

3-3 一阶系统的动态性能分析

3-3 一阶系统的动态性能分析

用一阶微分方程描述的控制系统
为一阶系统。如RC电路

一、一阶系统微分方程

$$RC \frac{du_c}{dt} + U_c = r(t) \quad T \dot{C}(t) + C(t) = r(t)$$

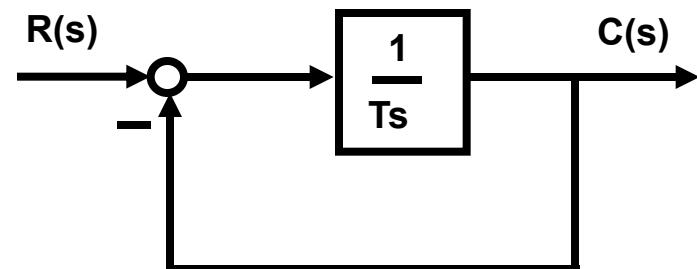
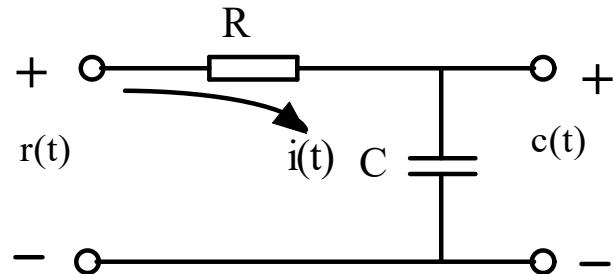
$$TsC(s) + C(s) = R(s)$$

$$\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{TS + 1}$$

二、一阶系统单位阶跃响应

$$C(s) = \phi(s)R(s) = \frac{1}{TS+1} \cdot \frac{1}{S} = \frac{1}{S} - \frac{1}{TS+1}$$

$$c(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \quad t \geq 0$$



一般形式：

$$\frac{K}{TS + 1}$$

二、一阶系统单位阶跃响应

$$c(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \quad t \geq 0$$

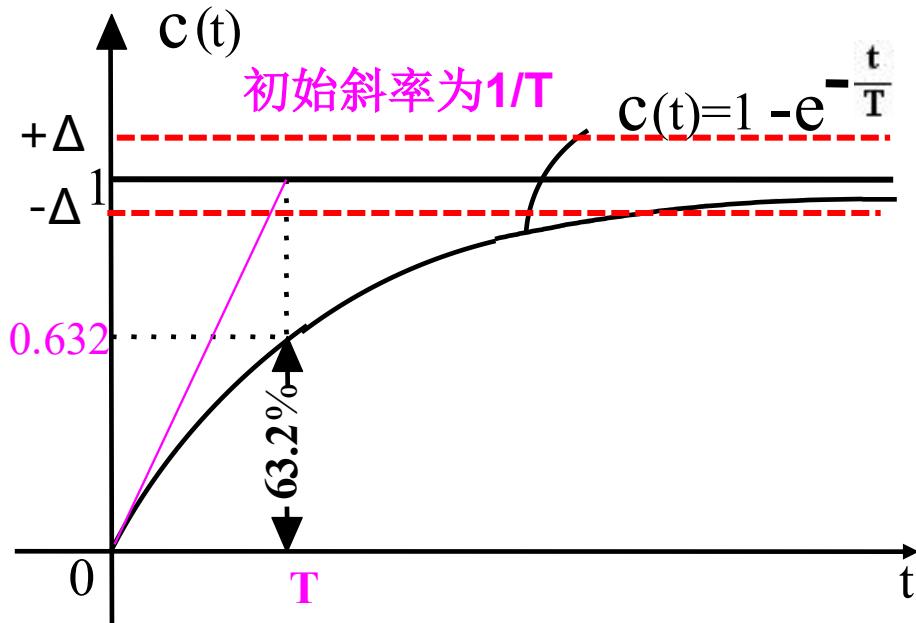
1 重要特点

- T 可度量系统的输出
- 响应曲线斜率 初始值为 $1/T$

2 动态性能指标

$$t_s = 3T \quad (5\% \text{误差带})$$

$$t_s = 4T \quad (2\% \text{误差带})$$



三、一阶系统单位斜坡响应

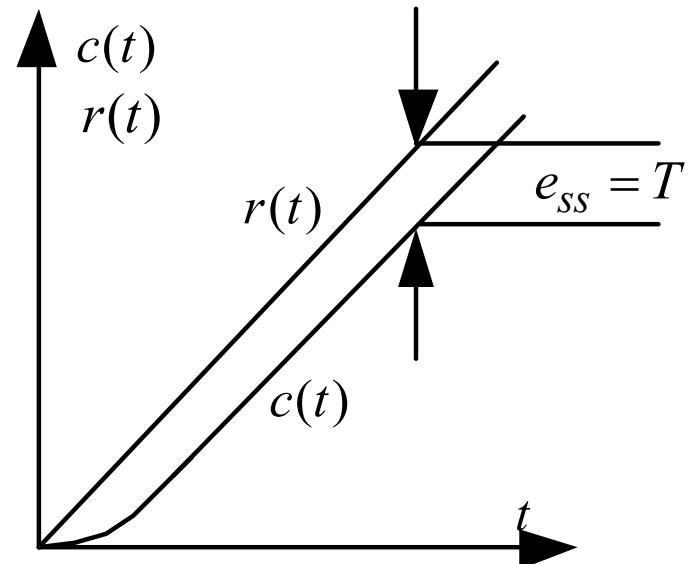
$$R(s) = \frac{1}{s^2} \quad C(s) = \phi(s)R(s) = \frac{1}{Ts+1} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{1+Ts}$$

对上式求拉氏反变换，得：

$$c(t) = t - T(1 - e^{-\frac{1}{T}t}) = t - T + Te^{-\frac{1}{T}t}$$

特点

- 稳态误差为 $e_{ss} = T$



小结：

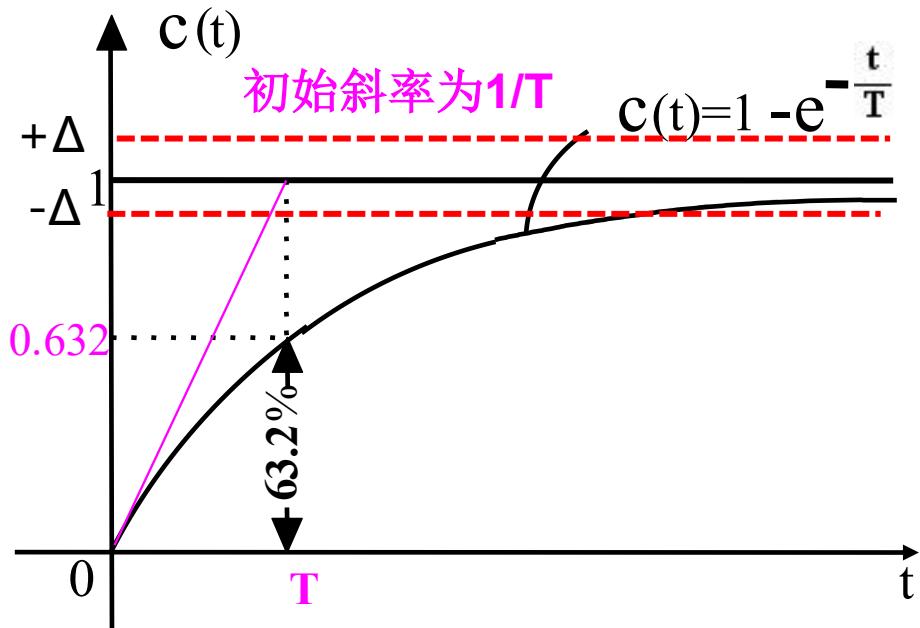
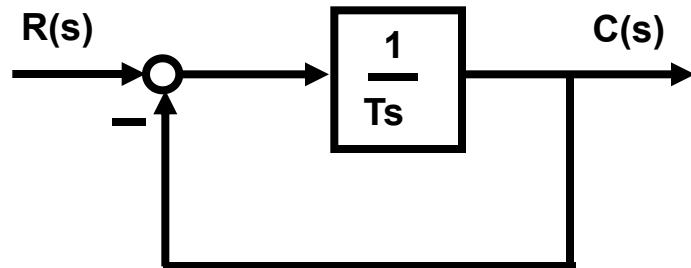
一阶系统数学模型

$$\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts + 1}$$

动态性能指标

$$t_s = 3T \quad (5\% \text{误差带})$$

$$t_s = 4T \quad (2\% \text{误差带})$$

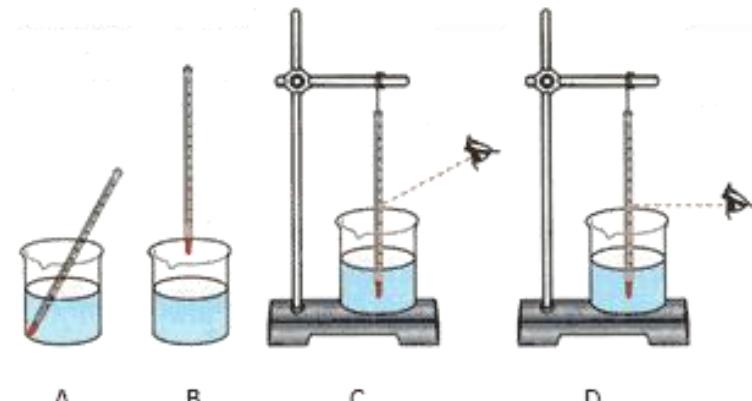


$$\frac{K}{TS + 1}$$

[例]

一温度计插入 100°C 水中，经过3秒后指示 95°C ，如将其视为一阶系统，且 $K=1$

- 1) 求时间常数 T ；
- 2) $t=1$ 秒时，单位阶跃响应是多少？



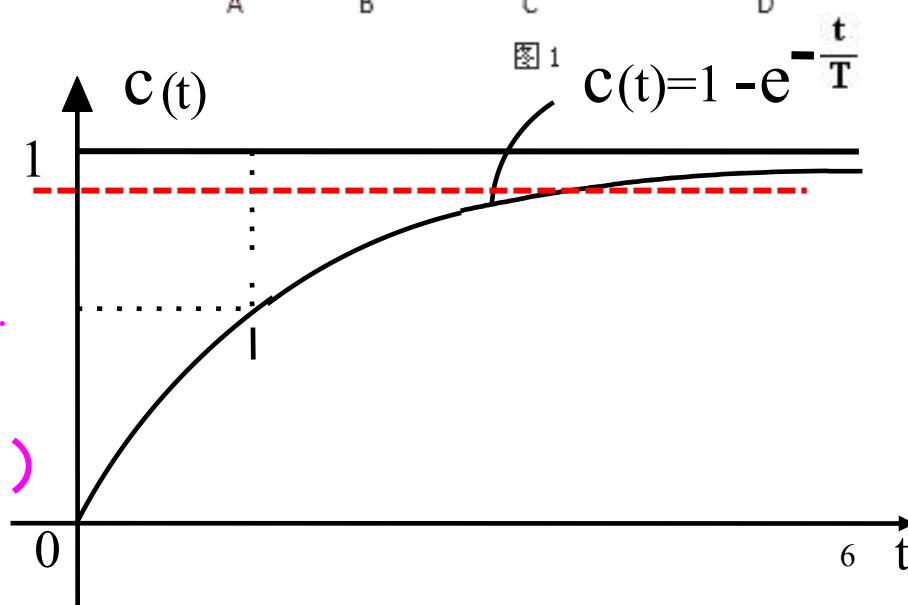
[解答]：

$$1) \quad ts = 3T = 3 \quad T = 1 \quad \Delta = 5\%$$

$$2) \quad C(s) = \frac{1}{s+1} \quad R(s)$$

当 $t=1$

$$C(t) = 1 - e^{-t} = 0.632 \quad (\text{即 } 63.2^{\circ})$$

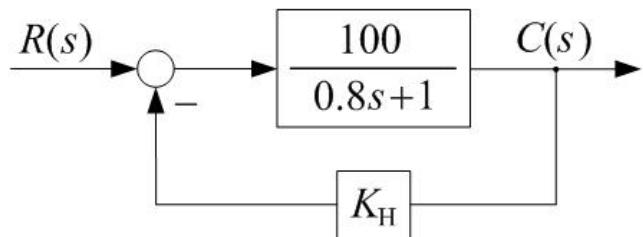


一阶系统响应曲线

$$\frac{K}{TS + 1}$$

[例]

已知某一阶系统结构如图 3.2.8 所示，当 $K_H = 0.1$ 时，试求系统单位阶跃响应的调节时间 t_s ；若要求 $t_s \leq 0.1s$ ，试问反馈系数 K_H 应取多大？



解 该系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{\frac{100}{0.8s+1}}{1 + \frac{100}{0.8s+1}K_H} = \frac{100}{0.8s+1+100K_H} = \frac{\frac{100}{1+100K_H}}{\frac{0.8}{1+100K_H}s+1}$$

$$\text{时间常数 } T = \frac{0.8}{1+100K_H}$$

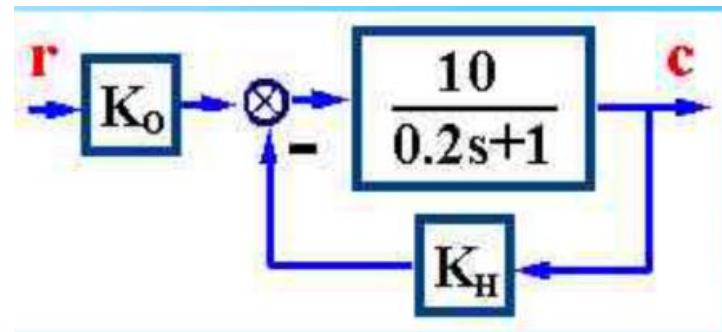
[思考题]

系统如图所示，现采用负反馈方式，欲将系统调节时间减小到原来的0.1倍，且保证原放大倍数不变，试确定参数 K_o 和 K_H 的取值。

依题意，原开环系统 $K_o = 1, K_H = 0$

$$G(s) = \frac{10}{0.2s+1} \quad K = 10, T = 0.2$$

闭环系统



$$\Phi(s) = \frac{K_o G(s)}{1 + K_H G(s)} = \frac{\frac{10K_o}{0.2s+1}}{1 + \frac{10K_H}{0.2s+1}} = \frac{10K_o}{0.2s+1 + 10K_H} = \frac{\frac{10K_o}{1+10K_H}}{\frac{0.2}{1+10K_H}s+1}$$

$$\begin{cases} \frac{0.2}{1+10K_H} = T^* = 0.02 \\ \frac{10K_o}{1+10K_H} = K^* = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} K_H = 0.9 \\ K_o = 10 \end{cases}$$

$$\frac{K}{TS+1}$$