



دانشگاه صنعتی شریف
مهندسی برق

پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد
مهندسی پزشکی

عنوان:

کاهش نرخ نمونه برداری MRI

نگارش:

محمد رضیئی فیجانی

استاد راهنما:

دکتر بیژن وثوقی وحدت

شهریور ۱۳۹۹

اللهُ أَكْبَرُ

فهرست مطالب

۹	۱ پیش زمینه تحقیق
۹	۱-۱ ساختار تصویربرداری MRI
۹	۱-۱-۱ تاریخچه
۱۰	۲-۱-۱ خطرات MRI
۱۱	۳-۱-۱ تولید کنندگان بزرگ دستگاه MRI
۱۳	۴-۱-۱ زبان فنی MRI
۱۴	۵-۱-۱ بررسی مفهوم اسپین
۲۶	۶-۱-۱ سیگنال FID و آزادسازی
۲۹	۷-۱-۱ گرادیان
۳۴	۸-۱-۱ k-space
۳۶	۹-۱-۱ مطالعه بیشتر
۳۷	۲-۱ یادگیری عمیق
۳۷	۳-۱ حسگری فشرده
۳۸	۴-۱ آشنایی با فرمتهای ذخیره سازی
۳۸	۱-۴-۱ ismrmrd
۴۰	۲ مرواریدیات

۴۰	۱-۲ مقدمه
۴۱	۲-۲ روش‌های متداول پردازش سیگنال
۴۲	۳-۲ تصویربرداری موازی
۴۵	۱-۳-۲ روش‌های تصویربرداری موازی
۴۶	۲-۳-۲ آرایه‌های سیمپیچ‌های دریافت کننده
۴۸	۳-۳-۲ تصویربرداری موازی جزئی با حساسیت‌های محلی شده (PILS)
۴۸	۴-۳-۲ کدکردن حساسیت (SENSE)
۴۸	۵-۳-۲ SMASH
۴۸	۶-۳-۲ GRAPPA
۴۹	۴-۲ حسگری فشرده
۴۹	۱-۴-۲ معرفی روش ALOHA
۴۹	۵-۲ یادگیری عمیق
۵۰	۱-۵-۲ استفاده از اتوانکدور در حوزه k-space
۵۵	۳ طراحی آزمایشات
۵۵	۱-۳ آماده سازی
۵۶	۲-۳ دادگان آزمایش
۶۳	۴ نتایج
۶۴	۵ جمع‌بندی

فهرست شکل‌ها

۱۱	تصویر سازندگان اصلی دستگاه تصویربرداری MRI	۱-۱
۱۲	تصویری از آرشیو اداره ثبت اختراعات آمریکا که متعلق به ریموند دامادیان، دانشمند آمریکایی و یکی از مخترعین سیستم‌های نوین ام آر آی . . .	۲-۱
۱۲	یک دستگاه MRI ساخت شرکت SIEMENS	۳-۱
۱۴		۴-۱
۱۷		۵-۱
۱۷		۶-۱
۱۸		۷-۱
۱۸		۸-۱
۱۹		۹-۱
۲۰		۱۰-۱
۲۳		۱۱-۱
۲۴		۱۲-۱
۲۵		۱۳-۱
۲۶		۱۴-۱
۲۷		۱۵-۱

۲۸	۱۶-۱
۲۹	۱۷-۱
۳۰	۱۸-۱
۳۰	۱۹-۱
۳۱	۲۰-۱
۳۱	۲۱-۱ دوندگان در یک مسیر
۳۱	۲۲-۱
۳۲	۲۳-۱
۳۲	۲۴-۱
۳۳	۲۵-۱ معماهی سه کلید و سه لامپ
۳۴	۲۶-۱
۳۷	۲۷-۱
۳۸	۲۸-۱
۴۱	۱-۲
۴۲	۲-۲
۴۳	۳-۲
۴۵	۴-۲
۴۷	۵-۲
۴۷	۶-۲
۴۸	۷-۲
۵۰	۸-۲
۵۴	۹-۲

۵۶ ۱-۳

۶۲ ۲-۳ تصاویر بازسازی شده از داده خام و نمونه برداری شده کامل

فهرست جداول

۱۳ عبارت مهم در MRI	۱-۱
۱۵ بررسی عدد اسپین نسبت به عدد اتمی و جرم اتمی	۲-۱
۱۶ بررسی عدد اسپین نسبت به تعداد پروتونها و تعداد نوترونها	۳-۱
۲۲	۴-۱
۳۰	۵-۱
۳۹	۶-۱

بخش ۱

پیش زمینه تحقیق

۱-۱ ساختار تصویربرداری MRI

۱-۱-۱ تاریخچه

تاریخچه تصویربرداری تشید مغناطیسی^۱ (MRI) تلاش تعداد زیادی از محققانی را شامل می‌شود که پدیده تشید مغناطیسی هسته^۲ (NMR) را کشف کردند. در سال ۱۹۵۰، حصول تصویر یک بعدی MRI توسط هرمن کار^۳ گزارش گردید. پاول لاتربر^۴، شیمیدان آمریکایی با کار بر روی تحقیقات پیشین، موفق به ابداع روش‌هایی برای تولید تصاویر دو بعدی و سه بعدی MRI گردید. سرانجام وی در سال ۱۹۷۳ اولین تصویر گرفته شده بر اساس تشید مغناطیسی هسته‌ای (NMR) خود را منتشر نمود. اولین تصویر مقطع نگاری از یک موش زنده در ژانویه ۱۹۷۴ منتشر گردید.

از سوی دیگر تحقیقات و پیشرفت‌های مهمی در زمینه تصویربرداری بر اساس تشید مغناطیسی هسته برای نخستین بار در دانشگاه ناتینگهام انگلستان^۵ صورت پذیرفت، جایی که پیتر منسفیلد فیزیکدان برجسته آن مؤسسه با گسترش یک روش ریاضی موفق به کاهش زمان تصویربرداری و افزایش کیفیت تصاویر نسبت به روش بکارگرفته شده توسط لاتربر گردید. در همان زمان در سال ۱۹۷۱ دانشمند

¹Magnetic Resonance Imaging

²Nuclear Magnetic Resonance

³Herman Carr

⁴Paul C. Lauterbur

⁵University of Nottingham

آمریکایی ارمنی تبار ریموند دامادیان استاد دانشگاه ایالتی نیویورک در مقاله‌ای که در مجله Science منتشر گردید، اعلام نمود که امکان تشخیص تومور از بافت‌های عادی به کمک تصویربرداری NMR میسر می‌باشد.

سرانجام جایزه نوبل پزشکی سال ۲۰۰۳ به خاطر اختراع ام آر آی به پاول لاتربر از دانشگاه ایلینوی در اوربانا شامپاین و پیتر منزفیلد از انگلستان اعطا گردید. این جایزه به تنها یکی می‌تواند اهمیت این نوع تصویربرداری را نشان دهد.

اما چه عواملی باعث شده‌اند تا این‌قدر MRI بالاهمیت و ویژه باشند؟ تصویربرداری MRI روشنی غیر تهاجمی و نسبتاً امن است.

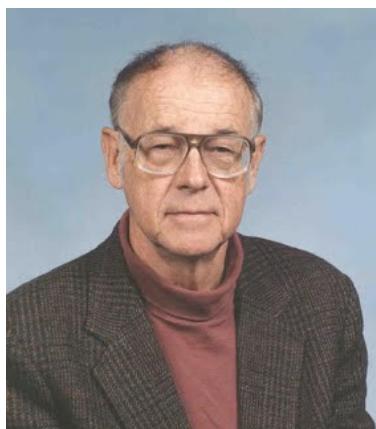
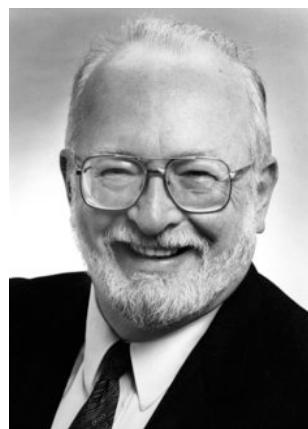
سیستم‌های ام آر آی امروزه غالباً دارای قدرت میدان‌های ۱، ۰/۲، ۱/۵، و ۳ تесلا می‌باشند. در ایالات متحده آمریکا بیمارستان‌ها و مراکز خدمات بهداشتی اجازه استفاده از سیستم‌های تا ۴ تесلا را نیز برای یک بیمار دارند. اما از چهار تesla به بالا صرفاً جنبه و کاربردهای تحقیقاتی دارد.

امروزه بزرگ‌ترین تولیدکننده‌های سیستم‌های ام آر آی شرکت‌های زیمنس (آلمان)، جنرال الکتریک (آمریکا)، توшибیا (ژاپن)، و فیلیپس (هلند) می‌باشند.

۱-۲-۱ خطرات MRI

برخلاف سایر دستگاه‌های تصویربرداری مثل اشعه ایکس و سی‌تی اسکن، ام آر آی از تشعشع یونیزه استفاده نمی‌کند. از این ابزار می‌توان برای تصویربرداری از جنین در دوران بارداری استفاده کرد بدون آن که اثری روی آن داشته باشد. اما باز هم این روش ممکن است خطراتی در پی داشته باشد و به همین دلیل جوامع پزشکی استفاده از MRI را در مراحل اولیه تشخیص بیماری توصیه نمی‌کنند. از آنجایی که در فرآیند ام آر آی از مغناطیس قوی استفاده می‌شود هر قطعه فلزی که در بدن وجود داشته باشد مثل ضربان ساز قلب، مفصل مصنوعی، دریچه مصنوعی قلب، حلزون مصنوعی گوش و یا هر نوع صفحه و پیچ و مهره فلزی در بدن ممکن است خطرساز باشد، چون میدان مغناطیسی می‌تواند باعث جابجایی و یا گرم شدن آن قطعه شود.

تعدادی از بیمارانی که از ضربان ساز قلب استفاده می‌کردند طی انجام ام آر آی از دنیا رفتند. بنابراین لازم است تکنولوژیست MRI سوالات لازم را قبل از انجام این فرآیند از بیمار بپرسد. البته بیشتر قطعات فلزی که امروز در ایمپلنت‌های بدن استفاده می‌شوند تحت تأثیر میدان‌های مغناطیسی قرار نمی‌گیرند و

source: <https://is.gd/teAHxS>source: <https://is.gd/HgbMvo>

(ب) تصویر هرمن کار

(آ) تصویر پاول لاتربور

source: <https://is.gd/W7AXIL>

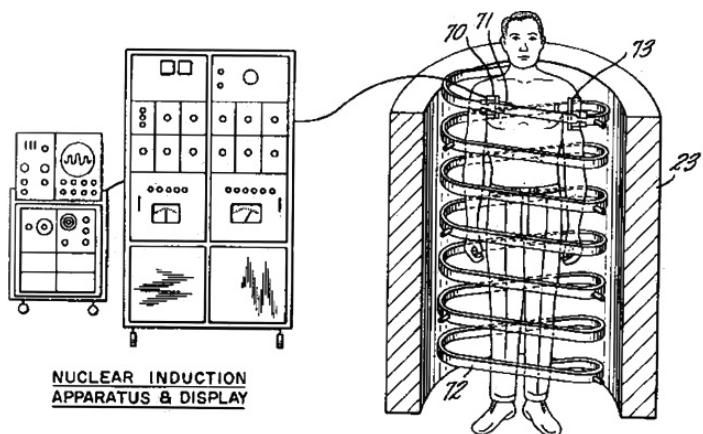
(ج) تصویر Peter-Mansfield

شکل ۱-۱: تصویر سازندگان اصلی دستگاه تصویربرداری MRI

به اصطلاح MR-Safe هستند. علاوه بر این، هنگام اسکن، دستگاه ام آر آی صدای بدنی تولید می‌کند که ممکن است باعث ناراحتی فرد شود، بنابراین استفاده از حفاظت گوش در طول این فرآیند ضروری است.

۱-۳-۱ تولید کنندگان بزرگ دستگاه MRI

دستگاه‌های MRI توسط کمپانی‌های مختلفی در دنیا تولید می‌شوند. هر یکی از این دستگاه‌ها ملاحظاتی دارند که با دیگری متفاوت است. در این قسمت صرفا برای شناخت، تعدادی از فروشنده‌گان دستگاه

source: <https://w.wiki/3STS>

شکل ۱-۲: تصویری از آرشیو اداره ثبت اختراعات آمریکا که متعلق به ریموند دامادیان، دانشمند آمریکایی و یکی از مخترعین سیستم‌های نوین ام آر آی

source: <https://is.gd/q4EXoV>

شکل ۱-۳: یک دستگاه MRI ساخت شرکت SIEMENS

MRI^۶ نام بردۀ می‌شود و وارد جزئیات این تفاوت‌ها نمی‌شویم. شکل ۱-۳ یک دستگاه MRI ساخته شده توسط SIEMENS را نشان می‌دهد.

برخی از مهمترین شرکت‌های تولید کننده دستگاه MRI در زیر لیست شده‌اند.

Toshiba Medical Systems Corporation •

GE Healthcare •

Fujifilm Holdings •

Philips •

Shimadzu Corporation •

Siemens Healthcare •

⁶MR vendors

Hologic •

Carestream Health •

Esaote •

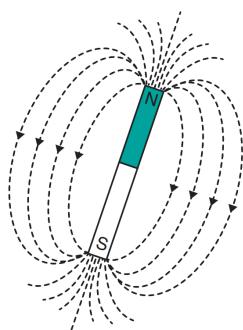
Hitachi Medical Corporation •

۱-۱-۴ زبان فنی MRI

در حوزه MRI نیز مانند دیگر شاخه های علوم پزشکی و کلا علوم، زبان و عبارت های خاص خود را دارد. بسیاری از این عبارت ها که با حرف T شروع می شوند ممکن است کمی عجیب و سردم کننده باشد. هرچند در ادامه برخی از آن ها را به تفصیل توضیح خواهیم داد اما در ابتدا یک بار با آن ها در این قسمت آشنا می شویم. جدول ۱-۱ برگرفته شده از [۲۰] این موارد را بیان می کند.

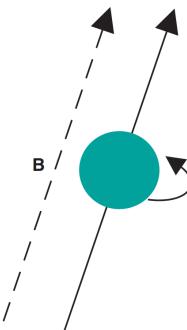
عبارت	توضیحات
T ₁	یکی از مشخصه های یک بافت است که زمان آزادسازی اسپین-لتیس نامیده می شود.
T ₂	یکی از مشخصه های یک بافت است که زمان آزادسازی اسپین-اسپین نامیده می شود.
T ₂ *	یکی از مشخصه های بافتی است که در یک میدان مغناطیسی قرار دارد و زمان آزادسازی اسپین-اسپین آشکار نامیده می شود.
PD	یکی از مشخصه های بافت است که چگالی پروتون نامیده می شود (ارتباط نزدیکی با محتوای آبی دارد).
TR	یکی از مشخصه های زمانی اسکن است که زمان تکرار نامیده می شود.
TE	یکی از مشخصه های زمانی اسکن است که زمان وارونگی نامیده می شود.
TI	یکی از مشخصه های زمانی اسکن است که زمان تکرار نامیده می شود.
α	یکی از پارامتر های اسکن است که زاویه تکان نیز نامیده می شود.
T ₁ w	توصیفی از کانتراست تصویر است که بستگی شدیدی به خاصیت T ₁ بافت دارد.
T ₂ w	توصیفی از کانتراست تصویر است که بستگی شدیدی به خاصیت T ₂ بافت دارد.
T ₂ *w	توصیفی از کانتراست تصویر است که بستگی شدیدی به خاصیت T ₂ * بافت دارد.
PDw	توصیفی از کانتراست تصویر است که بستگی شدیدی به خاصیت PD بافت دارد.

جدول ۱-۱: عبارت مهم در MRI



doi:10.1002/9781119013068

(ب) مغناطیسی



doi:10.1002/9781119013068

(آ) اسپین

شکل ۱-۴:

۱-۱-۵ بررسی مفهوم اسپین

ساختار یک اتم، یکی از اجزای اساسی در آزمایشات تشدید مغناطیسی است. اتم ها از سه ذره اصلی^۷ تشکیل شده اند: (۱) پروتون، که بار مثبت دارد (۲) نوترون، که بدون بار است (۳) الکترون، که بار الکتریکی منفی دارد. پروتونها و نوترونها در درون هسته اتم قرار گرفته اند و الکترونها در خارج هسته به دور آن می گردند. همچنین عدد اتمی^۸ تعداد پروتونهای یک اتم و جرم اتمی^۹، تعداد پروتونها و نوترونها در یک اتم را نشان می دهد. اگر دو اتم عدد اتمی یکسان اما عدد جرمی متفاوت داشته باشند، آن دو اتم را همربیخت یا ایزوتوپ^{۱۰} یکدیگر می نامند. که خواص شیمیایی مشابهی اما با نرخ های متفاوت دارند.

یکی دیگر از خواص هسته ها، اسپین^{۱۱} یا اندازه حرکت زاویه ای ذاتی اسپینی^{۱۲} است. هسته هایی که حرکت اسپینی دارند همواره حول یک محور در حال گردش هستند. (شکل ۱-۴-آ) حرکت اسپینی را نمایش می دهد). تمام عناصر جدول تناوبی^{۱۳} بجز آرگون^{۱۴} و سریم^{۱۵} حداقل یک ایزوتوپ دارند که حرکت اسپینی دارد. از آنجا که این حرکت نقش مهمی در اصول تصویربرداری MRI دارد، بنابراین تقریبا

⁷Fundamental Particles⁸Atomic Number⁹Atomic Weight¹⁰Isotope¹¹Spin¹²Intrinsic Spin Angular Momentum¹³Periodic Table¹⁴Argon¹⁵Cerium

تمامی عناصر قابلیت مشاهده شدن در تصویربرداری MRI را دارند. اسپین یکی از خواص کوانتموی هسته است و تعداد محدودی اسپین در طبیعت وجود دارد.

اسپین که با نماد I و یا Φ نمایش می‌دهند، مقدایر کوانتیده‌ای به خود می‌گیرد به طوری که می‌تواند صفر یا یک عدد صحیح (مثل ۱ و ۲ و ۳ و ...) و یا یک عدد صحیح و نصفی (مثل $1/5$ و $2/5$ و ...) باشد. بنابر [۴]، می‌توان جدول ۱-۲ را استخراج نمود که آن را می‌توان به شیوه جدول ۱-۳ برحسب تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها به خاطر سپرد. در حقیقت اتم‌هایی با عدد اتمی یا جرم اتمی فرد دارای اسپین هستند و اگر هردو زوج باشند، نمی‌توان آن‌ها را در تصویربرداری MRI مطالعه نمود.

در تصویربرداری MRI ما بروی هسته‌هایی مرکز هستیم که اسپین آن‌ها $\frac{1}{2}$ است. به‌طور خاص در تصویربرداری MRI، هسته اتم هیدروژن H^1 (فراوان‌ترین ایزوتوب هیدروژن) و اتم کربن C^{12} (ایزوتوب کمیاب اما مفید در تصویربرداری) استفاده می‌شود. [۱۴] با توجه به این که فراوان‌ترین ایزوتوب کربن یعنی C^{12} فاقد اسپین است (چراکه تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های آن هردو زوج هستند)، بنابراین قابل بررسی در تصویربرداری MRI نیستند. البته عناصر دیگری نیز مانند F^{19} ، Na^{23} و P^{31} نیز در این تصویربرداری حائز اهمیت می‌باشند.

اتم هیدروژن H^1 از آن جهت بسیار اهمیت دارد که اولاً ساختار بسیار ساده‌ای دارد (هسته آن از یک تک پروتون تشکیل شده است) و ثانیاً در ساختمان اصلی آب H_2O بکار رفته است. بدن هر انسان به طور میانگین، از ۶۰ درصد آب تشکیل شده است. همچنین برخی ارگان‌های بدن حتی تا ۹۰ درصد از آب ساخته شده‌اند. مغز و قلب انسان ۷۳ درصد آب، ریه‌ها ۸۳ درصد، پوست ۶۴ درصد، ماهیچه‌ها و کلیه‌ها ۷۹ درصد و استخوان‌ها ۳۱ درصد آب را شامل می‌شوند. [۲۲] از این رو، اتم هیدروژن نقش تعیین کننده‌ای دارد. از آنجایی که اتم اکسیژن O^{16} اسپینی ندارد، بنابراین نقشی در تصویربرداری MRI ندارد. با توجه به این که آب در بافت‌های نرم به میزان بیشتری وجود دارد، این نوع تصویربرداری

عدد اسپین	جرم اتمی	عدد اتمی
صفر	زوج	زوج
عدد صحیح	زوج	فرد
عدد صحیح و نصفی	فرد	فرد زوج

جدول ۱-۲: بررسی عدد اسپین نسبت به عدد اتمی و جرم اتمی

عموماً برای تصویربرداری از نواحی دارای بافت نرم مانند مغز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

از آنجایی که درون هسته متشکل از پروتون هاست، بارالکتریکی هسته مثبت است. از این رو، در صورت حرکت دورانی حول محور دوران خود، یک میدان مغناطیسی هم راستا با همان محور دوران، ایجاد می‌کند. جونکه مقدار اندازه اسپین هسته یک مقدار ثابت است این میدان مغناطیسی نیز اندازه ثابتی دارد. بنابراین برای ممان مغناطیسی هسته^{۱۶} دو مولفه‌ی مقدار و جهت میدان مغناطیسی می‌توان تعریف کرد. به عبارت دیگر یک هسته دارای اسپین را می‌توان به صورت یک آهنربای میکروسکوپیک ریز درنظر گرفت (شکل ۱-۴-۲). به این آهنرباهای کوچک ایزوکرومات (اسپینی)^{۱۷} گفته می‌شود. [۱۸] برای یک پروتون یا همان هسته H^1 ، ممان مغناطیسی μ و تکانه زاویه‌ای اسپینی Φ با یک ثابت تناسب γ به صورت زیر به یک دیگر مرتبط می‌شوند.

$$\mu = \gamma \cdot \Phi \quad (1-1)$$

که γ در رابطه‌ی بالا نسبت ژایرومغناطیسی^{۱۹} نامیده می‌شود و واحد $\frac{1}{2\pi}$ را عموماً بر حسب (MHz/Tesla) بیان می‌کنند.

در اندازه گیری MR مجموعه‌ای از این میدان‌های مغناطیسی کوچک مورد بررسی قرار می‌گیرد و به صورت تکی به قدری نیستند که بتوان آنها را بررسی نمود. جهت این اسپین‌ها یک مکانیسم تصادافی دارد به طوری که در یک مجموعه هسته دارای اسپین، در صورت عدم حضور میدان خارجی، برایند میدان مغناطیسی حاصل در آن مجموعه صفر است و سیستم در حالت تعادل قرار دارد. (شکل ۱-۵) در واقع تصاویر MRI در ابعاد ماکروسکوپیک ثبت می‌شوند.

¹⁶Nuclear Magnetic Moment

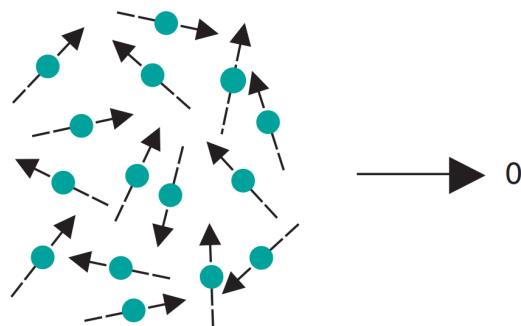
¹⁷(spin) isochromats

¹⁸Spin Angular Momentum

¹⁹Gyromagnetic Ratio

تعداد پروتون	تعداد نوترون	عدد اسپین
زوج	زوج	صفر
فرد	فرد	عدد صحیح
فرد	زوج	عدد صحیح و نصفی
	زوج	

جدول ۱-۳: بررسی عدد اسپین نسبت به تعداد پروتون‌ها و تعداد نوترون‌ها



doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱-۵:

source: http://www.qorganica.es/QOT/T12/alineamiento_e_exported/index.html

شکل ۱-۶:

پروتون‌ها در یک میدان مغناطیسی خارجی

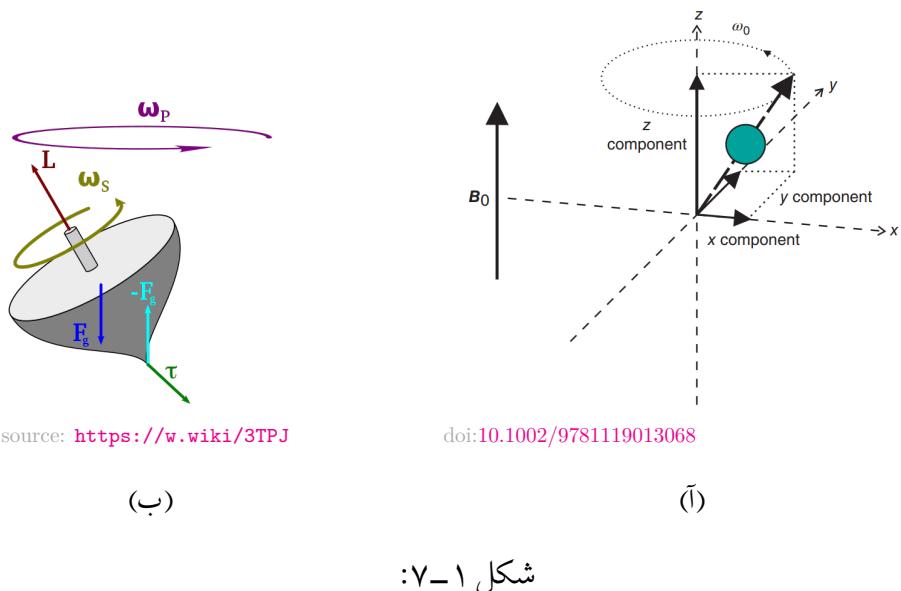
هنگامی که پروتون‌های دارای اسپین در داخل یک میدان مغناطیسی قوی^{۲۰} خارجی B قرار می‌گیرند، دو اتفاق مهم رخ می‌دهد: اولاً ممان‌های مغناطیسی اتم‌ها تمايل پیدا می‌کنند که هم‌جهت یا خلاف جهت^{۲۱} قرار بگیرند (شکل ۱-۶(ب)) و ثانیاً وادار می‌شوند که حرکت چرخشی حول راستای میدان مغناطیسی خارجی داشته باشند که به این پدیده حرکت تقدیمی^{۲۲} می‌گویند.

همانطور که اشاره شد در اثر یک میدان مغناطیسی خارجی B تمايل پیدا می‌کنند که ممان‌های مغناطیسی خود را در جهت یا خلاف جهت آن میدان قرار دهند. آن‌هایی که در جهت آن میدان قرار داشته باشند انرژی کمتر و آن‌هایی که در خلاف جهت آن میدان باشند، انرژی بیشتری را دارا می‌باشند.

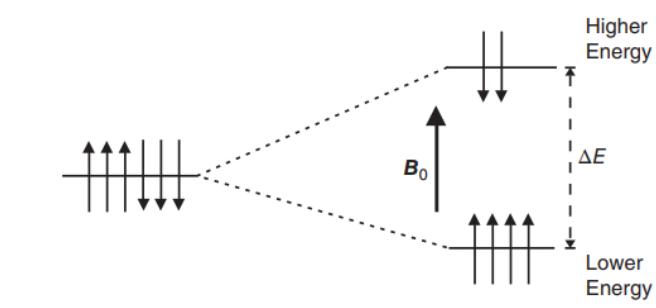
^{۲۰} هنگامی که از میدان مغناطیسی قوی صحبت می‌کنیم منظور چیزی حدود حداقل ۱ تسلیا یا ۱۰۰۰ گاوس است.

^{۲۱} Parallel or Anti-parallel

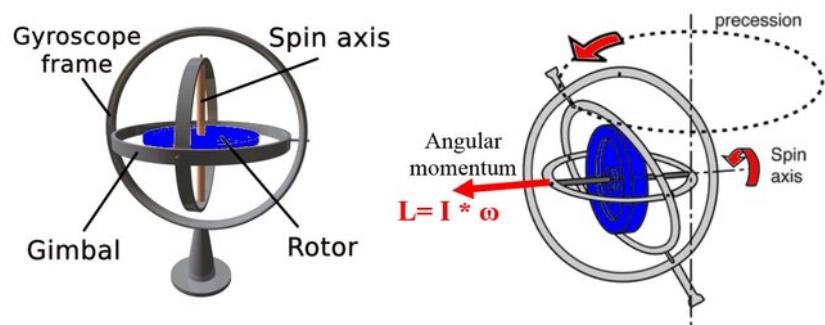
^{۲۲} Precession



شکل ۱-۷



شکل ۱-۸:

source: <https://is.gd/T3UkHu>

شکل ۱-۹:

تعداد پروتون های زیادی وجود دارند که در جهت و یا خلاف جهت میدان قرار می‌گیرند و تعداد آن ها تقریبا مشابه هم دیگر است که در حقیقت می‌توان گفت اکثر پروتون ها در اثر این میدان اثر یک دیگر را ختنی می‌کنند اما برایند آن ها صفر نمی‌شود زیرا تعداد آنانی که در جهت میدان قرار می‌گیرند به میزان کمی، بیشتر است که به آن به اصطلاح، اسپین اضافه^{۲۳} گفته می‌شود. (شکل ۱-۸) از این رو مقدار ناصفری برای مغناطیس شوندگی شبکه^{۲۴} وجود دارد. به عبارت دقیق‌تر، نسبت $\frac{\text{تعداد خلاف جهت‌ها}}{\text{تعداد کل پروتون‌ها}}$ یک عدد نامنفی بسیار کوچک است. به عنوان مثال، در یک میدان مغناطیسی خارجی $B = 3\text{T}$ و در دمای اتاق، نسبت مذکور چیزی در حدود 10^{-5} می‌باشد. یعنی از یک میلیون پروتونی که در اختیار داریم تنها ۱۰ تای آنان در اسپین اضافه نقش دارند که آن اسپین اضافه در تولید سیگنال های MR^{۲۵} استفاده می‌شوند.

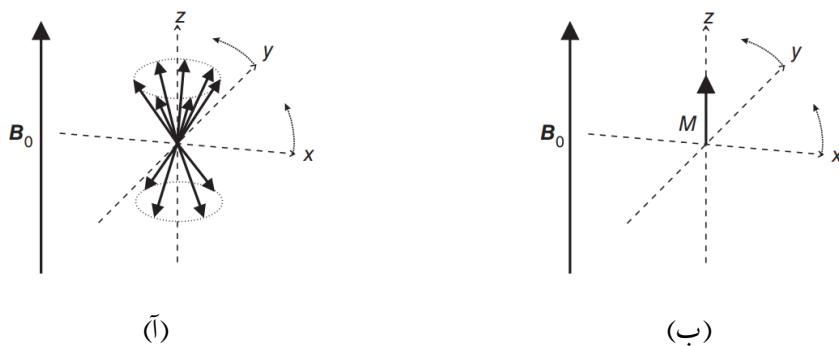
به طور دقیق‌تر تعداد پروتون‌های همجهت (N_{down}) و خلاف جهت میدان (N_{up})، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد.

$$\frac{N_{\text{up}}}{N_{\text{down}}} = e^{\frac{\Delta E}{k_B T}} \quad (2-1)$$

که در این رابطه، k_B ثابت بولتزمن^{۲۶} ($k_B = ۱۳۸۱۰^{۲۳}\text{JK}^{-1}$) و ΔE اختلاف این دو سطح انرژی است که در شکل ۱-۸ مشخص شده است و T نیز دما بر حسب کلوین می‌باشد. مرجع [۱۹] روابط کوانتومی دقیق‌تری را در این رابطه بیان کرده است.

پدیده دومی که در اثر قرار گرفتن یک پروتون در درون یک میدان مغناطیسی بسیار قوی برایش اتفاق

²³Excess Spin²⁴Net Magnitiation²⁵MR Signals²⁶Boltzmann Constant



doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱-۱۰:

می‌افتد، حرکت تقدیمی نامیده می‌شود. این پدیده را می‌توان به صورت یک ژایروسکوپ (۱-۹) (شکل ۱-۷(ب)) و یا حرکت آشنای یک فرفره در حال گردش (شکل ۱-۷(ب)) در نظر گرفت. اگر یک ژایروسکوپ و یا فرفره در راستای عمودی جهت گیری داشته باشد، بدون تلوتلوخوردن^{۲۷} به دور خود می‌چرخد. هنگامی که یک بار محور چرخش ژایروسکوپ از محور عمومی فاصله بگیرد، در اثر میدان مغناطیسی زمین یا همان جاذبه^{۲۸} شروع به گردش حول محور عمودی خود با فرکانسی مستقل از فرکانس اسپینی مطابق شکل ۱-۷(ب) می‌کند.

به طورخلاصه دو نوع حرکت برای یک پروتون دارای اسپین در یک میدان مغناطیسی قوی می‌توان تصور کرد.

آ) حرکت اسپینی هسته به دور محور خود و با فرکانس مخصوص خود که آن حرکت، ممان زاویه‌ای اسپینی را تولید می‌کند و آن نیز باعث ایجاد ممان مغناطیسی می‌شود.

ب) حرکت تقدیمی که نوعی تلوتلوخوردن و گردش حول یک محور دیگر و با فرکانسی مستقل می‌باشد.

مغناطیش شبکه

مغناطیش شبکه و یا مغناطیس شوندگی شبکه^{۲۹} موضوع مهم دیگری است که در MRI مطرح می‌شود. مغناطیس شوندگی هر پروتون را می‌توان به عنوان یک بردار درنظر گرفت. مغناطیش شبکه را می‌توان به عنوان برایند آن بردار ها مطابق شکل ۱-۱۰ در نظر گرفت. هر یک از این بردار را می‌توان در راستای میدان به دو مولفه‌ی طولی و عرضی تجزیه نمود. با این مدل‌سازی نیز همان‌طور که پیشتر نیز توضیح داده شد، اکثر مولفه‌هایی هم‌جهت و خلاف جهت، هم‌دیگر را کنسل می‌کنند و تعداد کمی اسپین‌های هم‌جهت باقی می‌مانند که اسپین اضافه نام داشتند. اما موله‌عرضی صفر است. چراکه اسپین پروتون‌ها فاز تصادفی دارند و بنابراین برایند آنان صفر می‌شود. این یعنی مغناطیش شبکه، مولفه‌ای در راستای عرضی ندارد و صرفا در راستای مولفه‌ی طولی یا همان راستای میدان مغناطیسی خارجی B_0 می‌باشد.

(شکل ۱-۱۰(ب))

فرکانس لامور و پدیده NMR

همانند رابطه‌ی بین تکانه زاویه‌ای اسپینی و ممان مغناطیسی که در رابطه‌ی ۱-۱ بیان شد، رابطه تناسبی دیگری نیز بین فرکانس زاویه‌ای حرکت تقدیمی ω_0 و میدان مغناطیسی خارجی B_0 با ثابت تناسب ژایرومغناطیسی^{۳۰} γ می‌توان استخراج نمود:

$$\omega_0 = \gamma \cdot B_0 \quad \leftrightarrow \quad f_0 = \frac{\gamma}{2\pi} \cdot B_0 \quad (3-1)$$

به عنوان یک مثال، به ازای میدان خارجی $T = 1T$ ، مقدار f_0 برابر 4258MHz می‌شود. این فرکانس در شکل ۱-۷(آ) نیز نشان داده شده است. تساوی بالا به عنوان تساوی لارمور^{۳۱} شناخته می‌شود و مهم‌ترین معادله‌ای است که اکثر پدیده‌های مرتبط با MRI را توضیح می‌دهد که از بین آن پدیده‌ها می‌توان به رزونانس مغناطیسی و قسمت‌های تصویربرداری مانند مفهوم میدان گرادیان و نقش آن در تصویربرداری اشاره نمود. ثابت تناسب ژایرومغناطیسی برخی از مهم‌ترین عناصر در کاربرد MRI در جدول ۴-۱ آورده شده است.

²⁷Wobbling

²⁸Gravity

²⁹Net Magnetization

³⁰Constant Gyromagnetic Ratio

³¹Larmor Equation

گفته شد که برای وارد کردن یک میدان خارجی B بر مجموعه ای از پروتون ها تعدادی از آن اسپین ها همجهت با میدان می شوند که انرژی کمتری دارند و تعدادی از آنان نیز خلاف انرژی میدان جهت گیری می کنند که انرژی بیشتری را دارا می باشند و در هردو سطح انرژی ^{۳۲} دارای حرکت تقدیمی با فرکانس تقدیمی لارمور که از رابطه $\omega = \gamma B$ ناشی می شود، می باشند و اکثر آن ممان های مغناطیسی هم دیگر را خنثی می کردن و مغناطش شبکه که مقداری کوچک ولی ناصرفی بود را بوجود می آورند.

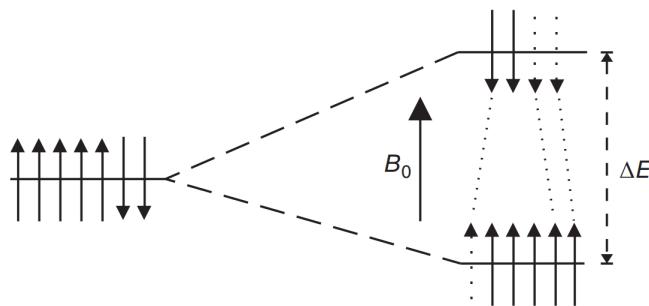
در این هنگام اگر یک سیگنال الکترومغناطیسی RF ^{۳۳} با همان فرکانس لارمور ω به آن تابیده شود، مطابق شکل ۱۱-۱ تعدادی از اسپین هایی که هم جهت با میدان B و در سطح انرژی پایین تری قرار داشتند، در اثر این تشدید، انرژی آن سیگنال را جذب می کنند و به سطح بالایی انرژی می روند که در این حالت نیز خلاف جهت میدان جهت گیری می کنند. این خاصیت در حقیقت یک ویژگی کوانتمی است

^{۳۲}Energy State

^{۳۳}RadioFrequency

Element	Isotope	Spin	Natural Abundance	Quadrupole Moment, Q ($10^{-30} \frac{\text{rad}}{\text{m}^2} \text{A}$)	Gyromagnetic Ratio ($10^7 \frac{\text{rad}}{\text{T}\cdot\text{s}}$)	Common Reference Standard
Hydrogen	^1_1H	$\frac{1}{2}$	100	0	26.75105	$\text{Si}(\text{CH}_3)_4$
	^2_1H or ^2_1D	1	< 0.1	2.8E-3	4.10646	$\text{Si}(\text{CD}_3)_4$
Boron	$^{10}_5\text{B}$	3	19.7	0.08	2.87471	$\text{BF}_3 \cdot \text{OEt}_2$
	$^{11}_5\text{B}$	$\frac{3}{2}$	80.3	0.04	8.58406	$\text{BF}_3 \cdot \text{OEt}_2$
Carbon	$^{13}_6\text{C}$	$\frac{1}{2}$	1.1	0	6.72804	$\text{Si}(\text{CH}_3)_4$
Nitrogen	$^{14}_7\text{N}$	1	99.6	1	1.93297	CH_3NO_2
	$^{15}_7\text{N}$	$\frac{1}{2}$	0.4	0	-2.71171	CH_3NO_2
Fluorine	$^{19}_9\text{F}$	$\frac{1}{2}$	100	0	25.18034	CFCl_3
Aluminium	$^{27}_{13}\text{Al}$	$\frac{5}{2}$	100	15	6.97594	$\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ in D_2O
Silicon	$^{29}_{14}\text{Si}$	$\frac{1}{2}$	4.7	0	-5.3146	$\text{Si}(\text{CH}_3)_4$
Phosphorus	$^{31}_{15}\text{P}$	$\frac{1}{2}$	100	0	10.84015	85% H_3PO_4
Chlorine	$^{35}_{17}\text{Cl}$	$\frac{3}{2}$	75.5	-7.9	2.62401	NaCl in D_2O
	$^{37}_{17}\text{Cl}$	$\frac{3}{2}$	24.5	-6.2	2.18428	NaCl in D_2O

source: <http://www.acadiau.ca/~bellis/resources/nmr/isotopes.html>



doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱۱-۱:

که با فیزیک کلاسیک نمی‌توان آن را توجیه کرد و به عنوان وارونه‌سازی جمعیت^{۳۴} شناخته می‌شود. در اثر این اتفاق، مغناطیش شبکه نیز دچار تغییر می‌شود. برای بررسی این تغییرات معمولاً ساده‌تر است که دستگاه مختصات جدید $x'y'z'$ را به شیوه زیر تعریف کنیم:

$$x' = x \cos(\omega_0 t) - y \sin(\omega_0 t) \quad (14-آ)$$

$$y' = x \sin(\omega_0 t) + y \cos(\omega_0 t) \quad (14-ب)$$

$$z' = z \quad (14-ج)$$

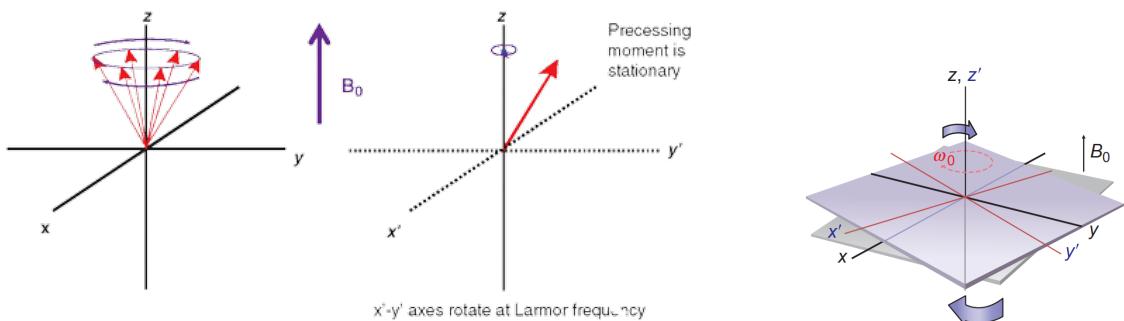
توجه داریم که در تعریف این دستگاه جدید پارامتر t که همان زمان است، دخیل شده است و این یعنی که دستگاه مختصاتی در طول زمان با همان فرکانس لارمور ω_0 در حال گردش است که شکل ۱۲-آ(آ) آن را نشان می‌دهد. (محور z ها در همان راستای میدان B تعریف شده است). با این تغییر، ممان‌های مغناطیسی گردان، به صورت ایستان^{۳۵} مطابق شکل ۱۲-۱(ب) در می‌آیند.

سیگنال RF یک سیگنال با پهنای باند بسیار باریک حول یک فرکانس مرکزی می‌باشد. در طی این فرایند، پروتون‌ها انرژی آن را در فرکانس مشخصی دریافت می‌کنند. با نوشتن روابط کوانتومی در [۱۹]، می‌توان نشان داد که رابطه این فرکانس خاص و میدان B مجدداً از تساوی لارمور در رابطه‌ی ۳-۱ محاسبه می‌شود و این یعنی آن فرکانس خاص همان ω_0 است. همچنین اختلاف دو سطح مذکور انرژی نیز از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید که به معادله‌ی موج بروگلی^{۳۶} ناشی می‌شود.

³⁴Population Inversion

³⁵Stationary

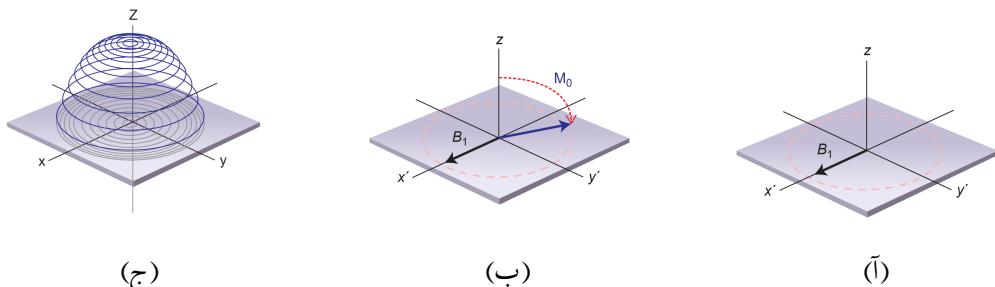
³⁶De Broglie's wave equation



(ب)

(ج)

شکل ۱۲-۱



(ج)

(ب)

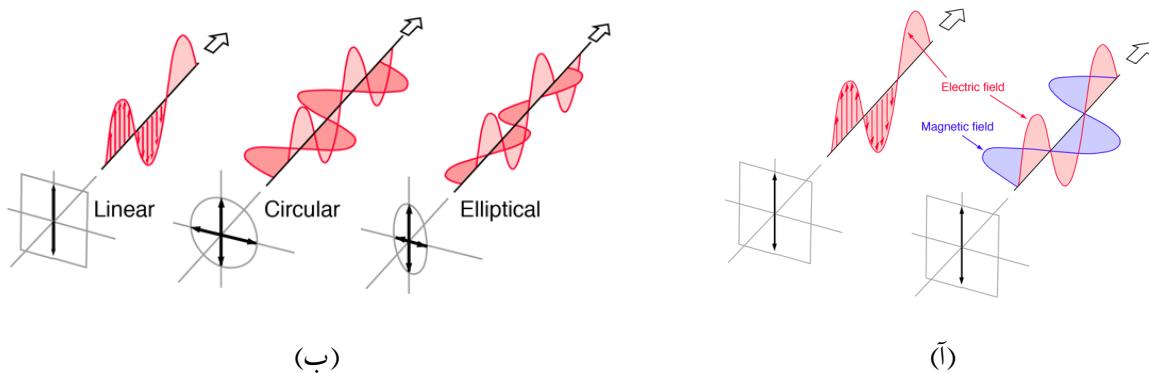
(ج)

$$\Delta E = \hbar\omega_0 = \left(\frac{+1}{2} - \frac{-1}{2}\right)\gamma\hbar B_0 = \gamma\hbar B_0. \quad (5-1)$$

که در آن \hbar ثابت پلانک^{۳۷} با مقدار $(m^3 kg/s) \times 10^{-34}$ میباشد. بنابراین صرفاً انرژی در این فرکانس ω پروتون را بر می انگیزد که از اسپین خود را تغییر دهند و بین سطوح انرژی جابجا شوند. این انرژی کوانتیده به عنوان انرژی جذب رزونانسی و یا تشدیدی^{۳۸} شناخته می شود و فرکانس مربوط به آن را فرکانس تشدید^{۳۹} می نامند. از این نکته می توان دلیل نام گذاری MRI و مخصوصاً بخش رزونانسی آن را متوجه شد.

پالس RF توسط یک سیم پیچ فرستنده که بر میدان B_0 عمود است، ایجاد می شود و یک میدان مغناطیسی B_1 که عمود بر میدان B_0 و با فرکانس تشدید لارمور ω در حال نوسان است، را ایجاد

³⁷ Planck's Constant³⁸ Resonance Absorption Energy³⁹ Resonant Rrequency



شکل ۱۳-۱:

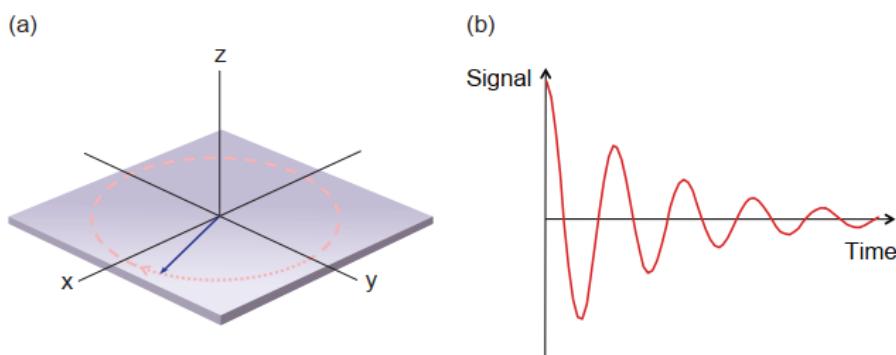
source: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/polclas.html>

می‌کند. بنابراین دیگر موله عرضی M صفر نمی‌باشد. فرض کنید این میدان جدید B_1 در دستگاه گردان شکل ۱۳-۱ در راستای x' تعریف شده است. از آنجا که این میدان با فرکانس ω در حال نوسان است، در این دستگاه مختصات گردان به صورت ایستان ظاهر می‌شود (شکل ۱۳-۱(آ)) و فرض است که میدان B_1 نیز در راستای محور z ها تعریف شده است. این میدان جدید مغناطیش شبکه (M_0) را در طول زمان جابجا می‌کند. این جابجایی در دستگاه مختصات گردان، به شکل خیلی ساده حول محور x' ها و با سرعت ثابت جابجا می‌شود (البته اگر میدان B_1 در طول زمان مقدار ثابتی داشته باشد) که در شکل ۱۳-۱(ب) این جابجایی را از محور y' تا محور y را نمایش می‌دهد. این جابجایی را می‌توان بر حسب زمان و براساس زاویه‌ی تکان^{۴۰} α به شکل زیر فرمول بندی کرد.

$$\alpha = \gamma B_1 t_p \quad (6-1)$$

که در آن B_1 اندازه‌ی میدان مغناطیسی سیگنال RF است و t_p طول زمان اعمال پالس است. اگر پالس RF درست در زمانی که M_0 به صفحه‌ی مولفه‌ی عمودی برسد پایان بیابد، $\alpha = 90^\circ$ می‌شود و پالس RF یک پالس 90° نامیده می‌شود. اگر قدرت و یا طول مدت اعمال این سیگنال دوبرابر شود، بردار M دقیقاً 180° می‌چرخد و پالس متناظر با آن را پالس 180° می‌نامند. بنابراین زمان اهمیت ویژه‌ای در اساس کار دستگاه‌های MRI دارد [۱۹]. شکل ۱۳-۱(ج) مسیر حرکت بردار M را در دستگاه مختصات معمول xy نشان می‌دهد که مسیری فتری را طی می‌کند. همچنین پالس RF یک اثر مهم دیگری که بر روی اسپین‌ها دارد این است که آن‌ها را هم‌فاز می‌کند. به عبارت دیگر تمام آن‌ها در روی دایره‌ی گردان، به یک نقطه اشاره می‌کنند. شکل ۱۳-۱(ج) خلاصه‌ای از آن‌چه که گفته شد را نشان می‌دهد.

⁴⁰Flip Angle



doi:10.1017/9781107706958.010

شکل ۱-۱:

با جابجایی بردار M به سمت صفحه‌ی عرضی و حرکت تقدیمی آن به دور محور z ها یک میدان مغناطیسی نوسانی ایجاد می‌شود که می‌توان آن را توسط ولتاژی که روی یک سیم‌پیچ گیرنده القا می‌کند، اندازه‌گیری نمود. این سیم‌پیچ صرفاً به میدان‌های مغناطیسی عمود بر راستای B حساس می‌باشد. بنابراین در این هنگام باید سیم‌پیچ فرستنده خاموش شود و در سیم‌پیچ گیرنده ولتاژی القا می‌شود که با فرکانس ω تغییر می‌کند. دامنه‌ی این ولتاژ القایی به صورت نمایی به سمت صفر تنها در عرض چند میلی ثانیه میرا می‌شود (شکل ۱-۱) چرا که پروتون‌ها به سرعت نسبت به یک دیگر دیفاراز^{۴۱} می‌شوند. این سیگнал القای آزاد میراشونده (FID)^{۴۲} نامیده می‌شود [۱۲] که در مورد آن بیشتر صحبت خواهد شد.

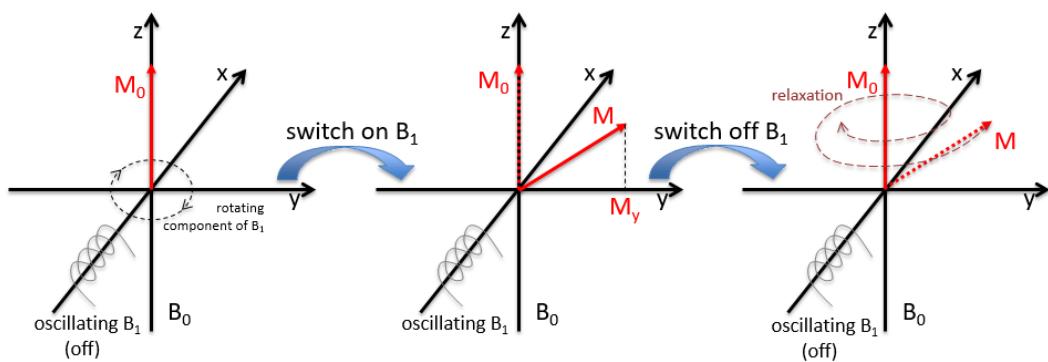
۱-۱-۶ سیگنال FID و آزادسازی

به محض آنکه پالس RF قطع می‌شود، پروتون‌هایی که بردار مغناطیسی آن‌ها به سمت صفحه عرضی متمایل شده بود، به نقطه تعادل خود باز گردند. در این آزادسازی^{۴۳} دو اتفاق اصلی می‌افتد: (۱) پروتون‌ها انرژی ای را که در فرکانس ω جذب کرده بودند را از خود منتشر می‌کنند. (۲) اسپین‌هایی که بعد از اعمال فاز هم‌فاز شده‌اند، فاز خود را از دست می‌دهند و مغناطش شبکه به محور B باز می‌گردد و حول آن مانند یک ژیروسکوپ به حرکت تقدیمی می‌پردازد (شکل ۱-۱).

⁴¹Dephase

⁴²Free Induction Decay

⁴³Relaxation



source: <https://musculoskeletalkey.com/magnetic-resonance-imaging-2/>

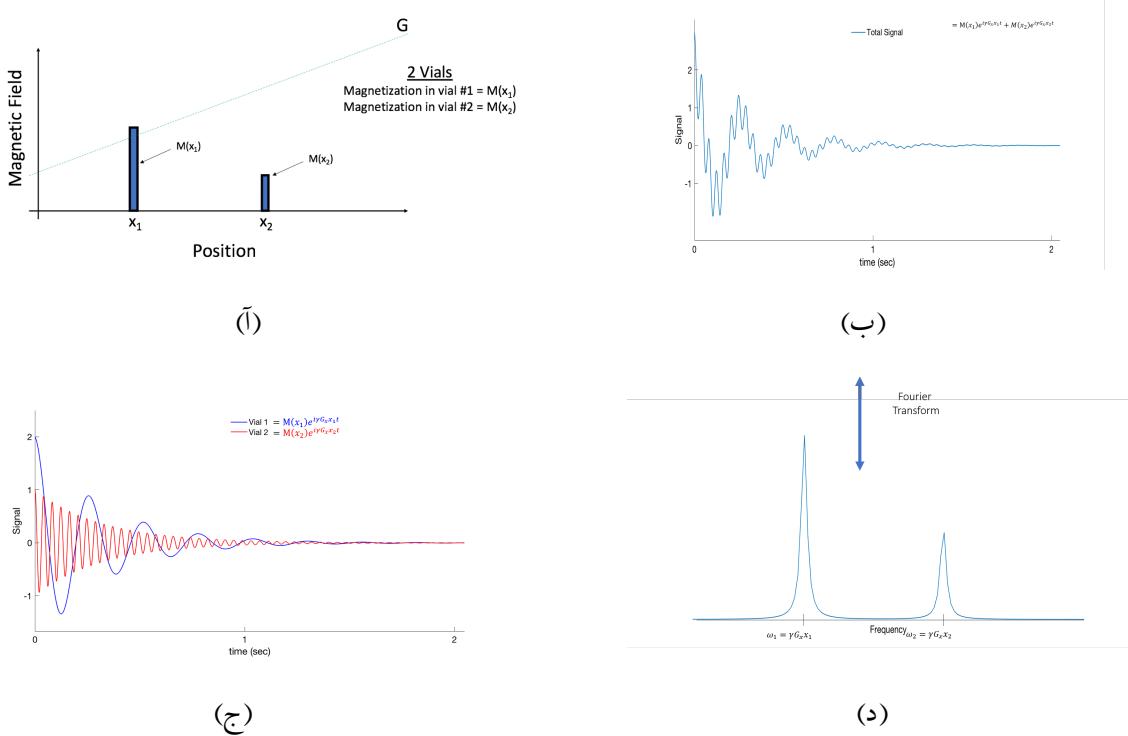
شکل ۱۵-۱:

علت دیفاراز شدن اسپین ها، اختلاف اندکی است که بین فرکانس تقدیمی آن ها وجود دارد. برای درک بهتر این موضوع، یک دستگاه مختصات گردان با فرکانس لارمور ω شکل ۱-۴ را در نظر بگیرید. اگر اسپینی فرکانس تقدیمی آن کمی بیشتر باشد، در جهت عقربه های ساعت و اگر کمی کمتر باشد، در خلاف جهت عقربه های ساعت دیفاراز می شود. بنابراین هر چیزی که باعث تغییرات کمی در فرکانس آن ها از فرکانس لارمور شود، منجر به دیفاراز شدن آن می شود. [۱۹]

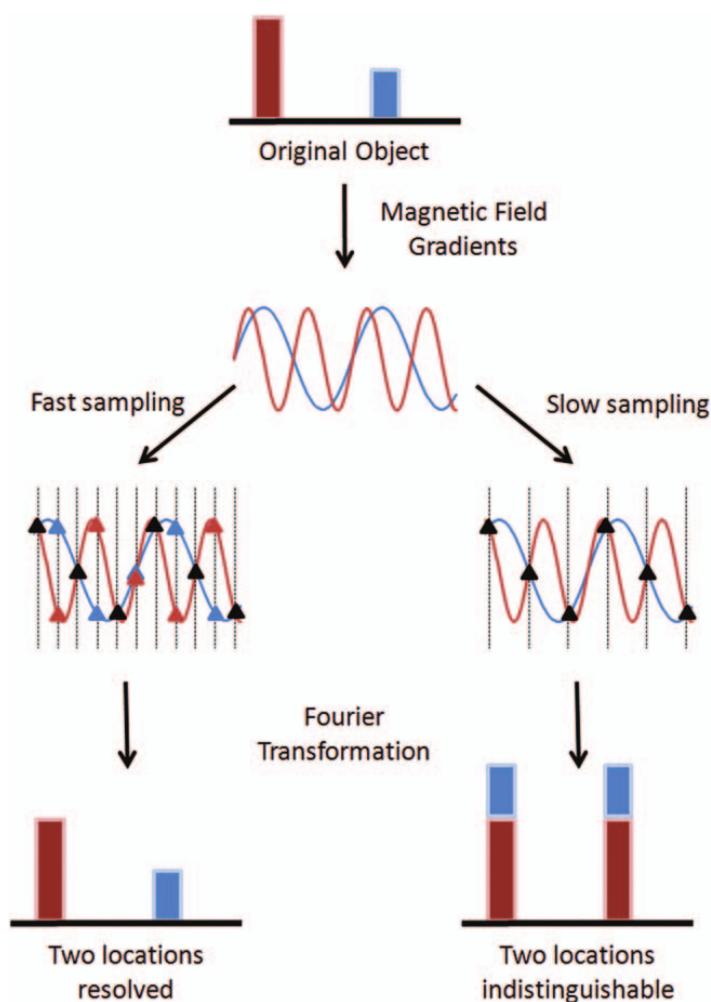
گفته شد که مولفه‌ی عرضی M ولتاژی را موسوم به FID در سیم پیچ های گیرنده القا می‌کند. به طور کلی، این سیگنال FID سه مولفه‌ی مورد علاقه دارد: اندازه^{۴۴} (پیک دامنه)، فرکانس و فاز (جهت نسبت به فاز سیگنال RF فرستنده). اندازه سیگنال متناسب به مقدار M قبل از اعمال پالس RF است. فرکانس آن نیز همان فرکانس لارمور در رابطه^{۱-۳} است که با اندازه میدان مغناطیسی B که پروتون ها تحت تاثیر آن هستند، متناسب است. اگر تمام پروتون ها تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی B یکسان قرار داشته باشند، بنابراین تنها یک فرکانس درون FID دیده می شود. در واقعیت میدان مغناطیسی B در سراسر بدن بیمار تغییر می‌کند. بنابراین سیگنال MR شامل چندین فرکانس است که در طول زمان متناسب با سیگنال RF تغییر می‌کند. ساده‌تر است که چنین سیگنال چند فرکانسی را در حوزه فرکانس بررسی کرد که این حوزه نیز با یک تبدیل فوریه^{۴۵} از حوزه زمان بدست می‌آید. [۴]

⁴⁴Magnitude

⁴⁵Fourier Transformation



شکل ۱-۱۶:



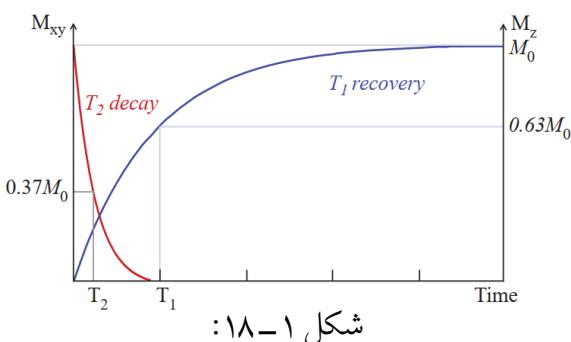
شکل ۱-۱۷:

آزادسازی T1

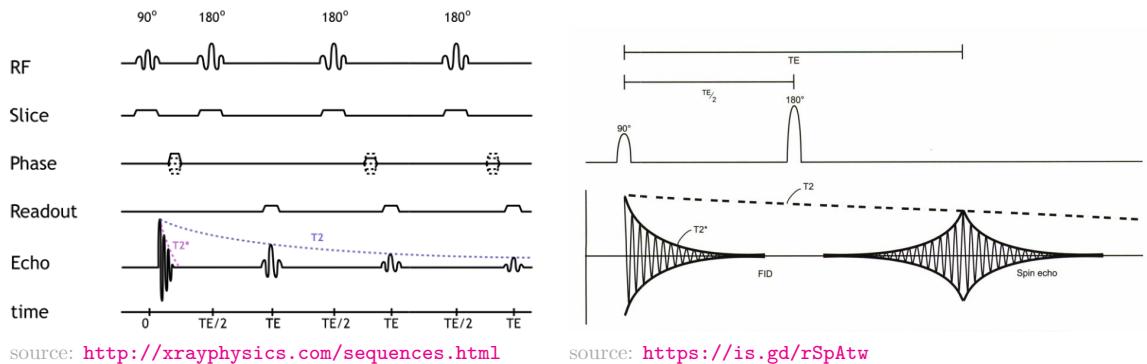
آزادسازی T2

اسپین-اکو

۱-۱-۷ گرادیان



شکل ۱-۱۸:



(ب)

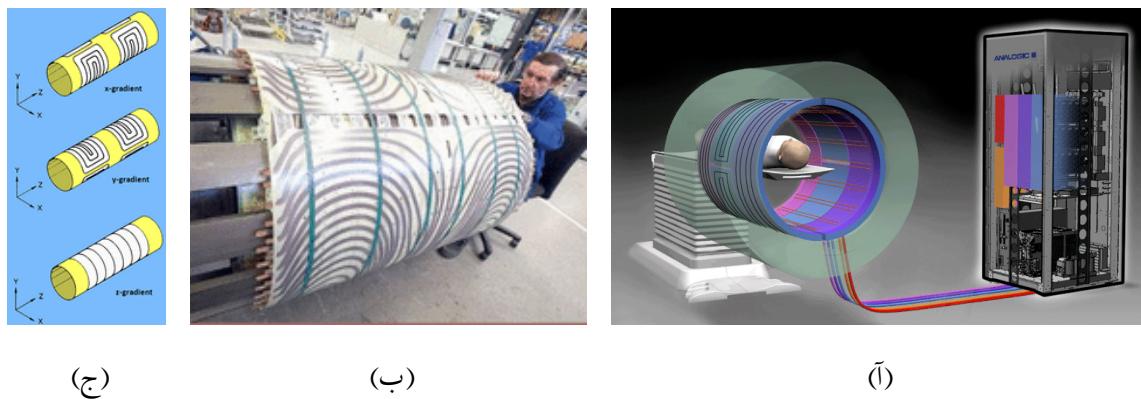
(ج)

شکل ۱-۱۹:

Tissue	T1 (ms)			T2 (ms)		
	0.5 T	1.5 T	3 T	0.5 T	1.5 T	3 T
White matter	520	560	832	107	82	110
Grey matter	780	1100	1331	110	92	80
CSF	—	2060	3700	—	—	—
Muscle	560	1075	898	34	33	29
Fat	192	200	382	108	—	68
Liver	395	570	809	96	—	34
Spleen	760	1025	1328	140	—	61

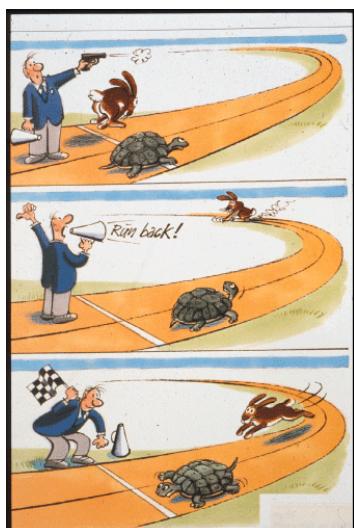
doi:10.1017/9781107706958.010

جدول ۱-۵:

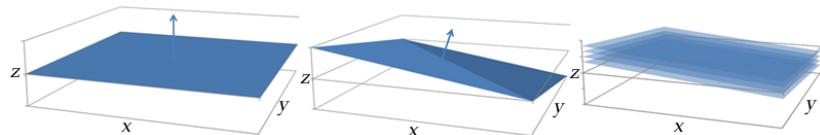


source: <http://mriquestions.com/gradient-coils.html>

شکل ۱-۲۰ :

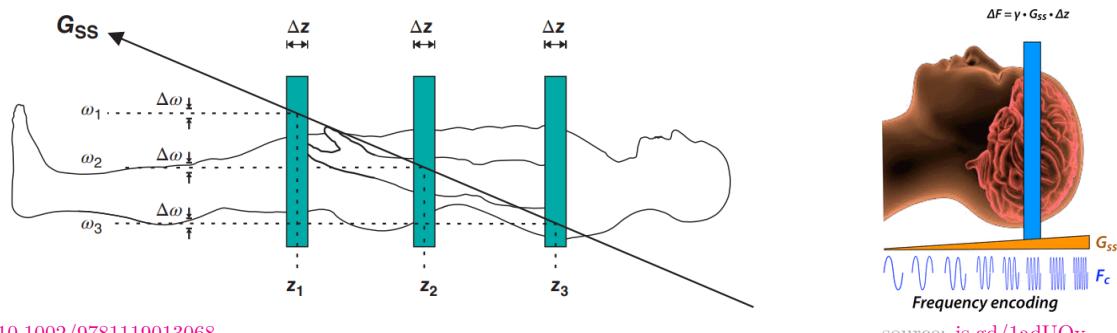


شکل ۱-۲۱ : دوندگان در یک مسیر.

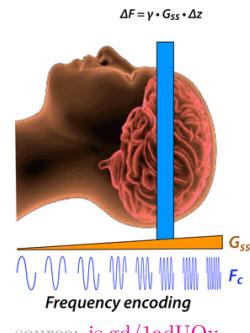


source: <http://xrayphysics.com/spatial.html>

شکل ۱-۲۲ :



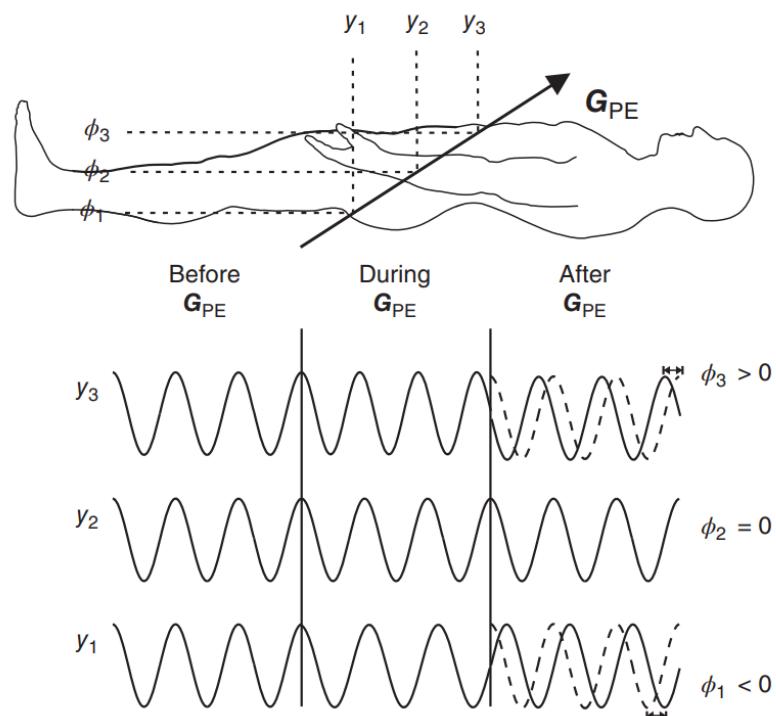
doi:10.1002/9781119013068



(ب)

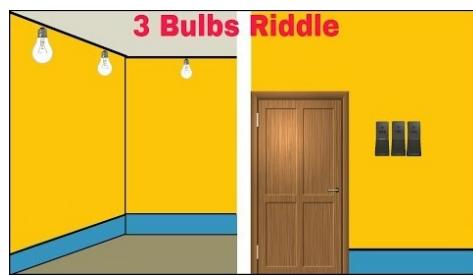
(ج)

شکل ۱-۲۳



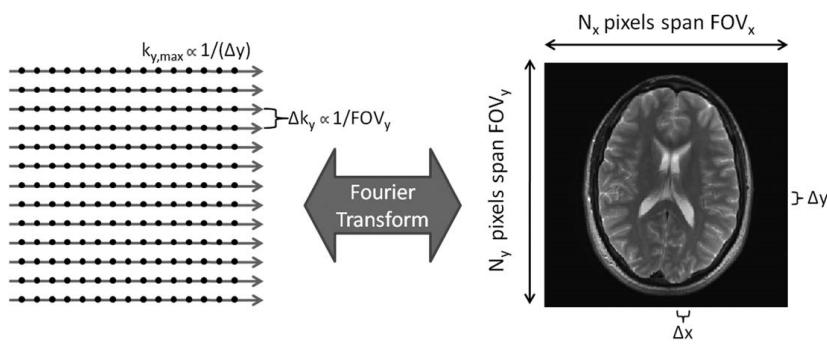
doi:10.1002/9781119013068

شکل ۱-۲۴

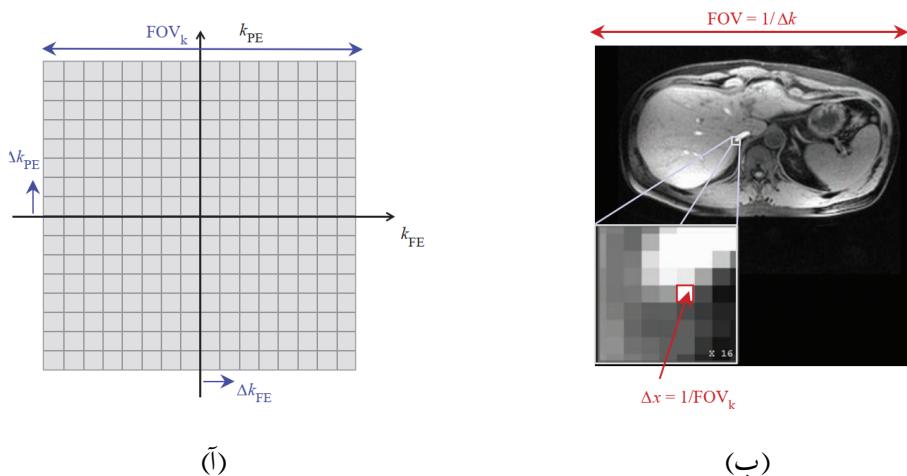


source: http://youtu.be/bN_ra_PYS2o

شکل ۱-۲۵: معمای سه کلید و سه لامپ



doi:10.1002/jmri.23639



doi:10.1017/9781107706958

شکل ۱-۲۶

k-space ۸-۱-۱

رزولوشن و میدان دید

$$\Delta k = \frac{1}{\text{FOV}} \quad (17-1)$$

$$k\text{FOV}_w = (+k_{w,\max}) - (-k_{w,\max}) = 2k_{w,\max} \quad (17-2)$$

$$= N/\text{FOV} = 1/\Delta w \quad (17-3)$$

بیشترین مقدار رزولوشن به وسیله اندازهای پیکسل ها داده می شود که برابر است با:

$$\Delta x = \frac{1}{\gamma \cdot G_{FE} \cdot M \cdot \Delta t} \quad (18-1)$$

$$\Delta y = \frac{1}{\gamma \cdot \Delta G \cdot N \cdot \tau} \quad (18-2)$$

اندازه ابعاد تصویر یا همان میدان دید (FOV) نیز از رابطه‌ی ۷-۱ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\text{FOV}_{\text{FE}} = M \cdot \Delta x = \frac{1}{\gamma \cdot G_{\text{FE}} \cdot \Delta t} \quad (19-1)$$

$$\text{FOV}_{\text{PE}} = N \cdot \Delta y = \frac{1}{\gamma \cdot \Delta G \cdot \tau} \quad (19-2)$$

$$k\text{FOV}_{\text{FE}} = M \cdot \Delta k_x = 2k_{x,\max} = \frac{1}{\Delta x} \quad (19-3)$$

$$k\text{FOV}_{\text{PE}} = N \cdot \Delta k_y = 2k_{y,\max} = \frac{1}{\Delta y} \quad (19-4)$$

ارتباط k-space با کد کردن فرکانس و فاز

پس از تحریک کردن یک اسلایس، گرادیان‌های فاز و فرکانس اعمال می‌شود تا سیگنال‌های MR را جهت بدست آوردن فرکانس‌های فضایی بکار بگیریم. برای این منظور ابتدا، المان ∂s از سیگنال را در نظر بگیرید.

$$\partial s(t) = \rho(x) \cdot \exp\left(\frac{-t}{T^*_r}\right) \cdot \exp(i\gamma \cdot x \cdot G_{\text{FE}} \cdot t) \cdot dx \quad (10-1)$$

در این رابطه (x) چگالی پروتون‌ها در راستای x است. گرادیان G_{FE} به صورت پیوسته در جهت x ، در زمان نمونه برداری سیگنال (t) اعمال می‌شود. گرادیان ناهمفاز کننده معمولاً قبل از نمونه بردادی اعمال می‌شود تا اکوی متقارنی ایجاد شود.

حال در جهت y فاز را کد می‌کنیم. این کار با اعمال یک گرادیان G_{PE} به مدت زمان τ قبل از زمان نمونه برداری، انجام می‌پذیرد. یک المان کوچک از سیگنال ∂s با اعمال هردو گرادیان به شکل زیر است.

$$\partial s(t) = \rho(x, y) \cdot \exp\left(\frac{-t}{T^*_r}\right) \cdot \exp(i\gamma \cdot x \cdot G_{\text{FE}} \cdot t) \cdot \exp(i\gamma \cdot y \cdot G_{\text{PE}} \cdot \tau) \cdot dx dy \quad (11-1)$$

به عبارت دیگر

تغییر فاز ناشی از G_{PE} \times تغییر فاز ناشی از G_{FE} \times میرایی T^*_r \times چگالی اسپین‌ها = سیگنال

سیگنال نهایی از انتگرال المان فوق نسبت به x و y حاصل می‌شود:

$$S(t, \tau) = \int \partial s(t) \quad (12-1)$$

$$= \iint \rho(x, y) \cdot \exp\left(\frac{-t}{T^*_r}\right) \cdot \exp(i\gamma \cdot x \cdot G_{\text{FE}} \cdot t) \cdot \exp(i\gamma \cdot y \cdot G_{\text{PE}} \cdot \tau) \cdot dx dy \quad (12-2)$$

در معادله ۱۲-۱ مفهوم زمان های t و τ به صورت پیوسته آمده است، این در حالی است که از سیگنال M بار در بازه های Δt نمونه برداری و هر سری پالس نیز N مرتبه تکرار شده است که در هر مرحله از آن، دامنه گرادیان G_{PE} افزایش یافته است:

$$G_{\text{PE}} = \Delta G \cdot n \quad : \quad n = -\left(\frac{N}{2}\right) \text{ تا} \left(\frac{N}{2} - 1\right) \quad (13-1)$$

در داخل نمایی های تغییرات فاز معادله ۱۲-۱ را نیز می توان با تعریف k_{FE} و k_{PE} به صورت زیر، ساده تر نمود.

$$k_{\text{FE}} = \gamma \cdot G_{\text{FE}} \cdot \Delta t \cdot m \quad (14-1)$$

$$k_{\text{PE}} = \gamma \cdot \Delta G \cdot n \cdot \tau \quad (14-1\text{ب})$$

حال با در نظر گرفتن معادلات ۱۴-۱ و ۱۳-۱، می توان نسخه گسته معادله ۱۲-۱ را به شیوه زیر باز نویسی نمود.

$$S(m, n) = \iint \rho(x, y) \cdot \exp\left(\frac{-t}{T^*_\chi}\right) \cdot \exp(i2\pi \cdot x \cdot k_{\text{FE}}) \cdot \exp(i2\pi \cdot y \cdot k_{\text{PE}}) \cdot dx dy \quad (15-1)$$

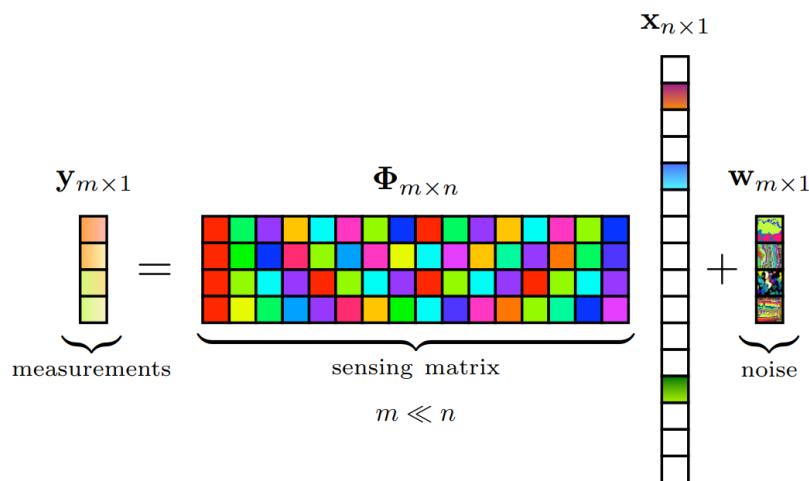
که در آن مطابق معادله ۱۴-۱، k_{PE} تابعی از m و k_{FE} تابعی از n می باشد. اگر به معادله ۱۵-۱ دقیق تر بنگریم، مشاهده می کنیم اگر جمله $\exp\left(\frac{-t}{T^*_\chi}\right)$ را در نظر نگیریم، به معکوس تبدیل فوریه چگالی اسپین می رسیم. بنابراین می توان نوشت:

$$S(m, n) = \mathcal{F} [\rho(x, y)] (k_{\text{FE}}, k_{\text{PE}}) \quad (16-1)$$

بنابراین k در رابطه ۱۴-۱ همان فرکانس های فضایی مدنظر هستند و وجه تسمیه k-space نیز همین موضوع است. البته توجه داشته باشید که معادله ۱۶-۱ کاملاً صحیح نمی باشد چرا که از جمله میراثونده با نرخ T_2^* در معادله ۱۵-۱ صرف نظر شده است. این جمله در برخی از فرکانس ها بیشتر از دیگر فرکانس ها تاثیر می گذارد و در صورت عدم حذف آن می تواند باعث محوشدن و کاهش رزولوشن تصویر شود.

۱-۱-۹ مطالعه بیشتر

منابع متعددی در زمینه MRI منتشر شده است. اما از نظر نویسنده این پایان نامه، مقالات [۱۹] و [۱۶] نگاه نسبتاً پوشایی به فیزیک ابتدایی MRI دارند. همچنین از کتب [۴] و [۲۰] نیز در نوشتان این مطالعه



شکل ۱-۲۷:

استفاده شده است که منابع بسیار مفیدی در این زمینه هستند.

همچنین از سایت های <http://mriquestions.com/> و <http://xrayphysics.com/> به عنوان مراجع آنلاین این پژوهش نام برد. کورسی نیز در کورسرا^{۴۶} گذرانده شد. هرچند این کورس ناقص است اما به پیوستگی مطالب هنگام نوشتمن مطالب کمک کرده است.

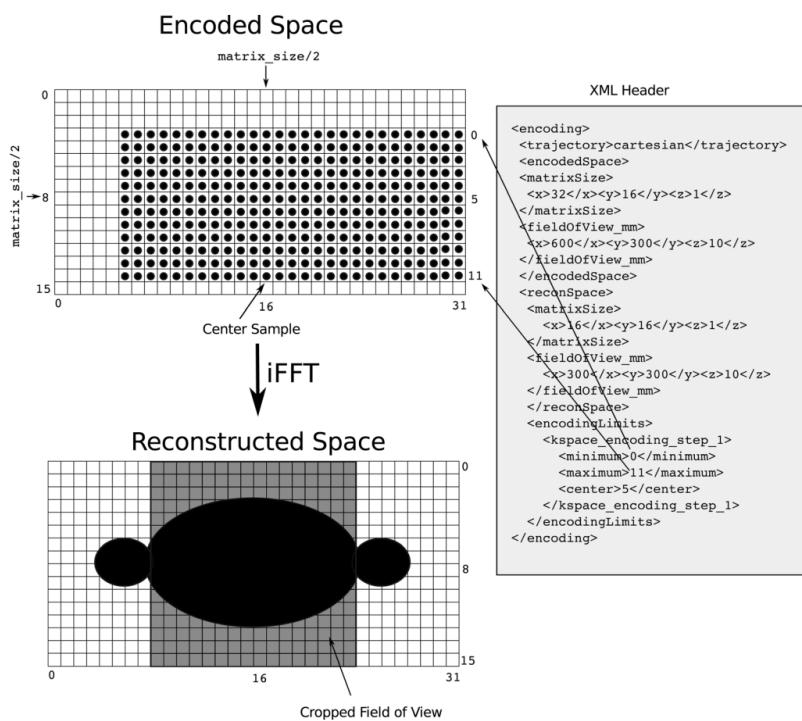
۱-۲ یادگیری عمیق

۱-۳ حسگری فشرده

$$\mathbf{y}_{m \times 1} = \Phi_{m \times n} \mathbf{x}_{n \times 1} + \mathbf{w}_{m \times 1} \quad (17-1)$$

$$\mathbf{x}_{n \times 1} = k\text{-sparse}$$

⁴⁶<https://www.coursera.org/learn/mri-fundamentals>



source: doi:[10.1002/mrm.26089](https://doi.org/10.1002/mrm.26089)

شکل ۱-۲۸

۱-۴ آشنایی با فرمت های ذخیره سازی

ismrmrd ۱-۴-۱

[۱۳]

ISMRRMD	Bruker	GE	Philips	Siemens
kspace_encode_step_1	encode step 1	Frame	e1	Line
kspace_encode_step_2	encode step 2	—	e2	Partition
Average	—	—	Measurement	Acquisition
Slice	Slice	Slice	Location	Slice
Contrast	Echo	Echo	Echo	Echo
Phase	—	—	Cardiac phase	Phase
Repetition	Repetition	Repetition	Dynamic scan	Repetition
Set	—	—	Row	Set
Segment	—	—	—	Segment

جدول ۱-۶:

بخش ۲

مروارادبیات

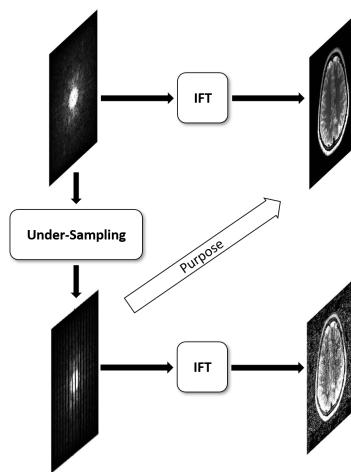
۱-۲ مقدمه

در بخش ۱-۱ توضیح داده شد که چرا تصویر برداری MRI طولانی و احتیاج به سپری شدن زمان دارد. برای کاهش این زمان باید یا میدان مغناطیسی و اندازه گرادیان ها را افزایش داد و یا از تعداد نمونه های مورد پردازش کاست. از آنجا که افزایش میدان مغناطیسی علاوه بر خطراتی که دارد، از لحاظ مهندسی نیز کار ساده ای نیست، روش هایی که مبنی بر کاهش تعداد نمونه ها هستند اهمیت بیشتری پیدا کرده اند.

به طور کلی، می توان هدف این گونه پردازش ها را در شکل ۱-۲، مشاهده نمود. سعی بر آن است که داده های مورد پردازش را کاهش داد. در اثر این اقدام، تصویر باز سازی شده دچار تداخل^۱ می شود. اما هدف این گونه پردازش ها این است که این مشکلات ایجاد نشود و تصویری با همان کیفیت، ایجاد شود.

برای این هدف، باید از اطلاعاتی اضافی در بازسازی تصاویر استفاده کرد. در بخش پردازش های سیگنالی از این حقیقت استفاده می شود که تصاویر ما حقیقی هستند و در بخش تصویر برداری موازی، از اطلاعات سیم پیچ های مختلف استفاده می کنند. اما در بخش حسگری فشرده و یادگیری عمیق از اطلاعات خود تصویر به گونه ای استفاده می شود تا کیفیت آن کاهش پیدا نکند.

¹ Aliasing



شکل ۲-۱:

۲-۲ روش‌های متداول پردازش سیگنال

در بخش ۱ در مورد نحوه تصویر برداری MRI صحبت شد و دیدم که نمونه‌ها از فضای فوریه تصویر برداشته می‌شوند که آن فضا k -space نام دارد. اما تصویر در نهایت یک تصویر حقیقی است و نه مختلط و موهومی، بنابراین می‌توان از این خاصیت استفاده کرد تا تعداد اخذ نمونه را به 50° درصد کاهش داد. البته در این روش باعث می‌شود که در مورد آن نیز صحبت خواهد شد.

قضیه‌ی ۲-۱ (فوریه توابع حقیقی). اگر یک تابع حقیقی $s(x, y)$ در اختیار داشته باشیم در این صورت داریم:

$$S(k_x, k_y) = \mathcal{F}[s(x, y)](k_x, k_y) \Rightarrow S(k_x, k_y) = S^*(-k_x, -k_y)$$

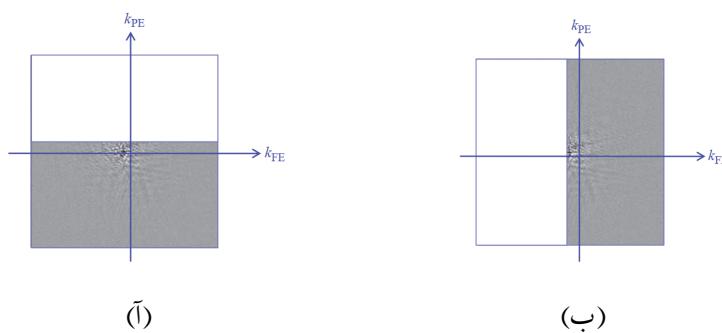
بنابراین طبق قضیه ۲-۱ می‌توان این طور گفت که توابع حقیقی در حوزه فوریه (k -space) تقارن 180° درجه دوران دارند. این یعنی گوشه بالا سمت راست k -space با گوشه پایین سمت چپ تصویر برابر است.

از این تکنیک به نام‌های «نیم فوریه^۲»، «نیمسکن^۳» و یا «نیم نکس^۴» نیز یاد می‌شود. در هر کدام، صرفاً کمی بیشتر از نصفی از دادگان اخذ می‌شود. در واقع توسط این روش نصف گام‌های گرادیان کدکردن فاز حذف می‌شود. در مورد k -space نیز می‌توان گفت که مانند شکل ۲-۲^(آ) صرفاً نیمه

²half Fourier

³halfscan

⁴half NEX



source: doi:10.1017/CBO9780511545405

شکل ۲-۲:

پایینی (یا بالایی) فضا را اخذ می‌کنیم و نیمه بعدی را با توجه به قضیه‌ی ۱-۲ از آن نیمه، باز سازی می‌کنیم. به قضیه ۱-۲، ساخت مزدوج^۵ نیز گفته می‌شود.

هر چند با این تکنیک تقریباً ۵۰ درصد از لحاظ زمانی صرفه جویی می‌شود و خیلی روی رزولوشن مکانی تاثیر نمی‌گذارد، اما تقریباً ۳۰ درصد SNR را کاهش می‌دهد.^[۱۹] برای درک بهتر این موضوع، توجه داشته باشید که درست است که از لحاظ تئوری نیمه بالایی k-space از نیمه پایینی بدست می‌آید اما هردو نیمه دو نویز ناهمبسته حس می‌کنند که این اتفاق باعث می‌شود اطلاعات این دو نیمه باهم متفاوت باشد. در حقیقت SNR با ضریب $\frac{1}{\sqrt{2}}$ کاهش پیدا می‌کند و این مقدار کاهش برابر با $0.2928 = \sqrt{1 - \frac{1}{2}}$ می‌باشد. بنابراین این روش هرچند سادگی ریاضیاتی خاص خود را دارد اما باعث کاهش SNR می‌شود و باید به دنبال روش‌های مناسب تری بود که از اطلاعات بیشتری استفاده کنند.

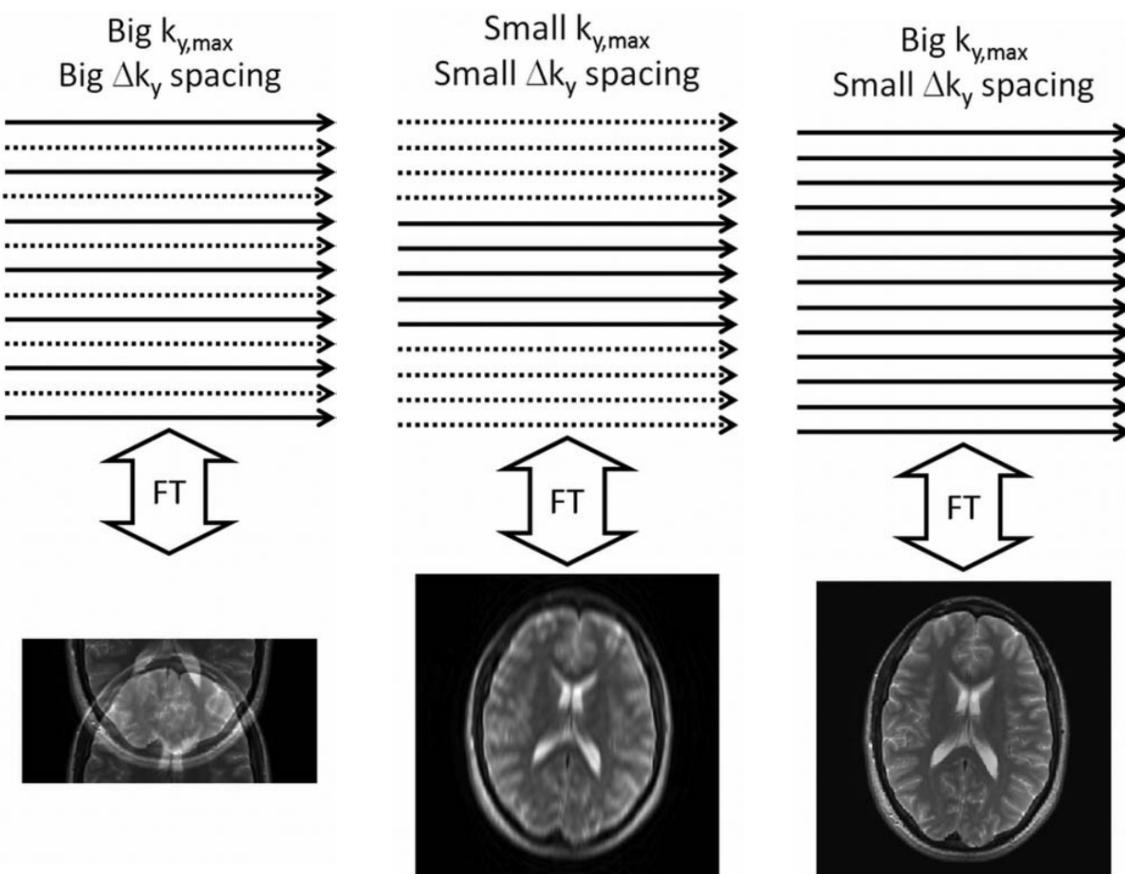
۳-۲ تصویر برداری موازی

در این قسمت برای سرعت بخشیدن به فرایند تصویر برداری MRI روش‌هایی معرفی می‌شود که به تصویر برداری موازی^۶ موسوم هستند. در تصویر برداری MRI دادگان مستقیماً از تصویر برداشته نمی‌شوند بلکه از فضای فوریه‌ی تصویر موسوم به k-space اخذ می‌شوند. (شکل ۳-۲)

سیگنال‌های بدست آمده عموماً در جهت k_x به صورت فرکانسی کد می‌شوند و در جهت k_y به صورت خطوطی از کد کردن فاز می‌باشند. همچنین اگر تصویر برداری سه بعدی مدنظر باشد یک کد

⁵conjugate synthesis

⁶Parallel Imaging



(آ) میدان دید کامل و رزولوشن کامل (ب) میدان دید کامل و رزولوشن کمتر (ج) میدان دید کمتر و رزولوشن کامل

source: doi:[10.1002/jmri.23639](https://doi.org/10.1002/jmri.23639)

شکل ۲-۳:

کردن دوم فاز نیز در جهت k_z صورت می‌گیرد. زمان کل اخذ داده^۷ (T_A) برای یک اسکن دو بعدی به صورت زیر می‌باشد.

$$T_A = T_R \times N_{PE} \quad (1-2)$$

که T_R زمان تکرار^۸ یا زمانی که نیاز است تا یک خط از k -space در طول k_x دریافت شود می‌باشد. همچنین N_{PE} نیز تعداد خطوط کد کردن فاز در جهت k_y می‌باشد. در یک تصویر برداری سه بعدی، تعداد کد کردن پارتیشن‌ها^۹ (N_{PART}) نیز باید به حاصل ضرب اضافه کرد.

⁷Total acquisition time⁸Repetition time⁹Partition encoding

T_R کمک می‌کند که کنتراست تصویر را تنظیم کنیم و N_{PE} روزولوشن تصویر در جهت کدکردن فاز را تعیین می‌کند.

برای کاهش زمان استخراج داده، یا باید داده‌های k-space سریع‌تر استخراج شود (که به معنی کاهش زمان T_R است) و یا تعداد داده‌کمتری استخراج شود (که به معنای کاهش N_{PE} می‌باشد).

سرعت جمع آوری داده‌های k-space، کنتراست مطلوب تصویر را تنظیم می‌کند. برای بعضی از انواع اسکن مانند اسپین اکو^{۱۰}، T_R باید به اندازه‌ای باشد تا کنتراست مطلوب تصویر تولید شود. در باقی انواع اسکن مانند گرادیان^{۱۱} یا سری‌های تقدیمی آزاد حالت ماندگار متعادل^{۱۲}، کاهش زمان T_R با حفظ کنتراست تصویر ممکن است.

اما یک محدودیت فیزیکی نیز وجود دارد. قطع و وصل کردن سریع گرادیان با میدان قوی می‌تواند یک جریان الکتریکی در بدن بیمار القا کند که آن نیز می‌تواند بالقوه باعث ایجاد تحریکات عصبی حاشیه‌ای^{۱۳} شود^[۶].

دیدگاه دیگر برای کاهش زمان T_A ، کاهش تعداد داده‌های جمع آوری شده می‌باشد. یک راه برای این کاهش، کاهش ساده‌ی $k_{y,\max}$ می‌باشد در حالی که فاصله‌ی Δk_y حفظ شده است (شکل ۳-۲(ب)). از آن جا که طبق رابطه ۹-۱ روزولوشن در جهت y با معکوس $k_{y,\max}$ متناسب است، این کار باعث کاهش روزولوشن تصویر و مات شدن آن می‌شود. اگر روزولوشن تصویر بخاطر مسایل کلینیکالی بخواهد ثابت بماند، یک راه آن است که مانند شکل ۳-۲(ج) برخی از خطوط کدکردن فاز حذف شوند. با این کار Δk_y زیاد می‌شود و مطابق رابطه ۹-۱ باعث کاهش در میدان دید تصویر می‌شود که در صورتی که ابعاد Δk_y از ابعاد میدان دید بزرگتر باشد، می‌تواند باعث ایجاد اختلاط مکانی^{۱۴} می‌شود. در حقیقت FOV (که توسط فاصله‌ی خطوط کد کردن فاز تعیین می‌شود)، باید حداقل به بزرگی ابعاد شیء مورد تصویر برداری باشد. این الزام بر روی FOV و محدوده‌ی نمونه برداری k-space به عنوان نرخ نایکوییست^{۱۵} شناخته می‌شود. اگر نرخ نایکوییست در هردو جهت k_x و k_y رعایت شود، تصویر می‌تواند مانند شکل ۳-۲(آ) بدون اختلاط مکانی بازسازی شود^[۶].

¹⁰Spin Echo

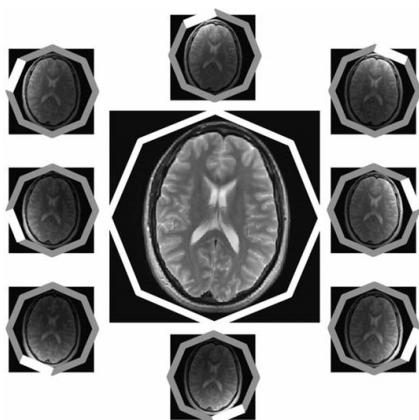
¹¹Spoiled Gradient Echo

¹²Balanced Steady-State Free-Precession Sequences

¹³Peripheral Nerve Stimulation

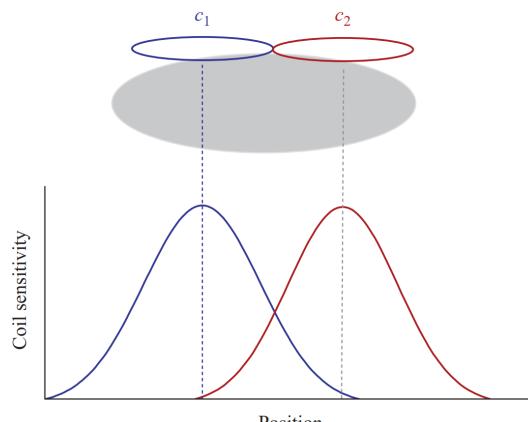
¹⁴Spatial Aliasing

¹⁵Nyquist criterion



source: doi:10.1002/jmri.23639

(ب)



source: doi:10.1017/CBO9780511545405

(آ)

شکل ۴-۲:

۱-۳-۲ روش های تصویربرداری موازی

هنگامی که سرعت بخشیدن به جمع آوری داده های MRI با جمع آوری تعداد کمتری خطوط کدکردن فاز ممکن است که قبل از استفاده تصاویر در کاربردهای کلینیکی، اختلاط مکانی آنها حذف شود. روش های تصویربرداری موازی در راستای حل کردن این مشکل، ایجاد شده اند. همه روش های تصویربرداری موازی سه مشخصه زیر را مشترک دارند^[۶]:

۱. داده های k -space در جهت کدکردن فاز برای کاهش زمان اسکن، زیر نرخ نمونه برداری شده اند (در تصویربرداری های سه بعدی می تواند در جهت کدکردن پارتبیشن نیز چنین باشد). فاکتور شتاب^{۱۶} یا فاکتور کاهش^{۱۷} R به صورت نسبت مقدار دیتای k -space برای نمونه برداری کامل تصویر به مقدار جمع آوری شده در یک استخراج تسریع یافته^{۱۸}، تعریف می شود. اگر نرخ نایکوییست رعایت نشود و میدان دید کمتر اندازه هی شیء باشد، تصویری دارای اختلاط را نتیجه می دهد.

۲. داده های بوسیله ای کانال های دریافت کننده همگن حجمی بزرگ (شکل ۴-۲(ب)) بدست می آیند. هریک از این سیم پیچ های دریافت کننده به حجمی که به آنها نزدیک تر است حساس ترند. (شکل ۴-۲(آ)) که این یعنی که آن سیم پیچ ها یک منبع اضافه از اطلاعات مکانی جهت بازسازی تصویر را فراهم می کنند.

¹⁶ Acceleration factor

¹⁷ Reduction factor

¹⁸ Accelerated acquisition

۳. یک الگوریتم مخصوص که به اطلاعات حساسیت سیمپیچ های مختلف برای بازسازی احتیاج دارد، برای ترکیب داده های زیر نرخ نمونه برداری شده از هر سیمپیچ دریافت کننده استفاده می شود تا یک تصویر نمونه برداری با میدان دید کامل بدون اختلاط بدست آید.

چیزی که باید به آن توجه کرد این است که تصویربرداری موازی یک سری پالس خاص نیست. تعداد کanal های دریافت کننده در آرایه ای از سیم پیچ ها، مقدار ماکسیمم فاکتور شتاب را محدود می کند. به طور کلی، فاکتور شتاب نمی تواند از تعداد سیمپیچ های آرایه بیشتر شود. هرچند این پارامتر معمولاً خیلی کمتر انتخاب می شود تا تصویری با کیفیت مطلوب تولید شود.

روش های مختلفی در تصویربرداری موازی وجود دارد و آن سه مشخصه‌ی مذکور بین شان مشترک است. این الگوریتم ها را می توان به دو دسته تقسیم کرد. (۱) آنها یی که با تصاویر دارای اختلاط کار می کنند (مانند SENSE) و (۲) آنها یی که داده های از دست رفته‌ی k-space را بازسازی می کنند (مانند GRAPPA).

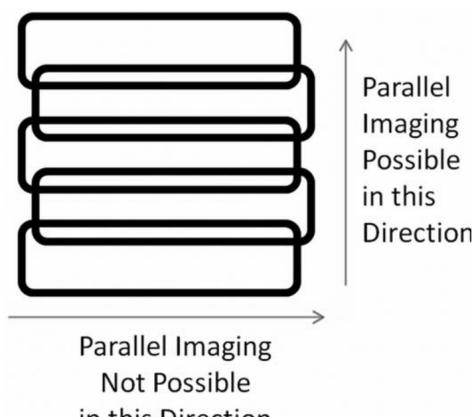
۲-۳-۲ آرایه های سیمپیچ های دریافت کننده

قبل از بحث در مورد متعدد های مختلف تصویربرداری موازی مهم است که در مورد یک سخت افزار اساسی در تصویربرداری موازی یا به عبارت دیگر آرایه دریافت کننده چند کاناله^{۱۹}، صحبت کرد. حساسیت یک کanal دریافت کننده تکی در یک آرایه به سیگنال هایی که از یک منطقه مکانی خاص می آیند، محدود می شود که در شکل ۲-۴ قابل مشاهده است. این حساسیت معمولاً به شیع درون سیمپیچ های دریافت کننده بستگی دارد و بنابراین از یک بیمار به بیمار دیگر می تواند تغییر کند.

پروفایل های حساسیت، میدان دید مطلوب را پوشش می دهد. هنگامی که یک اسکن با چندین سیم پیچ دریافت کننده انجام می شود، تصاویر نتیجه شده از هر سیمپیچ باید با یکدیگر ترکیب شوند. این کار می تواند با استفاده از مجموع مربعات (و یا سایر تکنیک هایی که یک سیگنال همگن را پس از ترکیب نتیجه می دهند) انجام داد.

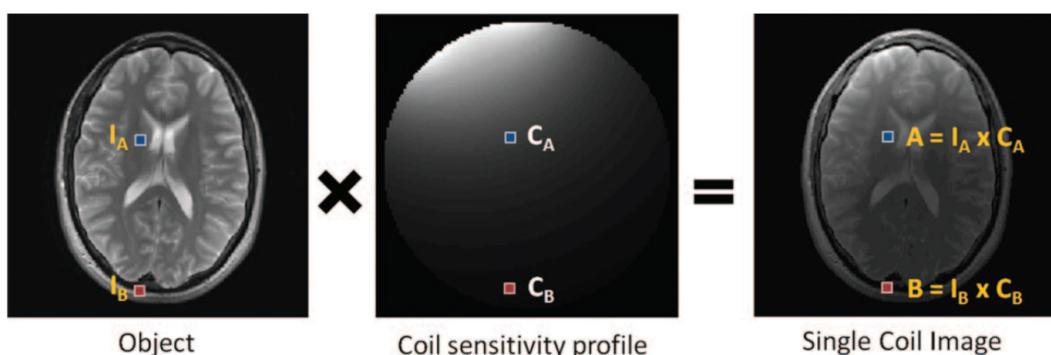
آرایه های متداول در کاربردهای کلینیکالی از ۴ تا بیشتر از ۳۲ کanal مستقل را شامل می شود و حساسیت های متنوعی را در دو یا سه بعد دارند. از آنجایی که تصویربرداری موازی به این تفاوت های حساسیت سیمپیچ ها تکیه دارد، سرعت بخسیدن صرفا در جهت تغییرات حساسیت می تواند اعمال شود.

¹⁹multichannel receiver array



source: doi:10.1002/jmri.23639

شکل ۵-۲:



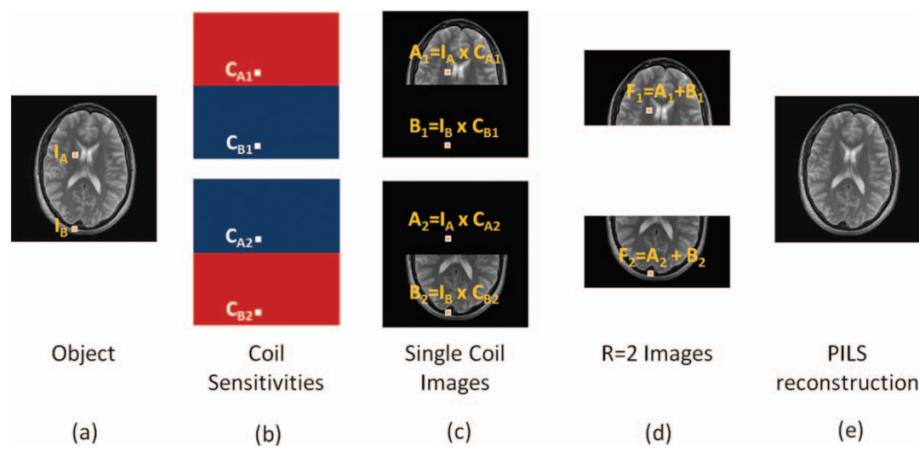
source: doi:10.1002/jmri.23639

شکل ۶-۲:

برای مثال اگر پنج سیم پیچ مانند شکل ۵-۲ در یک خط قرار گیرند، صرفا در جهت خط آرایه (جهتی که حساسیتی بین سیم پیچ ها تغییر می کند)، سرعت بخشیدن می تواند اتفاق بیفتد. [۶]

شکل ۶-۲ که چگونه یک حساسیت ناهمگن سیم پیچ می تواند یک تصویر MR را تغییر دهد. به زبان ریاضی، هر نقطه در تصویر شیع در نقطه متناظرش در نقشه حساسیت^{۲۰} ضرب می شود. بنابراین نقطه A و B در تصویر سمت راست در شکل ۶-۲ به ترتیب با $A = C_A \times I_A$ و $B = C_B \times I_B$ برابر هستند. بنابراین تصویر هر سیم پیچ برابر با ضرب تصویر شیع در نقشه حساسیت آن سیم پیچ می باشد.

²⁰Sensitivity Map



source: doi:10.1002/jmri.23639

شکل ۷-۲

۳-۳-۲ تصویربرداری موازی جزئی با حساسیت های محلی شده (PILS)

تصویربرداری موازی جزئی با حساسیت های محلی شده (PILS)^{۲۱}

[۲۱]

۴-۳-۲ کدکردن حساسیت (SENSE)

[۲۱] (SENSE)^{۲۲}

۵-۳-۲ SMASH

(SMASH)^{۲۳}

۶-۳-۲ GRAPPA

(GRAPPA)^{۲۴}

²¹Partially Parallel Imaging With Localized Sensitivities

²²SENSivity Encoding

²³SiMultaneous Acquisition of Spatial Harmonics

²⁴Generalized Autocalibrating Partially Parallel Acquisitions

[۷]

۴-۲ حسگری فشرده

۱-۴-۲ معرفی روش ALOHA

ماتریس ساختاریافته هنکل^{۲۵} را می‌توان به شکل زیر تعریف کرد.

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \cdots & x[d-1] \\ x[1] & x[2] & \cdots & x[d] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x[n-d] & [n-d+1] & \cdots & x[n-1] \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

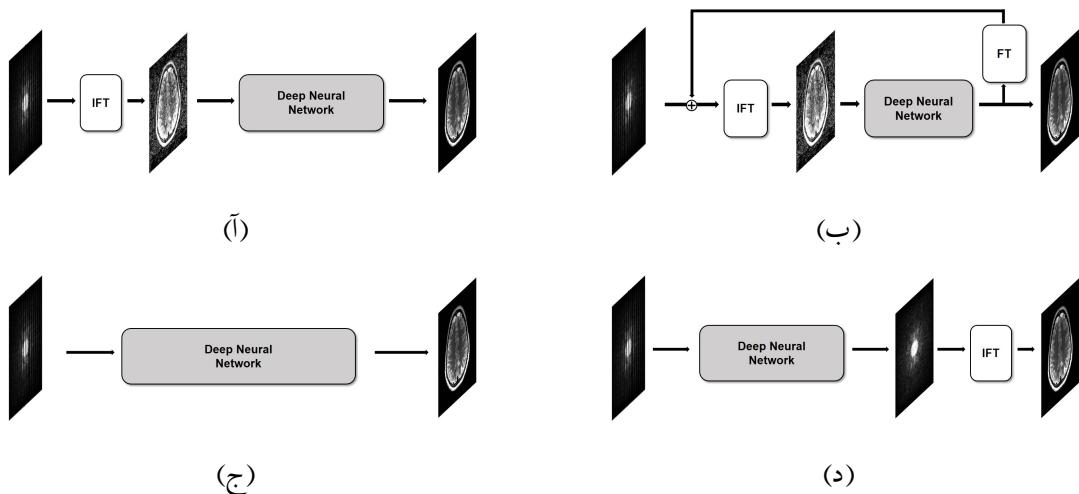
۵-۲ یادگیری عمیق

با توسعه‌ی الگوریتم‌های یادگیری ماشین و یادگیری عمیق در حوزه‌های مختلف فناوری و مهندسی، بازسازی تصاویر MRI نیز از این مقوله مستشنا نبوده است. اخیراً مقالات زیادی در این زمینه با استفاده از یادگیری عمیق انجام شده است.

روش کلی در تمامی این مقالات این است که با داشتن داده‌های کامل نمونه برداری شده^{۲۶} و k-space متناظر آن، ابتدا داده‌هایی با نرخ کمتر تولید می‌کنند و سپس این جفت دادگان را به یک شبکه یادگیری ماشین می‌دهند به گونه‌ای که سیستم طراحی شده در ورودی خود دادگان k-space نمونه برداری شده با نرخ کمتر و در خروجی خود تصویر MRI با نرخ نمونه برداری کامل را بییند و سیستم طراحی شده سعی کند که رابطه بین ورودی و خروجی را کشف کند. شکل ۸-۲ به نقل از [۱۰] حالت‌های ممکن مورد بررسی در این روش‌ها را بیان می‌کند.

²⁵ Structured Hankel Matrix

²⁶ fully-sampled data



doi:10.1109/tmi.2019.2927101

شکل ۲-۸:

۱-۵-۲ استفاده از اتوانکدور در حوزه‌ی k-space

تبدیل فوریه مکانی $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ یک سیگنال دلخواه

$$\hat{x}(\mathbf{k}) = \mathcal{F}[x](\mathbf{k}) := \int_{\mathbb{R}^d} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} x(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (\mathfrak{V}-\mathfrak{V})$$

$$\mathbf{y} = \mathcal{P}_{\Lambda}[\hat{\mathbf{x}}] \quad (\text{4-2})$$

$$[\mathcal{P}_\Lambda[\hat{\mathbf{x}}]]_i = \begin{cases} \hat{x}[i], & i \in \Lambda \\ \circ, & \text{سایر موارد} \end{cases} \quad (5-2)$$

$$\widehat{\mathbf{x}} = [\widehat{x}[0] \quad \dots \quad \widehat{x}[N-1]], \quad \text{where} \quad \widehat{x}[i] = \widehat{x}(\mathbf{k}_i) \quad (\text{Eq. 1})$$

در ساختار CS-MRI تلاش می‌شود که مسئله‌ی بهینه سازی زیر حل شود تا از اسپارسیتی در یک حوزه تبدیل بتوان به منظور بازسازی تصویر از روی نقاط باقیمانده کند. مشکل اصلی این کار که در مقاله [۱۸] راه حل حسگری فشرده آن مورد بررسی قرار گرفت، این است که به بخاطر مفهوم مطلوب ناهمدوسیتی ^{۲۸} مجبور به آپدیت کردن بین هر دو حوزه تصویر و حوزه k-space است.

²⁷Spatial Fourier Transform

²⁸Incoherency

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \|\mathcal{T}z\|_1 \quad (\tilde{\alpha}7-2)$$

$$\text{s.t. } \mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (\tilde{\alpha}7-2\text{b})$$

همانگونه که در بخش ۴-۲-۱ نیز توضیح داده شد، مقاله [۱۵] توانست نشان دهد که بین اسپارسیتی در یک حوزه تبدیل از تصویر (یا FRI^{۲۹}) و حوزه k-space ارتباطی وجود دارد و این ارتباط به رنک پایین بودن^{۳۰} ماتریس ساختاریافته هنکل^{۳۱} در حوزه k-space بر میگردد. به عبارت دیگر اگر سیگنال ورودی یک سیگنال FRI باشد، ماتریس ساختاریافته هنکل آن در حوزه فوریه، رنک پایین خواهد بود.

بنابراین مسیله‌ی CS-MRI را می‌توان به شکل زیر در آورد که در [۱۵] از آن به نام ALOHA یاد برده است.

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \text{Rank}(\mathcal{H}_d(\hat{z})) \quad (\tilde{\alpha}8-2)$$

$$\text{s.t. } \mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (\tilde{\alpha}8-2\text{b})$$

حال میخواهیم این مسیله را به یک مسیله یادگیری عمیق^{۳۲} تبدیل کنیم. از آنجایی که ما از ساختار شکل ۲-۸(ج) استفاده می‌کنیم، مساعد است که یک تابع هزینه را روی حوزه تصویر تشکیل دهیم از این رو الگوریتم ALOHA را به شکل زیر ویرایش می‌کنیم.

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \|x - \mathcal{F}^{-1}\hat{z}\| \quad (\tilde{\alpha}9-2)$$

$$\text{s.t. } \text{Rank}(\mathcal{H}_d(\hat{z})) = s, \quad (\tilde{\alpha}9-2\text{b})$$

$$\mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (\tilde{\alpha}9-2\text{c})$$

که در آن s یک تخمینی از رنک ماتریس ساختاریافته هنکل است. توجه داریم که تابع $\text{Rank}(\cdot)$ یک قید غیر کانوکس^{۳۳} است. در مقاله [۱۵] به پیشنهاد از روش تکمیل ماتریس [۵] استفاده از رنک

²⁹Finite Rate Inovation

³⁰Low-Rankness

³¹Structured Hankel Matrix

³²Deep-Learning

³³non-convex

هسته‌ای^{۳۴} را برای حل این مشکل توصیه کرده است اما این مقاله روش دیگری را برای غلبه بر این مشکل را اتخاذ کرده است.

در ابتدا از اعداد مختلط خود را خلاص می‌کنیم. این کار به سادگی با تعریف اپراتور^۲ $\mathbb{R}(z) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$\mathbb{R}(z) = [\mathcal{R}e(z) \mathcal{I}m(z)]$$

در این صورت می‌توان معادله^{۹-۲} را به صورت زیر با نویسی نمود.

$$\min_{\hat{z} \in \mathbb{C}^N} \|x - \mathcal{F}^{-1}\hat{z}\| \quad (آ-۲)$$

$$\text{s.t. } \text{Rank}(\mathcal{H}_{d|\mathcal{V}}(\mathbb{R}(\hat{z}))) = Q \leq 2s, \quad (آ-۱)$$

$$\mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (آ-۱)$$

حال می‌خواهیم آن را به فرم یادگیری عمیق در بیاوریم. برای این کار چون از ساختار^{۸-۲}(ج) استفاده کردیم و در این ساختار ورودی و خروجی، حوزه‌ای یکسان دارند، پس می‌توان از یک ساختار متقارن اتوانکو در^{۳۵} استفاده کرد. که دارای المان‌های پولینگ^{۳۶} و آنپولینگ^{۳۷} است. این مقاله سعی می‌کند که آن قید رنک را در درون ساختار شبکه تزریق کند تا همیشه برآورده شود.

تجزیه SVD ماتریس $\mathcal{H}_d(\mathbb{R}(\hat{z})) = U\Sigma V^T$ را در نظر بگیرد. می‌توان دو بردار $\Psi, \tilde{\Psi} \in \mathbb{R}^{2d \times Q}$ را به نحوی تعریف کرد که حاصل ضرب آن $\Psi \tilde{\Psi}^T = P_{\text{Range}(V)} \Sigma$ شود. در این رابطه $P_{\text{Range}(V)}$ ماتریس پروجکشن روی برد ماتریس V حاصل از تجزیه SVD مذکور خواهد بود. همچنین ماتریس‌های پولینگ و آنپولینگ $\Phi, \tilde{\Phi} \in \mathbb{R}^{M \times N}$ را تعریف کرد. چون که شبکه متقارن است پس می‌توان عملکرد این دو را معکوس هم به شکل $\Phi \tilde{\Phi}^T = I_N$ دانست. از این رو روابط زیر را می‌توان استخراج نمود.

$$\mathcal{H}_{d|\mathcal{V}}(\mathbb{R}(\hat{z})) = \Phi \tilde{\Phi}^T \mathcal{H}_{d|\mathcal{V}}(\mathbb{R}(\hat{z})) \Psi \tilde{\Psi}^T = \Phi C \tilde{\Psi}^T \quad (۱۱-۲)$$

$$C := \tilde{\Phi}^T \mathcal{H}_{d|\mathcal{V}}(\mathbb{R}(\hat{z})) \Psi \quad (آ-۱)$$

حال می‌توان فضای برداری \mathcal{H} را به صورت زیر تعریف کرد.

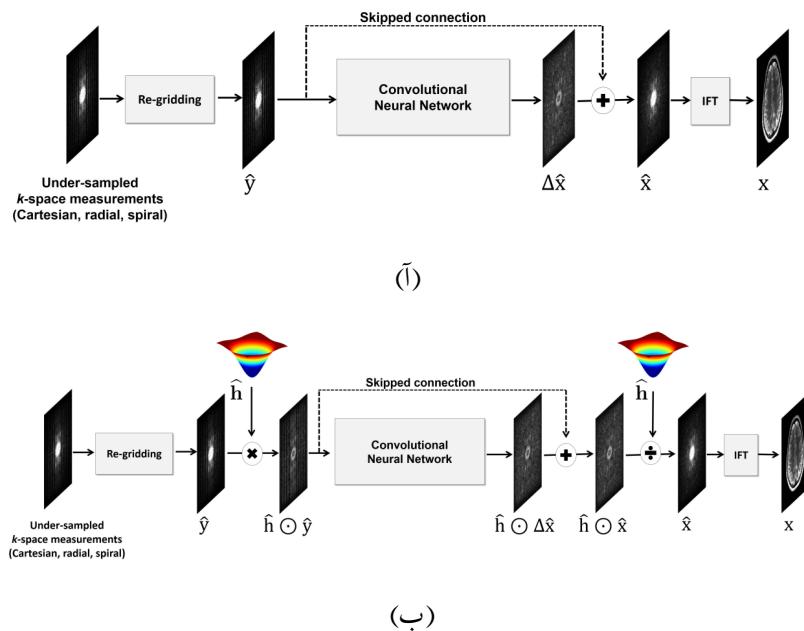
$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\Psi, \tilde{\Psi}) &= \left\{ z \in \mathbb{C}^N \mid \mathbb{R}[z] = \Phi^\top (C \otimes g(\Psi)) \right. \\ &\quad \left. C = (\tilde{\Phi} \mathbb{R}[z]) \otimes h(\Psi) \right\} \end{aligned} \quad (۱۳-۲)$$

³⁴nuclear norm

³⁵Auto-encoder

³⁶Pooling

³⁷Unpooling



با این تعریف میخواهیم بهینه سازی را صرفا بر روی این فضا حل کنیم. بنابراین این مسیله به صورت زیر قابل بازنویسی است.

$$(P'_A) \quad \min_{\hat{z} \in \mathcal{H}(\psi, \tilde{\psi})} \min_{\Psi, \Psi} \|x - \mathcal{F}^{-1}\hat{z}\| \quad (\tilde{A}4-2)$$

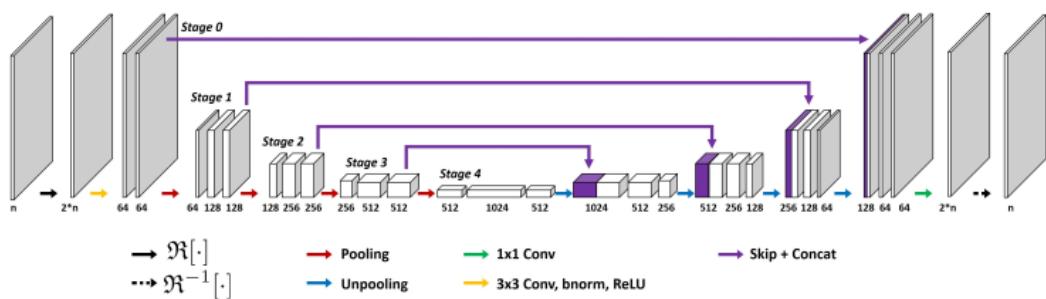
$$\text{s.t.} \quad \mathcal{P}_\Lambda([\hat{x}]) = \mathcal{P}_\Lambda([\hat{z}]) \quad (A4-2b)$$

حال با این تعریف میتوان شبکه کانولوشنالی های در یک ساختار اتوانکودر را ایجاد کرد. در این مقاله دوساختار موجود در شکل ۱-۵-۲ را مورد بررسی قرار داده است.

توجه داریم که در ساختار های ۱-۵-۲ از اسکیپ کانکشن^{۳۸} استفاده کرده است. این اسکیپ کانکشن کمک به ایجاد یک ساختار Residual و تولید ساختار های اسپارس تر در ورودی شبکه یادگیری عمیق است. بنابراین به اسپارسیتی ورودی آن افزوده میشود.

برای ساختار اتوانکودر نیز از ساختار معروف UNET استفاده شده است که تصویر ۹-۲ این ساختار متقارن و داری اسکیپ کانکشن های خود را نشان میدهد که بعنوان اتوانکودر بسیار کاربرد دارد.

³⁸Skip-Connection



شکل ۲-۹:

بخش ۳

طراحی آزمایشات

۱-۳ آماده سازی

شبیه سازی های آورده شده در این قسمت با استفاده از زبان برنامه پایتون^۱ پیاده سازی شده است. از این رو چه در بخش های کار با داده و آماده سازی دادگان و چه در بخش های پردازش نیاز به دانلود و نصب برخی پکیج های مورد نیاز است. این موارد را به راحتی به کمک ابزار pip می توان نصب کرد. برای این کار ابتدا یک فایل به نام requirements.txt ایجاد کرده و داخل آن موارد نصبی را می نویسیم.

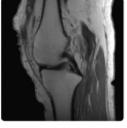
Listing 1: requirements.txt

```
1 folium==0.2.1
2 numpy
3 tensorflow>=2.3.0
4 ismrmrd
5 sigpy
6 mpi4py
7 mridata
8 wget
9 git+git://github.com/ismrmrd/ismrmrd-python-tools.git
```

برای نصب نیز کافیست که دستور زیر را در مسیر فایل requirements.txt اجرا کرد.

```
1 pip install -r requirements.txt
```

¹python



Project:	NYU machine learning data
Anatomy:	Knee
Fullysampled:	Yes
Uploader:	florianknoll
Tags:	<input type="text" value="Add a tag"/> <input type="button" value="Add"/>
Download	
UUID	413469fd-9354-400c-88e3-b29e7c711a05
Downloads	2131
References	Hammerl K, Klatzer T, Kobler E, Recht M, Sodickson D, Pock T, Knoll F. Learning a Variational Network for Reconstruction of Accelerated MRI Data. Magnetic Resonance in Medicine 79: 3055–3071 (2018)
Comments	This is part of the training and test data that was used for our 2017 MRM manuscript on learning a variational network to reconstruct accelerated MR data. The data accompanies the code repository at: https://github.com/VLOGroup/mri-varitionalnetwork .
Funding Support	NIH P41 EB017183
Protocol Name	SAG
Series Description	SAG
System Vendor	SIEMENS
System Model	Skyra
System Field Strength	2.89362 T
Receiver Bandwidth	0.793
Number of Channels	15
Coil Name	TxRx_15Ch_Knee:1:K5
Institution Name	HJD
Matrix Size	768 x 770 x 1
Field Of View	280 mm x 280.7 mm x 4.5 mm
Number of Averages	1
Number of Slices	31
Number of Phases	1
Number of Repetition	1
Number of Contrasts	1
Trajectory	cartesian
Parallel Imaging Factor	1.0 x 1.0
Repetition Time	2800 ms
Echo Time	22 ms
Inversion Time	100 ms
Flip Angle	150 °
Sequence Type	TurboSpinEcho
Echo Spacing	11.12 ms
Upload Date	Aug. 8, 2018, 7:12 a.m.

SOURCE: <http://mridata.org/list?project=NYU%20machine%20learning%20data>

شکل ۱-۳ :

۲-۳ دادگان آزمایش

در بخش ۴-۱ فرمت های گوناگون دادگان توضیح داده شد. در این آزمایش بخش مهمی از دادگان توسط سایت mridata.org تهیه شده است. در این سایت دیتابست های خام زیادی وجود دارد که با فرمت ismrmrd ذخیره شده اند. همان گونه که در بخش ۱-۴ اشاره شد، این نوع فرمت برای ذخیره دادگان خام جهت بازسازی مناسب هستند.

شکل ۱-۳ اطلاعات مورد نیاز جهت دانلود دیتاست مورد نظر را در اختیار ما قرار می‌دهد. ردیف داده‌ی شکل ۱-۳ UUID آن می‌باشد که از آن جهت دانلود این دیتاست استفاده خواهیم کرد. همچنین در آن Parallel Imaging Factor و trajectory در آینجا نمونه برداری کامل انجام شده است چرا که این پارامتر یک و میزان نمونه برداری زیر نرخ (در آینجا نمونه برداری کامل انجام شده است چرا که این پارامتر یک می‌باشد). را نشان می‌دهد.

نحوه دانلود و خواندن داده‌ها

برای دانلود و استفاده از دادگان این سایت در پایتون بهترین کار این است که از کد زیر استفاده کرد.

```

1 import mridata
2 uuid = 'cc52722b-8649-45b0-a1ea-8727c1687ad5'
3 dir_output = 'data'
4 mridata.download(uuid, folder=dir_output)

```

پکیج mridata برای دانلود دیتاست‌ها از سایت mridata.org استفاده می‌شود و به uuid دیتاست جهت انجام این کار نیاز دارد. سپس برای خواندن این فرمت باید به شیوه زیر عمل کرد:

```

1 import ismrmrd, ismrmrdtools
2 filename = os.path.join(dir_mridata_org, uuid+".h5")
3 dset = ismrmrd.Dataset(filename, 'dataset', create_if_needed=False)
4 header = ismrmrd.xsd.CreateFromDocument(dset.read_xml_header())
5 enc = header.encoding[0]

```

در کد بالا پکیج ismrmrd برای خواندن دادگان لازم است و پکیج ismrmrdtools برای بازسازی تصاویر خام به ما کمک می‌کند. سپس سایز‌های ماتریس‌ها را می‌خوانیم.

```

1 # Matrix size
2 eNx = enc.encodedSpace.matrixSize.x # 768
3 eNy = enc.encodedSpace.matrixSize.y # = 770
4 eNz = enc.encodedSpace.matrixSize.z # = 1
5 rNx = enc.reconSpace.matrixSize.x # = 384
6 rNy = enc.reconSpace.matrixSize.y # = 384
7 rNz = enc.reconSpace.matrixSize.z # = 1

```

با مقایسه‌ی این اندازه ماتریس فضای کد شده با ماتریس فضای باز سازی می‌توان دید که در جهت x و جهت y با دو برابر نرخ، نمونه برداری شده است که به اطلاع اورسمپلینگ^۴ نامیده می‌شود. سپس اندازه میدان دید را در این دو فضا برحسب میلی متر بدست می‌آوریم. در این صورت می‌توانیم ابعاد واقعی تصویر را مشخص کنیم.

```

1 # Field of View
2 eFOVx = enc.encodedSpace.fieldOfView_mm.x # = 280.0
3 eFOVy = enc.encodedSpace.fieldOfView_mm.y # = 280.700012
4 eFOVz = enc.encodedSpace.fieldOfView_mm.z # = 4.5
5 rFOVx = enc.reconSpace.fieldOfView_mm.x # = 140.0
6 rFOVy = enc.reconSpace.fieldOfView_mm.y # = 140.0
7 rFOVz = enc.reconSpace.fieldOfView_mm.z # = 3.0

```

و برای بدست آوردن سایر اطلاعات مفید مانند تعداد اسلایس‌ها، تکرار‌ها و کنترast از کد زیر استفاده می‌کنیم.

```

1 # Number of Slices, Reps, Contrasts, etc.
2 ncoils = header.acquisitionSystemInformation.receiverChannels # = 15
3 if enc.encodingLimits.slice != None:
4     nslices = enc.encodingLimits.slice.maximum + 1 # = 36
5 else:
6     nslices = 1
7 if enc.encodingLimits.repetition != None:
8     nreps = enc.encodingLimits.repetition.maximum + 1 # = 1
9 else:
10    nreps = 1
11 if enc.encodingLimits.contrast != None:
12    ncontrasts = enc.encodingLimits.contrast.maximum + 1 # = 1
13 else:
14    ncontrasts = 1

```

⁴over sampling

نحوه بازسازی تصویر از داده خام

داده های ارایه شده توسط سایت mridata.org به صورت خام در فضای k-space و به فرمت فایل ismrmrd ذخیره شده است. از آنجایی که داده ها نمونه برداری کامل شده اند، نحوه بازسازی به اطلاعات بخش ۱ باز می‌گردد اما از آنجا که کار با این فرمت نیز به همان اندازه پیچیده است، در این قسمت مروری بر نحوه بازسازی با استفاده از پایتون خواهد شد.

```

1 import os
2 import ismrmrd, ismrmrd.xsd
3 import numpy as np
4 from ismrmrdtools import show, transform
5
6 # Initialize a storage array
7 all_data = np.zeros((nreps, ncontrasts, nslices, ncoils, eNx, eNy,
8                      rNx), dtype=np.complex64)
9
10 # Loop through the rest of the acquisitions and stuff
11 for acqnum in range(firstacq,dset.number_of_acquisitions()):
12     acq = dset.read_acquisition(acqnum)
13     # TODO: this is where we would apply noise pre-whitening
14     # Remove oversampling if needed
15     if eNx != rNx:
16         xline = transform.transform_kspace_to_image(acq.data, [1])
17         x0 = (eNx - rNx) // 2
18         x1 = (eNx - rNx) // 2 + rNx
19         xline = xline[:,x0:x1]
20         acq.resize(rNx,acq.active_channels,acq.trajectory_dimensions)
21         acq.center_sample = rNx//2
22         # need to use the [:] notation here to fill the data
23         acq.data[:] = transform.transform_image_to_kspace(xline, [1])
24     # Stuff into the buffer
25     rep = acq.idx.repetition
26     contrast = acq.idx.contrast
27     slice = acq.idx.slice
28     y = acq.idx.kspace_encode_step_1
29     z = acq.idx.kspace_encode_step_2
30     all_data[rep, contrast, slice, :, z, y, :] = acq.data

```

```

1 import os
2 import ismrmrd
3 import ismrmrd.xsd
4 import numpy as np
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 from ismrmrdtools import show, transform
7
8 # Initialiaze a storage array
9 all_data = np.zeros((nreps, ncontrasts, nslices, ncoils, eNz, eNy,
10                      eNx), dtype=np.complex64)
11 fig = plt.figure()
12 plt.xlim([0,1]); plt.ylim([0,1]);
13
14 # Loop through the rest of the acquisitions and stuff
15 for acqnum in range(firstacq,dset.number_of_acquisitions()):
16     acq = dset.read_acquisition(acqnum)
17
18     # Stuff into the buffer
19     rep = acq.idx.repetition
20     contrast = acq.idx.contrast
21     slice = acq.idx.slice
22     y = acq.idx.kspace_encode_step_1
23     z = acq.idx.kspace_encode_step_2
24     # print(y,z)
25     all_data[rep, contrast, slice, :, z, y, :] = acq.data
26     # display.clear_output(wait=True)
27     # x = np.arange(100)
28     # y = np.sin(x + np.random.rand())
29     # plt.plot(x, y, '-r')
30     # plt.show()

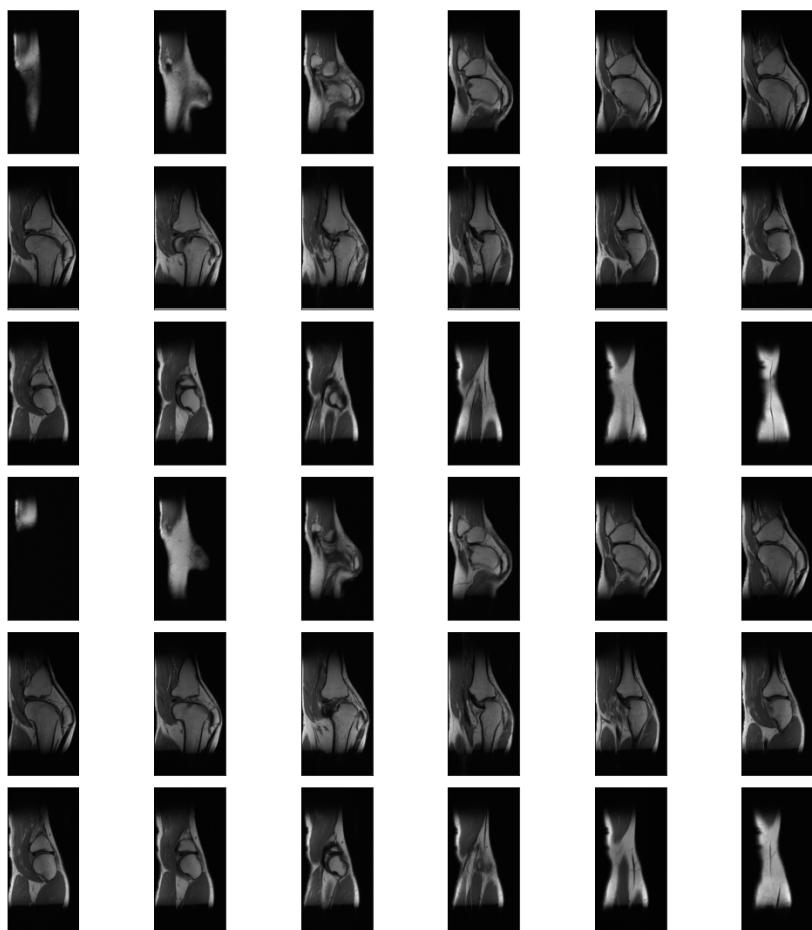
```

```

1 # Reconstruct images
2 images = np.zeros((nreps, ncontrasts, nslices, eNz, eNy, rNx),
3                    dtype=np.float32)
4 for rep in range(nreps):
5     for contrast in range(ncontrasts):
6         for slice in range(nslices):

```

```
6      # FFT
7      if eNz>1: #3D
8          im = transform.transform_kspace_to_image(all_data[rep,
9              contrast,slice,:,:,:], [1,2,3])
10     else: #2D
11         im = transform.transform_kspace_to_image(all_data[rep,
12             contrast,slice,:,:,:], [1,2])
13     # Sum of squares
14     im = np.sqrt(np.sum(np.abs(im) ** 2, 0))
15
16     # Stuff into the output
17     if eNz>1: #3D
18         images[rep,contrast,slice,:,:,:] = im
19     else: #2D
20         images[rep,contrast,slice,0,:,:] = im
21
22     # Show an image
23     show.imshow(np.squeeze(images[0,0,0,:,:,:]))
```



شکل ۳-۲: تصاویر بازسازی شده از داده خام و نمونه برداری شده کامل

بخش ۴

نتایج

بخش ۵

جمع‌بندی

مراجع

- [1] Top ten diagnostic imaging device manufacturers. Available online: <https://www.hospitalmanagement.net/features/featuremedical-imaging-technology-diagnostic-device-manufacturers/>, (30 October 2012).
- [2] Available online: https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_resonance_imaging, (accessed on 23 May 2021).
- [3] Martin Blaimer, Felix Breuer, Matthias Mueller, Robin M Heidemann, Mark A Griswold, and Peter M Jakob. SMASH, SENSE, PILS, GRAPPA. 15(4):223–236, aug 2004. doi:10.1097/01.rmr.0000136558.09801.dd.
- [4] Brown, A. Mark, Dale, M. Brian, Semelka, and C Richard. *MRI : basic principles and applications*. Wiley-Blackwell, 5 edition, 2015. URL: <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=d76d7c27e312cdba3afe5cafcc952bb7e>.
- [5] Emmanuel J. Candès and Benjamin Recht. Exact matrix completion via convex optimization. *Found Comput Math*, 9(6):717–772, apr 2009. doi:10.1007/s10208-009-9045-5.
- [6] Anagha Deshmane, Vikas Gulani, Mark A. Griswold, and Nicole Seiberlich. Parallel MR imaging. 36(1):55–72, jun 2012. doi:10.1002/jmri.23639.
- [7] Mark A. Griswold, Peter M. Jakob, Robin M. Heidemann, Mathias Nittka, Vladimir Jellus, Jianmin Wang, Berthold Kiefer, and Axel Haase. Generalized autocalibrating partially parallel acquisitions (GRAPPA). *Magnetic Resonance in Medicine*, 47(6):1202–1210, June 2002. doi:10.1002/mrm.10171.
- [8] Mark A. Griswold, Peter M. Jakob, Mathias Nittka, James W. Goldfarb, and Axel Haase. Partially parallel imaging with localized sensitivities (PILS). *Mag-*

- netic Resonance in Medicine*, 44(4):602–609, 2000. doi:10.1002/1522-2594(200010)44:4<602::aid-mrm14>3.0.co;2-5.
- [9] Justin P. Haldar. Low-rank modeling of local k-space neighborhoods (LORAKS) for constrained MRI. *IEEE Trans. Med. Imaging Transactions on Medical Imaging*, 33(3):668–681, mar 2014. doi:10.1109/tmi.2013.2293974.
- [10] Yoseo Han, Leonard Sunwoo, and Jong Chul Ye. k-space deep learning for accelerated MRI. *IEEE Trans. Med. Imaging Transactions on Medical Imaging*, 39(2):377–386, feb 2020. doi:10.1109/tmi.2019.2927101.
- [11] S.S. Hidalgo-Tobon. Theory of gradient coil design methods for magnetic resonance imaging. *Concepts in Magnetic Resonance Part A*, 36A(4):223–242, July 2010. doi:10.1002/cmr.a.20163.
- [12] Joseph P. Hornak. Chapter 4: Nmr spectroscopy. Available online: <https://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/chap-4/chap-4.htm#4.1>, (accessed on 22 June 2021).
- [13] Souheil J. Inati, Joseph D. Naegele, Nicholas R. Zwart, Vinai Roopchansingh, Martin J. Lizak, David C. Hansen, Chia-Ying Liu, David Atkinson, Peter Kellman, Sebastian Kozerke, Hui Xue, Adrienne E. Campbell-Washburn, Thomas S. Sørensen, and Michael S. Hansen. ISMRM raw data format: A proposed standard for MRI raw datasets. 77(1):411–421, jan 2016. doi:10.1002/mrm.26089.
- [14] Dr. Iverson. NMR theory web handout. Available online: <http://iverson.cm.utexas.edu/courses/310N/Handouts/NMRhandout.html>, (accessed on 6 June 2021).
- [15] Kyong Hwan Jin, Dongwook Lee, and Jong Chul Ye. A general framework for compressed sensing and parallel MRI using annihilating filter based low-rank hankel matrix. *IEEE Trans. Comput. Imaging Transactions on Computational Imaging*, 2(4):480–495, dec 2016. doi:10.1109/tci.2016.2601296.
- [16] Bernd André Jung and Matthias Weigel. Spin echo magnetic resonance imaging. 37(4):805–817, mar 2013. doi:10.1002/jmri.24068.
- [17] Zongying Lai, Xiaobo Qu, Yunsong Liu, Di Guo, Jing Ye, Zhifang Zhan, and Zhong Chen. Image reconstruction of compressed sensing MRI using graph-

- based redundant wavelet transform. 27:93–104, January 2016. [doi:10.1016/j.media.2015.05.012](https://doi.org/10.1016/j.media.2015.05.012).
- [18] Michael Lustig, David Donoho, and John M. Pauly. Sparse MRI: The application of compressed sensing for rapid MR imaging. *Magn. Reson. Med.*, 58(6):1182–1195, 2007. [doi:10.1002/mrm.21391](https://doi.org/10.1002/mrm.21391).
- [19] Donald W. McRobbie, Elizabeth A. Moore, and Martin J. Graves. Getting in tune: Resonance and relaxation. In *MRI from Picture to Proton*, pages 124–143. Cambridge University Press, April 2017. [doi:10.1017/9781107706958.010](https://doi.org/10.1017/9781107706958.010).
- [20] Donald W. McRobbie, Elizabeth A. Moore, Martin J. Graves, and Martin R. Prince. *MRI from Picture to Proton*. Cambridge University Press, 3 edition, 2017. URL: <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=21afe5cd85038f783f825b10e307a176>, [doi:10.1017/9781107706958](https://doi.org/10.1017/9781107706958).
- [21] Klaas P. Pruessmann, Markus Weiger, Markus B. Scheidegger, and Peter Boesiger. SENSE: Sensitivity encoding for fast MRI. 42(5):952–962, nov 1999. [doi:10.1002/\(sici\)1522-2594\(199911\)42:5<952::aid-mrm16>3.0.co;2-s](https://doi.org/10.1002/(sici)1522-2594(199911)42:5<952::aid-mrm16>3.0.co;2-s).
- [22] Water Science School. The water in you: Water and the human body. Available online: <https://www.usgs.gov/special-topic/water-science-school/science/water-you-water-and-human-body>, (accessed on 8 June 2021).
- [23] Daniel K. Sodickson and Warren J. Manning. Simultaneous acquisition of spatial harmonics (SMASH): Fast imaging with radiofrequency coil arrays. 38(4):591–603, oct 1997. [doi:10.1002/mrm.1910380414](https://doi.org/10.1002/mrm.1910380414).
- [24] Michael Unser, Pouya D. Tafti, Arash Amini, and Hagai Kirshner. A unified formulation of gaussian versus sparse stochastic processes—part II: Discrete-domain theory. *IEEE Trans. Inform. Theory Transactions on Information Theory*, 60(5):3036–3051, may 2014. [doi:10.1109/tit.2014.2311903](https://doi.org/10.1109/tit.2014.2311903).