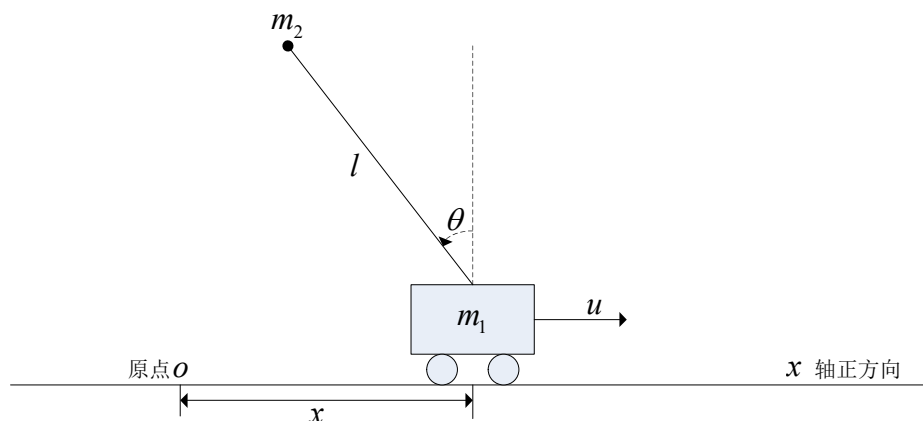


1523301、1523302 班《控制系统设计与数值仿真》第 03 次上机实验

第 1 题:



图：单级倒立摆系统

质量为 m_1 的小车置于光滑水平面上，质量为 m_2 的小球通过长度为 l 的轻质杆铰接于小车上（铰接处光滑无摩擦）。小车的水平位置坐标为 $x(t)$ 如图示，轻质杆与竖直参考线的夹角为 $\theta(t)$ 如图示（规定图示 θ 为正）。

对小车施以水平控制力 u ，如图所示，同时在杆与小车铰接处安装一个力矩电机，其输出力矩为 M （图中未画出）。

已知系统动力学方程如下

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{m_2 g \cos \theta \sin \theta - m_2 l \dot{\theta}^2 \sin \theta}{m_1 + m_2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{m_1 + m_2 \sin^2 \theta} u + \frac{\cos \theta}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta) l} M \\ \ddot{\theta} = \frac{(m_1 + m_2) g \sin \theta - m_2 l \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta) l} + \frac{\cos \theta}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta) l} u + \frac{m_1 + m_2}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta) m_2 l^2} M \end{cases}$$

试设计两通道独立的 PD 控制器

$$\begin{cases} u = -k_{p1}x - k_{d1}\dot{x} \\ M = -k_{p2}\theta - k_{d2}\dot{\theta} \end{cases}$$

使得小车位置和摆杆摆角同时趋零，即 $x \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0$ 。

已知： $m_1 = m_2 = 1(\text{kg})$ ， $l = 1(\text{m})$ ， $g = 9.8(\text{m/s}^2)$

系统初始状态： $\{x = 1(\text{m}), \theta = 35^\circ, \dot{x} = 0.2(\text{m/s}), \dot{\theta} = 2^\circ / \text{s}\}$

第 2 题:

将上述倒立摆中的执行电机拆掉，系统动力学方程如下

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{m_2 g \cos \theta \sin \theta - m_2 l \dot{\theta}^2 \sin \theta}{m_1 + m_2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{m_1 + m_2 \sin^2 \theta} u \\ \ddot{\theta} = \frac{(m_1 + m_2) g \sin \theta - m_2 l \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta) l} + \frac{\cos \theta}{(m_1 + m_2 \sin^2 \theta) l} u \end{cases}$$

试设计控制律

$$u = -k_1x - k_2\theta - k_3\dot{x} - k_4\dot{\theta}$$

使得小车位置和摆杆摆角同时趋零，即 $x \rightarrow 0, \theta \rightarrow 0$ 。

系统参数和初始状态仍如第 1 题。