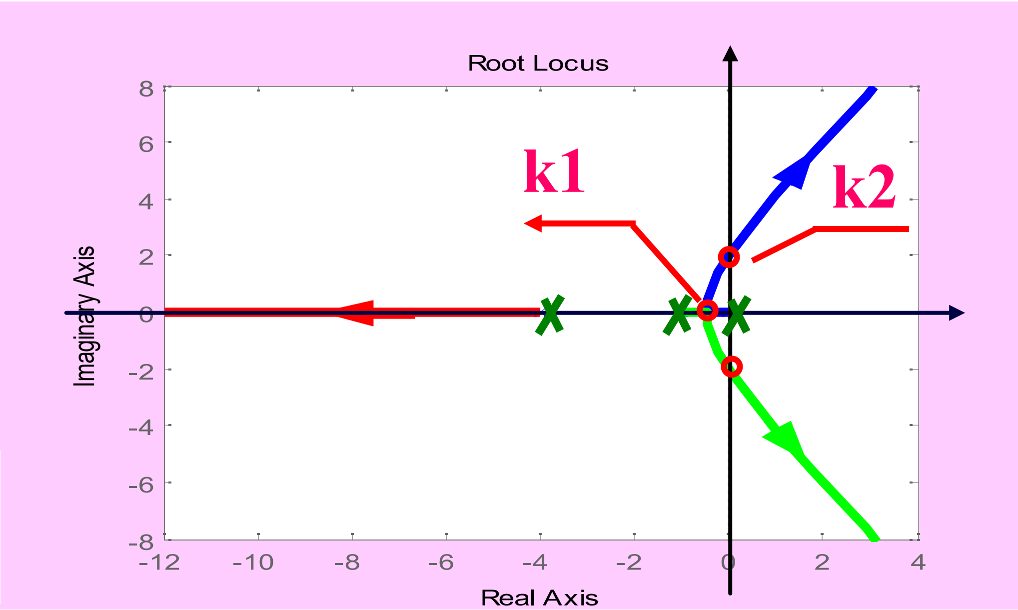
§ 4-4　用根轨迹分析系统的性能

单位反馈系统

$$G(S)=\frac{k^*}{s(s+1)(s+4)}$$

$$(k^*:0\to+\infty)$$



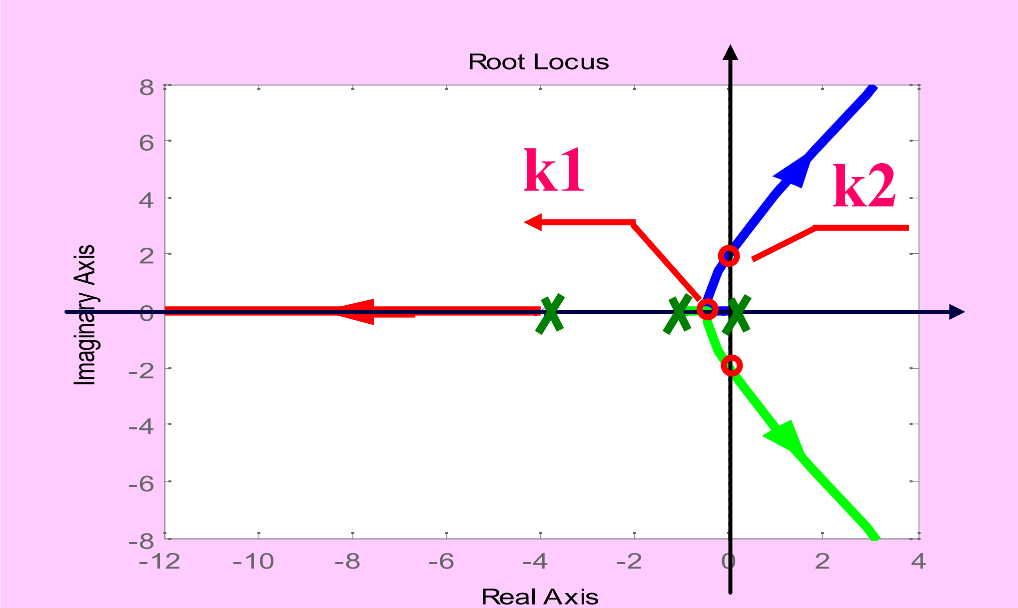
根轨迹绘制的目的是进行系统性能的分析。

主要讨论闭环零、极点对系统性能的影响。

单位反馈系统

$$G(S)=\frac{k^*}{s(s+1)(s+4)}$$

$$(k^*:0\rightarrow+\infty)$$



一、 闭环零、极点分布与阶跃响应的定性分析

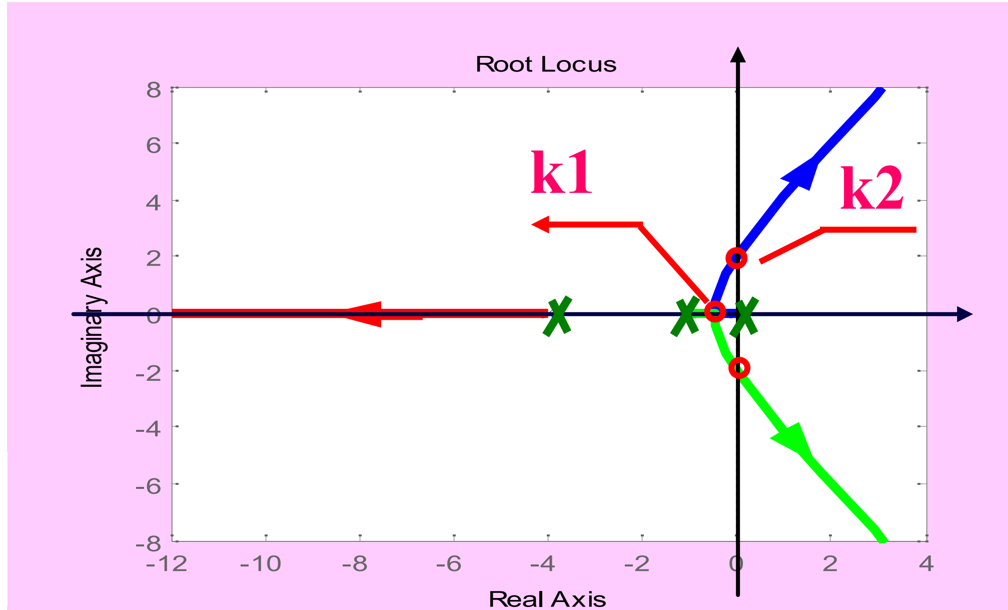
$$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K^*\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}$$

h(t)与闭环零、极点都有关系

单位反馈系统

$$G(S)=\frac{k^*}{s(s+1)(s+4)}$$

$$(k^*:0\rightarrow+\infty)$$



一、闭环零、极点分布与阶跃响应的定性分析

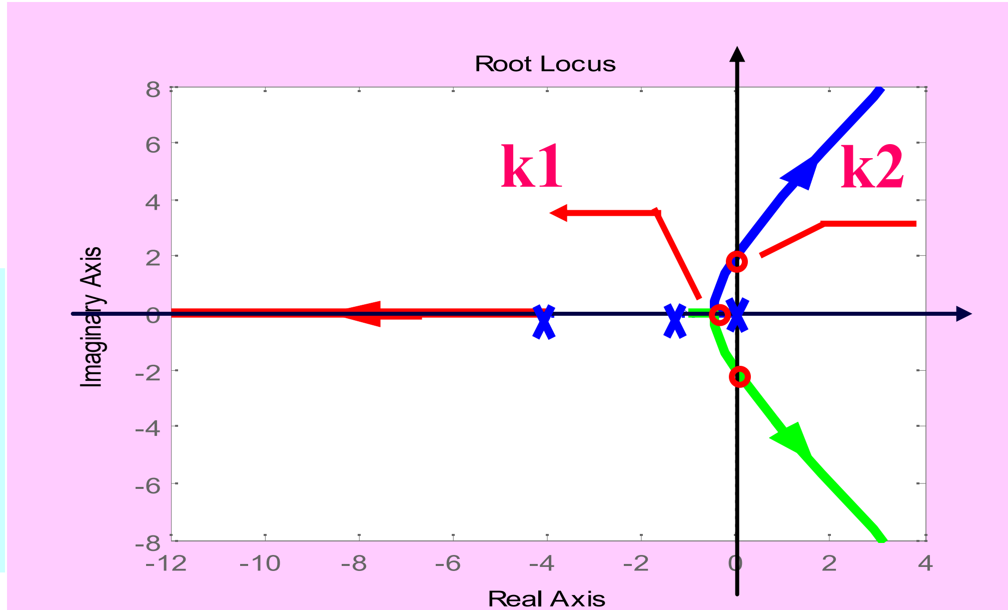
$$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K^*\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}$$

1. 稳定性　只与闭环极点有关,与闭环零点无关

$$G(S)=\frac{k^*}{s(s+1)(s+4)}$$

$$(k^*:0\rightarrow+\infty)$$

$$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K^*\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{i=1}^{n}(s-p_i)}$$

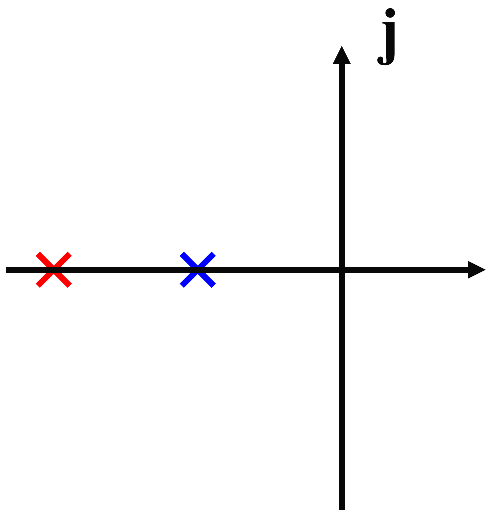


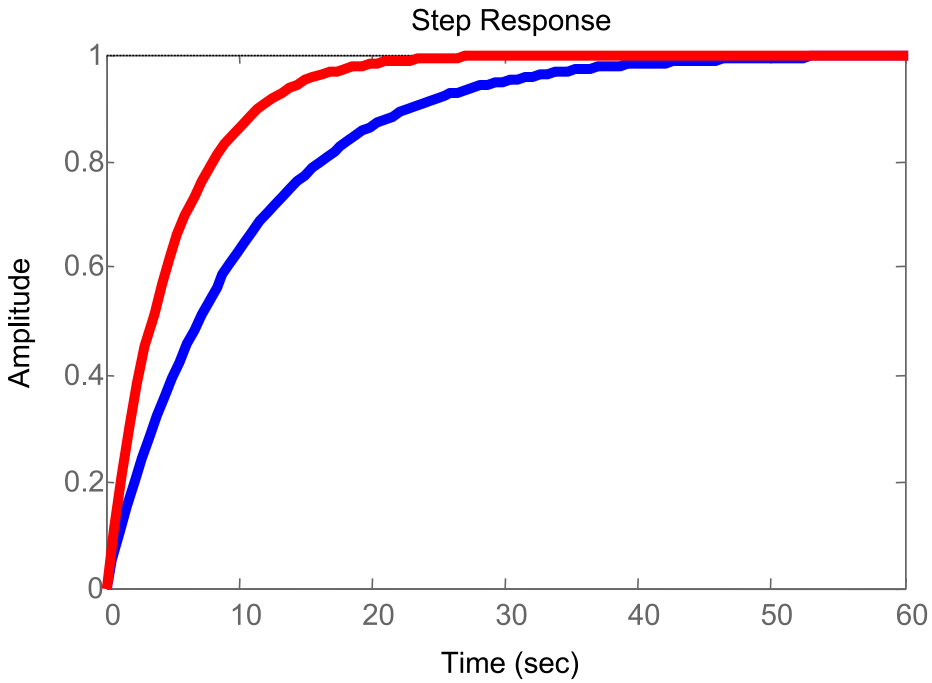
2. 动态响应形式

若系统无闭环零点,

闭环极点	h(t)
实根	单调
复根	振荡

3.系统快速性

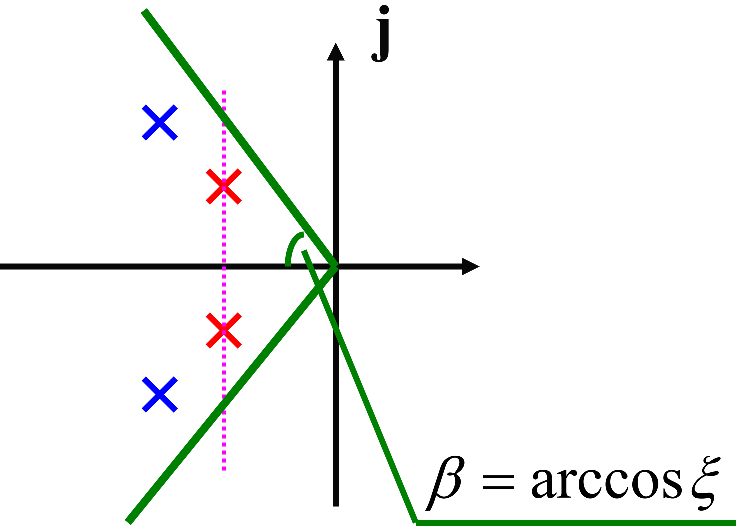


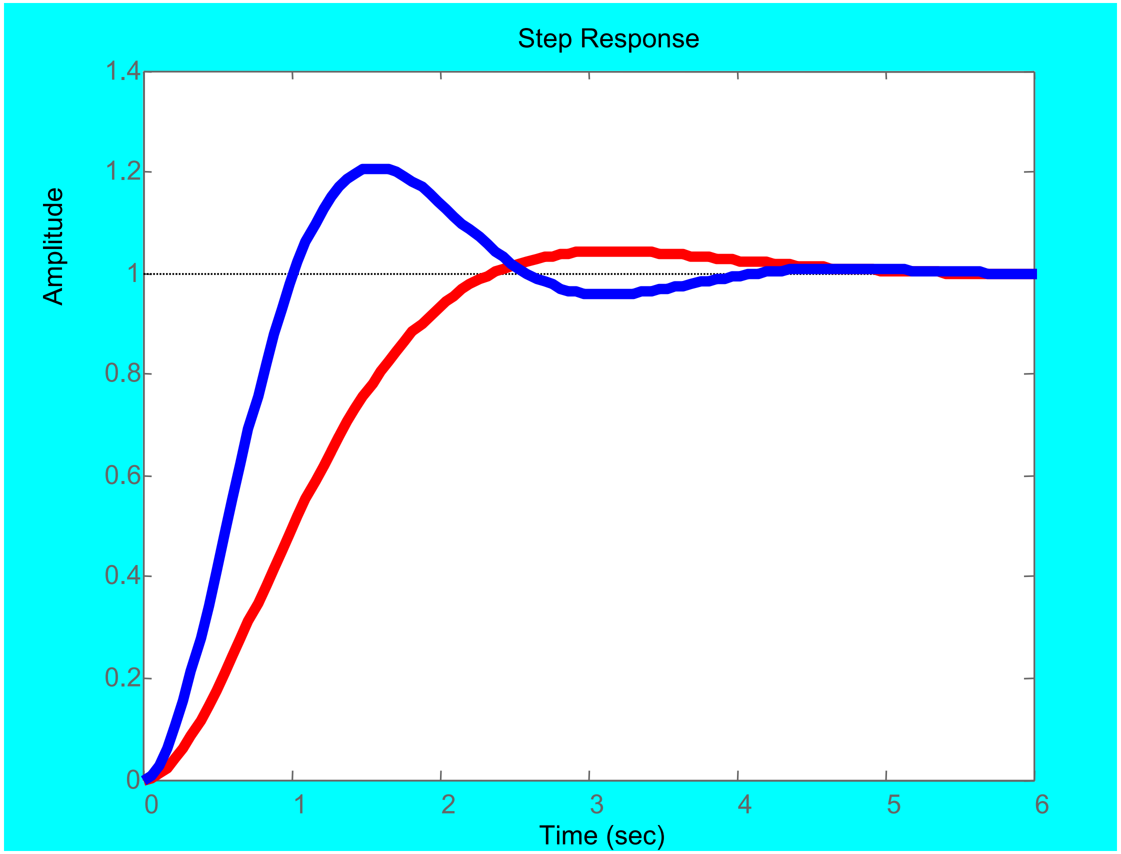


和闭环极点与虚轴的远近有关

距离虚轴越远，快速性越好

4.平稳性

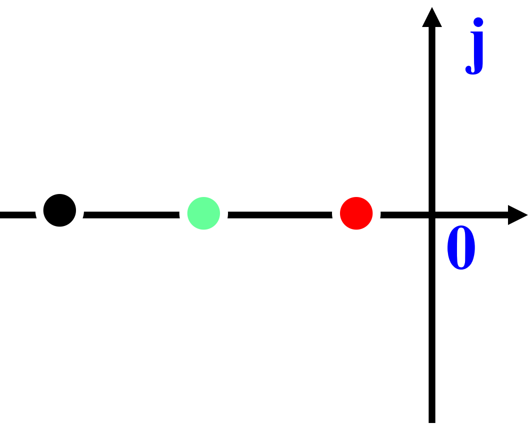


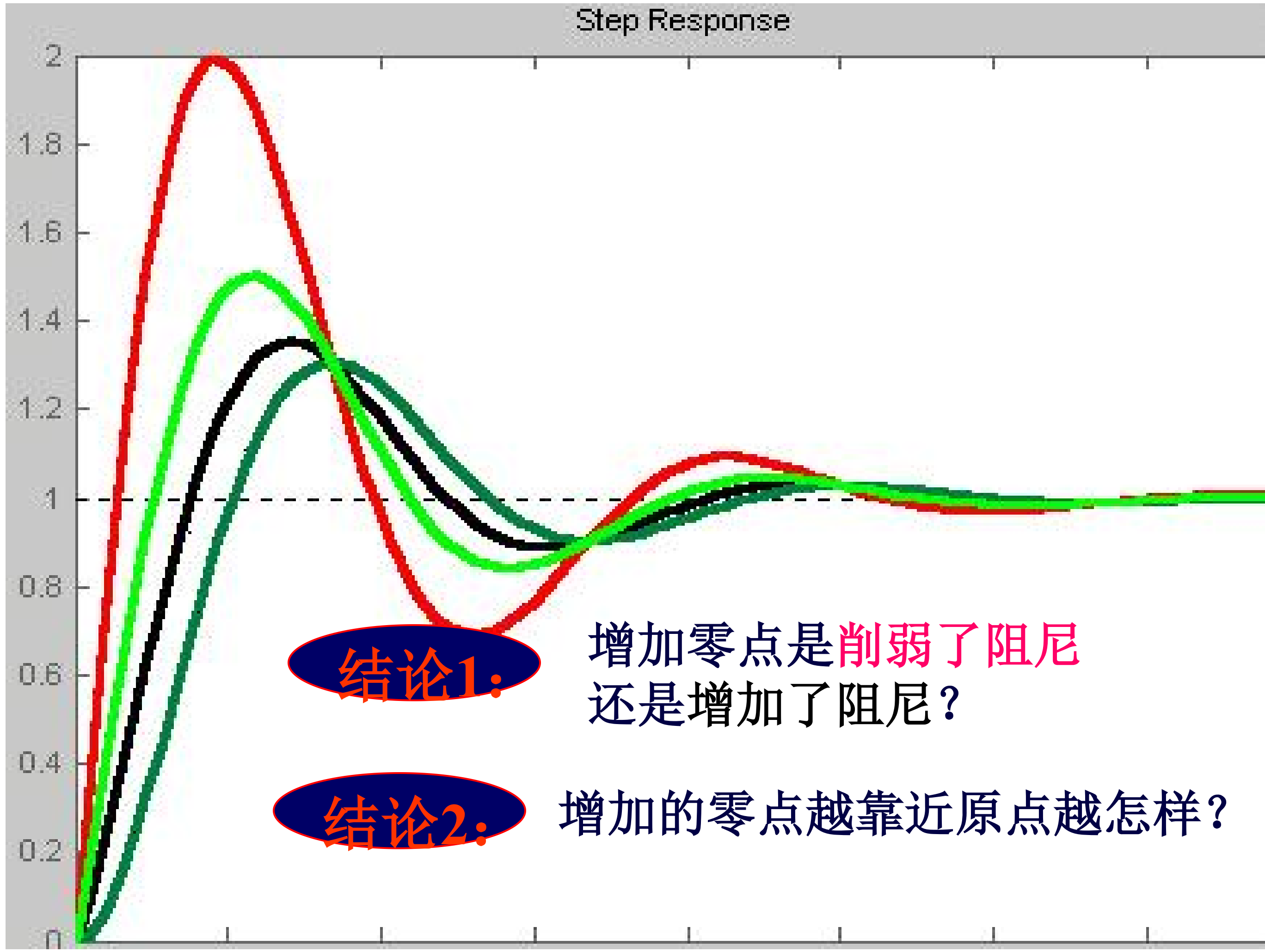


共轭复根与实轴越近，平稳性好；

最好位于和实轴成45^0夹角附近。

增加闭环零点对欠阻尼二阶系统的影响





结论1: 增加零点是削弱了阻尼还是增加了阻尼？

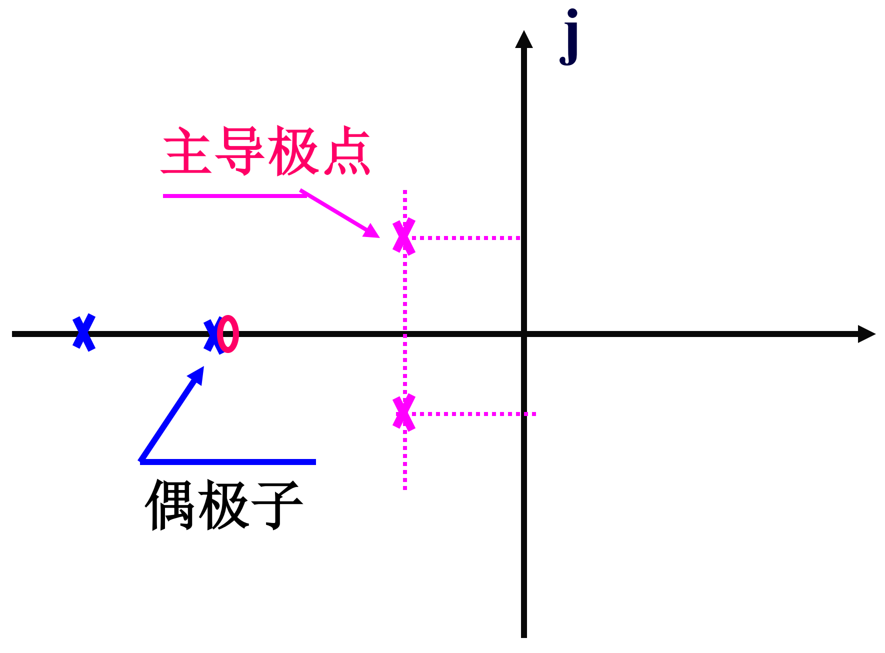
结论2: 增加的零点越靠近原点越怎样？

5.增加闭环实数零点 可使ζ↓→tp↓，δ%↑,且离坐标原点越近,作用越强

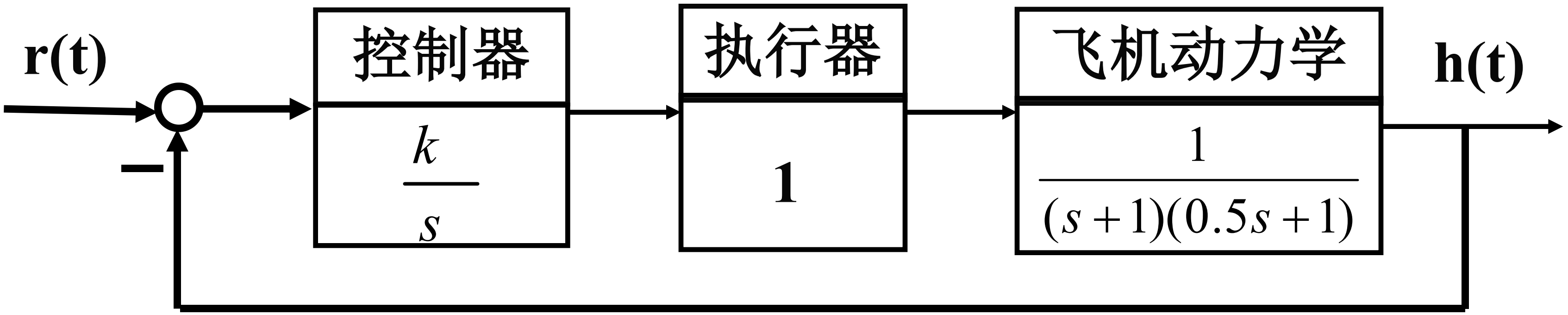
二、主导极点和偶极子

主导极点: 离虚轴最近，附近又无闭环零点,他们对系统的影响最大,称这样的极点为主导极点. (工程上3~ 4倍)

偶极子: 一对靠得很近的闭环零极点,称为偶极子

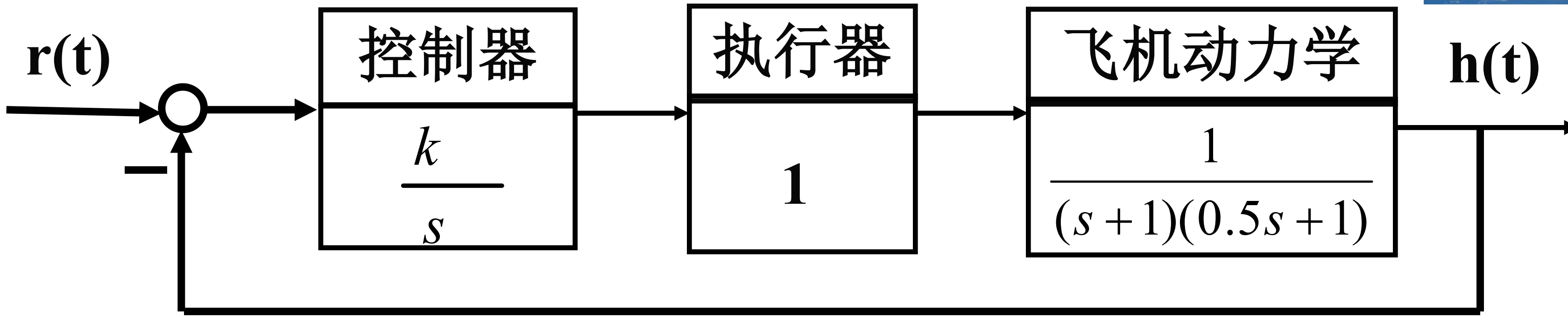


【例】某飞机高度控制系统结构如图



1. 试绘制放大器增益k变化时系统根轨迹图，并确定稳定k值范围； **2.** 分析系统动态性能； **3.** 若主导极点具有阻尼比$\xi=0.5$，求系统动态性能指标.

【例】某飞机高度控制系统结构如图



1. 试绘制放大器增益k变化时系统根轨迹图，并确定稳定 k值范围；

解： 1. $G(s)=\frac{2K}{s(s+1)(s+2)}=\frac{K^*}{s(s+1)(s+2)},(K^*=2K)$

$m=0,$

$n=3,\quad p_1=0,$

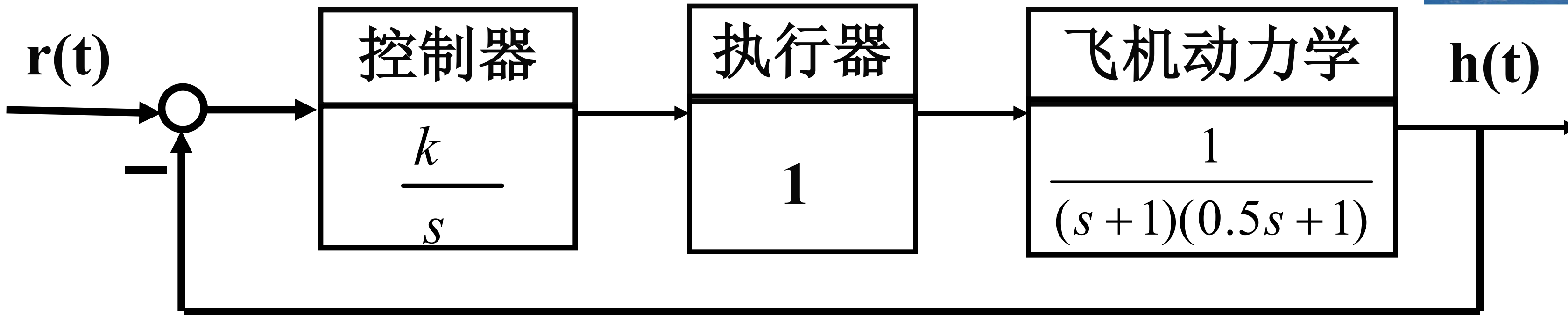
$p_2=-1, p_3=-2$

渐近线： $\sigma_a=\frac{-3}{3}=-1$

$\varphi_a=\frac{(2k+1)\pi}{3},\qquad \pi,\frac{\pi}{3},-\frac{\pi}{3}$

分离点 $\frac{1}{d}+\frac{1}{d+1}+\frac{1}{d+2}=0$ **d≈-0.43,k*=1.44**

[例] 某飞机高度控制系统结构如图



1. 试绘制放大器增益k变化时系统根轨迹图，并确定稳定 k值范围；

解： 1. $$G(s)=\frac{2K}{s(s+1)(s+2)}=\frac{K^*}{s(s+1)(s+2)},(K^*=2K)$$

分离点 $$\frac{1}{d}+\frac{1}{d+1}+\frac{1}{d+2}=0$$ **d≈-0.43,k*=1.44**

与虚轴的交点

令 $s=j\omega$

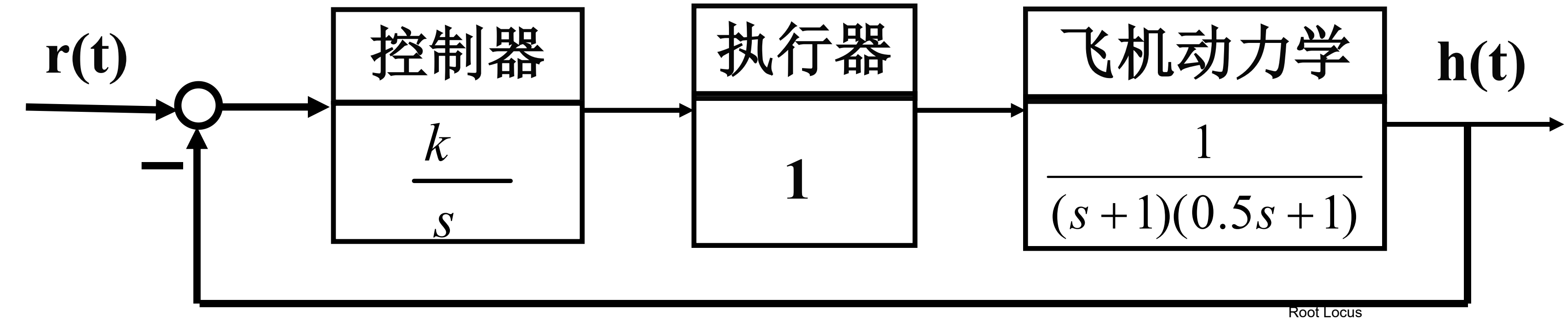
$$D(s)=s(s+1)(s+2)+K^*$$
$$=s^3+3s^2+2s+K^*=0$$

得： $\omega=0$， $K^*=0$;

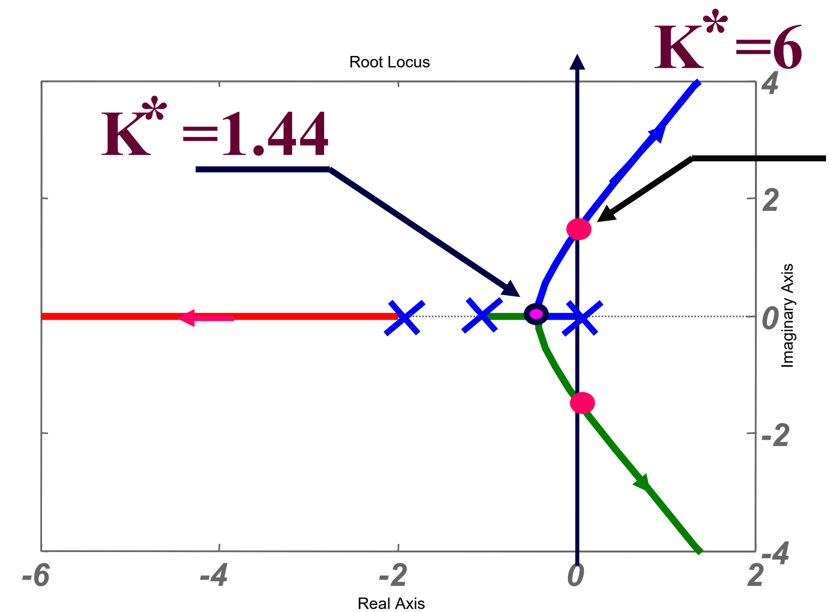
$\omega=\pm\sqrt{2}$， $K^*=6$

MATLAB

[例]某飞机高度控制系统结构如图



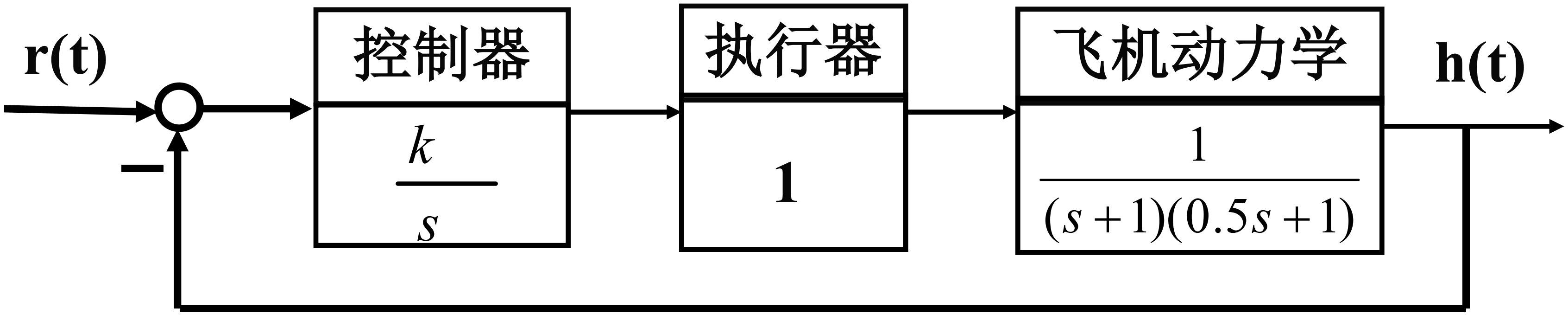
$$G(s)=\frac{K^*}{s(s+1)(s+2)}$$



源程序：

```
num=[1];
den=[1 3 2 0];
g=tf(num,den);
rlocus(g)  %绘制根轨迹的函数
```

[例] 某飞机高度控制系统结构如图

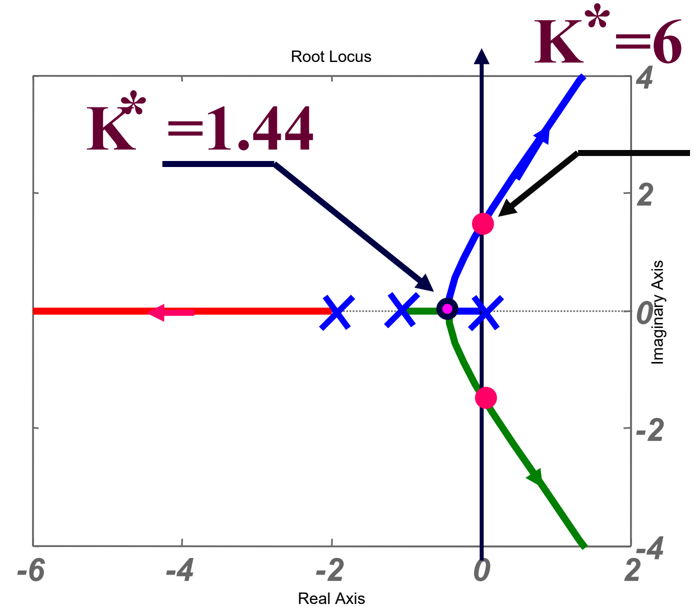


1. 试绘制放大器增益k变化时系统根轨迹图，并确定稳定 k值范围；

解:

1.

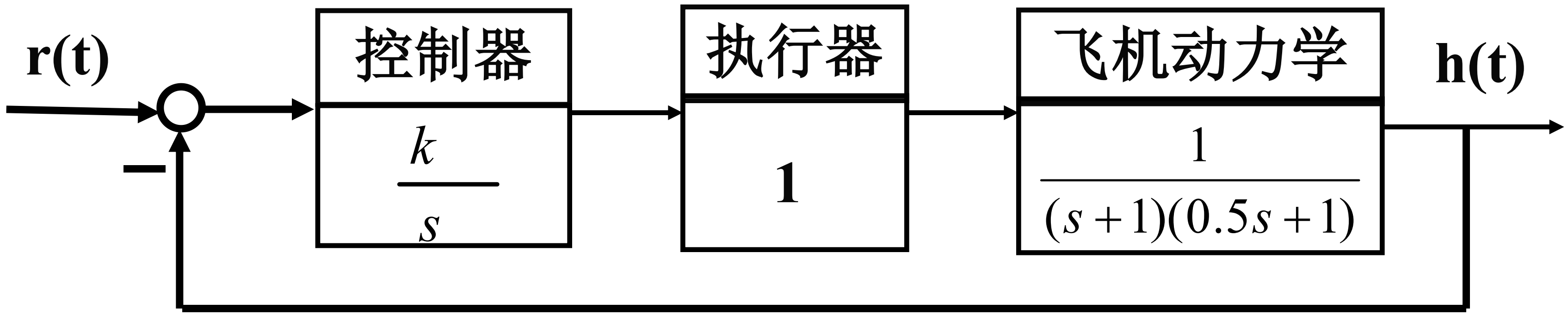
$$G(s)=\frac{2K}{s(s+1)(s+2)}=\frac{K^*}{s(s+1)(s+2)},(K^*=2K)$$



系统稳定k值范围？

$0<K^*<6$，即 $0<k<3$

[例]某飞机高度控制系统结构如图



2. 分析系统动态性能；

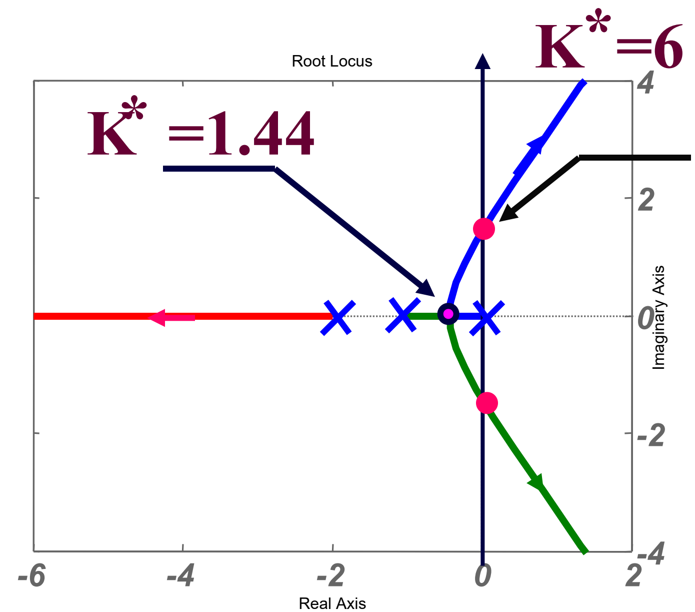
解： 2. 动态性能分析

当0<K*<1.44时　ξ>1(过阻尼)

K*=1.44时　ξ=1(临界阻尼)

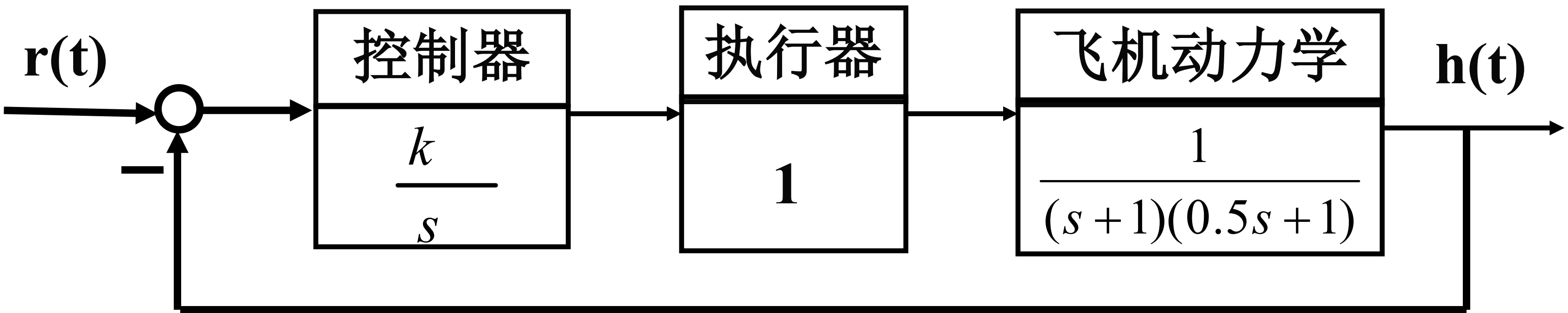
K*>1.44时　0<ξ<1(欠阻尼)

(K*=2k)



$$\Phi(s)=\frac{K^*}{s(s+1)(s+2)+K^*}$$

[例]某飞机高度控制系统结构如图



3. 若主导极点具有阻尼比ξ=0.5，求系统动态性能指标.

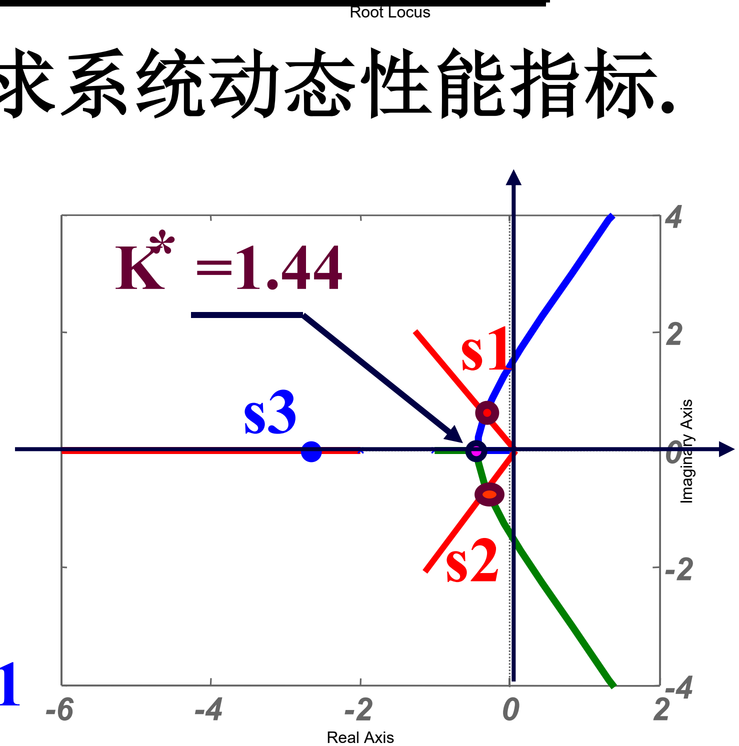
解: **3.** $\beta=\arccos\xi=60^0$

由根轨迹图得:

s1=-0.33+j0.57

s2=-0.33-j0.57

由模值方程得，对应的**K*=1.02**,即**K=0.51**



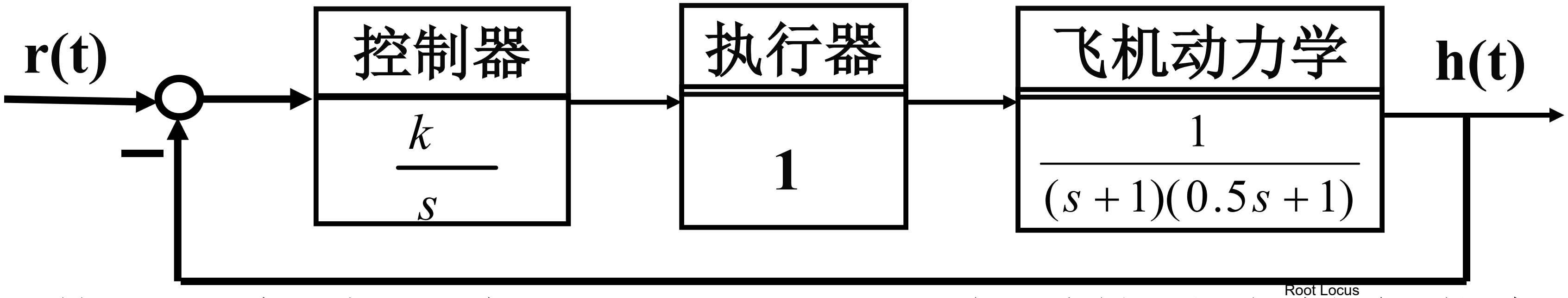
$s_1+s_2+s_3=-3$ **s3= - 2.34**

故主导极点是**s1,s2**

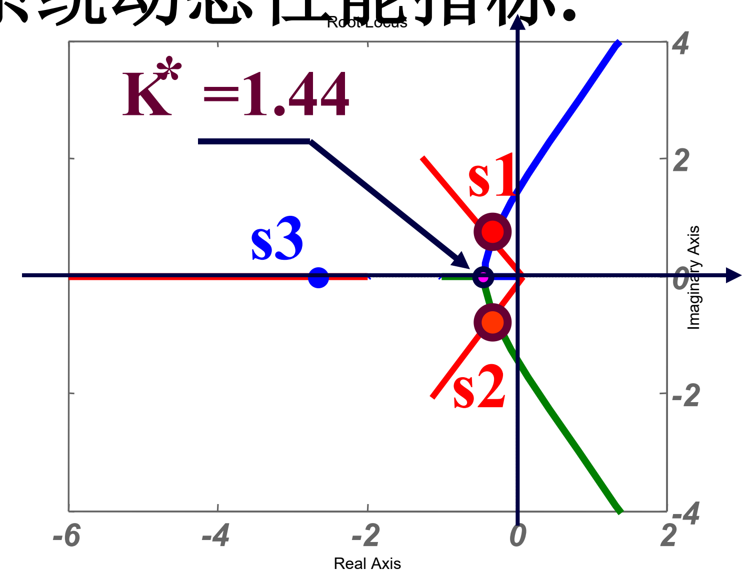
$$G(s)=\frac{K^*}{s(s+1)(s+2)}$$

$$\Phi(s)=\frac{K^*}{s(s+1)(s+2)+K^*}$$

[例]某飞机高度控制系统结构如图



3. 若主导极点具有阻尼比ξ=0.5，求系统动态性能指标.



s1=-0.33+j0.57

s2=-0.33-j0.57

s3= - 2.34

由于s3比主导极点实部大3~4倍,可忽略,

系统近似为二阶系统.

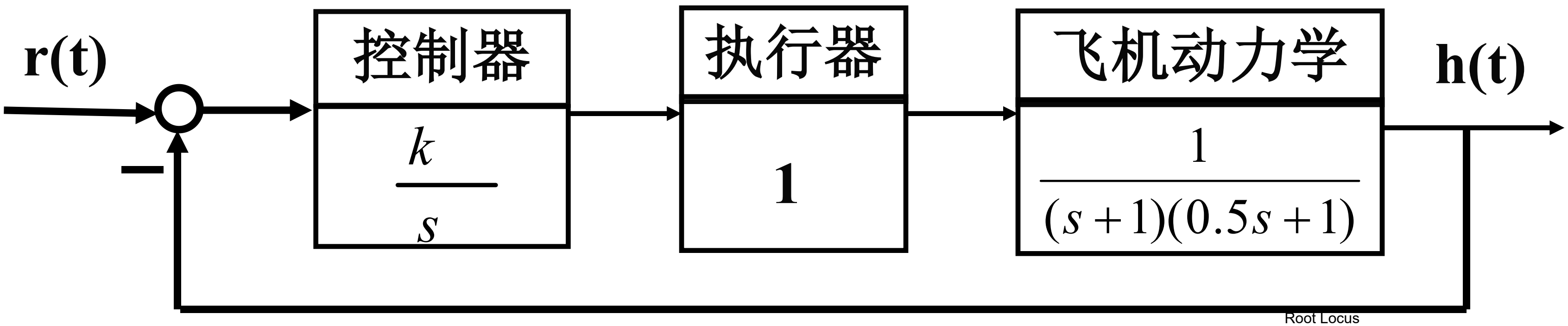
$$\Phi(s) \approx \frac{1.02}{s^2 + 0.66s + 0.4536}$$

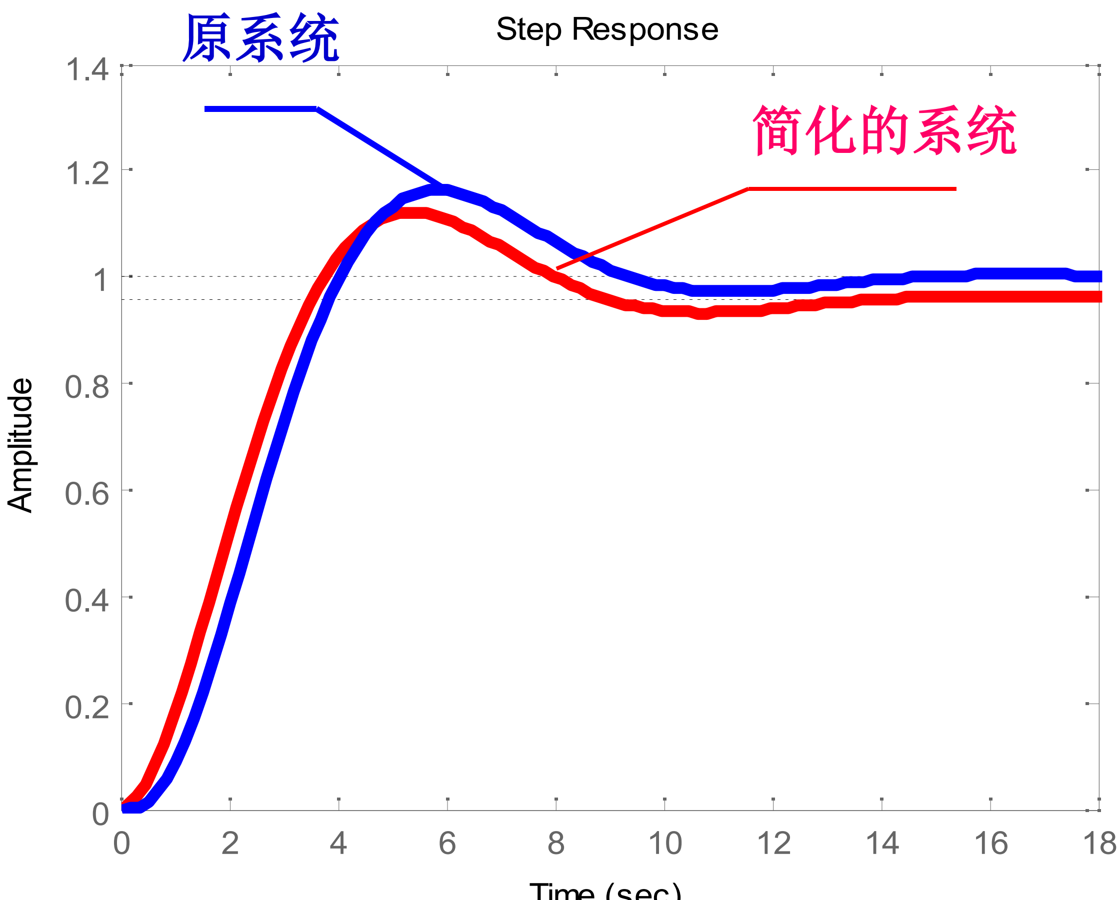
$$\xi = 0.5;\omega_n = 0.66$$

$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} = 0.91(s);\sigma\% = 16.3\%$$

$$\Phi(s) = \frac{K^*}{s(s+1)(s+2)+K^*}$$

[例]某飞机高度控制系统结构如图





利用主导极点对系统进行降价是合理的。

§4-4 用根轨迹分析系统性能

小结：

一、 闭环零、极点分布与阶跃响应

1.稳定性

2. 动态响应形式

3.系统快速性

4.平稳性

5.增加闭环实数零点

二、主导极点和偶极子