

**بسم تعالی**

# **جزوه خودنویس آموزش یادگیری ماشین**

## **گام های اجرایی پروژه کلاسیفایر ها**

تاریخ شروع: 1404/05/15

تاریخ پایان:

نویسنده: عرفان جناب

سلام. بالاخره رسیدیم به فصل بعد، پروژه بعد و یک آموزش دیگه

ما توی این فصل با کلاسیفایرها (classification) ها آشنا می شویم. اما قبل از اینکه کلا بریم روی کد و پروژه رو استارت بزنیم بریم ببینیم فرق این پروژه با پروژه قبلی چیه و اینکه تفاوت اصلی بین classification و regression چی هست.

classification یا "دسته‌بندی" یعنی مدلی بسازیم که داده‌ها را در یکی از چند دسته مشخص قرار دهد. مثلاً تشخیص اینکه یک ایمیل اسپم هست یا نه، یا اینکه یک تصویر مربوط به گربه است یا سگ. خروجی classification همیشه گستته (Discrete) است؛ یعنی فقط می‌تواند بین چند مقدار از قبل تعریف شده انتخاب کند. مثل ۰ یا ۱ یا کلاس A و B و C.

در مقابل، Regression یا "رگرسیون" برای زمانی است که بخواهیم یک مقدار عددی و پیوسته پیش‌بینی کنیم. مثلاً پیش‌بینی قیمت یک خانه یا دمای هوا. خروجی regression می‌تواند هر عددی باشد (مثلاً ۲۵۴.۶ یا ۱۳۰۰۰).

خب حالا که با مفهوم اصلی این موضوع آشنا شدیم بایستی به سراغ دیتایی که قرار است با آن کار کنیم برویم. اسم آن دیتای معروف MNIST هست. اما طبق معمول حتما سوال پیش می‌ماید این دیتاست چیه چجوری کار می‌کنه و... در ادامه توضیحاتی گفته خواهد شد که ابهامات زیادی را برطرف می‌کند.

دیتاست MNIST مجموعه‌ای از تصاویر عددهای دستنویس ۰ تا ۹ است که برای آموزش و تست مدل‌های تشخیص تصویر و دسته‌بندی (classification) استفاده می‌شود. این دیتاست شامل ۶۰،۰۰۰ تصویر برای آموزش و ۱۰،۰۰۰ تصویر برای تست است. هر تصویر یک عدد است که به صورت سیاه و سفید و با اندازه‌ی ۲۸ در ۲۸ پیکسل ذخیره شده. چون این دیتاست ساده و معروف است، معمولاً اولین انتخاب برای تمرین و یادگیری الگوریتم‌های یادگیری ماشین مثل شبکه‌های عصبی و SVM و ... است. هدف اصلی در MNIST این است که مدل یاد بگیرد از روی تصویر، تشخیص دهد کدام عدد دستنویس است. این دیتاست که از سال ۱۹۹۴ به وجود آمده تا به اکنون ما می‌توانیم در پروژه آموزش خود استفاده کنیم. این کار نه تنها باعث تقویت ما در این پروژه می‌شود بلکه این امید را می‌دهد که ما در حال کار با دیتاست واقعی هستیم.

خب بدون معطلی بریم سراغ پروژه.

معرفی و دریافت دیتا:

۱. اولین کار یا بهتره بگیم مهمترین کاری که اول هر پروژه باید انجام دهیم دسترسی به دیتاست آن پروژه است. برای این کار ما نیاز به دانلود فایلی

اعم از CSV نداریم بلکه به لطف کتابخانه قدرتمند sklearn این کار به سادگی شدنی است. بنابراین ما کافی است تا از طریق این کلاس به آن دیتاست معروف دسترسی پیدا کنیم و آن را داخل یک متغیر برویم.

پس از دسترسی، نوبت به مرحله همیشگی ما یعنی بررسی اولیه دیتا می‌رسد. در این جا ما بایستی یکسری اطلاعات ضروری درباره دیتاست را به دست آوریم. در نخستین کار با استفاده از کتابخانه () keys یک لیستی از متدهایی که در درون دیتاست ما وجود دارد می‌کنیم، سپس می

بینیم که دیتاست کلیدهای متنوعی دارد اعم از... data, target, DESCR, details, url, and... که مهمترین آنها را توضیح خواهیم داد:

Data: این متاد شامل لیستی از اعداد بین ۰ تا ۲۵۵ است که یک طیف بین سفید تا مشکی را تشکیل می‌دهد. (بر روی matplotlib امکان پذیر است) این لیست شامل ۷۰۰۰۰ شماره در ۷۸۴ ردیف و ستون است.

Target: این متاد شامل لیستی است از اعداد بین ۰ تا ۹ است و نشان می‌دهد در هر ترکیب ۷۸۴ تایی data خروجی چه عددی است. DESCR:

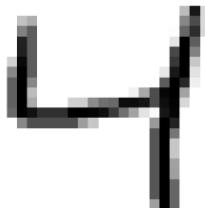
این متاد کامل ترین تعریف را نسبت به دیتاست خروجی می‌دهد.

Details: این متاد یکسری مشخصات دیگری مجزا از متاد قبل در اختیار ما قرار می‌دهد.

Url: این متاد لینک یا آدرس جایی که از آنجا به دیتا دسترسی پیدا کردیم را نمایش می‌دهد.

به طور کلی برای نمایش اعداد داخل لیست data به صورت عکس می‌بایست با استفاده از کتابخانه matplotlib اقدام کنیم. اما قبل از آن باید بدانیم برای این کار باید دیتایمان را به shape  $28 \times 28$  تبدیل کنیم.

نمونه ای از دیتای تبدیل شده به عکس دیتای شماره ۲ که این عدد در دیتای target نشان دهنده ۴ است.



یکی از نکات مهمی که باید بدانیم این است که دیتاست `mnist` به طور کلی نرمال شده و پاکسازی یافته است. نرمال شدن از دو جهت صورت گرفته یکی از جهات آن قرار گرفتن همه تصاویر پیکسلی در وسط تصویر عکس است و دیگری تبدیل همه دیتاها به محدوده  $28 \times 28$  هستند. با این حال نوبت به آن رسیده است که به سراغ آموزش مدل برویم. (نگران نباشید پروژه به همین سادگی تمام نمی یابد).

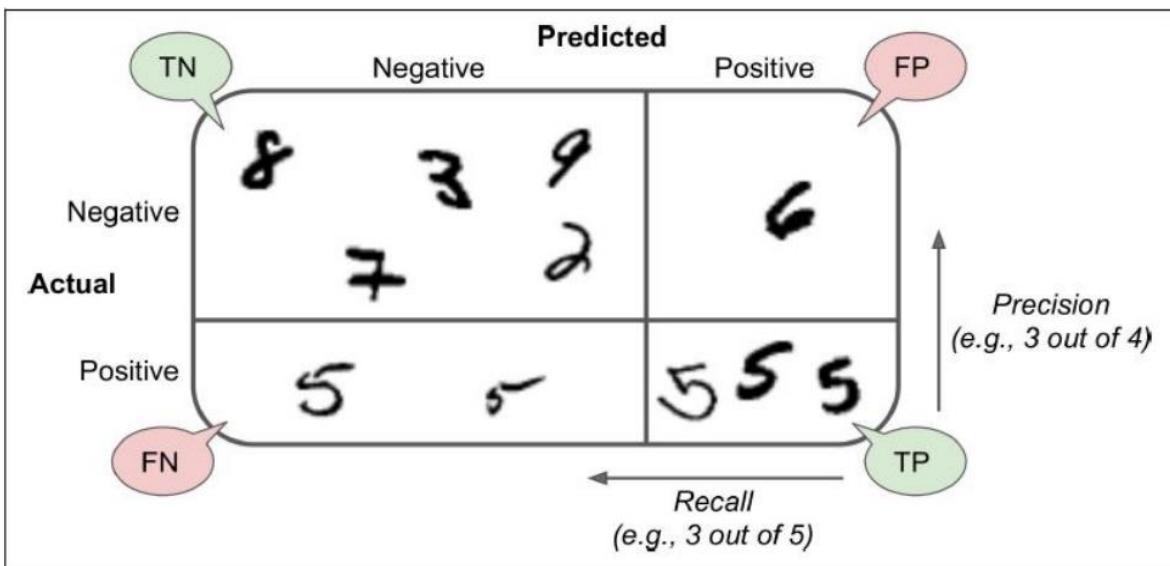
2. قبل آموزش باید بدانیم هدف از این پروژه این است که اگر دیتای جدیدی از اعداد ۰ تا ۹ را به مدل دادیم توانایی تشخیص آن را داشته باشد. با این حساب بایستی دیتایمان را قبل از شروع یادگیری به دسته های ۰ تا ۹ تبدیل کنیم. اما برای شروع ما بهتر است به جای تبدیل سریع ابتدا با تبدیل ساده‌تر این شروع کنیم. عدد پیشنهادی برای شروع جداسازی عدد ۵ هستش که می‌توان استفاده کرد. یعنی از دیتای `train` اعم از بخش `target` یک لیستی از `true` و `false` تشکیل دهیم. تا با دادن به مدل آموزشی `SGDClassifier` در `sklearn.linear_model` آغاز یادگیری را آغاز کنیم. اما قبل از همه این کارها بایستی هردو دیتای `data` و `target` را به دو بخش `train` و `test` جدا کنیم. نکته قابل توجه این است که دیتای `target` به طور کلی یک آرایه `string` است و ما بایستی با کتابخانه `numpy` آن را تبدیل به اعداد کنیم. بایستی بدانیم که دیتاست `mnist` جه در بخش `data` و در بخش `target` ۶۰۰۰۰ هزار دیتای اول دیتای آموزش و ۱۰۰۰۰ دیتای بعد از آن دیتای تست هستند. با این حساب پس از دسترسی به کلاس `SGDClassifier` می‌توانیم با دادن دو متغیر `x_train` و `y_train` یادگیری مدل را آغاز کنیم. و سپس با استفاده از یک دیتای درون متغیر `X` بررسی می‌کنیم که ببینیم آیا درست یادگرفته است یا خیر. اصولاً اساس کار این کلاس با استفاده از گرادیان کاهشی است. اما گرادیان کاهشی چیست و چگونه کار می‌کند؟ در نمودارهای ما (ما در پروژه آن هارا نمی‌بینیم) با به صورت های دیگر ظاهر می‌شوند) این کلاس با استفاده از یک رابطه ساده پایین ترین نقطه در آن را پیدا می‌کند. این نشان می‌دهد که ما گرادیان افزایشی نیز داریم. اما چرا کمترین؟ بسته به نوع دیتا ما می‌توانیم بین گرادیان کاهشی و افزایشی یکی را انتخاب کنیم بنابراین در اینجا ما از کاهشی استفاده می‌کنیم. و اما آن رابطه چیست؟  $x_{n+1} = x_n - \gamma_n \nabla F(x_n)$  در این رابطه `X` دیتای ورودی ما و دلتا `f`تابع مشتق ما و `γ` گاما ضربی است که ما مشخص می‌کنیم در هر بار چه مقدار به سمت پایین ترین نقطه حرکت کند. مثال: فرض کنید در یک نمودار پایین ترین نقطه، نقطه ۳ است و مدل برای شروع از نقطه ۳ شروع می‌کند. بنابراین مدل بسته به مثبت یا منفی بودن مشتق شروع به حرکت می‌کند تا به پایین ترین سطح نمودار برسد، هرچه ۷ کمتر باشد دقت بیشتر است. {مطالب بیشتر در پیوست A}

پس از آموزش مدل و انجام یک تست ساده متوجه شدیم که مدل درست پیش‌بینی کرده است، اما این معیار کافی برای اینکه بگوییم مدل ما خوب است نیست بلکه باید با استفاده از اعتبارسنجی تست هایی بر روی دیتای آموزش انجام دهیم ولی چطور؟ ما با استفاده از کلاس `cross_val_score` از داخل کتابخانه `sklearn.model_selection` می‌توانیم به راحتی دیتای آموزش را به چند دسته تقسیم کرده و هر بار یک دسته را به عنوان اعتبارسنجی و الباقی دسته‌ها را به عنوان آموزش نگه داریم. این کار باعث می‌شود آموزش و اعتبارسنجی بر روی تمامی دیتا انجام شود تا عملکرد نهایی آموزش مدل بررسی شود. {مطالب بیشتر در پیوست B}

با خروجی گرفتن از عملکرد مدل `SGDClassifier` متوجه می‌شویم مدل بسیار عملکرد خوبی داشته است، زیرا خروجی درصد پیش‌بینی برابر با ۹۶٪ است. اما نکته قابل توجه اینجاست که ما نباید به این عملکرد خوب، اعتماد کنیم. اما چرا؟ اولین دلیل بخارطه این است که ما بررسی عملکرد را بر روی تنها ۱۰ دیتای کل مان سنجیدیم (`y`). یعنی ما دیتای آموزش را برای تنها دیتاهایی که عدد ۵ هستند ارزیابی کردیم و این یعنی از بین اعداد ۰ تا ۹ تنها با ۱۰ اعداد این تست انجام شده است. دلیل دوم این است که دیتای در حال حاضر ما `skewed dataset` است. (معنای مجموعه داده‌هایی که تعداد نمونه‌های کلاس هایشان نامتعادل باشد. مثلاً ۹۰ درصد دیتا عدد ۱ و ۱۰ درصد

دیتا عدد ۲ باشد) برای اینجور دیتاها `cross validation` عملکرد مناسبی ندارد. برای اطمینان از این موضوع که عملکرد این کلاس مناسب دیتاست ما نیستیم از کلاس `DummyClassifier` از کتابخانه `sklearn.dummy` استفاده کنیم. اما این کلاس چه کاری انجام می‌دهد؟ این مدل یک مدل خیلی ساده و ابتدایی هستش که اصلًاً دنبال یادگیری واقعی از داده‌ها نمی‌باشد، فقط یک استراتژی از پیش تعیین شده را برای پیش‌بینی دنبال می‌کند. هدف نهایی این کلاس این است که بفهمد آیا پیش‌بینی مدل واقعی از یک مدل نسبتاً احمق بهتر کار می‌کند یا خیر.

اگر خروجی این مدل از مدل `SGDClassifier` بهتر باشد یعنی بیشتر از ۹۶٪ باشد. مدل یا دیتا نیاز به اصلاح دارد. {مطالب بیشتر در پیوست C} ۳. در ادامه برای اینکه بفهمیم مدل ما تا چه حد می‌تواند کلاس A را از B تشخیص دهد بایستی به سراغ چیزی به اسم ماتریس درهم ریختگی برویم. اما این ماتریس چه کاری انجام می‌دهد؟ بزراید با توضیح یک شکل شروع کنیم. این شکل به خوبی نمایانگر یک ماتریس درهم ریختگی برویم. این ماتریس از بخش ستون‌ها و ردیف‌ها تفسیر می‌شود. بخش ستون‌ها بخش پیش‌بینی شده و بخش ردیف‌ها بخش مقادیر واقعی است. درستون اول `positive` به معنی مقادیری هستند که مدل آنها را غیر از ۵ پیش‌بینی کرده یا (تشخیص داده است)، در ستون دوم `negative` مقادیری است که مدل آنها را ۵ پیش‌بینی کرده و تشخیص داده است. در ردیف‌ها هم به همین شکل است ردیف اول `negative` مقادیری هستند که واقعاً ۵ نیستند و ردیف بعدی مقادیری هستند که واقعاً ۵ هستند، با این وجود همانطور که در سلول‌ها مشخص است مقادیری که ۵ نبودند و مدل آنها را درست تشخیص داده در سلول بالا سمت چپ هستند. در این حالت که مقدار پیش‌بینی درست باشد خروجی `TN` یا همان `true negative` است. باقی ستون‌ها هم به همین شکل بررسی می‌شوند.



شکل ۲-۳ یک ماتریس درهم ریختگی.

اما قبل از خروجی ماتریس گرفتن بایستی با استفاده از روش cross validation دیتای آموزش را به فولد های مختلف تقسیم (بسته بندی) کرده و روی آنها ارزیابی انجام دهیم. در کلاس cross\_val\_score برای ما مشخص می کند که مدل در هر بخش چه امتیازی دریافت کرده است، اما کلاس cross validation با cross\_val\_predict دیتا ها را جدا کرده و در آخر با پیش بینی و ارزیابی کلی بر روی کل دیتا ها یک خروجی متريکی (ماتریس) می دهد. با چنین خروجی برای به نمایش در آوردن آن به صورت یک ماتریس درهم ریخته باید از کلاس confusion\_matrix در کتابخانه sklearn.metrics استفاده کرد. این به گونه ای است که در کلاس cross\_val\_score متغیر cross\_val\_score = cv = 3 آنها را به ۳ فولد تقسیم می کنیم و خروجی آن را در یک متغیر ریخته و آن را به عنوان اولین ورودی و مقادیر واقعی (y\_train\_5) را به عنوان دومین ورودی به کلاس confusion\_matrix می دهیم. خروجی چنین چیزی است:

[۵۳۸۹۲ و ۶۸۷]

[۱۸۹۱ و ۳۵۳۰]

همانطور که قبلا توضیح دادیم این خروجی ماتریس ما است. عدد ۵۳۸۹۲ مقداری است که هم مقدار پیش بینی و هم مقدار واقعی negative بوده است یعنی از ۶۰ هزار دیتا نزدیک به ۵۴ هزار دیتا عدد ۵ نیستند بنابراین مقادیر آن TN می شود. سپس عدد ۶۸۷ مقداری است که در واقعیت عدد ۵ نیستند اما مدل آنها را به اشتباه positive یا ۵ تشخیص داده است و در نتیجه خروجی آن FP در نظر گرفته می شود. عدد ۱۸۹۱ مقادیری است که در واقعیت ۵ هستند اما مدل به اشتباه آن ها را عدد دیگری پیش بینی یا تشخیص داده است و خروجی آن FN در نظر گرفته می شود. عدد ۳۵۳۰ مقادیری است که در واقعیت عدد ۵ هستند و همچنین مدل آن ها را ۵ تشخیص داده است در نتیجه خروجی TP است.

نکته مهم: در خروجی های ماتریسی مقادیری که false positive یا همان FP ارور نوع ۱ هستند. و در ماتریس هایی که مقادیر false negative یا همان FN ارور نوع ۲ هستند.

اما شاید سوالی در ذهنتان ایجاد شود و آن این است که از کجا ماتریس می توان به عالی بودن مدل پی برد؟ پاسخ این است که مدلی در پیش بینی حرف اول را می زند که مقادیر FN و FP آن برابر ۰ باشد. برای این آزمایش می توانیم علاوه بر اینکه مقدار واقعی را به کلاس ماتریس می دهیم یک کمی از مقدار واقعی گرفته و آن را به عنوان مقدار پیش بینی به آن بدھیم. اتفاقی که می افتد این است که مقادیر پیش بینی و واقعی با هم برابرند (یعنی بهترین مدل ممکن) در نتیجه ماتریس خروجی به این شکل می شود.

[۵۴۵۷۹ و ۰]

[۰ و ۵۴۲۱]

همانطور که می بینید مقادیر FN و FP برابر صفر است.

به طور کلی فرمول محاسبه accuracy یا همان دقت کل برابر با جمع مقدار TN و TP تقسیم بر کل دیتا است که قبلا حساب کردیم چیزی حدود ۹۶٪ شد که مورد قبول و یاری کننده نبود. با این حساب از همین ماتریس درهم ریخته میتوان اطلاعاتی بسیار مفیدی از طریق فرمول استخراج کرد. یکی از این فرمول هایی که می تواند به ما در تحلیل مدل کمک کنند precision است، اما این precision چه کاری انجام می دهد؟

این فرمول که از تقسیم  $TP$  بر جمع  $TP$  و  $FP$  به دست می آید نشان دهنده این است که مدل ما از میان اعداد پنجی که توانسته پیش بینی کند چند درصد آن ها را درست (مثبت) پیش بینی یا همان تشخیص داده است. هرچه عدد این فرمول بیشتر باشد یعنی به ۱۰۰٪ نزدیک تر باشد بدین معناست که مدل بیشتر اعدادی ۵ توانسته بشناسد درست تشخیص داده است.

فرمول دیگری که با آن سر و کار داریم فرمول recall است این فرمول از رابطه تقسیم  $TP$  بر جمع  $TP$  و  $FN$  به دست می آید و نشان دهنده این است که مدل چقدر توانسته از تمام نمونه هایی که واقعاً مثبت بوده اند درست تشخیص دهد.

تفاوت اصلی precision و recall این است که recall مقادیری که درست تشخیص داده تقسیم بر جمع همان به علاوه مقادیری می شود که در واقعیت ۵ نبودند اما مدل به اشتباه آن ها را ۵ پیش بینی کرده است و در حقیقت (اشتباه) پیش بینی کرده است.

در مقابل آن recall مقادیری که درست تشخیص داده تقسیم بر جمع همان به علاوه مقادیری می شود که در واقعیت ۵ بودند اما مدل آن ها را به اشتباه یک عدد دیگری تشخیص داده است یعنی در حقیقت مدل در اینجا اشتباه نکرده بلکه آن ها را یعنی نمونه های مثبت را (از دست داده) است.

پس به طور کلی فرمول اول درصد اشتباهات مدل را در مواردی که توانسته ۵ تشخیص دهد (هر چند به غلط) و مدل دوم درصد از دست دادن یا (تشخیص ندادن) مدل را ارزیابی می کند.

در پروژه ما مقدار خروجی precision برابر با ۸۳.۷٪ و مقدار خروجی recall برابر با ۶۵.۱٪ می باشد. این یعنی ۱۷ درصد نمونه ها واقعاً ۵ نبودند اما به اشتباه ۵ تشخیص داده شدند و ۳۵ درصد نمونه ها ۵ بودند اما از دست مدل در رفته و عدد دیگری تشخیص داده شدند.

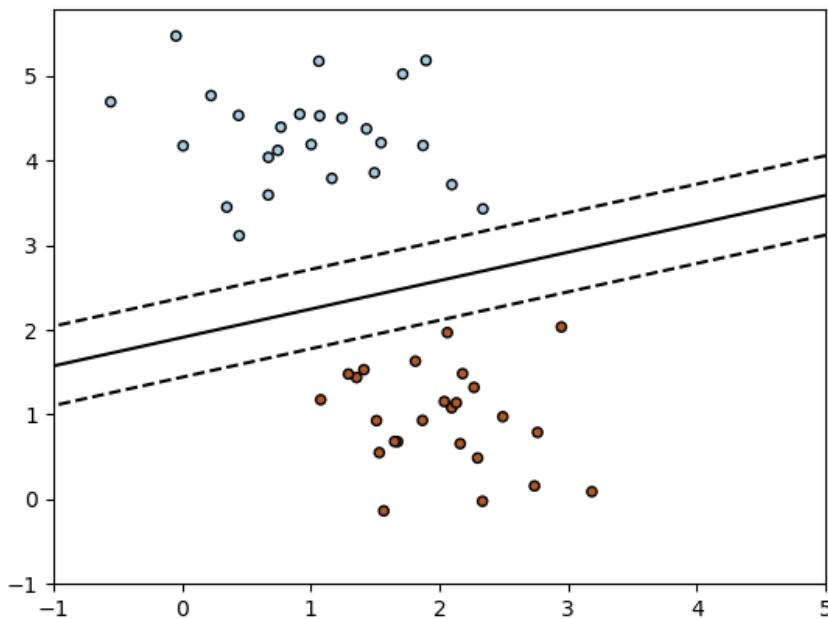
اگر بخواهیم به سراغ کدینگ این بخش برویم بایستی به این نکته توجه کنیم که نیازی به محاسبه دستی اعداد این دو فرمول نیست بلکه ما می توانیم با استفاده از دو کلاس recall\_score و precision\_score در کتابخانه sklearn.metrics این کار را انجام دهیم و ما کافیست مقادیر خروجی از کلاس cross\_val\_prediction را به همراه مقادیر واقعی به آنها داده و آن ها را دریافت کنیم.

		Real Label		
		Positive	Negative	
Predicted Label	Positive	True Positive (TP)	False Positive (FP)	Precision = $\frac{\sum TP}{\sum TP + FP}$
	Negative	False Negative (FN)	True Negative (TN)	
		Recall = $\frac{\sum TP}{\sum TP + FN}$		Accuracy = $\frac{\sum TP + TN}{\sum TP + FP + FN + TN}$

در ادامه ما برای اینکه نتیجه درست تری نسبت به این دو عدد به دست آمده بگیریم می توان با استفاده از هر دوی آنها از طریق روش میانگین هارمونیک خروجی مطلوب تری برسیم. اما یعنی چی آیا این دو شاخص به تنها ی اطلاعات خوبی به ما نمی دهند؟ خیر اینطور نیست. بلکه ما در پروژه های مختلف مجبور به نظر گرفتن هردوی این شاخص ها هستیم و باید هردوی اینها در معیار عملکرد مل تاثیر بگذارند و برای اینکه یک چکیده ای از معیار عملکرد به دست آوریم می توانیم از طریق روش میانگین هم ساز یا هارمونیک سازی به معیار کلی تر و متعادل می رسیم. روش محاسبه آن هم از طریق ضرب این دو شاخص تقسیم بر جمع آنها ضریب ۲ به دست می آید. هرچه recall و precision رکمتر باشد خروجی آن هم عدد کوچک تری است. خروجی f1\_score برابر با ۷۳٪ است که از رابطه بین این دو شاخص به دست آمده است. ولی در سیاری از مواقع یک شاخص کلی (مثل f1\_score) کافی نیست. برای مثال فرض کنید قصد ساختن مدلی را داریم که با بررسی ویدیو های مختلف صحنه هایی را که دارای خشونت و ۱۸+ هستند (که برای کودکان مناسب نیست) را تشخیص دهد در اینجا ما تنها precision نیاز داریم زیرا میخواهیم از همان نمونه هایی که تشخیص می دهیم درست تشخیص داده باشیم ولا اینکه تعدادی از آنها را تشخیص نداده باشیم. مورد دیگر این است که فرض کنید در دوربین های مداربسته در تشخیص دزدی مهم ترین عامل از بین این دو شاخص recall است زیرا هرچه تعداد بیشتری دزدی تشخیص داده شود در اینجور موقع بهتر است هرچند که رابطه بین recall و precision برعکس هم دیگر هستند یعنی با افزایش تشخیص تعداد دزدی

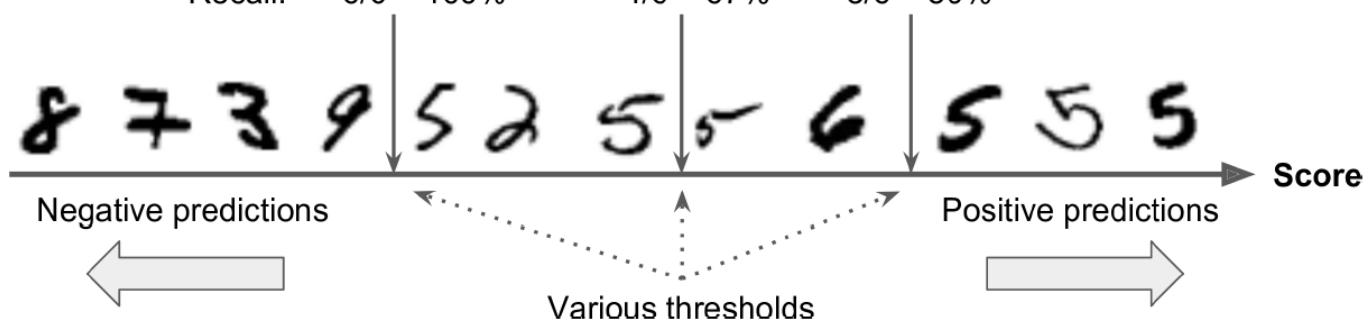
بیشتر دقت آن پایین می‌آید و بلعکس اما در اینجور موقع دقت را فدای تعداد می‌کنیم زیرا کوچک ترین عملی می‌تواند دزدی باشد و ما باید آن را شناسایی کنیم.

ما بایستی تلاش خودمان را بگنیم تا بتوانیم بالاترین معیار عملکرد precision (بالاترین درصد) را بدست بیاوریم، قبل از آن بایستی به بررسی چندین عکس پردازیم:



این عکس نشان دهنده بارز روش جدا کردن دو کلاس است. خطی که صاف است خطی به نام **hyperplane** است که معیار عملکرد جداسازی ۲ یا چند کلاس از یکدیگر است خطوط خط چین خطوط **threshold** نام دارند که با تغییر در فاصله آنها نسبت به **hyperplane** می‌توانیم منجر به تغییر میزان **precision** و **recall** شویم، با این حال وظیفه ما این است که در اینجا با تغییر در میزان **threshold** به بالاترین درصد از دقت یا همان **precision** برسیم. در این نمودار بایستی بدانیم که فاصله نقاط تا خط **hyperplane** اگر نسبت به خط چین بالای آن کمتر باشد در دسته نقاط قرمز و اگر فاصله آن بیشتر باشد در دسته نقاط آبی قرار می‌گیرد، اگر ما نقاط آبی را ۵ در نظر بگیریم بایستی با تغییر در فاصله خط چین بالایی به دقت بالاتری برسیم. باید بدانیم که هرچه فاصله خطوط **threshold** نسبت به خط **hyperplane** بیشتر شود مرز اطمینان نیز بیشتر می‌شود و دقت بالاتر می‌رود هرچند تعدادی نقاط یا دیتایی را از دست داده (یعنی وارد کلاس نقاط قرمز می‌شود) باعث کاهش **recall** می‌شود اما هدف اصلی ما افزایش **precision** است.

$$\begin{array}{lll} \text{Precision: } & 6/8 = 75\% & 4/5 = 80\% & 3/3 = 100\% \\ \text{Recall: } & 6/6 = 100\% & 4/6 = 67\% & 3/6 = 50\% \end{array}$$



این عکس نمایانگر پروژه فعلی ما است. اگر در مرحله اول خط **threshold** را خط وسطی در نظر بگیریم در سمت راست محدوده اعدادی است که ۵ تشخیص داده و سمت چپ بلعکس آن. به این ترتیب همانطور که می‌بینید در سمت راست ۵ دیتا را ۵ تشخیص داده که تنها ۴ تای آنها دست بوده است بنابراین دقت در این نقطه **threshold** برابر با ۸۰٪ است از آن طرف در این عکس به طور کلی ۶ دیتا را ۵ داریم که در این نقطه از **threshold** ۴ تای آنها ۵ شناخته شده بنابراین **recall** برابر با ۶۷٪ شده است. دیگر نقاط **threshold** نیز با تغییرشان باعث تغییر در میزان **precision** و **recall** شده اند.

اما اگر بخواهیم بحث کدینگ این قسمت را پیش ببریم باید بدانیم که در کلاس **SGDClassifier** تابعی به نام **decision\_function** وجود دارد که با دادن دیتا به آن فاصله (**score**) آن نقطه نسبت به خط **hyperplane** بدست می‌آورد و این به ما کمک می‌کند تا با استفاده از این فاصله‌ها بتوانیم بهتر

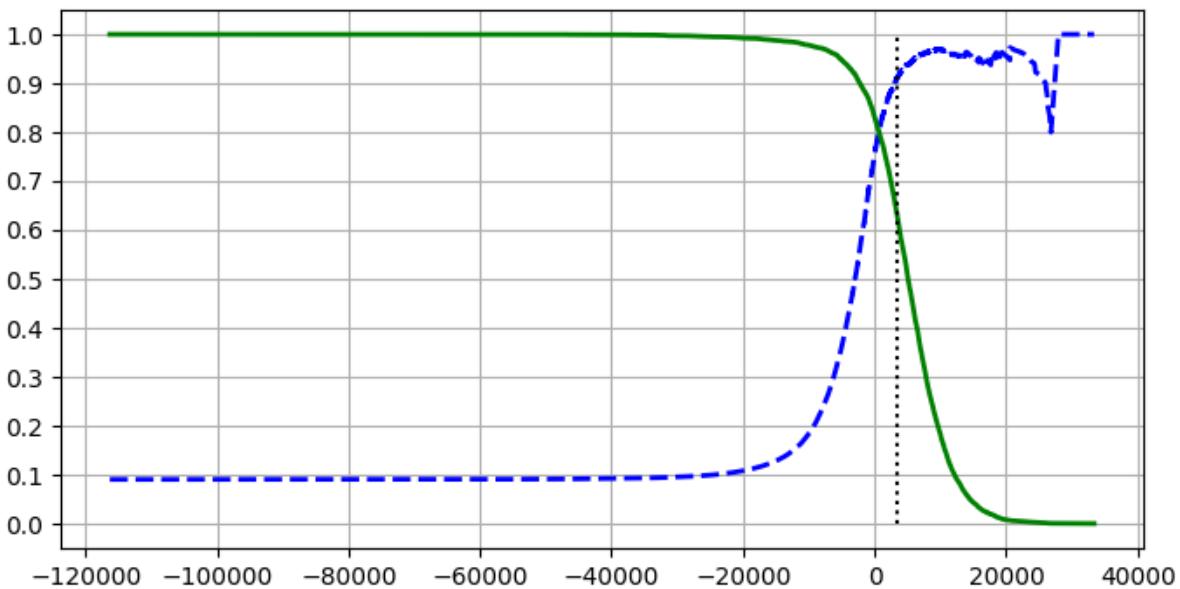
را تغییر دهیم. اما سوالی که در این وسط پیش میاید این است که ما که نمی توانیم به ترتیب ۶۰۰۰۰ نتا داده و مقدار `precision` و `recall` آنها را اندازه گیری کنیم پس تکلیف چیست؟ باید بدانیم که کلاس `cross_val_predict` این کار را برای ما راحت کرده و در متدهای `scoring` و `decision_function` می توانیم تمام فاصله ها یا `scors` را به دست بیاوریم و در یک متغیر برویزیم.

حال که ما یک لیست بزرگ از فاصله ها داریم بایستی به محاسبه `threshold` تک تک آنها بپردازیم تا با داشتن ۳ المان `precision`, `recall` و `threshold` بهترین عملکرد را بررسی و استخراج کنیم. برای این کار کلاس `precision_recall_curve` از تابع `sklearn.metrics` به ما کمک می کند و باعث می شود ما با داشتن آن ۳ المان بهترین دقیق را پیدا کنیم، اما قبل از آن این کلاس دقیقا چه کاری انجام می دهد؟ این کلاس با استفاده از فاصله دیتا ها مقادیر آنها به همراه `precision` و `recall` اندازه گیری می کند.

حال با داشتن این اطلاعات تنها راه بررسی دقیق رسم نمودار است که از طریق سورس کد زیر امکان پذیر است:

```
plt.figure(figsize=(8, 4))
plt.plot(thresholds, precisions[:-1], "b--", label="Precision", linewidth=2)
plt.plot(thresholds, recalls[:-1], "g-", label="Recall", linewidth=2)
plt.vlines(threshold, 0, 1.0, "k", "dotted", label="threshold")
plt.yticks(np.arange(0, 1.1, 0.05))
plt.grid()
plt.show()
```

دو خط یکی خط چین آبی نسبت `precision` ها به `threshold` ها را نشان می دهد و دیگری خط صاف سبز که نسبت `recall` ها به `threshold` نشان می دهد. خط چهارم که خط چین سیاه عمودی است برای مقایسه کردن عملکرد های مختلف است.

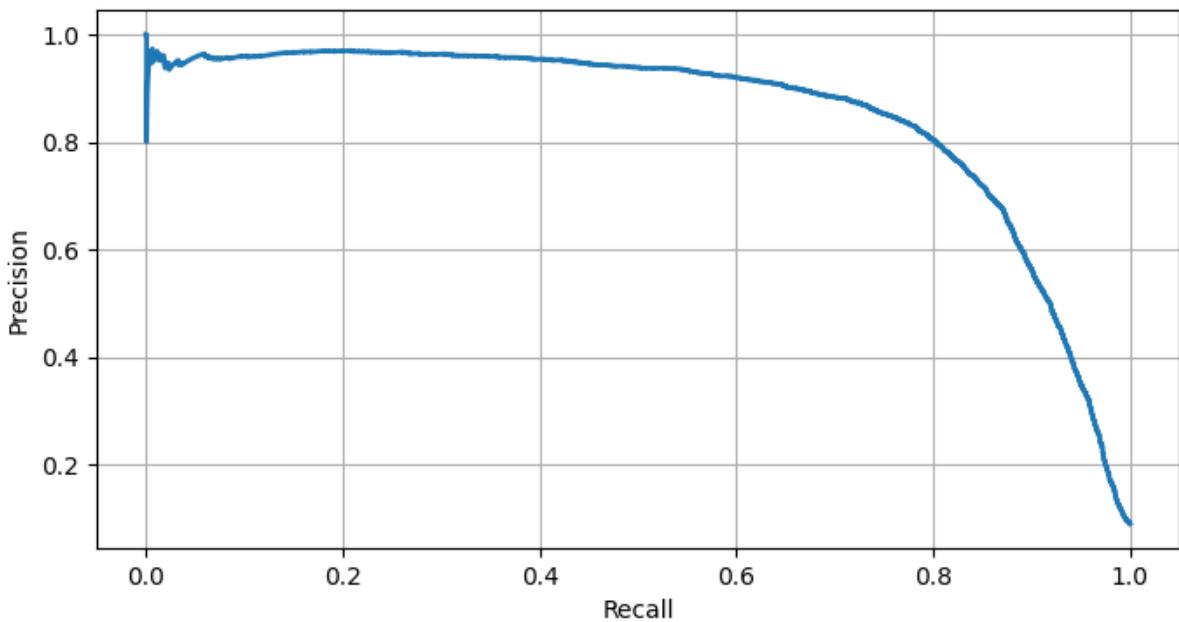


و اما چند نکته راجب به نمودار:

`precision` و `recall` همیشه عکس هم حرکت می کنند: وقتی یکی زیاد می شود، دیگری یکی کم می شود. این همون `trade-off` معروف در مدل های دودویی هست.

حوالی  $\text{threshold} = 0$  به هم نزدیک می شوند و هر دو حدود ۰.۹ و ۰.۸ هستند. این نقطه معمولاً بهترین تعادل بین `precision` و `recall` است.

بعد از مقدار  $\text{threshold} = 15000$  فرایند صعودی `precision` به مشکل می خورد و این نشان دهد و وجود نویز در دیتا ها می باشد که می توان به آن رسیدگی کرد.

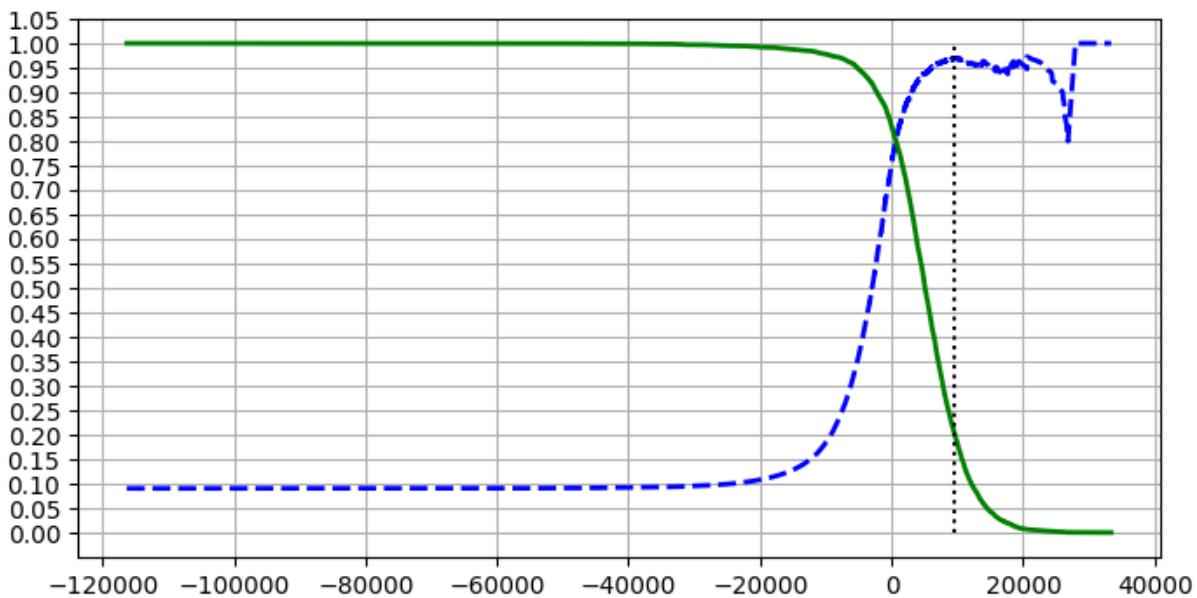


این نمودار، نمودار نسبت precision به recall است.

در این نمودار از یک عددی به بعد precision فرایند نمودار نزولی شدید را پیش می‌گیرد که علت آن بر اثر افزایش threshold و سخت گیری بیشتر در تشخیص اعداد است.

با چشم غیر مسلح هم تا حدودی می‌توان بهترین معیار دقت یا همان precision را یافت اما برای اینکه دقیق تر باشیم می‌توانیم با استفاده از لیستی از precision ها که از کلاس precision\_recall\_curve به دست آورده ایم با دادن مقداری از دقت که میخواهیم مثلًا بالاترین دقت یعنی ۹۷ درصد با استفاده از متدهای argmax نمونه ای که دقت آن برابر با ۹۷ درصد است بر می‌گرداند. اما متدهای argmax چطور عمل می‌کند؟ این متدهای مقدار ورودی که ما به آن می‌دهیم در یک لیست از نمونه شماره ۰ تا اولین نمونه ای که با مقدار ورودی باشد بررسی می‌کند سپس متوقف می‌شود و شماره index آن نمونه را در داخل یک متغیر می‌ریزد.

حال که شماره نمونه آن را پیدا کرده ایم کافیست آن شماره نمونه را در لیست threshold پیدا کرده مقدار threshold آن نمونه را بدست بیاوریم.



در ادامه با قرار دادن شماره index آن precision و recall را در نظر داشتیم که در نظر می‌آوریم. اما به طور کلی در ماتریس درهم ریختگی به غیر از دو المان precision و recall المان های دیگری نیز وجود دارند که می‌توانند به ما در بهبود و بررسی بهتر عملکرد مدل کمک کنند. این دو المان TPR و FNR هستند. نکته مهم: recall همان TPR است و توضیحات آن قبلًا داده شده.

precision یا همان fall\_out به زبان خودمانی به معنای بررسی میزان خطای مدل در تشخیص دیتا های غیر ۵ یا ۵ none است. این المان بر عکس precision است در هدف بررسی دقت مدل و میزان درستی آن در تشخیص دیتا های ۵ بود و این المان در تشخیص دیتا های غیر ۵ است. فرمول محاسبه آن برابر است با FP تقسیم بر جمع TN با FP است. المان دیگر یعنی TNR به معنای بررسی میزان دقت و درستی مدل در تشخیص دیتا های غیر ۵ است و فرمول آن برابر است با TN تقسیم بر جمع TN با FP است. نکته قابل توجه این است که هم TNR و هم FPR از رابطه  $FPR = TNR - 1$  و بلعکس به دست می آیند. برای فهم بهتر این مفاهیم می توانیم به حل سوالات شکل کلاسیفایر زیر بپردازیم:



$$\text{Precision} = \frac{TP}{TP + FP} = \frac{3}{4} = 75\%$$

$$\text{Recall (TPR)} = \frac{TP}{TP + FN} = \frac{3}{3} = 100\%$$

$$\text{Fall-out (FPR)} = \frac{FP}{FP + TN} = \frac{1}{6} = 16\%$$

$$\text{Specificity (TNR)} = \frac{TN}{TN + FP} = \frac{5}{6} = 83\%$$

$$\text{Accuracy (TNR)} =$$

$$\frac{8}{9} = 88\%$$

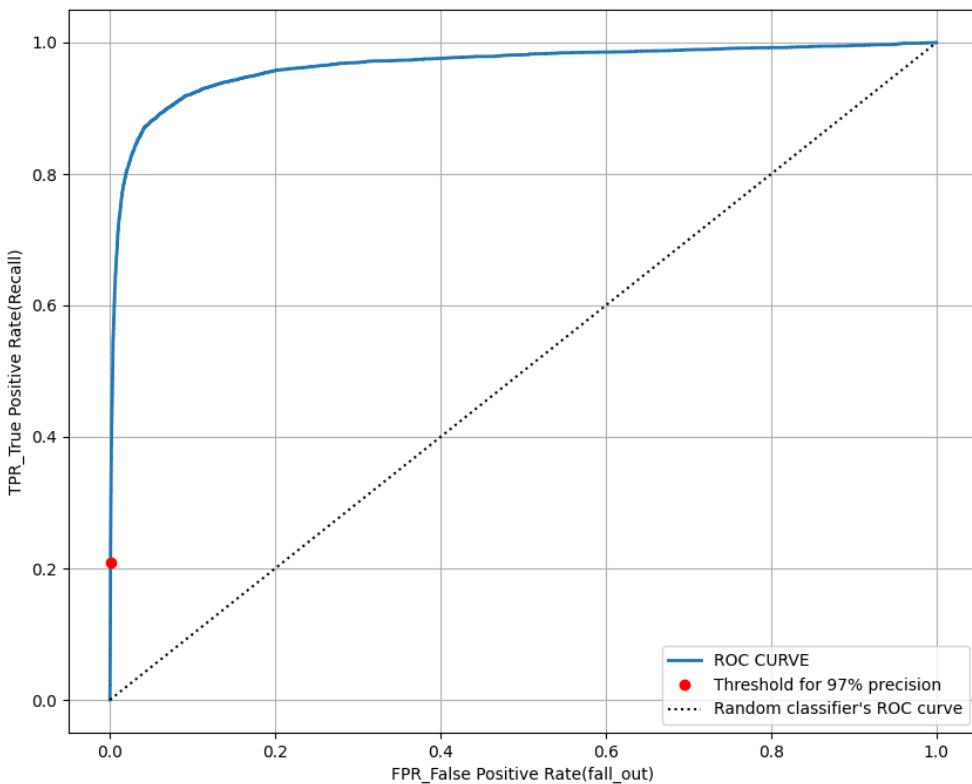
		Predicted		<b>True Positive Rate, Recall</b> $\frac{TP}{TP + FN}$
		Positive	Negative	
<b>Actual</b>	Positive	True Positive (TP)	False Negative (FN)	<b>False Positive Rate</b> $\frac{FP}{FP + TN}$
	Negative	False Positive (FP)	True Negative (TN)	
		<b>Precision</b> $\frac{TP}{TP + FP}$		<b>Accuracy</b> $\frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$

$1 - TNR$

در ادامه ما فعلاً کاری با المان TNR نداریم زیرا ما با داشتن یکی از آنها می توانیم دیگری را حساب کنیم بنابراین ما با استی یک معیار عملکرد جدید با استفاده از recall و FPR به دست بیاوریم. برای اینکه بتوانیم این مقادیر از المان های جدید را بدست بیاوریم باید با استفاده از تابع roc\_curve و دو متغیر ۵ و cross\_val\_predict بدهیم. خروجی های آن برابر با یک لیست از threshold های scores هایی که از تابع `cross_val_predict` بدست آوردهیم به این تابع بدهیم. خروجی های آن برابر با یک لیست از threshold های مختلف با خروجی های FPR و recall(TPR) متناسب با آن است. خب در ادامه شاید برایتان سوال باشد در بین این لیست چطور بهترین المان ها را پیدا کنیم؟ برای این کار کافیست با استفاده از متدها argmax() که قبل از آن استفاده کرده ایم در بین لیست threshold جدید مقدار threshold قبلی را که با آن به ۹۷٪ precision رسیدیم را پیدا کنیم و پس از آن با آن مقدار threshold (که متناسب با دو لیست recall(TPR) و FPR است) مقدار FPR و recall (در ۹۷٪ precision) را به دست بیاوریم.

نکته اساسی: ما قبلاً مقدار recall (در ۹۷٪ precision) را به دست آورده ایم و این مقدار از recall جدید با آن هیچ تفاوتی ندارد.

همانطور که می دانید تنها راه بررسی دقیق و حرفه ای رسم نمودار است. بنابراین کاری که لازم از انجام دهیم نمودار نسبت recall به FPR را رسم کنیم.



خب همانطور که می دانید نکاتی در درون این شکل نهفته است که به بررسی آن ها می پردازیم:

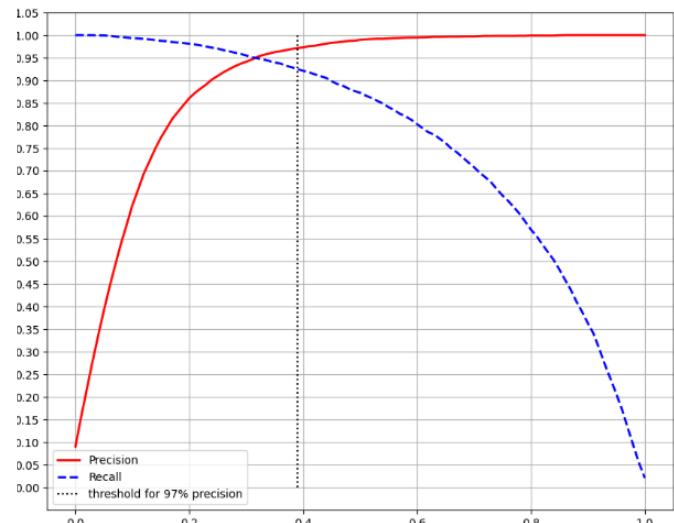
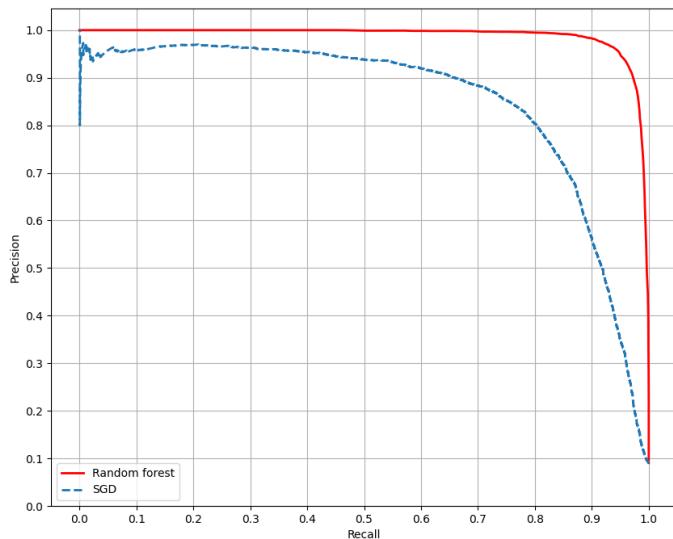
- در این شکل با افزایش FPR مقدار recall نیز افزایش می یابد.(رابطه مستقیم دارند)
  - هرچه قوس خط آبی (ROC CURVE) به سمت گوشه سمت چپ نزدیک تر باشد مدل بهتر است.
  - اگر خط آبی به صورت قائم باشد ما بهترین مدل را خواهیم داشت.
  - خط نقطه چین یک خط از پیش بینی مدل است که با افزایش مقدار FPR همان اندازه به صورت خطی افزایش می یابد که این موضوع خوب نمی باشد.
  - نقطه قرمز محل نشان دادن مقدار FPR و recall با threshold recall با مشخص شده در نقطه precision ۹۷٪ است.
  - مقدار FPR تقریباً برابر با صفر و چیزی حدود ۰.۰۶ است. این به معنای خطای کم در تشخیص داده های غیر ۵ است.
- با نکات مهمی درباره شکل آشنا شدیم اما باید به بررسی بیشتر آنها پردازیم. به طور کلی مساحت کل این نمودار برابر با مساحت مربع و برابر با ۱ است. بنابراین هر چه مساحت زیر خط آبی بیشتر باشد و قوس آن به سمت گوشه (چپ) نزدیک تر باشد مدل بهتر است. اما چرا؟ در ادامه به دلیل آن می پردازیم. به طور کلی به بررسی المان های مهم در مورد SGDClassifier پرداختیم اما چون در پروژه های هوش مصنوعی نباید تنها به یک مدل اطمینان کرد در اینجا بایستی به سراغ تست و بررسی مدل های آموزشی دیگر برویم، یکی از این مدل ها RandomForestClassifier است که از کتابخانه ensemble باشند. از خانواده مدل های ensemble می باشد) این مدل به صورت جنگل تصادفی به یادگیری دیتا و پیش بینی آنها می پردازد. اگر که این مدل را به تابع cross\_val\_predict بدھیم در روش محاسبه و پیش بینی دو حالت متداول دارد یکی predict\_proba و دیگری predict است. اما این دو چه تفاوتی با یکدیگر دارند؟

در predict مدل نظر نهایی و قطعی خودش را اعلام (خروجی) می دهد اما در predict\_proba مدل به صورت یک لیست دو ستونه احتمال های موجود را خروجی می دهد. به مثال زیر می پردازیم:

```
array([[0.11, 0.89],
       [0.99, 0.01]])
```

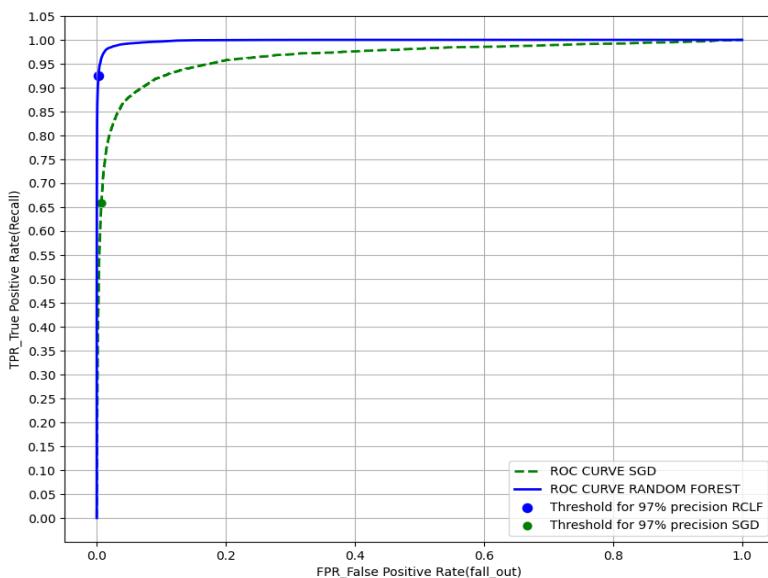
ما پس از پرینت دو مقدار اول خروجی `predict_proba` با متدهای `cross_val_predict` و `cross_val_score` به این لیست از دو ستون مواجه می‌شویم. در ردیف اول دو ستون وجود دارد که ستون اول (سمت چپ) درصد پیش‌بینی ۵ نبودن اون دیتا را نشان می‌دهد و عدد ستون دوم (سمت راست) درصد پیش‌بینی ۵ بودن آن دیتا را نشان می‌دهد بنابراین به طور کلی در دیتای اولی احتمال آنکه عدد ۵ باشد حدود ۹۰٪ است. اما اگر متدهای `predict` باشد بدون دادن احتمالات تنها با دادن لیستی از اعداد ۰ و ۱ به ما می‌گویید که ۱ یعنی آن عدد ۵ است و ۰ یعنی آن عدد ۵ نیست.

بایایید برای بررسی دقیق‌تر این مدل به سراغ اعداد و ارقام و نمودارهای مرتبط برویم:



نمودار سمت چپ نمودار نسبت `precision` به `recall` است یعنی در واقع نمودار هر دو مدل SGD و Random در اینجا رسم شده است. همانطور که قبلاً گفتیم و الان هم در شکل مشخص است نمودار قرمز (random) قوس آن به سمت گوشه (راست) نزدیک تر است و مساحت زیر خط آن بیشتر است و به ۱ نزدیک تر است. این کار باعث می‌شود با افزایش `recall`, `precision` نیز به اندازه زیادی افزایش یابد یعنی ما در این مدل علاوه بر اینکه از بالایی برخوردار هستیم از `recall` بالایی نیز برخوردار هستیم. بایایید با اعداد کار کنیم: در همین نمودار اگر ما بخواهیم مقدار ۹۷٪ `precision` در مدل SGD مقدار `recall` چیزی حدود ۶۵٪ می‌شود

اما در مدل random این مقدار به چیزی حدود ۹۲٪ می‌شود همچنین در نمودار سمت راست نیز این موضوع را می‌توان مطرح کرد زیرا نمودار سمت راست خط نمودار دو المان رسم شده و دو نکته مهمی که می‌توان از آن استخراج کرد این است که در یک نقطه از `threshold` مقدار این دو المان برابر با هم و مساوی با ۹۵٪ می‌شود و نکته بعدی این که در این نمودار نیز در نقطه‌ای با `recall` ۹۷٪ مقدار `precision` با `precision` ۹۲٪ می‌باشد.



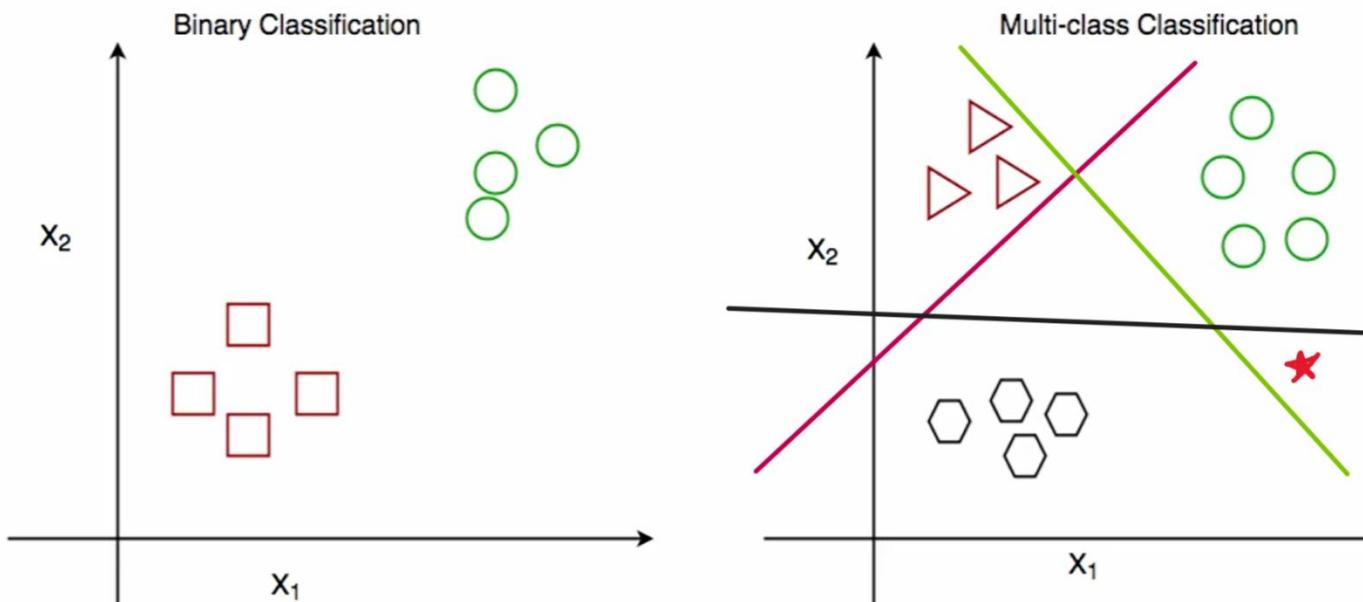
این نمودار این نشان دهنده نسبت TPR(`recall`) به FPR است که البته همانند نمودار قبلی نمودار هر دو مدل در اینجا برای بررسی رسم شده اند. در این نمودار همانطور که می‌بینید خط آبی دارای مساحت بیشتری در زیر نمودار خود است و قوس به آن به گوشه (چپ) نزدیک تر است.

بنابراین این نکته را برای ما بازگو می کند که در مدل random با افزایش مقدار recall مقدار FPR نیز مقدار بسیار کم باقی می ماند در صورتی که در مدل دیگر یعنی SGD با افزایش مقدار recall مقدار FPR نیز افزایش می یافتد.

یادآوری: recall به معنای این است که مدل از بین مقادیری که واقعاً ۵ بودند چقدر آنها را ۵ تشخیص داده یا به عبارت برعکس چقدر از دیتاهای ۵ را از دست داده است. FPR نیز به معنای این است که مدل در تشخیص دیتاهای غیر ۵ چه مقدار (اشتباه) کرده است.

ما تا به اینجای کار از طریق روش باینری به جدا کردن کلاس ها پرداختیم که همانطور که دیدیم روشی جذاب بود، اما روش تقسیم شده و مجزا می شوند که به بررسی کامل آنها خواهیم پرداخت:

روش اول OvA است که مخفف روش one\_vs\_all است (روشی که ما تا به اینجای کار پیش گرفته ایم) در این روش کاری که ما انجام می دهیم این است که هر کلاس را در برابر تمام کلاس های موجود قرار می دهیم و آنها را بررسی می کنیم. اما این به چه معناست؟ این به این معناست که ما با ساختن یک کلاس یا متغیر جدید یک کلاس از کلاس هایی را که داریم مثال عدد ۵ در برابر تمام کلاس ها قرار می دهیم و آنها بی که ۵ پیش بینی یا تشخیص داده شدند را در آن متغیر می ریزیم. در این روش اگر ما ۱۰ کلاس داشته باشیم ۱۰ متغیر یا کلاس جدید تشکیل خواهیم داد. اما اگر بخواهیم عمیق تر به این موضوع پپردازیم بایستی به سراغ شکل برویم:



این شکل گویای توضیحات زیادی است. در شکل سمت راست همانطور که مشاهده می کنید خطوطی متناسب با کلاس های مربوطه برای جدا کردن آنها از یکدیگر کشیده شده است. خط سبز برای جدا کردن دایره های سبز از دیگر کلاس هاست و خط مشکی و بنفش نیز به همین ترتیب با این حال اگر یک دیتای جدید همانند ستاره قرمز را بخواهیم به یکی از این کلاس ها اضافه کنیم تکلیف چیست؟ در اینجا دو مرحله را پیش می گیریم. مرحله اول بایستی بینیم که دیتای ما در زیر خط یا مرز کدام کلاس ها قرار دارد و همانطور که می بینیم در مرز بین کلاس های سبز و مشکی قرار دارد و کلاس بنفش به طور کل حذف می شود. در ادامه یعنی مرحله ۲ بایستی بینیم که فاصله (score) آن ستاره (دیتا) نسبت به کدام خط دورتر است زیرا هرچه دورتر باشد ضریب اطمینان آن بیشتر است. در روش OvA نیز به همین شکل است چه در مرحله جداسازی دیتا و چه در مرحله پیش بینی جدید برای یافتن بهترین کلاس از فاصله آن یا score استفاده می شود و بیشترین فاصله ای را که از کلاسی داشته باشد در دسته آن کلاس در نظر گرفته می شود.

و اما روش دوم یعنی OvO که مخفف one\_vs\_one است روشی است که هر کلاس را به صورت جداگانه در برابر کلاس دیگر قرار می دهد و برای آن یک کلاس جدید به وجود می آورد. این به این معناست که ما اگر چهار کلاس داشته باشیم به نام های A,B,C,D در هر مرحله A به صورت جدا و مقابل هم در برابر هر ۳ کلاس دیگر یعنی B,C,D قرار می گیرد. و برای محاسبه تعداد کلاس ایجاد شده در آخر می توانیم از فرمول  $\frac{1}{2}k(k-1)$  استفاده کنیم که در اینجا k تعداد کل کلاس های اولیه است. در اینجا  $\frac{1}{2}(4-1)$  برابر با ۶ کلاس می شود. در این روش با ورود یک دیتا در بین دو کلاس قرار می گیرد مثلاً بین دو کلاس A و B و پس از آن با انجام محاسبات از نظر ریاضیات آن دیتا به کلاسی شبیه تر است که فاصله آن تا خط hyperplane (خطوطی رنگی که در شکل می بینید) دور تر باشد حال چرا دورتر؟ زیرا این کار باعث افزایش ضریب اطمینان ما نسبت به آن دیتا می شود.

و اما معایب و فواید این دو کلاس:

- تعداد مدل ها کم ( فقط به اندازه هی تعداد کلاس ها  $\rightarrow k$  )
- ساده تر و سریع تر آموزش داده می شوند
- برای دیتاست هایی با کلاس های زیاد مناسب ترند.

OvA : فواید  $\leftarrow$  داده‌ها نامتوان میشون (یک کلاس در برابر همه کلاس‌های دیگه).

ممکنه توی مرزهای نزدیک بین کلاس‌ها دقت پایین بیاد.

احتمال همپوشانی پیش‌بینی‌ها (جند مدل باهم یک نمونه رو انتخاب کنن).

OvO : فواید  $\leftarrow$  هر مدل فقط روی دو کلاس آموزش می‌بینه  $\rightarrow$  دقت مرزی بهتر.

داده‌ی هر مدل کوچک‌تره  $\rightarrow$  آموزش روی هر مدل سریع‌تره.

معمولأ دقت بالاتری در مسائل با کلاس‌های نزدیک به هم داره.

OvO : معایب  $\leftarrow$  تعداد مدل‌ها زیاده  $\rightarrow$  k(k-1)/2 (برای ۱۰ کلاس = ۴۵ مدل).

ترکیب نتایج و رأی‌گیری پیچیده‌تره.

مدیریت منابع (حافظه و زمان) برای کلاس‌های زیاد سخت میشه.

در ادامه برای اینکه بتوانیم به سراغ بررسی روش‌های محاسبه OvO و OvR برویم بایستی از یکسری کلاس‌ها استفاده کنیم و در آخر هر کدام معیار عملکرد را نیز بررسی کنیم. اولین کلاسی که به سراغ آن می‌رویم کلاس SVC از sklearn.svm است. این کلاس به صورت پیش‌فرض به روش OvO به تحلیل دیتا می‌پردازد. ما با فراخوانی این کلاس و fit کردن آن بر روی  $x\_train$  و  $y$  (نه  $5$ ) می‌توانیم به اطلاعات خاصی دست پیدا کنیم. اولین مورد آن متد decision\_function است که ما با دادن دیتا جدید (دیتای نمونه برای تست) می‌توانیم به یک لیست ۱۰ تایی از نمرات score یا همان فاصله شان نسبت به دورترین کلاس) دسترسی داشته باشیم.

[3.79297828, 0.72949369, 6.06184129, 8.29800527, -0.29383983, 9.30157597, 1.74723215, 2.77365456, 7.20601456, 4.82245092]

این لیست خروجی است که از عدد سمت چپ لیست که برابر کلاس ۰ است شروع می‌شود و تا اخرین عدد لیست که برابر کلاس ۱۰ است ادامه دارد. این نمراتی که در اینجا مشاهده می‌کنید از طریق یکسری فرمول‌هایی بدست آمده‌اند. اما قبل از هر چیز بباید به بررسی عمیق تر این لیست بپردازیم.

- در این لیست عددی (کلاسی) به عنوان پیش‌بینی انتخاب می‌شود که بزرگ‌ترین عدد (فاصله تا hyperplane) را داد.
- اعداد منفی نشان دهنده کمترین شباهت یا نزدیکی آن عدد ورودی نسبت به آن کلاس را دارد.
- گمان نکنید که چون این لیست ده تایی است از طریق روش OvR استفاده شده است بلکه از همان روش OvO است و ما score ها را خروجی گرفته ایم

و اما روش محاسبه، اگر متد decision\_function\_shape را برابر با ovo قرار دهیم و سپس متقدقبالی را خروجی بگیریم با یک لیست ۴۵ تایی مواجه می‌شویم (پشت پرده محاسبات اعداد لیست ۱۰ تایی).

[0.11, -0.21, -0.97, 0.5, -1.0, 0.18, 0.08, -0.31, -0.03, ... ]

این لیست ده تایی اول آن لیست ۴۵ تایی است یعنی مقایسه عدد ۰ با تمام اعداد ۱ تا ۹ به صورت مجزا می‌باشد. Score هایی که در اینجا ملاحظه می‌کنید برخی منفی و برخی مثبت هستند. این بدان معناست که دیتای ورود به کدام یک از دو کلاس در حال مقایسه شباهت بیشتری داشته و نزدیک تر بوده است. کلاس ورودی همانطور به می‌دانید برابر عدد ۵ بود بنابراین در این لیست عدد ۵ ابتدا میان دو کلاس صفر و یک قرار می‌گیرد و به هر کدام که شباهت بیشتری داشته باشد نمره آن به سمت آن می‌رود اگر عدد مثبت باشد یعنی آن عدد به صفر (عدد یا کلاس مرجع در حال مقایسه) نزدیک تر است در اینجا نزدیک تر به معنای فاصله نیست بلکه به معنای میزان شباهت است و در آخر عدد خروجی آن یعنی ۰.۱۱ در لیست قرار می‌گیرد این عدد گویای آن است که عدد ۵ طبق پیش‌بینی مدل به عدد ۰ نزدیک تر است. اما یادتان باشد این همه ماجرا نیست لذا بایستی برای داشتن یک عدد مرجع قابل اعتماد به سراغ فرمول محاسبه آنها برویم. اما فرمول چیست؟

فرمول محاسبه شباهت یک دیتا به یک کلاس برابر است با:

جمع تمام اعداد موجود در لیست مربوط (با درنظر گرفتن مثبت و منفی بودن آنها) تقسیم بر margin.

و اما این margin چیست؟ به طور کلی اگر قرار باشد که ما تنها تعداد اعداد مثبت هر کلاس را در نظر بگیریم احتمال آنکه دو کلاس اعداشان شبیه به هم باشد وجود دارد لذا کاری که ما می‌توانیم انجام دهیم این است که با محاسبه فرمول margin و کم کردن آن از تعداد اعداد مثبت به یک عدد مناسبی بررسیم.

:margin و اما محاسبه

X = جمع تمام اعداد موجود در لیست مربوط(با درنظر گرفتن مثبت و منفی بودن آنها)

$$Y = 3 * |X| + 1$$

X / Y : Margin

و در آخر برای محاسبه میزان شباهت تعداد شباهت های مثبت را منهای margin می کنیم

$$-0.11 + -0.21 + -0.97 + 0.5 + -1.0 + 0.18 + 0.08 + -0.31 + -0.03 = -1.638 = X$$

$$3 * ( |-1.638| + 1 ) = 7.94 = Y$$

$$1.638 / 7.94 = 0.26 = \text{margin}$$

$$\text{Score} = X - \text{margin} = 3.79$$

شاید در ذهنتان سوال پیش بیاید که محاسبه margin آیا تنها برای این است که score یکسان به وجود نیاید؟ باید در جواب بگوییم خیر، دلیل اصلی دیگر آن برای افزایش ضریب اطمینان شباهت دیتا است. بگذارید مبحث را با یک مثال جمعبندی کنیم:

فرض کنید دو تیم فوتbal زمین را به دو نیمه تقسیم کرده‌اند و خط وسط زمین نقش ابرصفحه (Hyperplane) را دارد که مرز بین دو کلاس محسوب می‌شود. توب همان داده‌ی وروودی است که باید تشخیص دهیم به کدام نیمه تعلق دارد.

حالی را در نظر بگیرید که چند داور (SVM) هر کدام از زاویه‌ی خود تصمیم می‌گیرند توب در نیمه‌ی کدام تیم قرار دارد. ممکن است تعداد آراء مساوی شود؛ مثلاً دو داور بگویند توب در نیمه‌ی تیم A است و دو داور دیگر بگویند توب در نیمه‌ی تیم B. در این حالت سیستم دچار تساوی (Tie) می‌شود.

برای رفع این مشکل از Margin-Based Tie Breaking استفاده می‌کنیم. به این معنا که داور اصلی به جای شمارش صرف آراء، به فاصله‌ی توب از خط وسط (فاصله از ابرصفحه) توجه می‌کند. تیمی برنده اعلام می‌شود که توب در نیمه‌ی آن فاصله‌ی بیشتری از خط وسط دارد؛ یعنی داده با حاشیه (Margin) بالاتری در آن کلاس قرار گرفته است.

به بیان رسمی‌تر: در شرایط تساوی، کلاس نهایی با توجه به بیشینه‌ی مقدار تصمیم (Decision Function Value) یا همان فاصله‌ی توب از ابرصفحه انتخاب می‌شود. این رویکرد تضمین می‌کند که پیش‌بینی نهایی نه صرفاً بر اساس رأی‌گیری ساده، بلکه بر پایه اطمینان مدل (Margin) اتخاذ گردد.

همانطور که دیدید SVC به صورت پیش فرض در حالت OvR قرار دارد. اما آیا راهی دارد که بتوان از طریق همین کلاس به صورت OvR آنالیز کرد؟ به صورت مستقیم خیر اما با استفاده از یک کلاس دیگر به همراه این کلاس می‌توان این کار را انجام داد. کلاس OneVsOneClassifier در کتابخانه sklearn.multiclass می‌تواند این را برای ما فراهم سازد ما با قرار دادن کلاس SVC در این کلاس می‌توانیم به صورت OvO این کار را انجام دهیم. با انجام این روش ما یک لیست ۴۵ تایی SCORE خواهیم داشت که نشان دهنده مقایسه و بررسی هر کلاس با باقی کلاس‌ها است و به صورت کلی کلاسی که نمره بالاتری داشته باشد می‌تواند به عنوان پیش‌بینی برنده انتخاب شود.

اما اگر بخواهیم کمی کار را راحت کنیم می‌توانیم از کلاس کاربردی SGDClassifier که قبلا هم از آن استفاده کرده ایم استفاده کنیم زیرا این کلاس به صورت پیش فرض به روش OvR به بررسی دیتا می‌پردازد. نکته: تا قبل از آن هم ما با دادن دو متغیر  $y_5$  و  $x_{train}$  از این مدل خواسته بودیم تا کلاس ۵ را با باقی کلاس‌ها بررسی کنند اما الان ما با دادن  $y_{train}$  به جای  $y_5$  به بررسی تمامی کلاس‌ها خواهیم پرداخت.

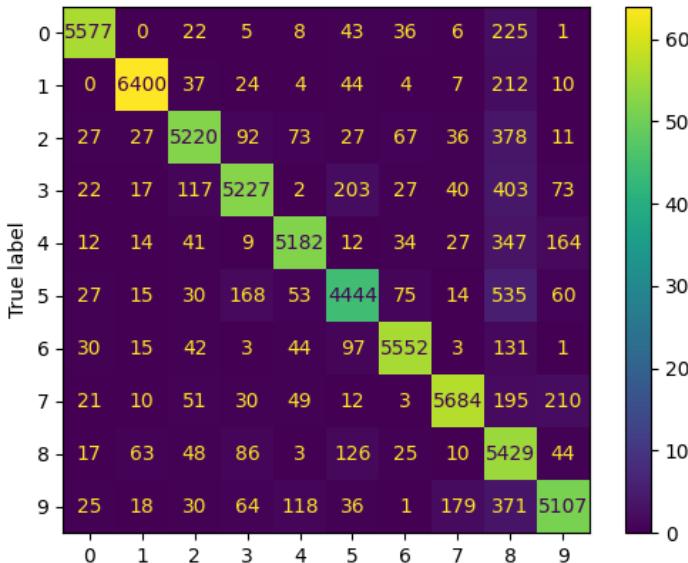
به یاد داریم که قبلا در استفاده از این کلاس می‌توانستیم با استفاده ازتابع cross\_val\_score به بررسی معیار عملکرد این مدل بپردازیم. در اینجا هم ما با دادن مدل و  $x_{train}$  و  $y_{train}$  به آن تابع می‌توانیم به معیار آن دستیابی کنیم. این معیار عملکرد در مدل ما برابر با ۸۵٪ است همانطور که می‌دانید این معیار عملکرد در هنگام دادن کلاس ۵ برای بررسی با همه کلاس‌ها برابر ۹۵٪ بود اما در اینجا این عدد به چیزی حدود ۸۵٪ رسیده است. اما چرا؟ این یعنی ما در مدل خود پسرفتی داشته‌ایم؟ در جواب کوتاه بایستی بگوییم خیر. اما برای درک بهتر این موضوع بایستی به قبل تر برگردیم همانطور که قبلا هم ذکر شد دیتای ما skewness است یعنی نامتوازن بوده و تعداد دیتاها با هم برابر نیستند این کار باعث می‌شود تا در بررسی یک کلاس با باقی کلاس‌ها (علل خصوص کلاسی که دیتای کمتری دارد) نمره بالاتری کسب کند اما در بررسی همه کلاس‌ها با یادگیر (OvR) یک نتیجه کلی می‌تواند رضایت‌بخش باشد و آن عدد برابر با ۸۵٪ است.

اما اگر بباییم به این درصد بسنده نکنیم، ما می‌توانیم با استفاده از کلاس StandardScaler از sklearn.preprocessing با نرمال‌های دیتا و بردن آنها به محدوده ای که مدل بتواند بهتر باید یادگیرد درصد افزایش درصد یادگیری یا همان accuracy شویم. با انجام این کار مشاهده می‌کنیم که این درصد به چیزی حدود ۹۱٪ می‌رسد که بسیار قابل توجه است.

با این حال می‌توانیم فعلاً مدل SGDClassifier را جز مدل‌های بهتر خودمان در نظر بگیریم. با این فکر به سراغ تابع cross\_val\_predict برای اجرای مدل و یادگیری آن به صورت fold می‌رویم و نتیجه پیش‌بینی‌های آن را در داخل یک متغیر می‌ریزیم.

اما یک سوالی در اینجا مطرح می شود، آیا می توان به این درصد ها اعتماد کافی داشت؟ آن ۹ درصد باقی مانده بیشتر اشتباه بر روی کدام کلاس ها است؟

برای رسیدن به این پرسش ها ما بایستی از طریق ماتریس درهم ریختگی به بررسی این موضوع بپردازیم. اما بایستی به این متنه توجه کنیم که تابع `confusion_matrix` تنها قادر به خروجی عددی ماتریسی است و ما برای درک بهتر بایستی به صورت گرافیکی به رسم ماتریس درهم ریختگی آن بپردازیم که این کار را برای ما راحت کرده است، لذا ما با دادن دو متغیر `y_train_pred` و `y_train` `ConfusionMatrixDisplay` با کلاس `sklearn.metrics` است این مار را انجام می دهیم.



این شکل رسم شده از ماتریس درهم ریخته ما است. همانطور که می بینیم ردیف ها مقدار های واقعی و مقادیر پیش بینی شده ستون ها هستند. با مشاهده تصویر می توانیم مشاهده کنیم که بیشترین مقدار درست پیش بینی شده مربوط به کلاس ۱ است که تعداد ۶۴۰۰ آنها واقعاً پیش بینی شده است. همانطور که مشخص است بیشترین مقدار خطا مربوط به کلاس ۸ است به گونه ای که ۴۰۳ مورد از کلاس ۵ هشت پیش بینی شده است. با این حال برای بررسی معیار عملکرد هر کدام چه کاری می شود انجام داد؟ برای این کار بایستی تعداد تمام دیتا های موجود در آن کلاس را جمع کنیم و سپس مقدار درست پیش بینی آن را تقسیم بر تعداد کل کنیم.

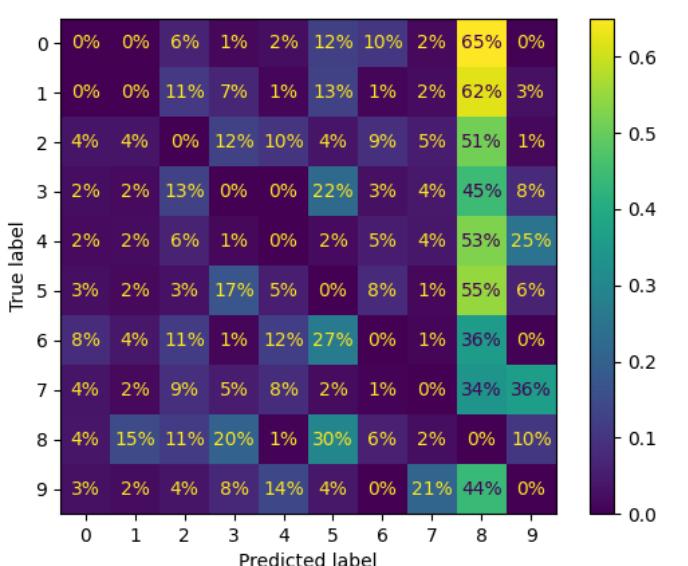
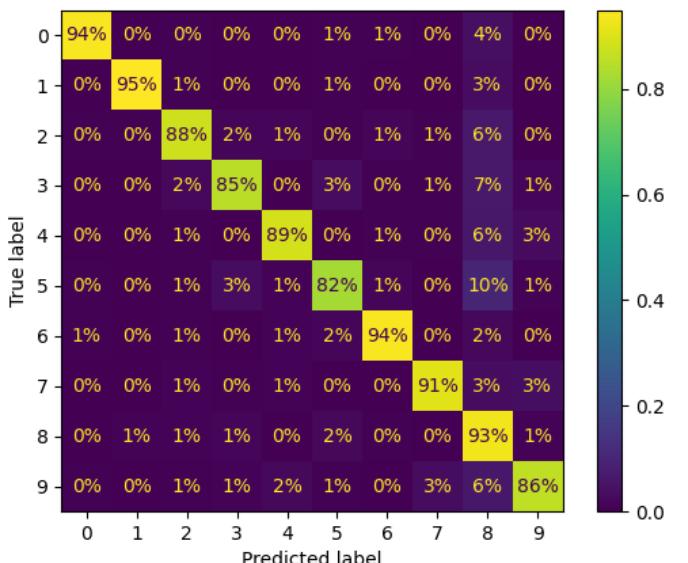
مثال: در کلاس ۵ ۵۴۲۱ عدد دیتا داریم و با این حال تعداد آن ها درست پیش بینی شده است، با یک تقسیم ساده متوجه می شویم که معیار عملکرد مدل چیزی حدود ۸۲٪ است.

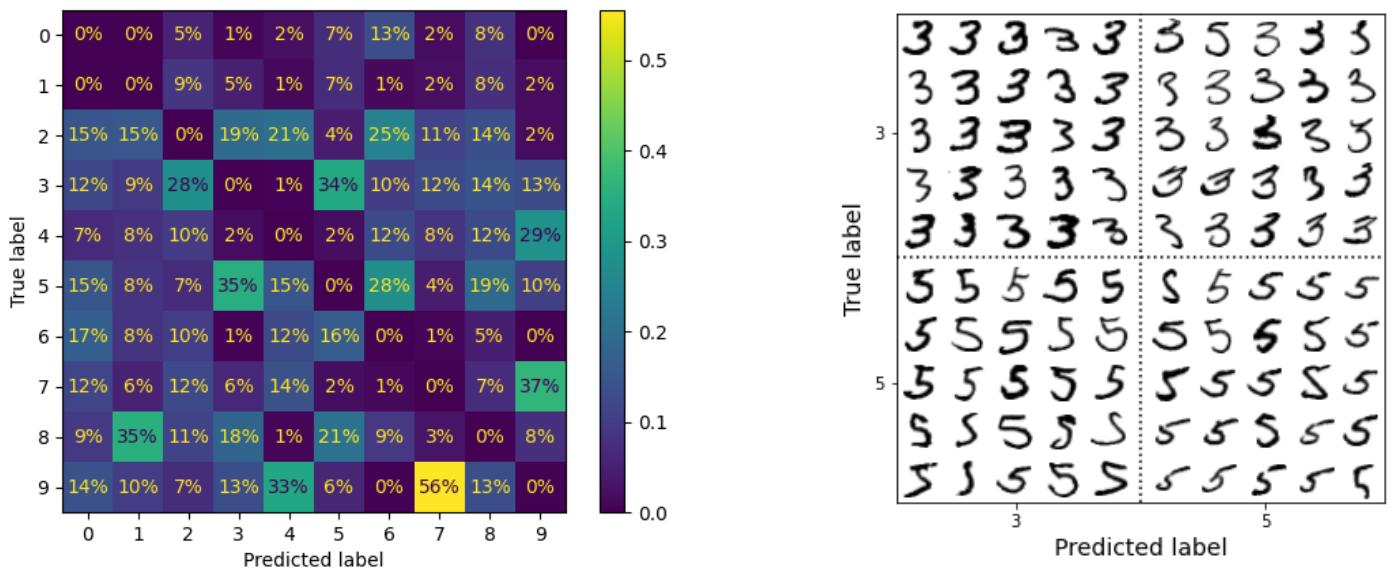
اما شایان به ذکر است که باز هم این کلاس به کمک ما آمده و خودش مقادیر معیار عملکرد را محاسبه می کند.

همانطور که می بینید اگر مقادیر درصد درست جمع و تقسیم بر تعدادشان کنیم به همان درصدی می رسیم که در `CROSS_VAL_Predict` رسیدیم یعنی٪.۹۱

در داخل متده `form_prediction` از کلاس `ConfusionMatrixDisplay` مدارای دو متده `values_format` و `normalize` هستیم. حال این دو متده کاری انجام می دهند؟ در متده دومی ما مشخص می کنیم خروجی محاسبات به چه صورت باشد، درصد باشد، لگاریتم باشد و .... متده اول یعنی `normalize` ۳ مدل ورودی دارد اولی `true` است که اگر روی آن قرار دهیم مقداری که نشان می دهد را می توانیم در عکس سوم مشاهده کنیم. این مقادیر به ما می گویید که مدل چند درصد از دیتا های آن کلاس را در مرحله پیش

بینی از دست داده است مثال: در کلاس ۰ مدل به اشتباه ۶۵٪ از آن کلاس را پیش بینی کرده و آنها را از دست داده است و همانطور که می بینید بیشتر خطا ها مربوط به تشخیص اشتباه کلاس ۸ است که باید به آن توجه لازم را داشت. ورودی دوم مقدار `pred` است که می توانیم در شکل چهارم (صفحه بعد) مشاهده کنیم. این مقدار به ما می گویید که چند درصد اشتباه کرده است. مثال: مدل ۵۶٪ از داده ها را کلاس ۷ پیش بینی کرده در صورتی که واقعا کلاس ۹ بوده اند. به طور کلی در حالت `true` مقدار `recall` و در حالت `pred` مقدار `precision` گزارش می شود.





همانطور که در شکل بالا سمت راست می بینید یک شکلی شبیه به ماتریس درهم ریخته است که اگر با چشم غیر مسلح نگاه کنیم در بسیاری از موارد حتی ما انسان ها ممکن است در بین تشخیص ۳ از ۵ دچار اشتباه شویم در قسمت سمت چپ پایین همانطور که مشاهده می کنید اعداد در اغلب موارد بسیار شبیه به ۳ هستند اما در واقعیت ۵ بوده اند. اما برای رفع این اشکال چه کاری می شود کرد؟ آیا راهی است که بتوان خطاهایی که مدل در پیش بینی عدد ۸ داشته است را کاهش داد؟ برای این کار ۳ روش در جلوی ما قرار دارد. روش اول این است که داده های آموزش جدیدی را اضافه کنیم که شبیه به ۸ هستند اما ۸ نیستند این کار باعث می شود تعداد زیادی عدد شبیه به ۸ با برچسب (Label) غیر ۸ داشته باشیم و مدل بتواند بهتر عدد ۸ را از دیگر کلاس ها بشناسد. نکته: در این روش جمع آوری کاری آسان نیست و بسا می تواند در برخی پروژه ها غیر ممکن باشد.

در روش دوم ما می توانیم از روش الگوریتم نویسی استفاده کنیم، اما به چه شکل؟ ما می توانیم با دادن یک راهنمای (الگوریتم خاص) به مدل به تشخیص آسان تر آن کلاس ها کمک کنیم. یکی از این الگوریتم ها می تواند تشخیص حلقه ها در اعداد باشد این حلقه ها در اعداد ۸ و ۵ کاربرد دارد زیرا به ترتیب این اعداد دارای ۱ و ۰ حلقه هستند. این کار کمک می کند تا مدل بتواند راحت تر به تشخیص کلاس ها بپردازد.

روش سوم روشی است که در پروژه ما می تواند بهتر عمل کند و آن این است که ما با استفاده از کتابخانه های OpenCV و scikit-image و pillow یک مرحله preprocess انجام داده و سپس به مدل برای آموزش بدهیم. این کتابخانه ها باعث می شوند تا حلقه هایی که در روش ۲ وجود دارند پر رنگ تر و با وضوح بیشتری ظاهر شوند تا مدل بتواند فرق آن ها را راحت تر تشخیص دهد.

در ادامه به سراغ کلاس های چند برچسبی میرویم. اما این کلاس های چندبرچسبی اصلاً چی هست؟ آیا ما به دیتایمان چیزی اضافه یا کم میکنیم؟ در جواب باید بگوییم خیر. بلکه آموزش با استفاده از کلاس چند برچسبی به این معنی است که مدل با گرفتن چند المان بتواند دیتاهای را براساس آنها تفکیک و جدا کرده و یاد بگیرد. حال این چطور ممکن است؟ برای شروع بیایید یکی از برچسب هایی که به دیتایمان می زنیم این باشد که دیتاهای بزرگ تر مساوی ۷ را در مجموعه y\_train جدا کنیم. این کار باعث می شود مدل فرق بین دیتاهای کمتر از ۷ و بیشتر از ۷ را بشناسد و یاد بگیرد. برچسب دیگری که می توان زد این است که از میان دیتای مجموعه y\_train دیتاهای فرد را بیرون کشیده و مشخص کنیم، این کار باعث می شود مدل علاوه بر اینکه فرق دیتاهای فرد را از زوج تشخیص دهد در تشخیص اعداد بزرگ از ۷ نیز رابطه ای مستقیم پیدا کند. چه رابطه ای؟ در اعداد بزرگ تر مساوی از ۷ یعنی ۸ و ۹ ما دو عدد فرد و یک عدد زوج داریم، همین عامل باعث یادگیری یک رابطه در بین دو کلاس شده و باعث افزایش f1\_score می شود.

برچسب آخری که میتوان زد این است که ما از بین دیتاهای y\_train دیتایی که جز دسته اعداد اول هستند (۰ و ۳ و ۵ و ۷) را جدا و برچسب بزنیم. (نکته: تنها این ۳ برچسب نیستند بلکه ما میتوانیم هرگونه برچسبی که به یادگیری بهتر مدل منجر شود و بتواند روابط را بهتر درک کند میتوانیم ایجاد کنیم) تمام این کارها را ما با استفاده از numpy و pandas میتوانیم انجام دهیم و در پایان با استفاده از متاد\_۰ در کتابخانه numpy میتوانیم یک لیست ۳ ستونه ایجاد کنیم که شامل True و False ها است و در نهایت دیتاهای اصلی به همراه آن را به مدلی به اسم KneighborsClassifier کتابخانه sklearn.neighbors بدهیم.

این کلاس که معروف به نزدیک ترین همسایه هم است به این شکل عمل میکند:

همانطور که در شکل صفحه بعد میبینید این مدل با استفاده از متاد ورودی به اسم n\_neighbors که ما مشخص میکنیم دیتاهای آموزش را بر روی یک صفحه دو بعدی نموداری قرار داده (همه کلاس ها) و سپس با استفاده از روش نزدیک ترین همسایگی دیتای جدیدی که باید پیش بینی کند انجام میدهد. در

این روش دیتای جدید را براساس نزدیک ترین فاصله (score) به دیتای اطرافش حدس و پیش بینی میکند. در این عکس همانطور که میبینید هرچه مقدار k بیشتر باشد دقت مدل افزایش میابد زیرا میتواند کلاس های مختلف بیشتری را تحت بررسی قرار دهد.

نکته اول قابل توجه این است که باید مواذب باشیم اشتباہی k را روی عدد زوجی قرار ندهیم زیرا امکان برابر شدن فاصله ها و یکسان شدن score وجود دارد.

نکته دوم قابل توجه این است که مدلی که الان ذکر کردیم نکاتی که قبل تر گفته ایم را (یادگیری رابطه بین فرد بودن اعداد بزرگ تر از ۷ و دسته اعداد فرد) را نمیتواند اجرا کند و یاد بگیرد

