

## 1523301、1523302 班《控制系统设计与数值仿真》第 03 次上机实验

### 第 1 题:

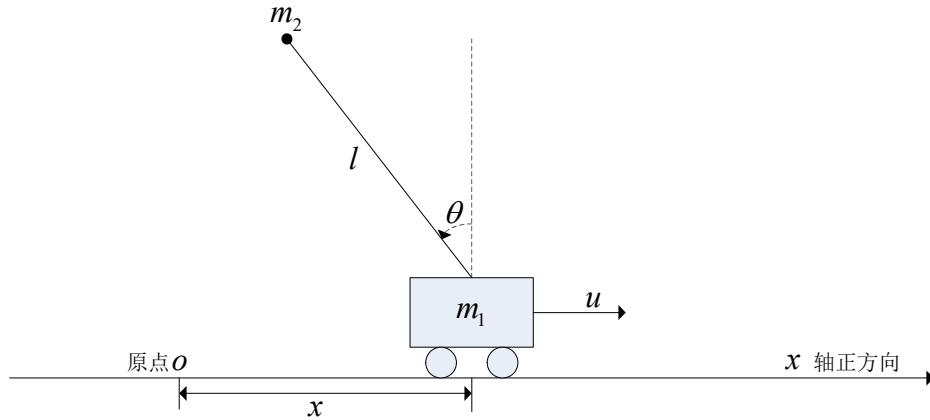


图: 单级倒立摆系统

质量为  $m_1$  的小车置于光滑水平面上, 质量为  $m_2$  的小球通过长度为  $l$  的轻质杆铰接于小车上 (铰接处光滑无摩擦)。小车的水平位置坐标为  $x(t)$  如图示, 轻质杆与竖直参考线的夹角为  $\theta(t)$  如图示 (规定图示  $\theta$  为正)。

对小车施以水平控制力  $u$ , 如图所示, 同时在杆与小车铰接处安装一个力矩电机, 其输出力矩为  $M$  (图中未画出)。

已知系统动力学方程如下

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{m_2 g \cos \theta \sin \theta - m_2 l \dot{\theta}^2 \sin \theta}{m_1 + m_2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{m_1 + m_2 \sin^2 \theta} u + \frac{\cos \theta}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta)l} M \\ \ddot{\theta} = \frac{(m_1 + m_2)g \sin \theta - m_2 l \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta)l} + \frac{\cos \theta}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta)l} u + \frac{m_1 + m_2}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta)m_2 l^2} M \end{cases}$$

试设计两通道独立的 PD 控制器

$$\begin{cases} u = -k_{p1}x - k_{d1}\dot{x} \\ M = -k_{p2}\theta - k_{d2}\dot{\theta} \end{cases}$$

使得小车位置和摆杆摆角同时趋零, 即  $x \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0$ 。

已知:  $m_1 = m_2 = 1(\text{kg})$ ,  $l = 1(\text{m})$ ,  $g = 9.8(\text{m/s}^2)$

系统初始状态:  $\{x = 1(\text{m}), \theta = 35^\circ, \dot{x} = 0.2(\text{m/s}), \dot{\theta} = 2^\circ/\text{s}\}$

### 第 2 题:

将上述倒立摆中的执行电机拆掉, 系统动力学方程如下

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{m_2 g \cos \theta \sin \theta - m_2 l \dot{\theta}^2 \sin \theta}{m_1 + m_2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{m_1 + m_2 \sin^2 \theta} u \\ \ddot{\theta} = \frac{(m_1 + m_2)g \sin \theta - m_2 l \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta)l} + \frac{\cos \theta}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta)l} u \end{cases}$$

试设计控制律

$$u = -k_1 x - k_2 \theta - k_3 \dot{x} - k_4 \dot{\theta}$$

使得小车位置和摆杆摆角同时趋零, 即  $x \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0$ 。

系统参数和初始状态仍如第 1 题。