南 京 航 空 航 天 大 学

二〇二一 ～ 二〇二二 学年 第1学期

课程名称：**《自动控制原理》参考答案及评分标准**

命题教师 试卷类型： 试卷代号：

一、
$$\therefore C(s)=R(s)\phi_{cr}(s)+N(s)\phi_{cn}(s)$$
$$=\frac{G_1G_3G_2G_4R+G_4(1+G_1G_2H_2+G_2G_3H_1)N}{1+G_1G_2H_2+G_2G_3H_1+G_3G_4H_3+G_1G_2G_3G_4H_2H_3}$$

二、令系统的闭环传递函数为$\Phi(s)=\dfrac{K}{s^3+as^2+bs+K}$，则$G(s)=\dfrac{K}{s(s^2+as+b)}$，

$e_{ss}=\dfrac{1}{K_v}=\dfrac{b}{K}=1.125$，由$t_p=\dfrac{\pi}{\omega_d}=3.626$，得$\omega_d=0.866$，$\sigma\%=16.32\%$，得$\xi=0.5$。

由$\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$，得$\omega_n=1$。故主导极点$s_{1,2}=-\xi\omega_n\pm j\omega_d=-0.5\pm j0.866$。又因为

$s^3+as^2+bs+K=(s+0.5+j0.866)(s+0.5-j0.866)(s+c)$，即

$s^3+as^2+bs+K=(s^2+s+1)(s+c)$。得$K=8$，$a=9$，$b=9$，$c=8$，

所以$G(s)=\dfrac{8}{s(s^2+9s+9)}$。

三、(1)特征方程为$1+G(s)=0$，即$1+\dfrac{(s+K)(s+4)}{s(s^2+s-3)}=0$，等效开环传递函数

$G(s)=\dfrac{K(s+4)}{s(s+1)^2}$，分离点$\dfrac{1}{d}+\dfrac{2}{d+1}=\dfrac{1}{d+4}$，$d_1=-0.354$，$d_2=-5.646$（舍去）；

根轨迹与虚轴交点$K=1$，$\omega=\sqrt{2}$；根轨迹图略。

(2) 将$s=d_1=-0.354$代入特征方程，可以求出闭环出现重极点时$K=0.04$；开环

传递函数$G(s)=\dfrac{(s+4)(s+0.04)}{s(s^2+s-3)}$；闭环传递函数为$\Phi(s)=\dfrac{(s+4)(s+0.04)}{(s+0.354)^2(s+1.292)}$；

(3) $G(s)=\dfrac{(s+K)(s+4)}{s(s^2+s-3)}=\dfrac{-\frac{4K}{3}(s/K+1)(s/4+1)}{s(-s^2/3-s/3+1)}$ ； $e_{ss}=\dfrac{1}{-4K/3}=-\dfrac{3}{4K}$ ，由 $\left|e_{ss}\right|=\dfrac{3}{4K}\le 1$ ，得 $K\ge\dfrac{3}{4}$ ；考虑到稳定性，最后得 $\dfrac{3}{4}\le K<1$ 。

四、$\varphi(s)=\dfrac{K}{s^2+as+K}$ ，$\omega_n=\sqrt{K}$ ，$2\xi\omega_n=a$ ，$\omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$ ，可得：

$a=2K-1$ 。又 $\left|\varphi(j1)\right|=\dfrac{K}{\sqrt{(K-1)^2+a^2}}=1$ ，联立两式可取：$K=1,a=1$ 。系统是 I 型系统，对于 $r_1(t)=1$ 无稳态误差，故 $c_{ss1}=1$ 。对于 $r_2(t)=2\sin(2t)$ ，

$\left|\varphi(j\omega)\right|_{\omega=2}=\dfrac{K}{\sqrt{(K-\omega^2)^2+a^2\omega^2}}=0.545$ ，$\angle\varphi(j\omega)_{\omega=2}=-146.3°$ ，

从而 $c_{ss2}=0.545\sin(2t-146.3°)$ ，$c_{ss}=1+0.545\sin(2t-146.3°)$ 。

令 $\left|G(j\omega)\right|=1$ ，$\omega_c=0.786$ 。$\gamma=180°-90°-\arctan(0.786)=51.8°$ 。

把 a 当成未知量，将 $K=10,\omega=\omega_c=0.786$ 代入 $\left|G(j\omega)\right|=1$ ，解得 $a=3.16$ 。

五、$G(z)=Z\left[\dfrac{2}{s(s+1)}\right]=\dfrac{z}{(z-1)(z-0.5)},\phi(z)=\dfrac{z}{z^2-0.5z+0.5}$,特征方程

$z^2-0.5z+0.5=0,z_{1,2}=0.25\pm j0.66,\left|z_{1,2}\right|=0.706<1$, 系统稳定：

系统是 I 型系统，对阶跃输入无稳态误差，故 $c(\infty)=1$ 。

六、(1) $-\dfrac{1}{N(A)}=-\dfrac{2\pi A}{\pi A+8}$ ，当 $A\to 0$ 时，$-\dfrac{1}{N(A)}\to 0$ ，当 $A\to\infty$ ，$-\dfrac{1}{N(A)}\to -2$ ；

把 $s=j\omega$ 代入 $G(s)$ 中，令其虚部为零，可以解得：$\omega=\sqrt{3}$ ，$G(j\omega)=-0.5$ 。两者有交点，且随着 A 增大，由不稳定区进入稳定区，所以自振稳定；

(2) 由（1）知：$\omega=\sqrt{3}$ ；利用 $1+N(A)G(s)=0$ ，求得：$A=\dfrac{8}{3\pi}$ ；$c(t)=-\dfrac{8}{3\pi}\sin\sqrt{3}t$ 。