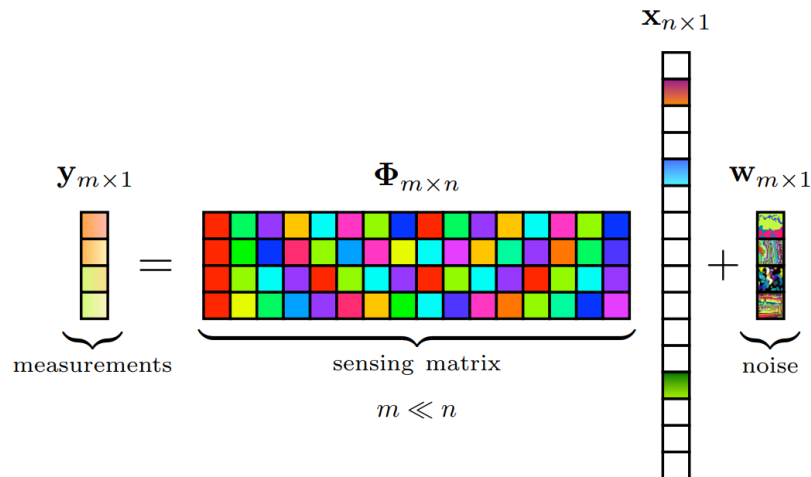
doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱-۲۱:



source: http://youtu.be/bN_ra_PYS2o

شکل ۱-۲۲: معمای سه کلید و سه لامپ



شکل ۱-۲۳:

۸-۱-۱ مطالعه بیشتر

منابع متعددی در زمینه MRI منتشر شده است. اما از نظر نویسنده این پایان نامه، مقالات [۱۶] و [۱۳] نگاه نسبتاً پوشایی به فیزیک ابتدایی MRI دارند. همچنین از کتب [۲] و [۱۷] نیز در نوشتن این مطالب استفاده شده است که منابع بسیار مفیدی در این زمینه هستند.

همچنین از سایت های <http://xrayphysics.com/> و <http://mriquestions.com/> به عنوان مراجع آنلاین این پژوهش نام برد. کورسی نیز در کورسرا^{۴۴} گذرانده شد. هرچند این کورس ناقص است اما به پیوستگی مطالب هنگام نوشتن مطالب کمک کرده است.

۲-۱ یادگیری عمیق

۳-۱ حسگری فشرده

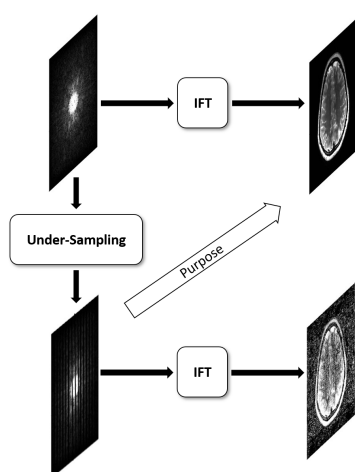
$$\mathbf{y}_{m \times 1} = \Phi_{m \times n} \cdot \mathbf{x}_{n \times 1} + \mathbf{w}_{m \times 1} \quad (۱۰-۱)$$

⁴⁴<https://www.coursera.org/learn/mri-fundamentals>

$$x_{n \times 1} = k\text{-sparse}$$

۴-۱ آشنایی با فرمت های ذخیره سازی

ismrmrd ۱-۴-۱



شکل ۱-۲:

بخش ۲

مرورادبیات

۱-۲ مقدمه

۲-۲ حسگری فشرده

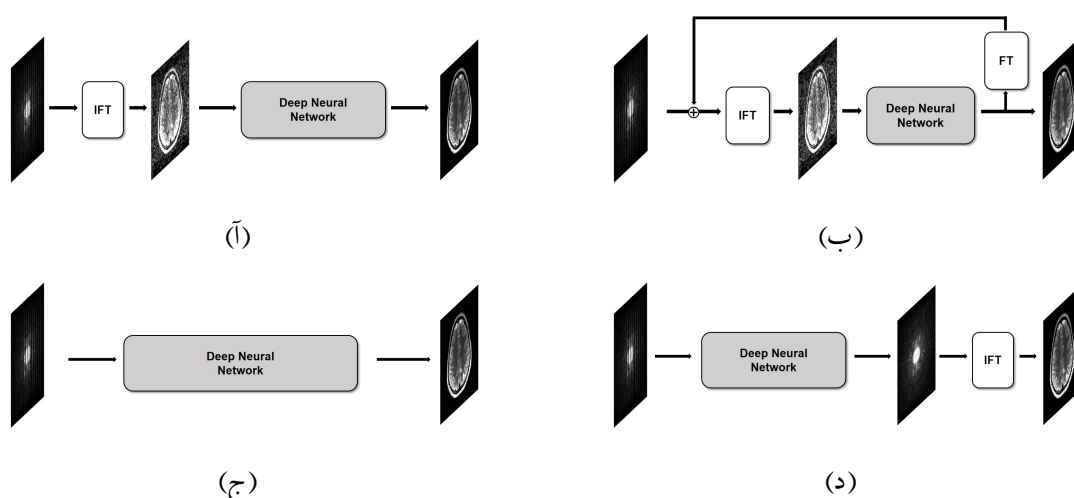
۱-۲-۲ معرفی روش ALOHA

ماتریس ساختاریافته هنکل^۱

را می‌توان به شکل زیر تعریف کرد.

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \cdots & x[d-1] \\ x[1] & x[2] & \cdots & x[d] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x[n-d] & x[n-d+1] & \cdots & x[n-1] \end{bmatrix} \quad (1-2)$$

¹Structured Hankel Matrix



doi:10.1109/tmi.2019.2927101

شکل ۲-۲:

۳-۲ یادگیری عمیق

با توسعه‌ی الگوریتم‌های یادگیری ماشین و یادگیری عمیق در حوزه‌های مختلف فناوری و مهندسی، بازسازی تصاویر MRI نیز از این مقوله مستثنا نبوده است. اخیراً مقالات زیادی در این زمینه با استفاده از یادگیری عمیق انجام شده است.

روش کلی در تمامی این مقالات این است که با داشتن داده‌های کامل نمونه برداری شده^۲ و k -space متناظر آن، ابتدا داده‌هایی با نرخ کمتر تولید می‌کنند و سپس این جفت دادگان را به یک شبکه یادگیری ماشین می‌دهند به گونه‌ای که سیستم طراحی شده در ورودی خود دادگان k -space نمونه برداری شده با نرخ کمتر و در خروجی خود تصویر MRI با نرخ نمونه برداری کامل را ببیند و سیستم طراحی شده سعی کند که رابطه بین ورودی و خروجی را کشف کند. شکل ۲-۲ به نقل از [۶] حالت‌های ممکن مورد بررسی در این روش‌ها را بیان می‌کند.

۱-۳-۲ استفاده از اتوانکدور در حوزه‌ی k -space

تبدیل فوریه مکانی^۳ یک سیگنال دلخواه $x: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

^۲fully-sampled data

^۳Spatial Fourier Transform

$$\hat{x}(\mathbf{k}) = \mathcal{F}[x](\mathbf{k}) := \int_{\mathbb{R}^d} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} x(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2-2)$$

$$\mathbf{y} = \mathcal{P}_\Lambda[\hat{\mathbf{x}}] \quad (3-2)$$

$$[\mathcal{P}_\Lambda[\hat{\mathbf{x}}]]_i = \begin{cases} \hat{x}[i], & i \in \Lambda \\ 0, & \text{سایر موارد} \end{cases} \quad (4-2)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = [\hat{x}[0] \quad \dots \quad \hat{x}[N-1]], \quad \text{where} \quad \hat{x}[i] = \hat{x}(\mathbf{k}_i) \quad (5-2)$$

در ساختار CS-MRI تلاش می‌شود که مسئله‌ی بهینه‌سازی زیر حل شود تا از اسپارسیتی در یک حوزه تبدیل بتوان به منظور بازسازی تصویر از روی نقاط باقیمانده کند. مشکل اصلی این کار که در مقاله [۱۵] راه حل حسگری فشرده آن مورد بررسی قرار گرفت، این است که به بخاطر مفهوم مطلوب ناهمدوستی^۴ مجبور به آپدیت کردن بین هر دو حوزه‌ی تصویر و حوزه k-space است.

$$\min_{\hat{\mathbf{z}} \in \mathbb{C}^N} \|\mathcal{F}\hat{\mathbf{z}}\|_1 \quad (2-6\text{آ})$$

$$\text{s.t. } \mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (2-6\text{ب})$$

همان‌گونه که در بخش ۲-۲-۱ نیز توضیح داده شد، مقاله [۱۲] توانست نشان دهد که بین اسپارسیتی در یک حوزه تبدیل از تصویر (یا FRI^۵) و حوزه k-space ارتباطی وجود دارد و این ارتباط به رنگ پایین بودن^۶ ماتریس ساختاریافته هنکل^۷ در حوزه k-space بر میگردد. به عبارت دیگر اگر سیگنال ورودی یک سیگنال FRI باشد، ماتریس ساختار یافته هنکل آن در حوزه فوریه، رنگ پایین خواهد بود.

⁴Incoherency

⁵Finite Rate Inovation

⁶Low-Rankness

⁷Structured Hankel Matrix

بنابراین مسئله‌ی CS-MRI را می‌توان به شکل زیر در آورد که در [۱۲] از آن به نام ALOHA یاد برده است.

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \text{Rank}(\mathcal{H}_d(\hat{z})) \quad (\text{آ}۷-۲)$$

$$\text{s.t. } \mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (\text{ب}۷-۲)$$

حال می‌خواهیم این مسئله را به یک مسئله یادگیری عمیق^۸ تبدیل کنیم. از آنجایی که ما از ساختار شکل ۲-۲(ج) استفاده می‌کنیم، مساعد است که یک تابع هزینه را روی حوزه تصویر تشکیل دهیم از این رو الگوریتم ALOHA را به شکل زیر ویرایش می‌کنیم.

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \|x - \mathcal{F}^{-1}\hat{z}\| \quad (\text{آ}۸-۲)$$

$$\text{s.t. } \text{Rank}(\mathcal{H}_d(\hat{z})) = s, \quad (\text{ب}۸-۲)$$

$$\mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (\text{ج}۸-۲)$$

که در آن s یک تخمینی از رنک ماتریس ساختار یافته هنکل است. توجه داریم که تابع $\text{Rank}(\cdot)$ یک قید غیر کانوکس^۹ است. در مقاله [۱۲] به پیشنهاد از روش تکمیل ماتریس [۳] استفاده از رنک هسته‌ای^{۱۰} را برای حل این مشکل توصیه کرده است اما این مقاله روش دیگری را برای غلبه بر این مشکل را اتخاذ کرده است.

در ابتدا از اعداد مختلط خود را خلاص می‌کنیم. این کار به سادگی با تعریف اپراتور $\Re(z) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}^2$ روبرو امکان پذیر است: $\Re(z) = [\text{Re}(z) \text{Im}(z)]$

در این صورت می‌توان معادله ۲-۸ را به صورت زیر با نویسی نمود.

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \|x - \mathcal{F}^{-1}\hat{z}\| \quad (\text{آ}۹-۲)$$

$$\text{s.t. } \text{Rank}(\mathcal{H}_{d|2}(\Re(\hat{z}))) = Q \leq 2s, \quad (\text{ب}۹-۲)$$

$$\mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (\text{ج}۹-۲)$$

⁸Deep-Learning

⁹non-convex

¹⁰nuclear norm

حال می خواهیم آن را به فرم یادگیری عمیق در بیاوریم. برای این کار چون از ساختار ۲-۲ (ج) استفاده کردیم و در این ساختار ورودی و خروجی، حوزه ای یکسان دارند، پس می توان از یک ساختار متقارن اتوانکودر^{۱۱} استفاده کرد. که دارای المان های پولینگ^{۱۲} و آنپولینگ^{۱۳} است. این مقاله سعی میکند که آن قید رنگ را در درون ساختار شبکه تزریق کند تا همیشه برآورده شود.

تجزیه SVD ماتریس $\mathcal{H}_d(\mathcal{R}(\hat{z})) = U\Sigma V^T$ را در نظر بگیرد. میتوان دو بردار $\Psi, \tilde{\Psi} \in \mathbb{R}^{2d \times Q}$ را به نحوی تعریف کرد که حاصل ضرب آن $\Psi\tilde{\Psi}^T = P_{\text{Range}(V)}$ شود. در این رابطه $P_{\text{Range}(V)}$ ماتریس پروژکشن روی برد ماتریس V حاصل از تجزیه SVD مذکور خواهد بود. همچنین ماتریس های پولینگ و آنپولینگ $\Phi, \tilde{\Phi} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ را تعریف کرد. چون که شبکه متقارن است پس میتوان عملکرد این دو را معکوس هم به شکل $\Phi\tilde{\Phi}^T = I_N$ دانست. از این رو روابط زیر را میتوان استخراج نمود.

$$\mathcal{H}_{d|2}(\mathcal{R}(\hat{z})) = \Phi\tilde{\Phi}^T \mathcal{H}_{d|2}(\mathcal{R}(\hat{z}))\Psi\tilde{\Psi}^T = \Phi\mathbf{C}\tilde{\Psi}^T \quad (10-2)$$

که در آن

$$\mathbf{C} := \tilde{\Phi}^T \mathcal{H}_{d|2}(\mathcal{R}(\hat{z}))\Psi \quad (11-2)$$

حال می توان فضای برداری \mathcal{H} را به صورت زیر تعریف کرد.

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\Psi, \tilde{\Psi}) &= \left\{ \mathbf{z} \in \mathbb{C}^N \mid \mathcal{R}[\mathbf{z}] = \Phi^\top (\mathbf{C} \circledast g(\tilde{\Psi})) \right. \\ &\quad \left. \mathbf{C} = (\tilde{\Phi} \mathcal{R}[\mathbf{z}]) \circledast h(\Psi) \right\} \end{aligned} \quad (12-2)$$

با این تعریف می خواهیم بهینه سازی را صرفا بر روی این فضا حل کنیم. بنابراین این مسئله به صورت زیر قابل بازنویسی است.

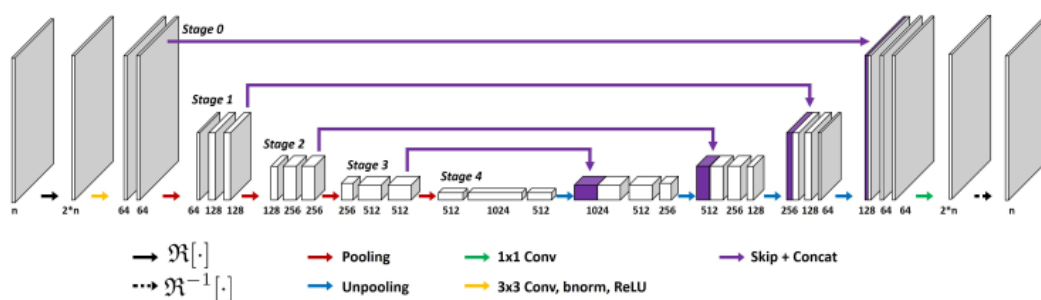
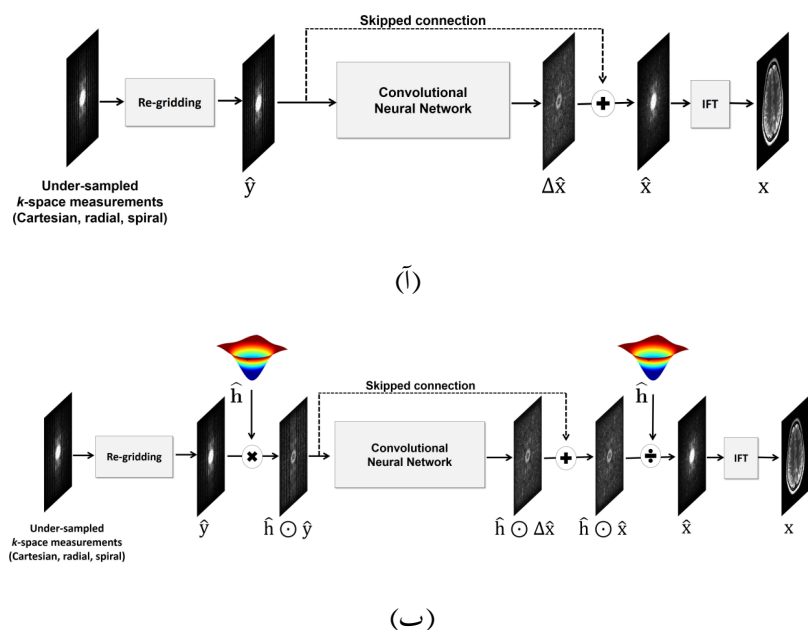
$$(P'_A) \quad \min_{\hat{z} \in \mathcal{H}(\psi, \tilde{\psi})} \min_{\Psi, \tilde{\Psi}} \|\mathbf{x} - \mathcal{F}^{-1}\hat{z}\| \quad (\bar{13}-2)$$

$$\text{s.t.} \quad \mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (13-2 \text{ ب})$$

¹¹Auto-encoder

¹²Pooling

¹³Unpooling



شکل ۲-۳:

حال با این تعریف میتوان شبکه کانولوشنالی های در یک ساختار اتوانکودر را ایجاد کرد. در این مقاله دوساختار موجود در شکل ۲-۳-۱ را مورد بررسی قرار داده است.

توجه داریم که در ساختار های ۲-۳-۱ از اسکپ کانکشن^{۱۴} استفاده کرده است. این اسکپ کانکشن کمک به ایجاد یک ساختار Residual و تولید ساختار های اسپارس تر در ورودی شبکه یادگیری عمیق است. بنابراین به اسپارسیتی ورودی آن افزوده میشود.

برای ساختار اتوانکودر نیز از ساختار معروف UNET استفاده شده است که تصویر ۲-۳ این ساختار متقارن و داری اسکپ کانکشن های خود را نشان میدهد که بعنوان اتوانکودر بسیار کاربرد دارد.

¹⁴Skip-Connection

بخش ۳

طراحی آزمایشات

بخش ۴

نتایج

بخش ۵

جمع بندی

مراجع

- [1] Available online: https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_resonance_imaging, (accessed on 23 May 2021).
- [2] Brown, A. Mark, Dale, M. Brian, Semelka, and C Richard. *MRI : basic principles and applications*. Wiley-Blackwell, 5 edition, 2015. URL: <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=d76d7c27e312cdba3afe5cafc952bb7e>.
- [3] Emmanuel J. Candès and Benjamin Recht. Exact matrix completion via convex optimization. *Found Comput Math*, 9(6):717–772, apr 2009. doi:10.1007/s10208-009-9045-5.
- [4] Anagha Deshmane, Vikas Gulani, Mark A. Griswold, and Nicole Seiberlich. Parallel MR imaging. 36(1):55–72, jun 2012. doi:10.1002/jmri.23639.
- [5] Justin P. Haldar. Low-rank modeling of local k-space neighborhoods (LORAKS) for constrained MRI. *IEEE Trans. Med. Imaging Transactions on Medical Imaging*, 33(3):668–681, mar 2014. doi:10.1109/tmi.2013.2293974.
- [6] Yoseo Han, Leonard Sunwoo, and Jong Chul Ye. k -space deep learning for accelerated MRI. *IEEE Trans. Med. Imaging Transactions on Medical Imaging*, 39(2):377–386, feb 2020. doi:10.1109/tmi.2019.2927101.
- [7] Yoseo Han, Leonard Sunwoo, and Jong Chul Ye. k -space deep learning for accelerated MRI. *IEEE Trans. Med. Imaging Transactions on Medical Imaging*, 39(2):377–386, feb 2020. doi:10.1109/tmi.2019.2927101.
- [8] S.S. Hidalgo-Tobon. Theory of gradient coil design methods for magnetic resonance imaging. *Concepts in Magnetic Resonance Part A*, 36A(4):223–242, July 2010. doi:10.1002/cmr.a.20163.

- [9] Joseph P. Hornak. Chapter 4: Nmr spectroscopy. Available online: <https://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/chap-4/chap-4.htm#4.1>, (accessed on 22 June 2021).
- [10] Souheil J. Inati, Joseph D. Naegle, Nicholas R. Zwart, Vinai Roopchansingh, Martin J. Lizak, David C. Hansen, Chia-Ying Liu, David Atkinson, Peter Kellman, Sebastian Kozerke, Hui Xue, Adrienne E. Campbell-Washburn, Thomas S. Sørensen, and Michael S. Hansen. ISMRM raw data format: A proposed standard for MRI raw datasets. 77(1):411–421, jan 2016. doi:10.1002/mrm.26089.
- [11] Dr. Iverson. NMR theory web handout. Available online: <http://iverson.cm.utexas.edu/courses/310N/Handouts/NMRhandout.html>, (accessed on 6 June 2021).
- [12] Kyong Hwan Jin, Dongwook Lee, and Jong Chul Ye. A general framework for compressed sensing and parallel MRI using annihilating filter based low-rank hankel matrix. *IEEE Trans. Comput. Imaging Transactions on Computational Imaging*, 2(4):480–495, dec 2016. doi:10.1109/tci.2016.2601296.
- [13] Bernd André Jung and Matthias Weigel. Spin echo magnetic resonance imaging. 37(4):805–817, mar 2013. doi:10.1002/jmri.24068.
- [14] Zongying Lai, Xiaobo Qu, Yunsong Liu, Di Guo, Jing Ye, Zhifang Zhan, and Zhong Chen. Image reconstruction of compressed sensing MRI using graph-based redundant wavelet transform. 27:93–104, January 2016. doi:10.1016/j.media.2015.05.012.
- [15] Michael Lustig, David Donoho, and John M. Pauly. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging. *Magn. Reson. Med.*, 58(6):1182–1195, 2007. doi:10.1002/mrm.21391.
- [16] Donald W. McRobbie, Elizabeth A. Moore, and Martin J. Graves. Getting in tune: Resonance and relaxation. In *MRI from Picture to Proton*, pages 124–143. Cambridge University Press, April 2017. doi:10.1017/9781107706958.010.
- [17] Donald W. McRobbie, Elizabeth A. Moore, Martin J. Graves, and Martin R. Prince. *MRI from Picture to Proton*. Cambridge University Press, 3 edition, 2017. URL: <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=21afe5cd85038f783f825b10e307a176>, doi:10.1017/9781107706958.

-
- [18] Water Science School. The water in you: Water and the human body. Available online: <https://www.usgs.gov/special-topic/water-science-school/science/water-you-water-and-human-body>, (accessed on 8 June 2021).
- [19] Michael Unser, Pouya D. Tafti, Arash Amini, and Hagai Kirshner. A unified formulation of gaussian versus sparse stochastic processes—part II: Discrete-domain theory. *IEEE Trans. Inform. Theory Transactions on Information Theory*, 60(5):3036–3051, may 2014. doi:10.1109/tit.2014.2311903.