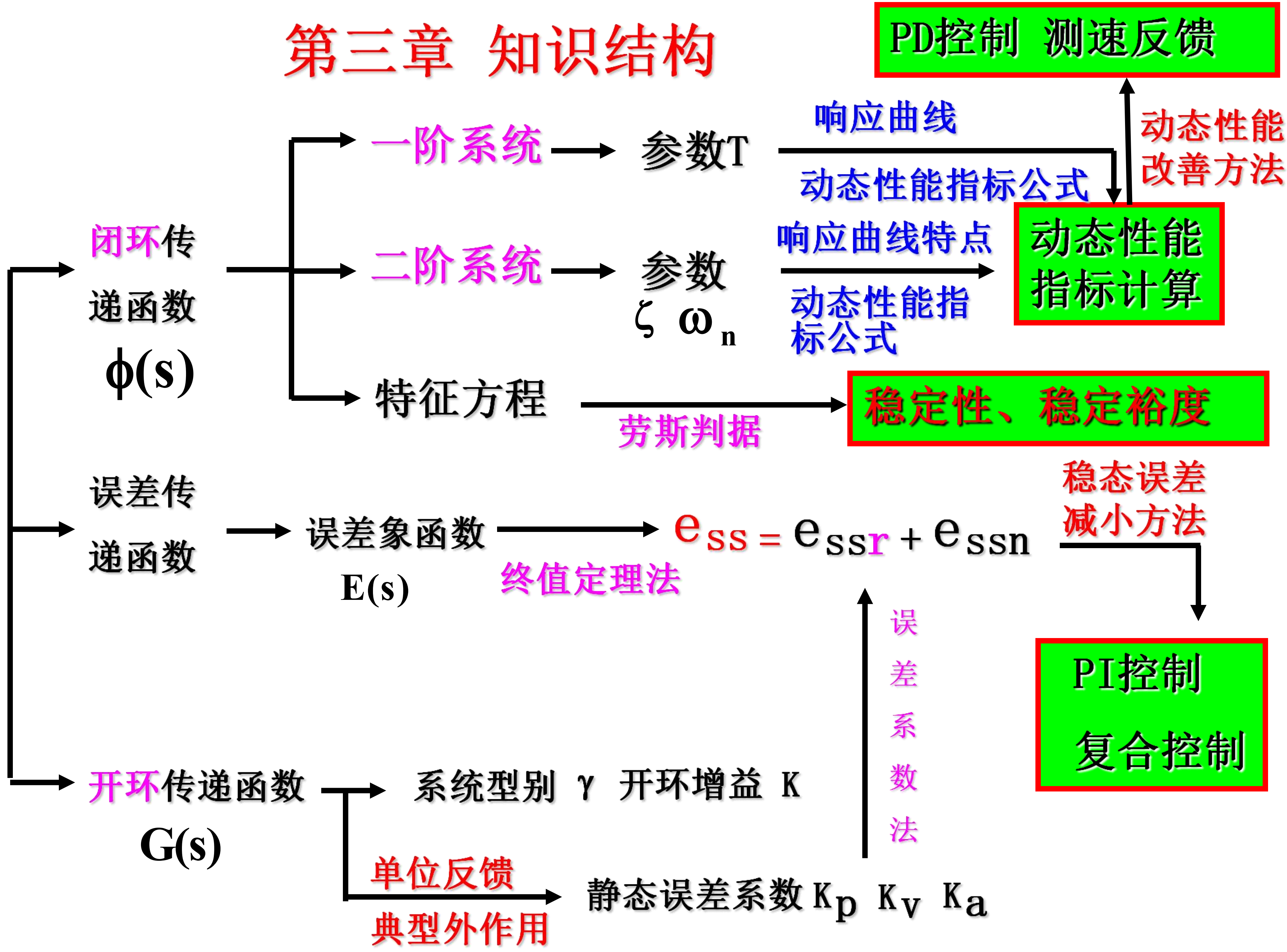
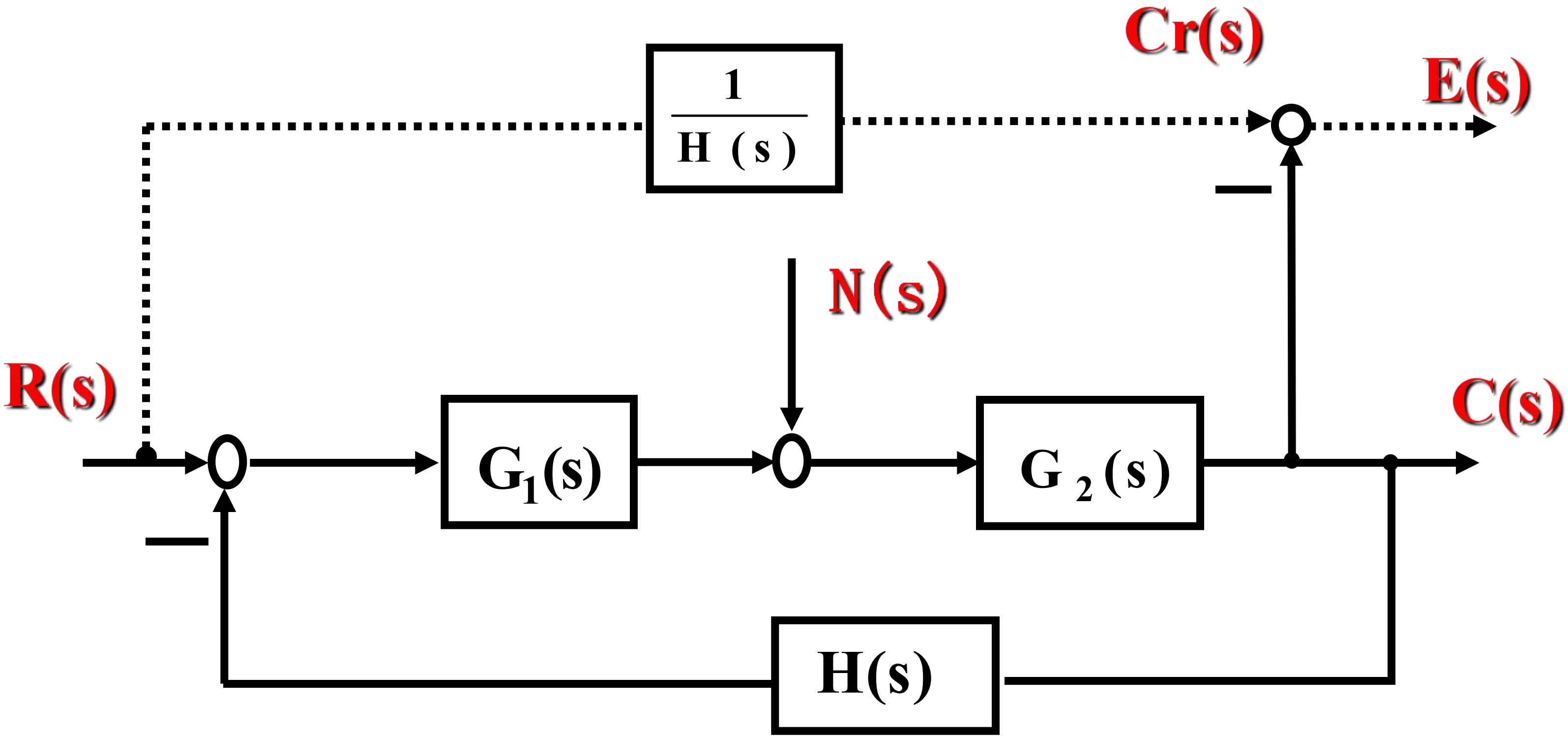
第三章 知识结构



PD控制 测速反馈
动态性能改善方法
响应曲线
一阶系统
参数T
动态性能指标公式
闭环传递函数
φ(s)
二阶系统
参数
ζ ω_n
响应曲线特点
动态性能指标公式
动态性能指标计算
特征方程
劳斯判据
稳定性、稳定裕度
稳态误差减小方法
误差传递函数
误差象函数
E(s)
终值定理法
e_ss = e_ssr + e_ssn
误差系数法
PI控制
复合控制
开环传递函数
G(s)
系统型别 γ 开环增益 K
单位反馈
典型外作用
静态误差系数 Kp Kv Ka



从输出端定义稳态误差计算：

总误差E(s)=?

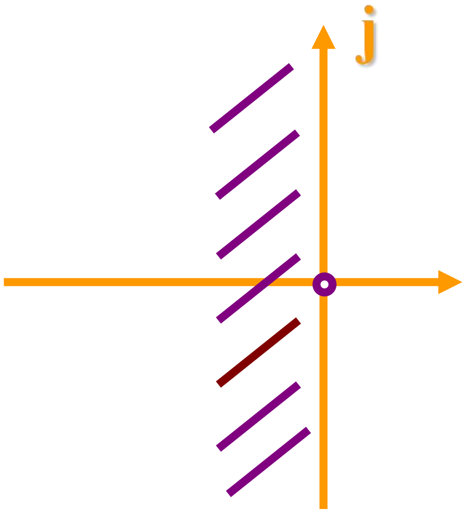
$$E(s) = \frac{1}{H(s)} R(s) - C(s)$$

2 e_{ss} 的计算-- 终值定理法

若sE(s)解析--- sE(s)在s平面虚轴和右半平面无极点（包括原点）

则

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s)$$

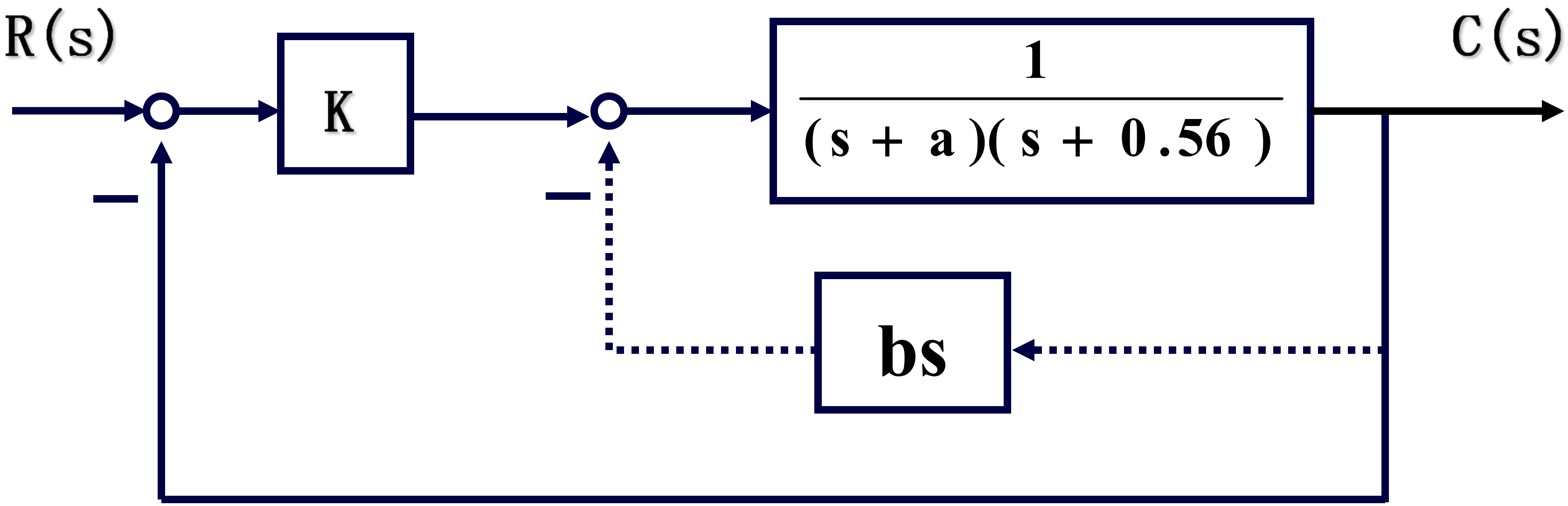


[例1] 未加测速反馈时，系统在单位阶跃信号下的稳态输出为1，过渡过程的瞬时最大值1.4

试求：1）确定系统的结构参数K, a和时域性能指标$\sigma\%$ tr tp

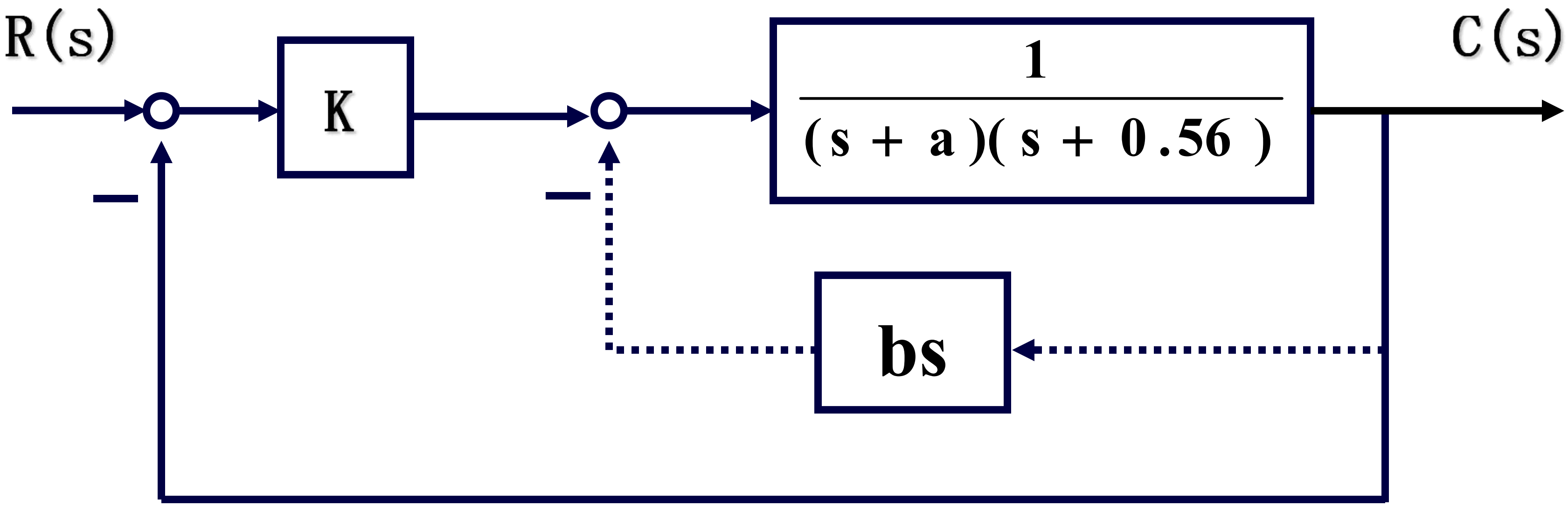
2）为改善系统性能，引入测速反馈bs 求使

$0<\sigma\%<5\%$ 的b 值范围。



[例1] 未加测速反馈时，系统在单位阶跃信号下的稳态输出为1，过渡过程的瞬时最大值1.4

试求：1）确定系统的结构参数K, a和时域性能指标σ% tp ts



解 1)

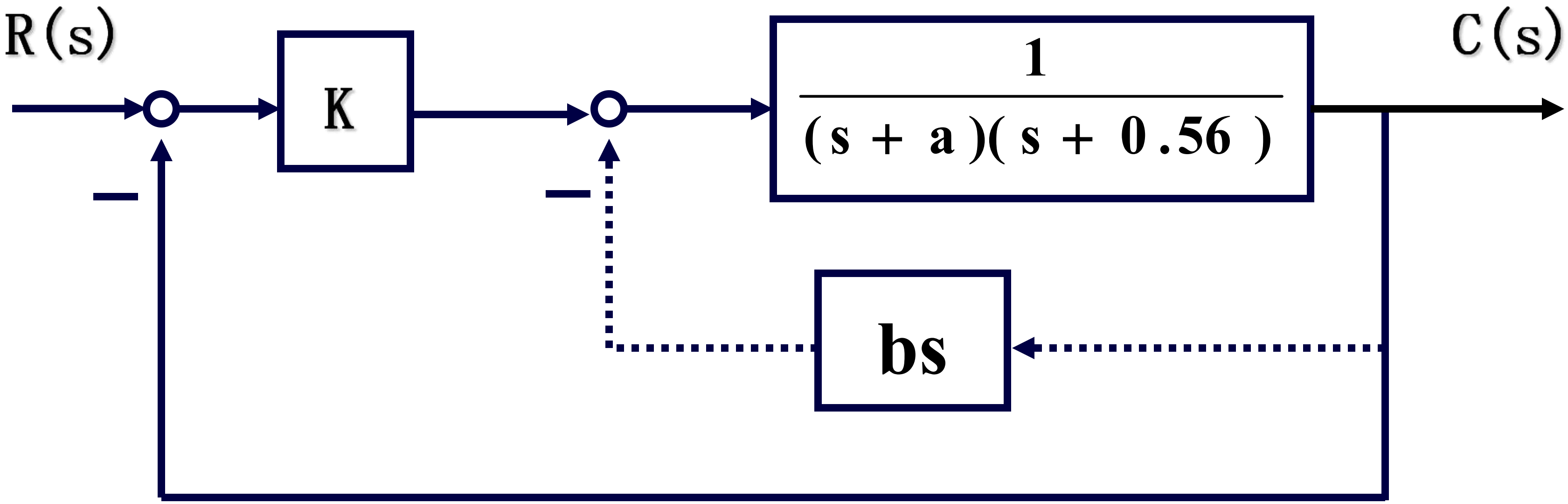
$$\Phi(s)=\frac{K}{(s+a)(s+0.56)+K} \qquad C_{ss}=\lim_{s\to 0} sC(s)=\frac{K}{0.56a+K}=1$$

$$a=0 \qquad \sigma\%=\frac{1.4-1}{1}*100\%=40\% \qquad \sigma\%=e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}*100\%=40\%$$

$$\zeta=0.28 \qquad K=1 \qquad t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}=3.27 \qquad t_s=\frac{3}{\zeta\omega_n}=10.7s$$

[例1] 未加测速反馈时，系统在单位阶跃信号下的稳态输出为1，过渡过程的瞬时最大值1.4

试求：2）为改善系统性能，引入测速反馈bs 求使 $0<\sigma\%<5\%$ 的b 值范围。



2) $$\Phi_b(s)=\frac{1}{s^2+(0.56+b)s+1} \qquad \omega_n=1 \quad \zeta=0.28+b/2$$

$$0<\sigma\%=e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}*100\%<5\% \qquad 0.82<b<1.44$$

[例2] 单位反馈系统 $G(s)=\dfrac{K}{s(Ts+1)}$

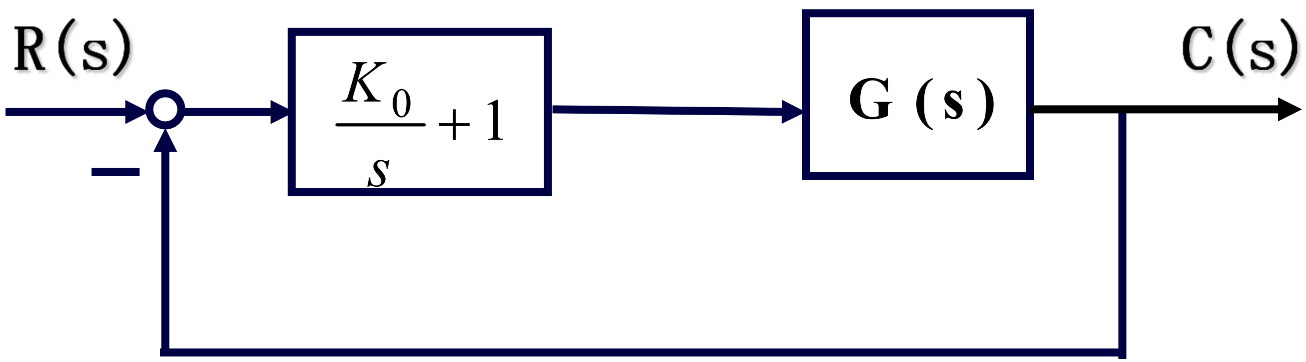
定义$e(t)=r(t)-c(t)$

1）若希望系统所有特征根位于s平面s=-2的左侧，且$\zeta=0.5$

求K、T满足的条件；

2）求单位斜坡输入下的稳态误差ess；

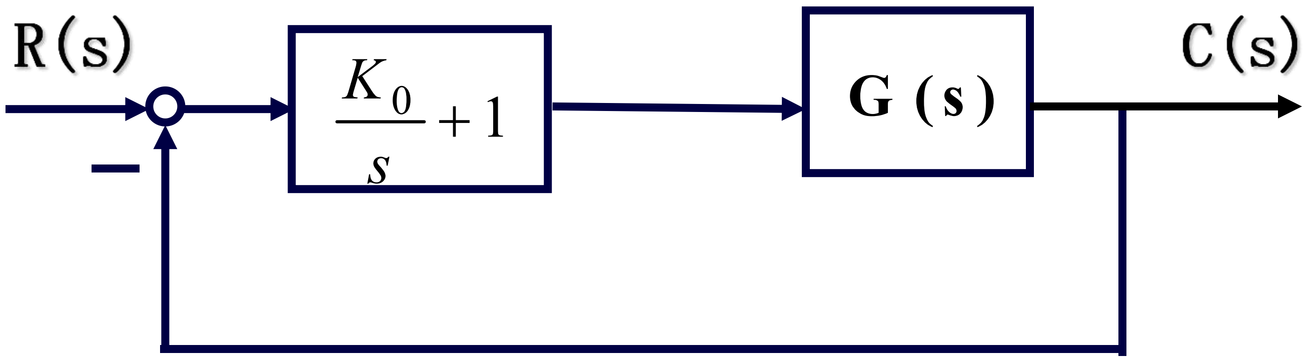
3）为使稳态误差为零，加入比例积分环节，求K0



[例2] 单位反馈系统 $G(s)=\dfrac{K}{s(Ts+1)}$

1）若希望系统所有特征根位于s平面s=-2的左侧，且$\zeta=0.5$

求K、T满足的条件；



解 1) $K_0=0$

$$\Phi(s)=\frac{K}{Ts^2+s+K}=\frac{K/T}{s^2+s/T+K/T}$$

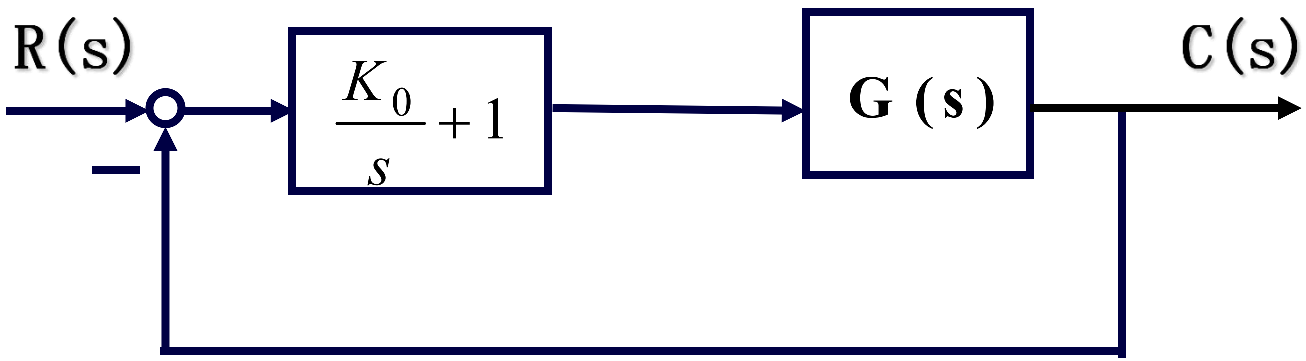
$\zeta=0.5 \quad KT=1$

$s=s_1-2$ 代入 $D(s)=0$ $\quad D(s_1)=s_1^{\ 2}+(\frac{1}{T}-4)s_1+(4-\frac{T}{2}+\frac{K}{T})=0$

[例2] 单位反馈系统 $G(s)=\dfrac{K}{s(Ts+1)}$

1）若希望系统所有特征根位于s平面s=-2的左侧，且$\zeta=0.5$

求K、T满足的条件；



解 1)

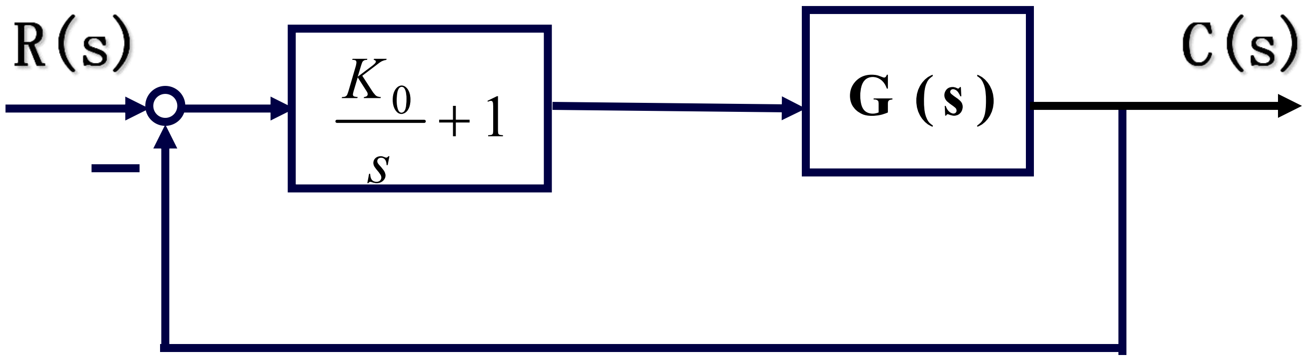
$$D(s_1)=s_1^{\ 2}+(\frac{1}{T}-4)s_1+(4-\frac{T}{2}+\frac{K}{T})=0$$

$$\begin{cases}(\dfrac{1}{T}-4)>0\\(4-\dfrac{T}{2}+\dfrac{K}{T})>0\\KT=1\end{cases}$$

[例2] 单位反馈系统 $G(s)=\dfrac{K}{s(Ts+1)}$

2）求单位斜坡输入下的稳态误差ess；

3）为使稳态误差为零，加入比例积分环节，求K0



解 2） $K_v=K \qquad e_{ss}=\dfrac{1}{K}$

判稳定：

3） $G(s)=\dfrac{K}{s(Ts+1)}(1+\dfrac{K_0}{s})=\dfrac{K(s+K_0)}{s^2(Ts+1)}$

$D(s)=Ts^3+s^2+Ks+KK_0=0$

稳定时，$K_0<\dfrac{1}{T}$

$K_v=\infty \qquad e_{ss}=0$

[例3] 单位反馈系统

$$G(s)=\frac{K(s+10)(s+20)}{s^2(s+2)}$$

求使系统产生等幅振荡K满足的条件，并求振荡频率。

解： $$\Phi(s)=\frac{K(s+10)(s+20)}{s^2(s+2)+K(s+10)(s+20)}$$

$$D(s)=s^3+(2+K)s^2+30Ks+200K=0$$

$$\begin{array}{c|cc}
s^3 & 1 & 30K \\
s^2 & 2+K & 200K \\
\hline
s^1 & \dfrac{30K(2+K)-200K}{2+K} & \\
s^0 & 200K &
\end{array}$$

$$30K(2+K)-200K=0$$

$$K=14/3$$

$$(2+K)s^2+200K=0$$

$$\omega_n=11.8\mathrm{rad/s}$$

[例4] 已知控制系统结构如图(a)所示，其单位阶跃响应如图(b)所示，系统的稳态位置误差 $e_{ss}=0$ 。试确定

K, v 和 T 的值。

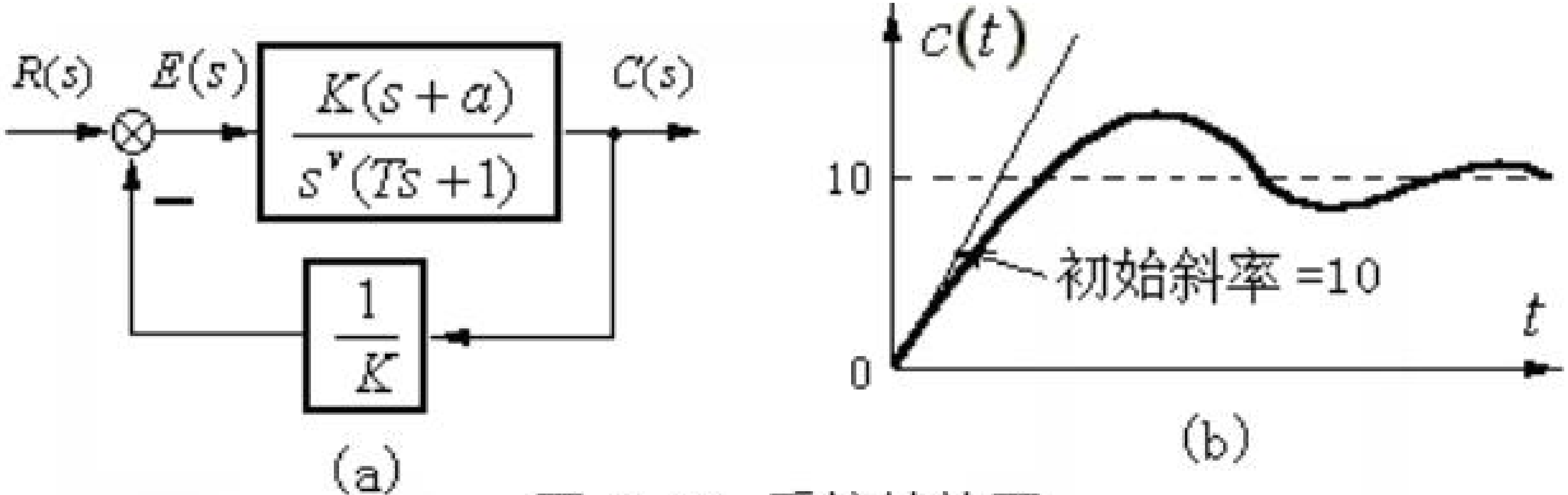


图 3-66 系统结构图

解 $$G(s)H(s)=\frac{s+a}{s^{v}(Ts+1)}$$

$r(t)=1(t)$ $e_{ss}=0$ 可以判定：$v\geq 1$

[例4] 已知控制系统结构如图(a)所示，其单位阶跃响应如图(b)所示，系统的稳态位置误差 $e_{ss}=0$ 。试确定

K, v 和 T 的值。

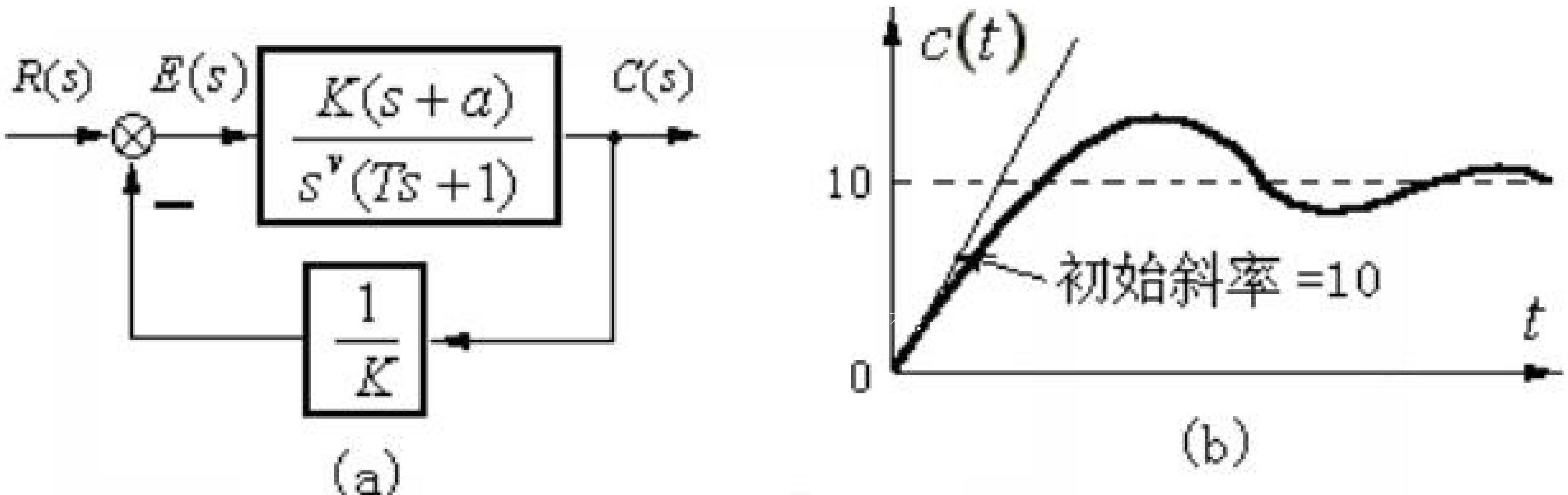


图 3-66 系统结构图

解

$$\Phi(s)=\frac{\dfrac{K(s+a)}{s^v(Ts+1)}}{1+\dfrac{s+a}{s^v(Ts+1)}}=\frac{K(s+a)}{s^v(Ts+1)+s+a}$$

系统稳定，因此必有：$v\le 2$

$$D(s)=Ts^{v+1}+s^v+s+a$$

综合取 $v=1$

$$h(\infty)=\lim_{s\to 0}s\Phi(s)\cdot R(s)=\lim_{s\to 0}s\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{K(s+a)}{s^v(Ts+1)+s+a}=K=10$$

[例4] 已知控制系统结构如图(a)所示，其单位阶跃响应如图(b)所示，系统的稳态位置误差 $e_{ss}=0$ 。试确定

K, v 和 $T(>0)$ 的值。

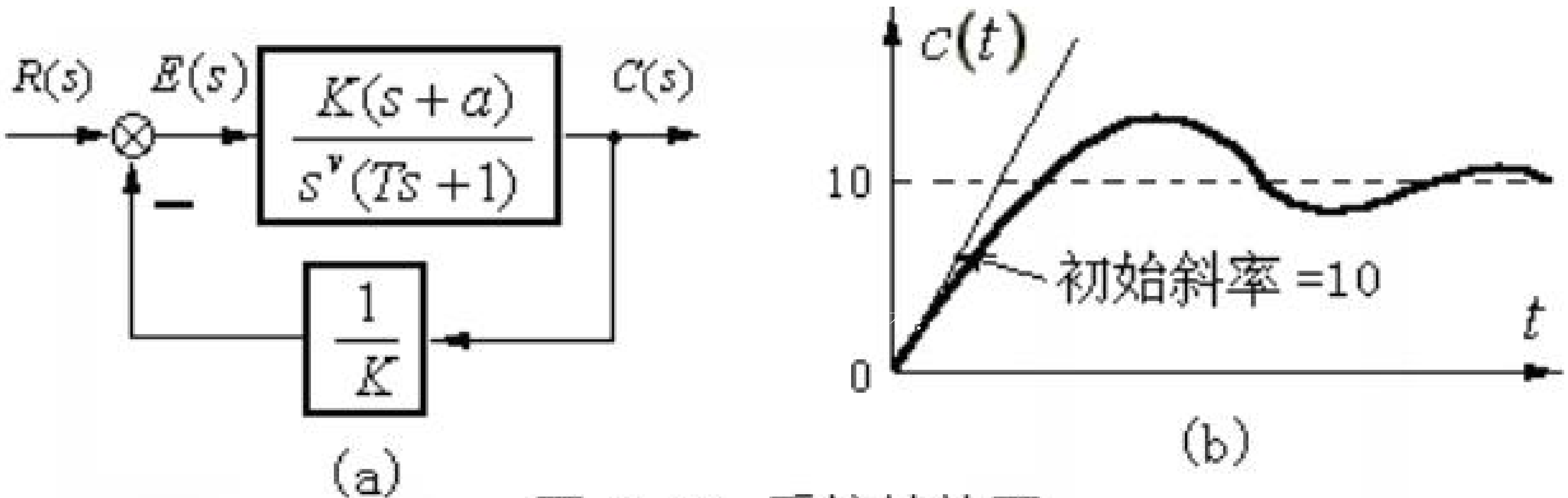


图 3-66 系统结构图

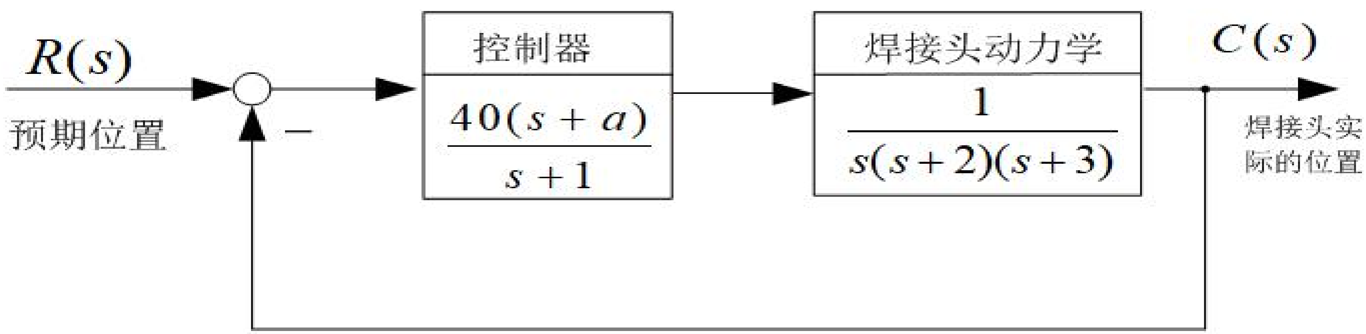
解 $$h(\infty)=\lim_{s\to 0} s\Phi(s)\cdot R(s)=\lim_{s\to 0} s\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{K(s+a)}{s^v(Ts+1)+s+a}=K=10$$

$$h'(0)=\lim_{s\to\infty} s^2\Phi(s)R(s)=\lim_{s\to\infty}\frac{sK(s+a)}{s^v(Ts+1)+s+a}=\lim_{s\to\infty}\frac{Ks^2+aKs}{Ts^{v+1}+s^v+s+a}=10$$

$T=1$

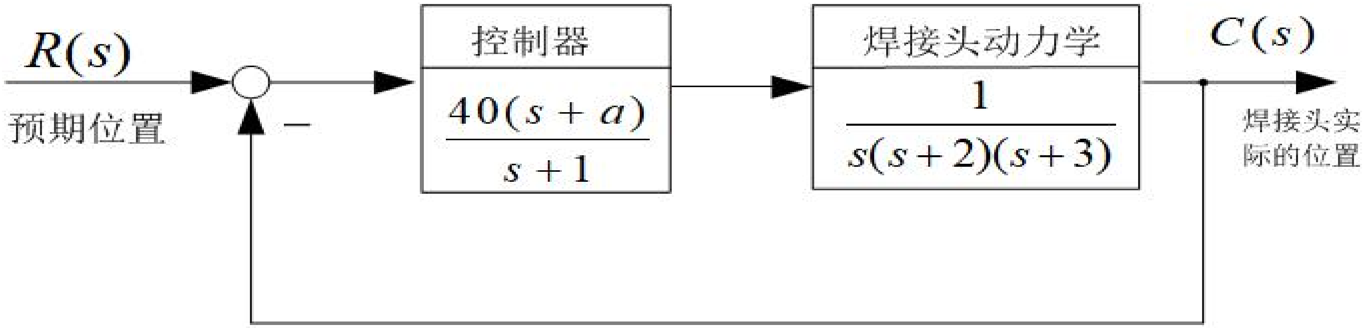
例 汽车制造业对许多部件的焊接精度和速度等指标提出越来越高的要求，一般工人难以胜任这项工作。此外，焊接时的火花及烟雾等会对人体造成危害，因此，焊接机器人已广泛运用于自动化生产线中，图（a）所示为焊接机器人在汽车制造业的应用。某焊接机器人的焊接头位置控制系统的结构图如图（b）所示，试用劳斯判据判断使闭环系统稳定的 a 的取值范围。

图（a）焊接机器人在汽车制造业的应用



图（b） 某焊接机器人的焊接头位置控制系统

试用劳斯判据判断使闭环系统稳定的 a 的取值范围。



图（b） 某焊接机器人的焊接头位置控制系统

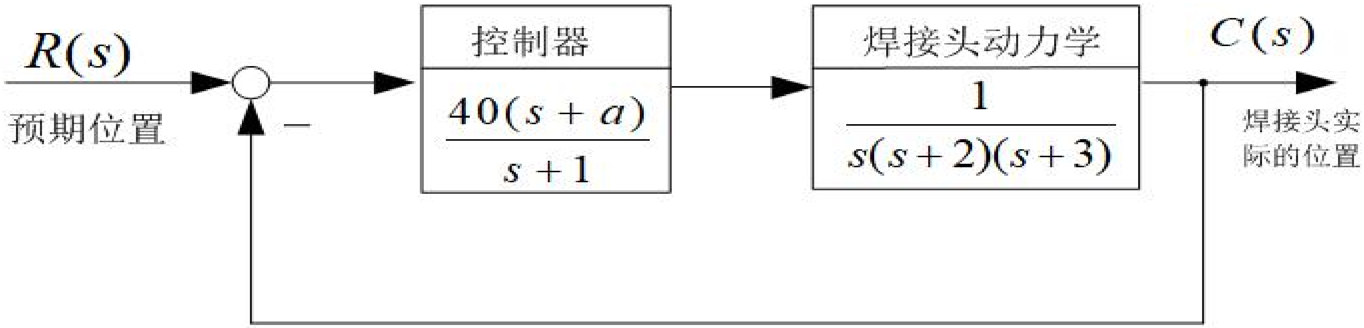
解 系统闭环传递函数为

$$\Phi(s)=\frac{40(s+a)}{s(s+1)(s+2)(s+3)+40(s+a)}$$

特征方程式为

$$D(s)=s^4+6s^3+11s^2+46s+40a=0$$

试用劳斯判据判断使闭环系统稳定的a的取值范围。



图（b） 某焊接机器人的焊接头位置控制系统

$$D(s)=s^4+6s^3+11s^2+46s+40a=0$$

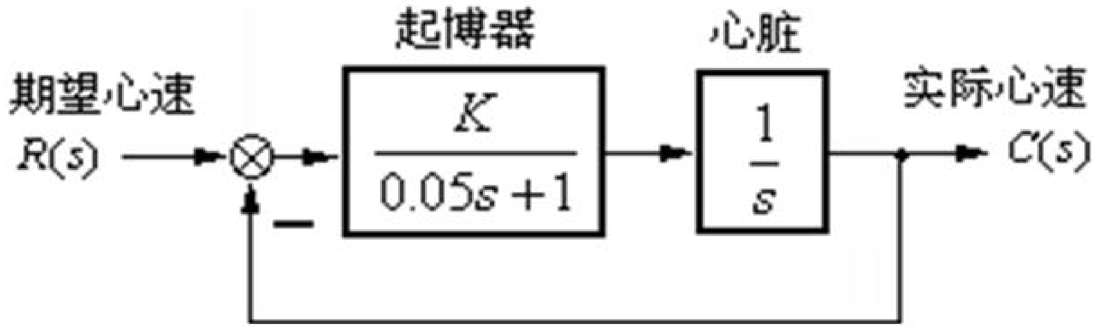
列劳斯表

$$\begin{array}{c|ccc} s^4 & 1 & 11 & 40a \\ s^3 & 6 & 46 & 0 \\ s^2 & 20/6 & 40a & \\ s^1 & 46-72a & 0 & \\ s^0 & 40a & & \end{array}$$

欲使系统稳定，必须满足第一列的元素全部大于零，则a的取值范围为

$$0<a<0.639$$

电子心脏起博器心律控制系统结构如图所示，其中模仿心脏的传递函数相当于一纯积分环节。



（1） 若 $\xi = 0.5$ 对应最佳响应，问起博器增益 K 应取多大？

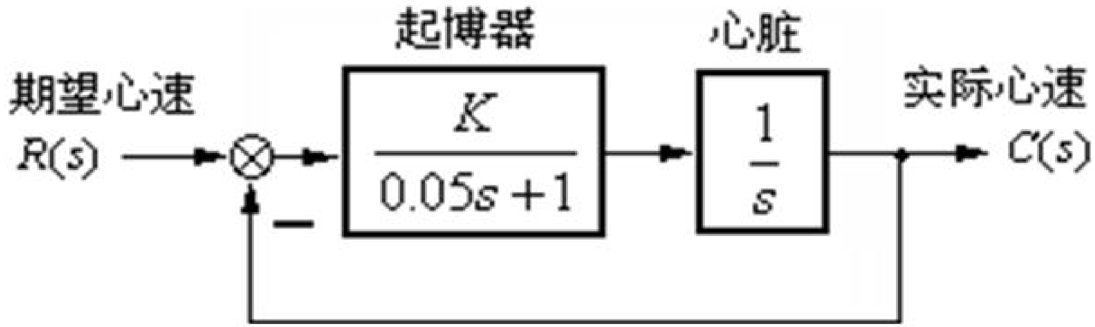
（2） 若期望心速为 60 次/min，并突然接通起博器，问 1s 钟后实际心速为多少？瞬时最大心速多大？

解 依题，系统传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{\dfrac{K}{0.05}}{s^2 + \dfrac{1}{0.05}s + \dfrac{K}{0.05}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \qquad \begin{cases} \omega_n = \sqrt{\dfrac{K}{0.05}} \\ \xi = \dfrac{1}{0.05 \times 2\omega_n} \end{cases}$$

令 $\xi = 0.5$ 可解出 $\begin{cases} K = 20 \\ \omega_n = 20 \end{cases}$

电子心脏起博器心律控制系统结构如图所示，其中模仿心脏的传递函数相当于一纯积分环节。



（1） 若 $\xi=0.5$ 对应最佳响应，问起博器增益 K 应取多大？

（2） 若期望心速为 60 次/min，并突然接通起博器，问 1s 钟后实际心速为多少？瞬时最大心速多大？

将 $t=1s$ 代入二阶系统阶跃响应公式

$$h(t)=1-\frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t+\beta\right)$$

可得 $h(1)=1.000024$ 次/s $=60.00145$ 次/min

$\xi=0.5$ 时，系统超调量 $\sigma\%=16.3\%$，最大心速为

$h(t_p)=1+0.163=1.163$ 次/s $=69.78$ 次/min

[思考题]

二、已知某无零点的单位反馈系统闭环特征方程为$2s^2+As+K=0$，单位斜坡输入$r(t)$作用之下，输出$c(t)$曲线如图2所示，且系统超调量$\sigma\%=4.6\%$。

1. 试求A与K的取值；

2. 试求调节时间t_s（$\Delta=5\%$）。

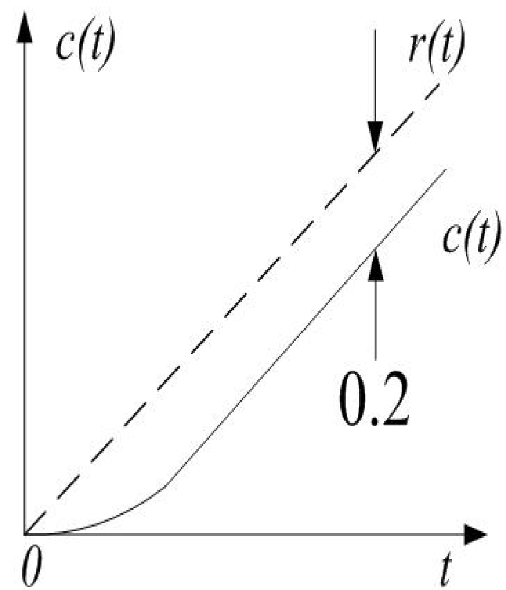


图 2