

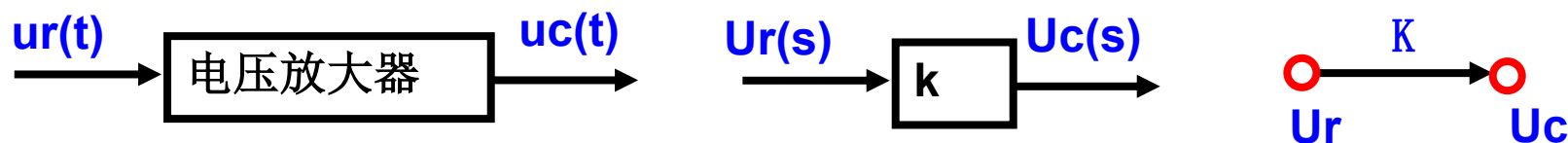
## 2-5 控制系统的信号流图

## 2-5 信号流图

信号流图和结构图一样，都是控制系统中各变量数学关系的图解形式，但信号流图符号简单，更便于绘制。

### 一、信号流图的组成与性质

[例] 某电压放大器



1 组成：由节点和支路组成

a) 节点：表示系统中的变量，用 “” 表示

b) 支路：连接两节点的定向线段

**[例]** 具有下列代数方程组的系统，画其信号流图。

$$X_2(s) = aX_1(s) + bX_2(s) + cX_4(s)$$

$$X_3(s) = dX_2(s)$$

$$X_4(s) = eX_1(s) + fX_3(s)$$

$$X_5(s) = gX_3(s) + hX_4(s)$$

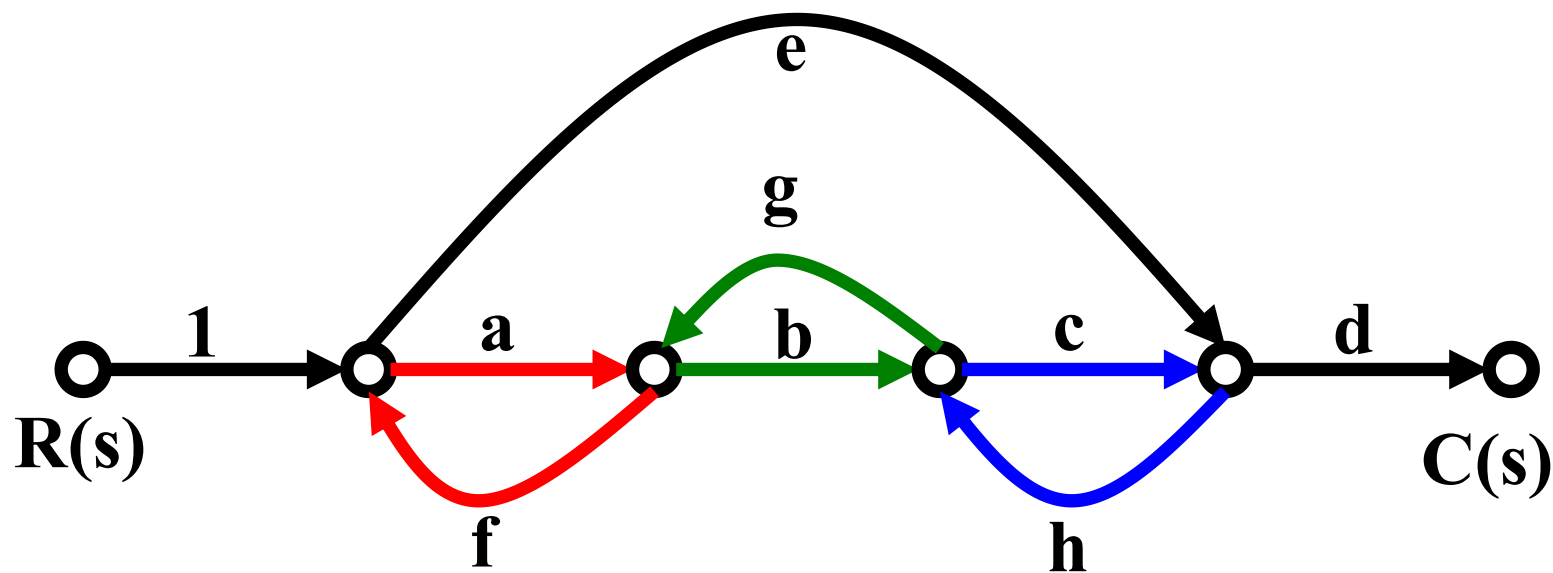
## 2 性质

- 1) 节点表示变量
- 2) 支路相当于乘法器
- 3) 信号在支路上沿着箭头单项传递

## 二、信号流图中的名词术语

**源节点**[输入节点]：只有输出支路的节点，一般指输入变量。

**阱节点**[输出节点]：只有输入支路的节点，一般指输出变量。

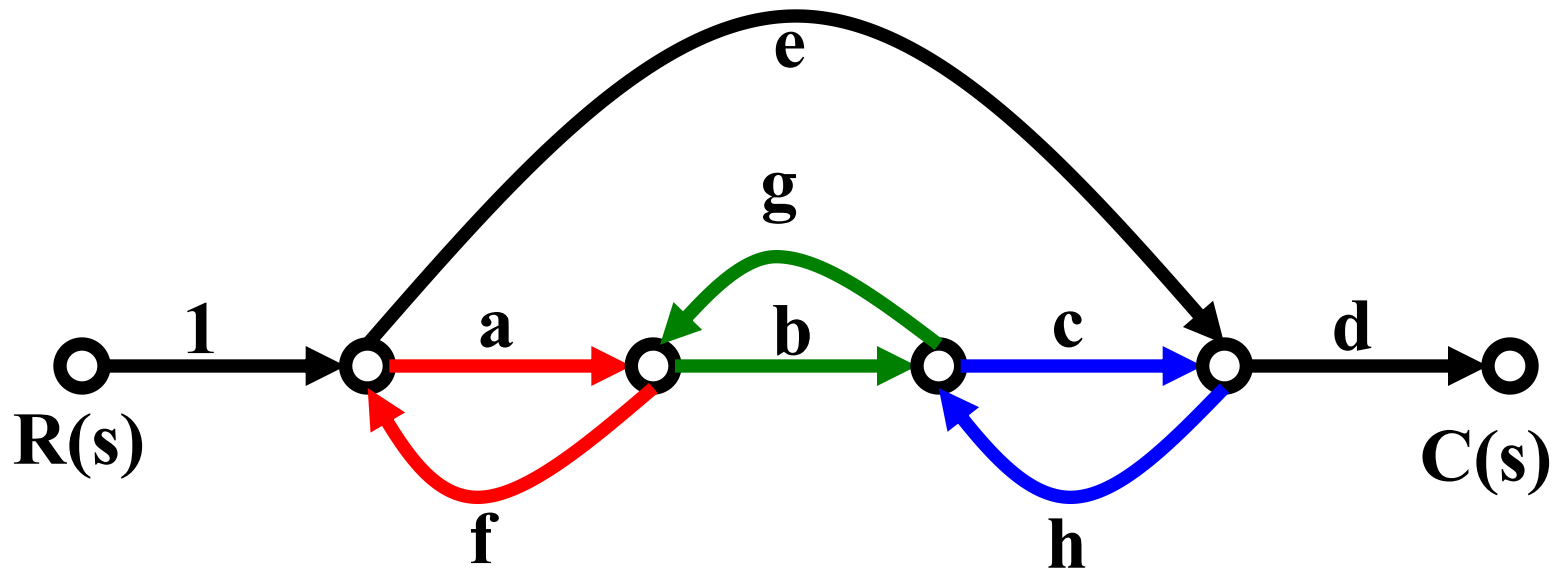


**混合节点**：既有输入支路又有输出支路的节点

**前向通路**：信号从输入节点向输出节点传递时，每个节点只通过一次的通路。 前向通路增益——  $P_k$

**回路**：回路增益——  $L_k$

**不接触回路**：两回路间无公共节点 不接触回路增益—— $L_{bk}$



### 三 信号流图的绘制

#### 1 由系统微分方程绘制

**[例]** 绘制图示系统信号流图

$$U_r(s) = I_1(s)R_1 + U_c(s)$$

$$\frac{1}{sC} I_2(s) = I_1 R_1$$

$$I(s) = I_1(s) + I_2(s)$$

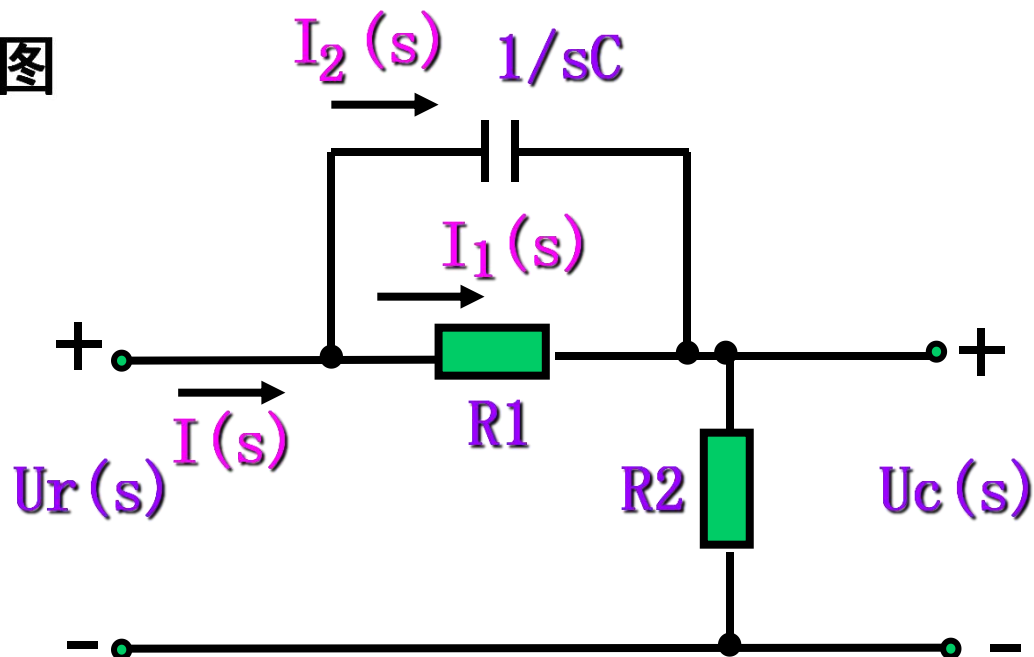
$$U_c(s) = I(s)R_2$$

$$I_1(s) = \frac{U_r(s) - U_c(s)}{R_1}$$

$$I_2(s) = R_1 C s I_1(s)$$

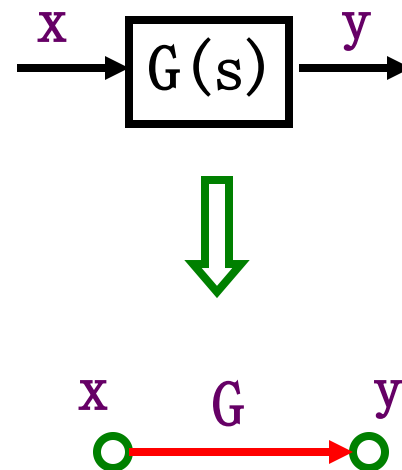
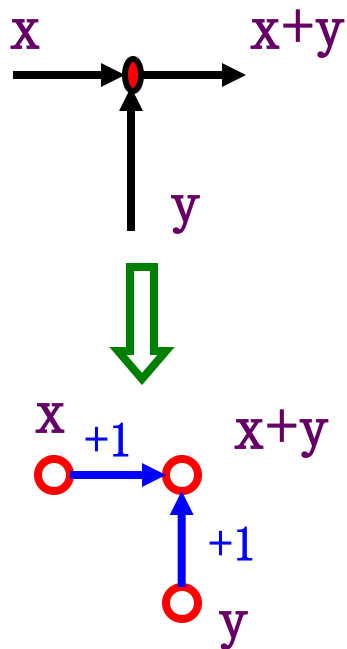
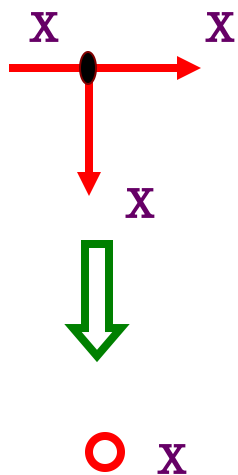
$$I(s) = I_1(s) + I_2(s)$$

$$U_c(s) = R_2 I(s)$$

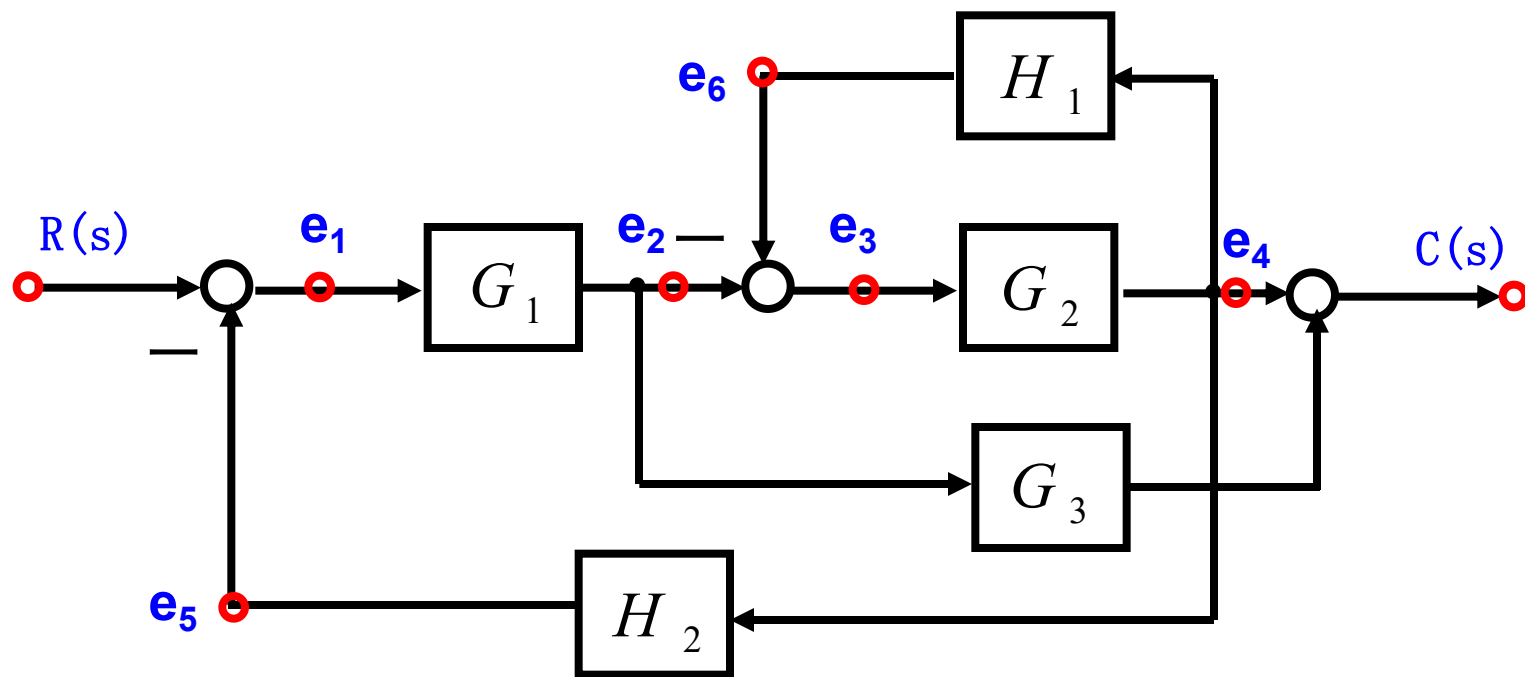


## 2 由系统结构图绘制

要点：抓住结构图三个基本单元对应的信号流图



## [例] 绘制系统结构图的信号流图



- 步骤：1) 在结构图上用**小圆圈标注**各变量对应的节点
- 2) 各节点**按原顺序**从左到右排列
- 3) 用相应增益的支路连接各节点
- 4) 化简



## 四、梅逊公式——求闭环传递函数（重点内容）

在信号流图中，任一输入节点至任一输出节点之间传递函数为：

$$P = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n P_k \Delta_k$$

P — 从输入节点到输出节点的传递函数（或总增益）

n — 从输入节点到输出节点的前向通路总数

P<sub>k</sub> — 从输入节点到输出节点第k条前向通路总增益

$$\Delta = 1 - \sum L_a + \sum L_b L_c - \sum L_d L_e L_f + \cdots$$

$\sum L_a$  — 所有单独回路增益之和

$\sum L_b L_c$  — 在所有单独回路中两个回路增益乘积

$\sum L_d L_e L_f$  — 在所有单独回路中，三个回路增益的乘积

## 四、梅逊公式——求闭环传递函数（重点内容）

在信号流图中，任一输入节点至任一输出节点之间传递函数为：

$$P = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n P_k \Delta_k$$

$$\Delta = 1 - \sum L_a + \sum L_b L_c - \sum L_d L_e L_f + \cdots$$

$\sum L_a$  —— 所有单独回路增益之和

$\sum L_b L_c$  —— 在所有单独回路中两个回路增益乘积

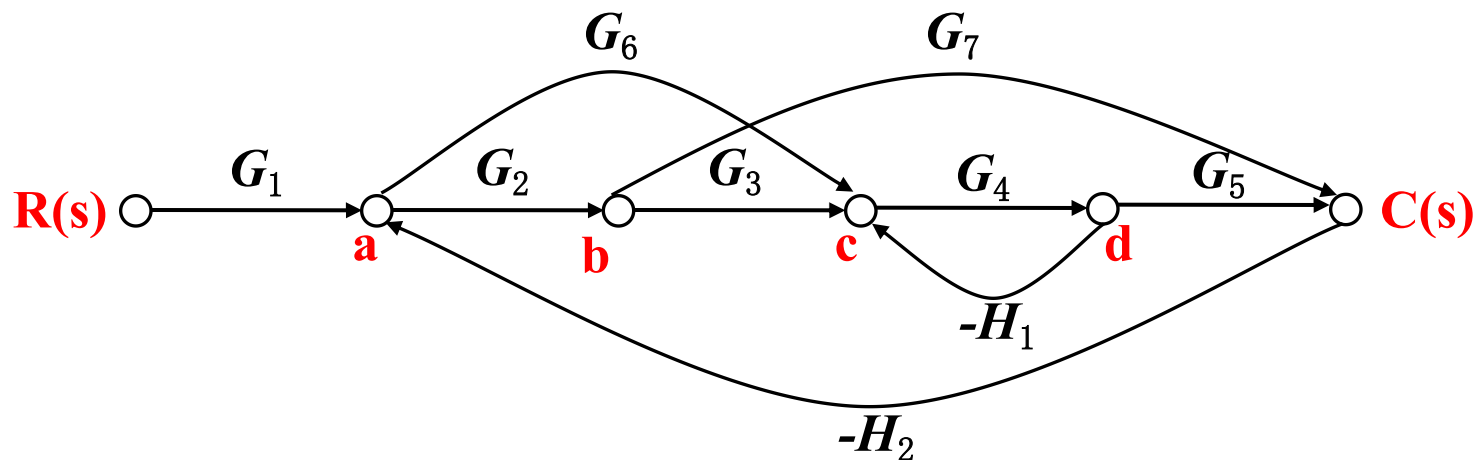
$\sum L_d L_e L_f$  —— 在所有单独回路中，三个回路增益的乘积

$P_k$  —— 第K条前向通路的总增益

$\Delta_k$  —— 第K条前向通路的余因子（ $\Delta$ 中除去与第K条通路接触的有关回路所在项后，余下的部分）

前向通路与所有回路接触时，余因子必为1

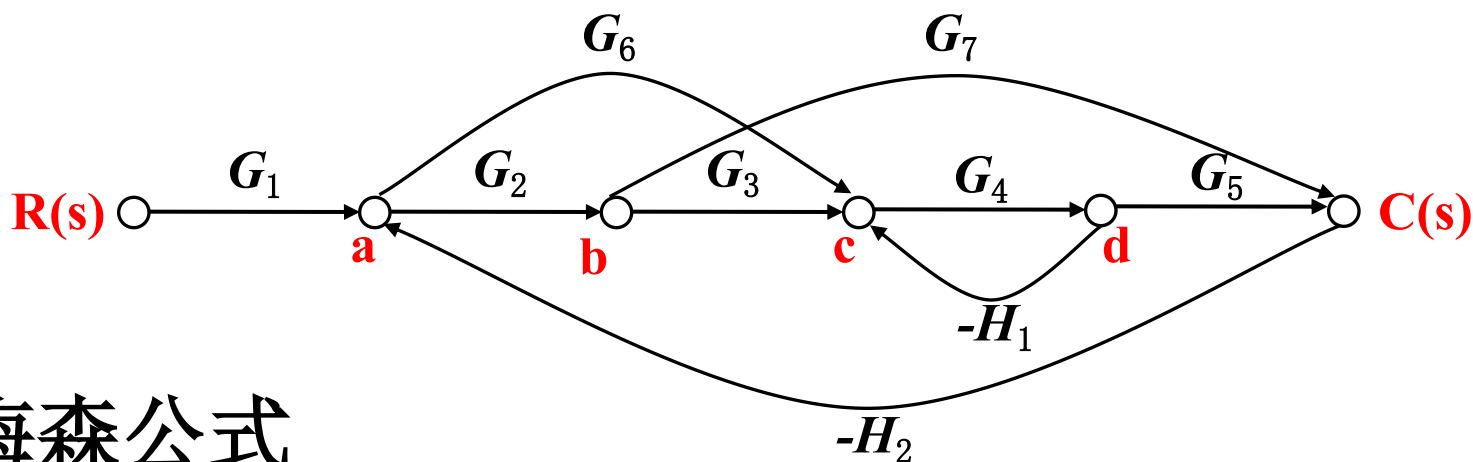
**[例]** 利用Mason公式求 $C(s)/R(s)$ 。



**解：** 该系统中有四个独立的回路：

$$L_1 = -G_4 H_1$$

# 结构图与信号流图



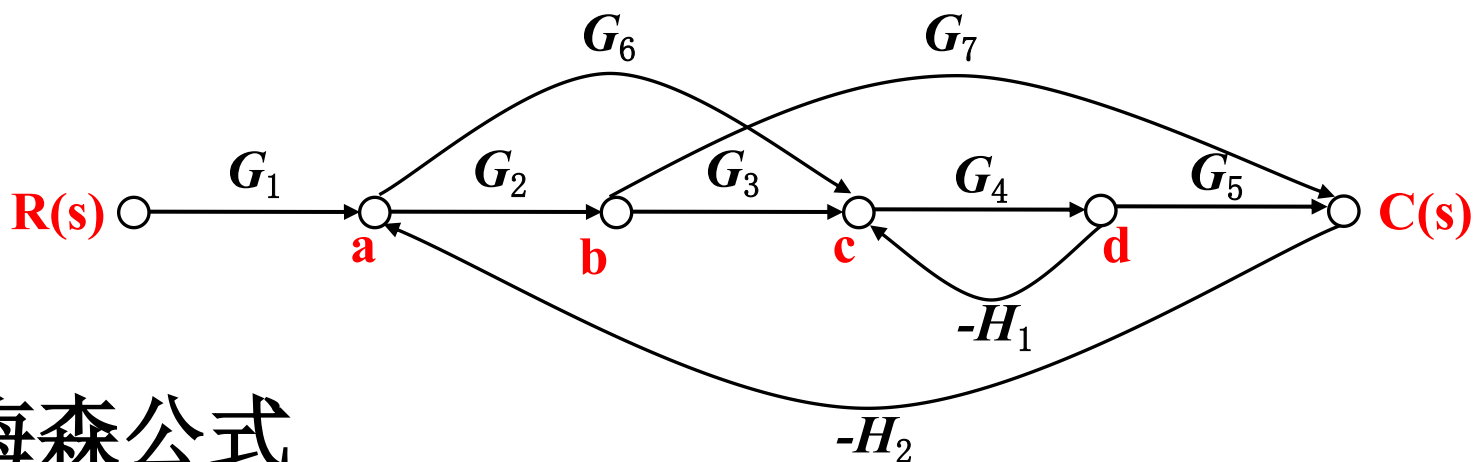
用梅森公式

- 该系统中有四个独立的回路：

$$L_1 = -G_4 H_1$$

$$L_2 = -G_2 G_7 H_2$$

# 结构图与信号流图



用梅森公式

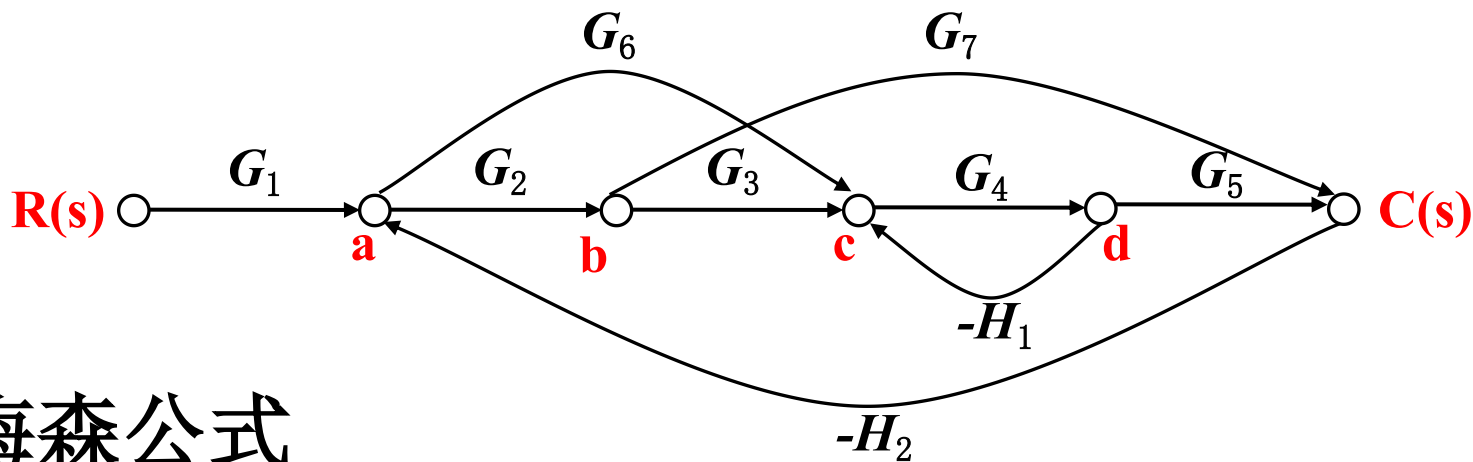
- 该系统中有四个独立的回路：

$$L_1 = -G_4 H_1$$

$$L_2 = -G_2 G_7 H_2$$

$$L_3 = -G_6 G_4 G_5 H_2$$

# 结构图与信号流图



## 用梅森公式

- 该系统中有四个独立的回路：

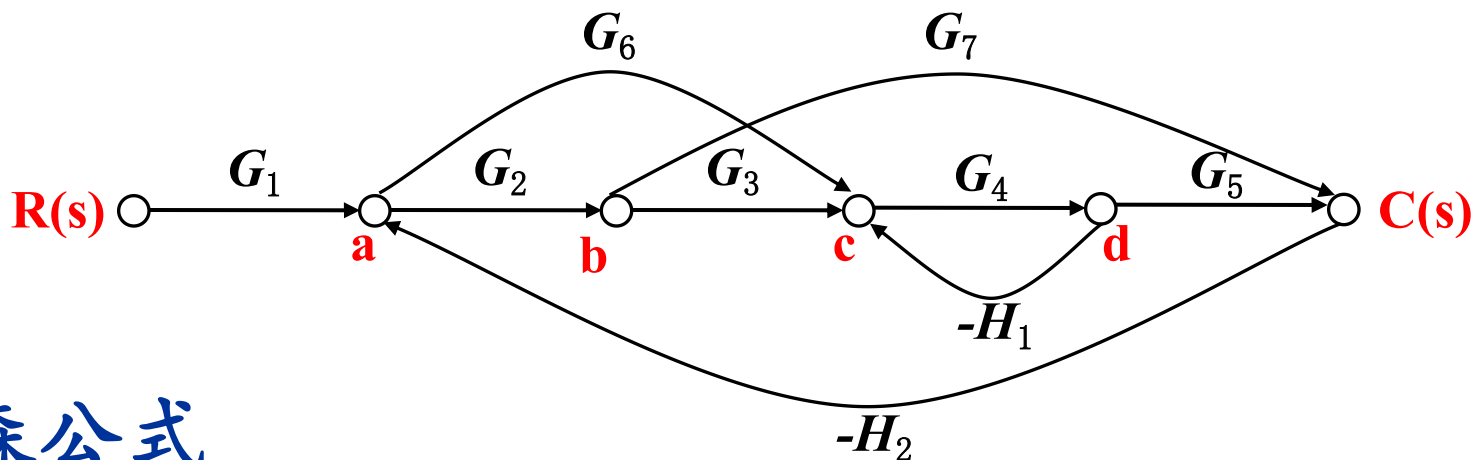
$$L_1 = -G_4 H_1$$

$$L_2 = -G_2 G_7 H_2$$

$$L_3 = -G_6 G_4 G_5 H_2$$

$$L_4 = -G_2 G_3 G_4 G_5 H_2$$

# 结构图与信号流图



## 梅森公式

➤ 该系统中有四个独立的回路

$$L_1 = -G_4 H_1$$

$$L_2 = -G_2 G_7 H_2$$

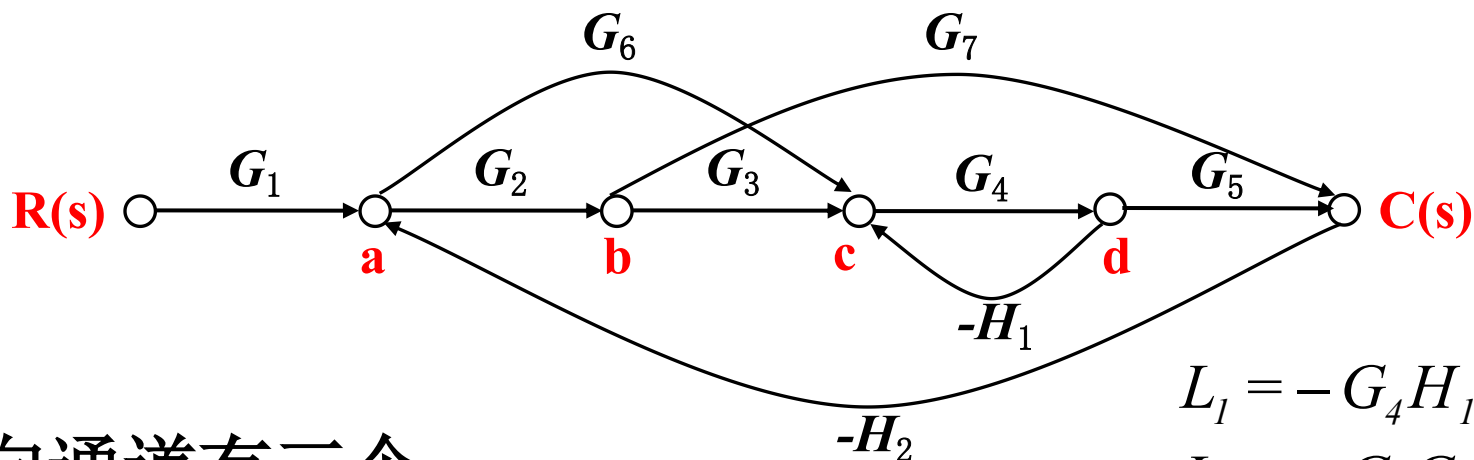
$$L_3 = -G_6 G_4 G_5 H_2$$

$$L_4 = -G_2 G_3 G_4 G_5 H_2$$

➤ 互不接触的回路  $L_1$   $L_2$

特征式  $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1 L_2$

# 结构图与信号流图



➤ 前向通道有三个

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 \quad \Delta_1 = 1$$

$$P_2 = G_1 G_6 G_4 G_5 \quad \Delta_2 = 1$$

$$L_1 = -G_4 H_1$$

$$L_2 = -G_2 G_7 H_2$$

$$L_3 = -G_6 G_4 G_5 H_2$$

$$L_4 = -G_2 G_3 G_4 G_5 H_2$$

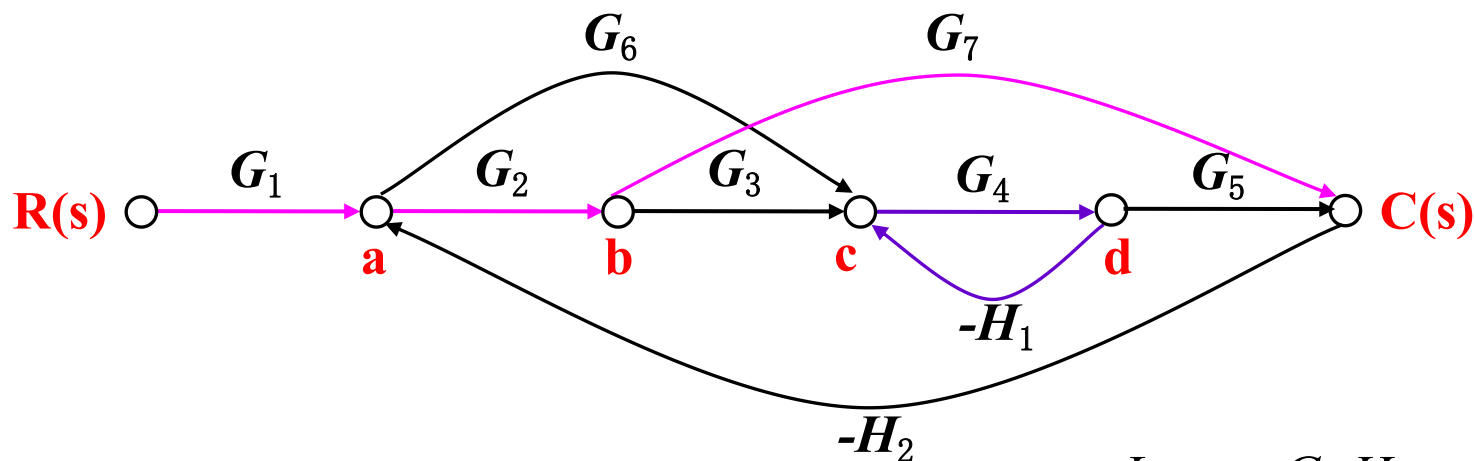
$P_k$ ——第K条前向通路的总增益

$\Delta_k$ ——第K条前向通路的余因子 ( $\Delta$ 中除去与第K条通路接触的有关回路所在项后, 余下的部分)

前向通路与所有回路接触时, 余因子必为1



# 结构图与信号流图



- 前向通道有三个：

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 \quad \Delta_1 = 1$$

$$P_2 = G_1 G_6 G_4 G_5 \quad \Delta_2 = 1$$

$$P_3 = G_1 G_2 G_7 \quad \Delta_3 = 1 - L_1$$

$$L_1 = -G_4 H_1$$

$$L_2 = -G_2 G_7 H_2$$

$$L_3 = -G_6 G_4 G_5 H_2$$

$$L_4 = -G_2 G_3 G_4 G_5 H_2$$

$P_k$ ——第K条前向通路的总增益

$\Delta_k$ ——第K条前向通路的余因子 ( $\Delta$ 中除去与第K条通路接触的有关回路所在项后, 余下的部分)

前向通路与所有回路接触时, 余因子必为1

# 结构图与信号流图

$$\text{将} \begin{cases} \Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1 L_2 \\ P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 & \Delta_1 = 1 \\ P_2 = G_1 G_6 G_4 G_5 & \Delta_2 = 1 \\ P_3 = G_1 G_2 G_7 & \Delta_3 = 1 - L_1 \end{cases}$$

代入

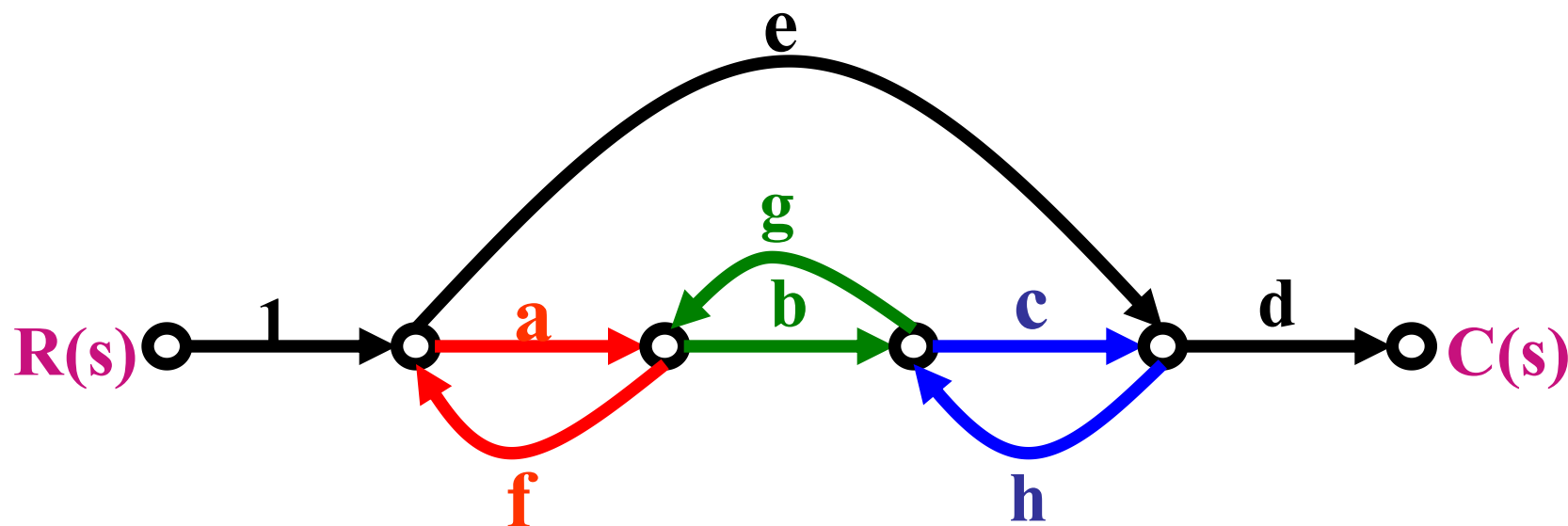
$$P = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^N p_k \Delta_k$$

得系统的传递函数  $C(s)/R(s)$  为

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} (P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + P_3 \Delta_3)$$

$$= \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 + G_1 G_6 G_4 G_3 + G_1 G_2 G_7 (1 + G_4 H_1)}{1 + G_4 H_1 + G_2 G_7 H_2 + G_6 G_4 G_5 H_2 + G_2 G_3 G_4 G_5 H_2 + G_4 H_1 G_2 G_7 H_2}$$

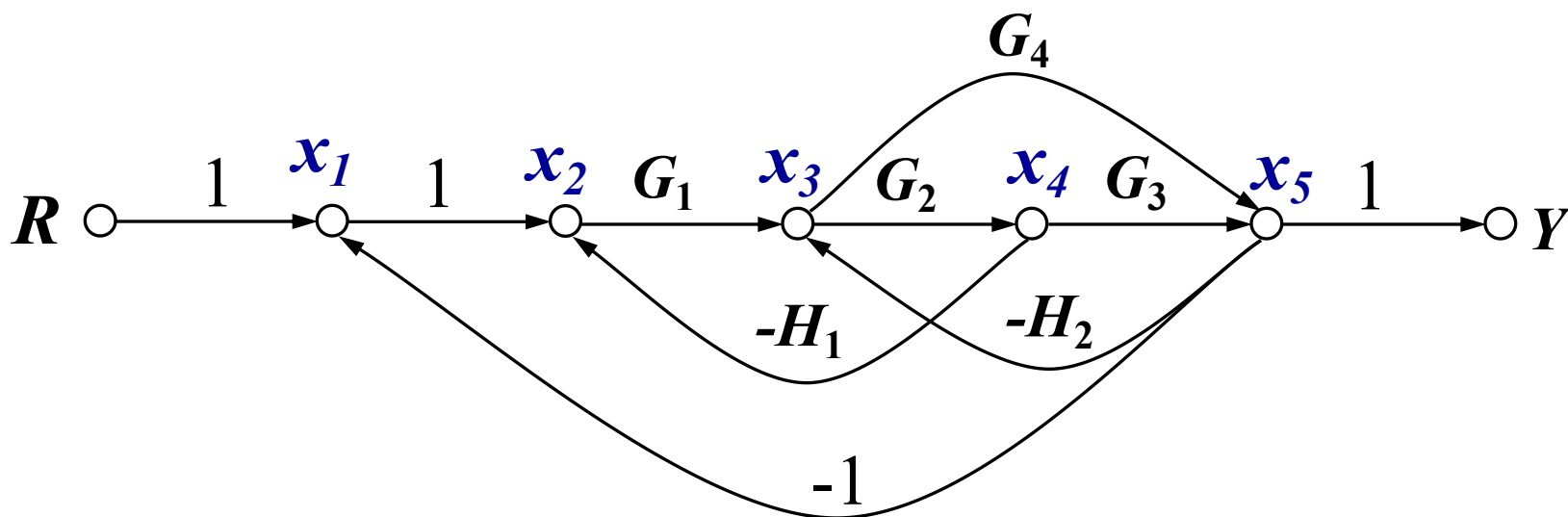
[例] 求系统传递函数。



四个单独回路，两个回路互不接触。前向通路两条。

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{abcd + ed(1 - bg)}{1 - af - bg - ch - ehgf + afch}$$

**[例]** 求系统传递函数。

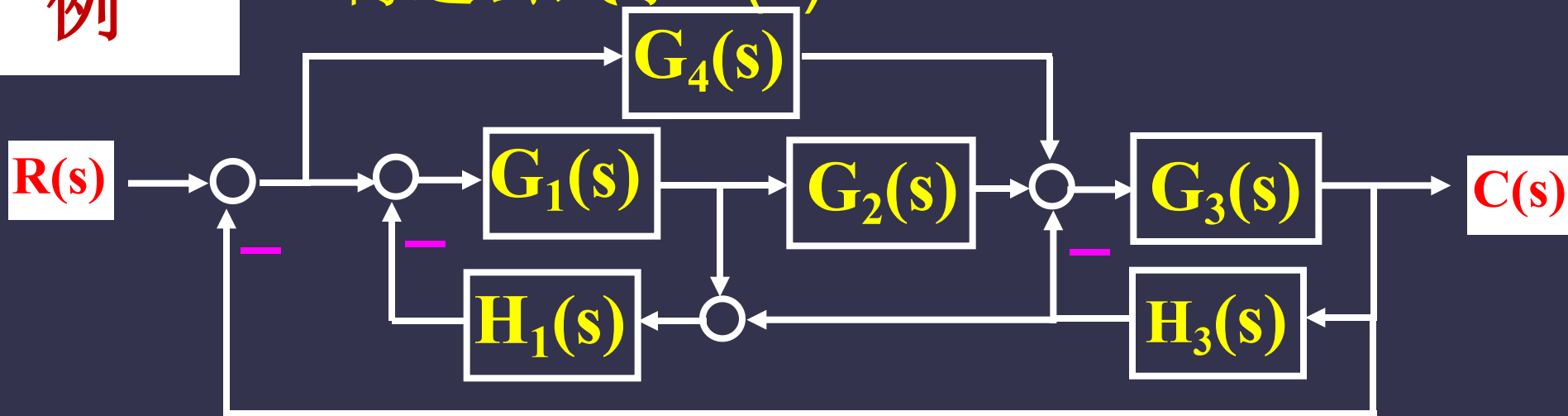


单独回路5条，没有互不接触回路，前向通路2条。

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4}{1 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_4 + G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_4 H_2}$$

例

梅逊公式求C(s)



$$\Delta_1 = 1$$

$$\Delta_2 = 1 + G_1 H_1$$

$$P_1 = G_1 G_2 G_3$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = ?$$

$$P_2 = G_4 G_3$$

$$L_1 = -G_1 H_1$$

$$L_2 = -G_3 H_3$$

$$L_3 = -G_1 G_2 G_3 H_3 H_1$$

$$L_4 = -G_4 G_3$$

$$L_5 = -G_1 G_2 G_3$$

$$L_1 L_2 = (-G_1 H_1) (-G_3 H_3) = G_1 G_3 H_1 H_3$$

$$L_1 L_4 = (-G_1 H_1) (-G_4 G_3) = G_1 G_3 G_4 H_1$$