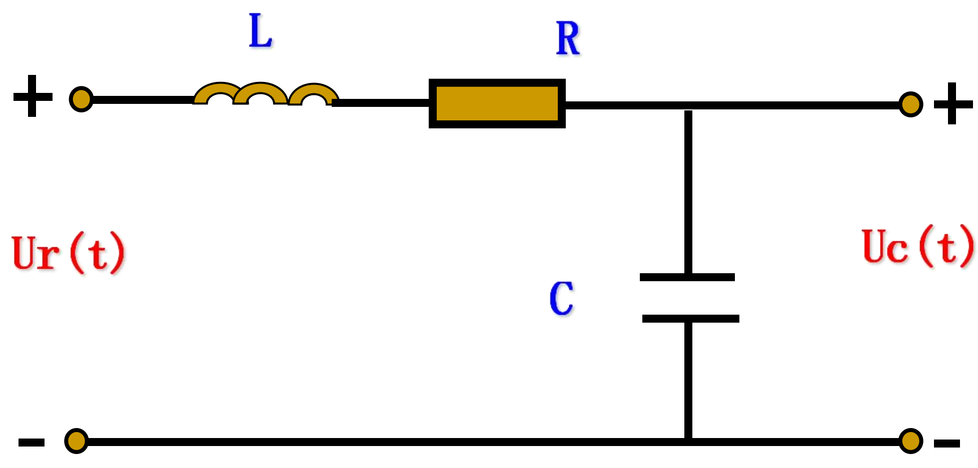
3-4 二阶系统的动态性能分析

一、二阶系统的数学模型

$$LC\frac{du_c^2(t)}{dt^2}+RC\frac{du_c(t)}{dt}+u_c(t)=u_r(t)$$



以二阶微分方程描述的系统称为二阶系统

标准形式：

$$\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

ω_n -- 无阻尼振荡频率

ζ -- 阻尼比

又称无闭环零点的二阶系统

标准形式：

$$\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^{\ 2}}$$

又称无闭环零点的二阶系统

非标准形式：

$$\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K\omega_n^2*(s+a)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

带闭环零点的二阶系统

标准形式：

$$\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n{}^2}$$

特征方程： $D(s)=s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n{}^2=0$

特征根： $s_{1,2}=-\zeta\omega_n\pm\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}$

[例] 已知单位反馈系统的闭环传递函数（见上），求其开环传递函数，并画出其结构图。

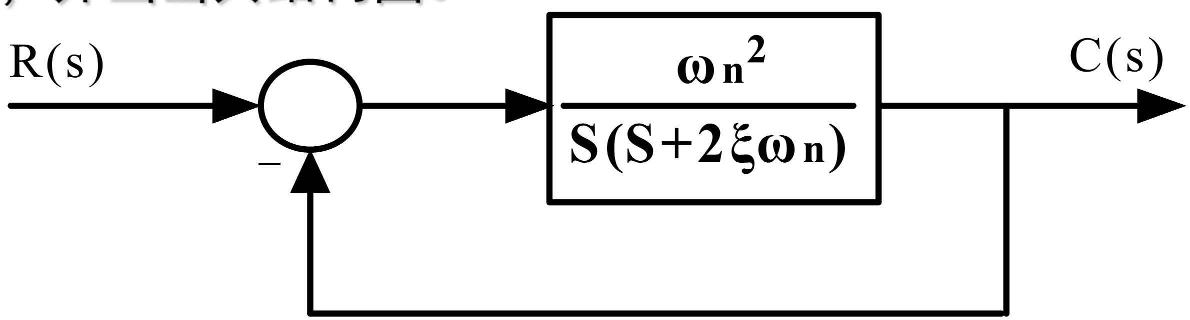


图3-8 标准形式的二阶系统方块图

[例] 已知 $\phi(s)=\dfrac{8}{s^2+4s+16}$ 求 $\omega_n=?\quad \zeta=?$

[例] 已知 $\phi(s)=\dfrac{2(s+2)}{s^2+4s+16}$ 求 $\omega_n=?\quad \zeta=?$

此系统为带闭环零点的二阶系统

$$\phi(s)=\frac{0.5*16}{s^2+4s+16}$$

$\boxed{\omega_n^2=16,\ 2\zeta\omega_n=4}$

$$\boxed{\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}}$$

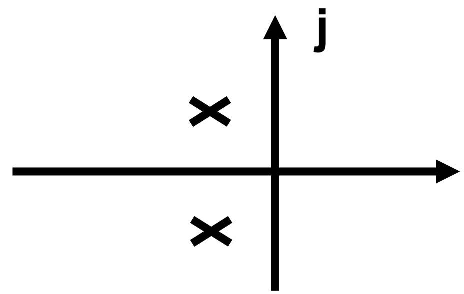
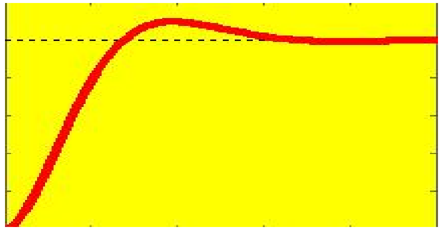
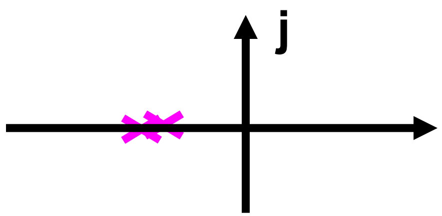
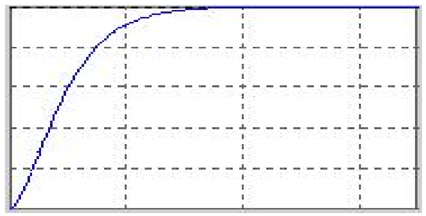
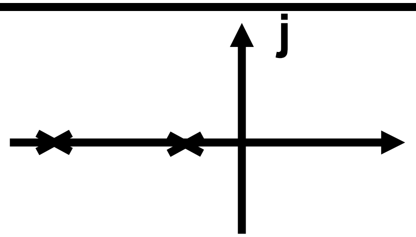
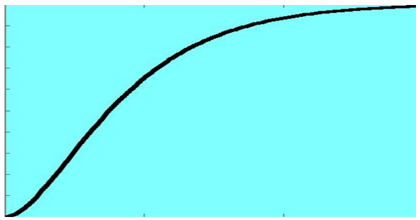
答案：

$$\zeta=0.5\qquad \omega_n=4$$

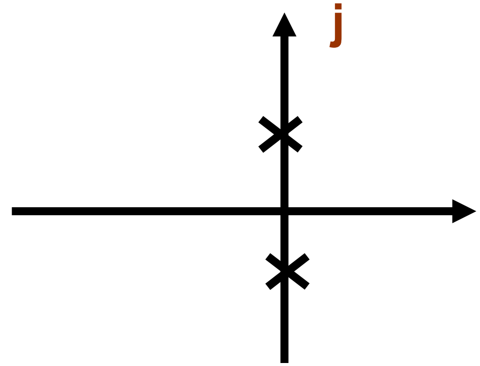
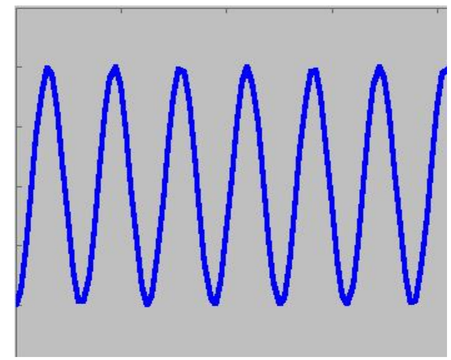
$$\boxed{\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K\omega_n^2\bullet(s+a)}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}}$$

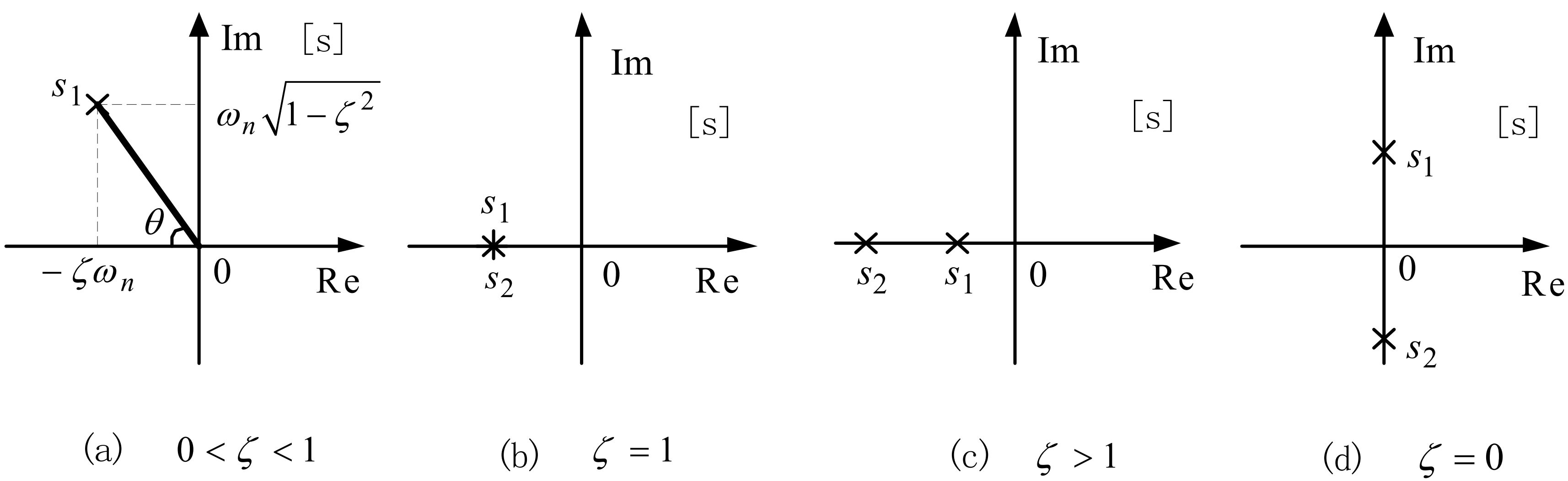
$$\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}\qquad s_{1,2}=-\zeta\omega_n\pm\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}$$

闭环零、极点的分布与阻尼比的关系

阻尼比	闭环零、极点	单位阶跃响应
$0<\zeta<1$		
$\zeta=1$		
$\zeta>1$		

$$\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}\qquad s_{1,2}=-\zeta\omega_n\pm\omega_n\sqrt{\zeta^2-1}$$

阻尼比	闭环零极点	单位阶跃响应
$\zeta=0$		



二阶系统零极点分布图

二、二阶系统单位阶跃响应

$$\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

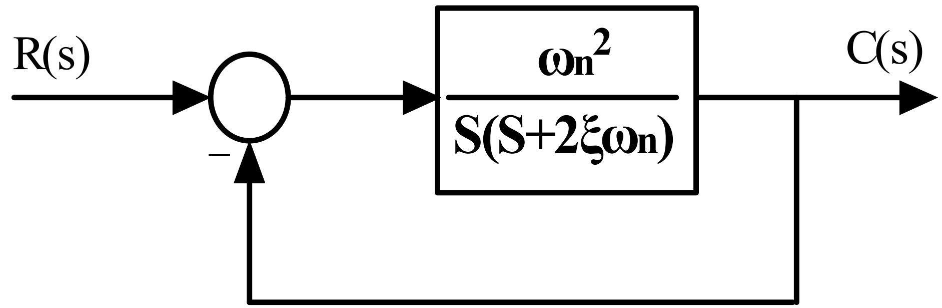


图3-8 标准形式的二阶系统方块图

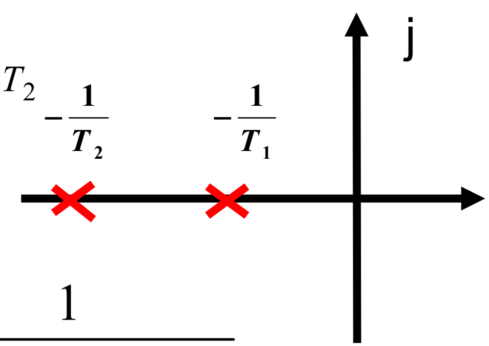
1 过阻尼情况（$\zeta > 1$）

$$S_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2-1}$$

a 响应曲线

$$h(t)=L^{-1}[C(s)]=L^{-1}\left[\frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)} * \frac{1}{s}\right]$$

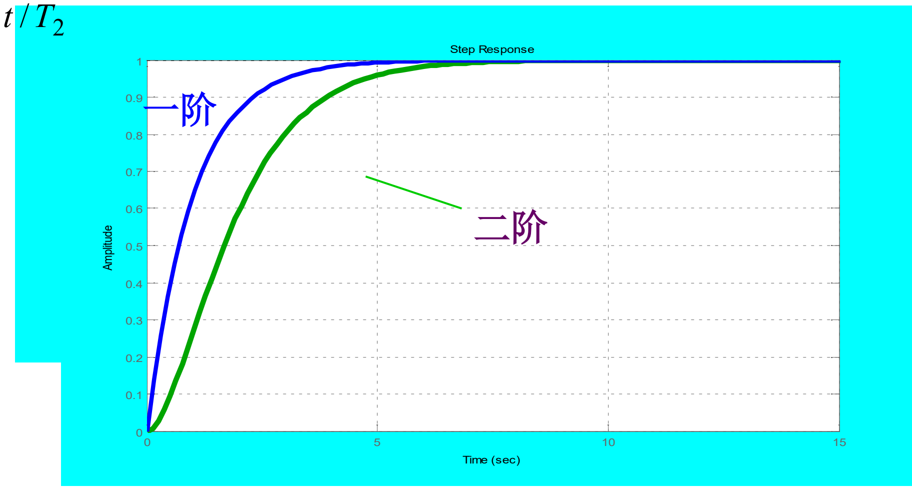
$$=1+\frac{1}{T_2/T_1-1}e^{-t/T_1}+\frac{1}{T_1/T_2-1}e^{-t/T_2}$$



$$T_1=\frac{1}{\omega_n(\zeta-\sqrt{\zeta^2-1})} \qquad T_2=\frac{1}{\omega_n(\zeta+\sqrt{\zeta^2-1})}$$

$$\frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$$

$$h(t)=1+\frac{1}{T_2/T_1-1}e^{-t/T_1}+\frac{1}{T_1/T_2-1}e^{-t/T_2}$$



b 性能指标--- ts

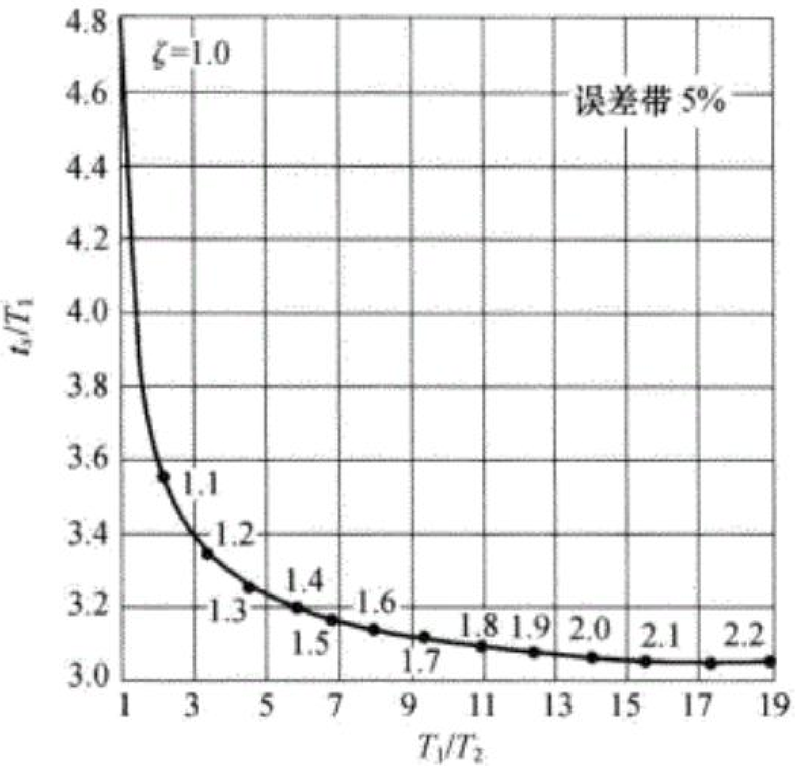
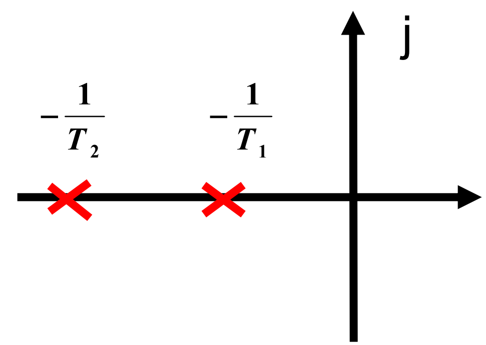


图 3.4.8 过阻尼二阶系统调节时间特性



$$\boxed{\frac{1}{TS+1}} \qquad \frac{1}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$$

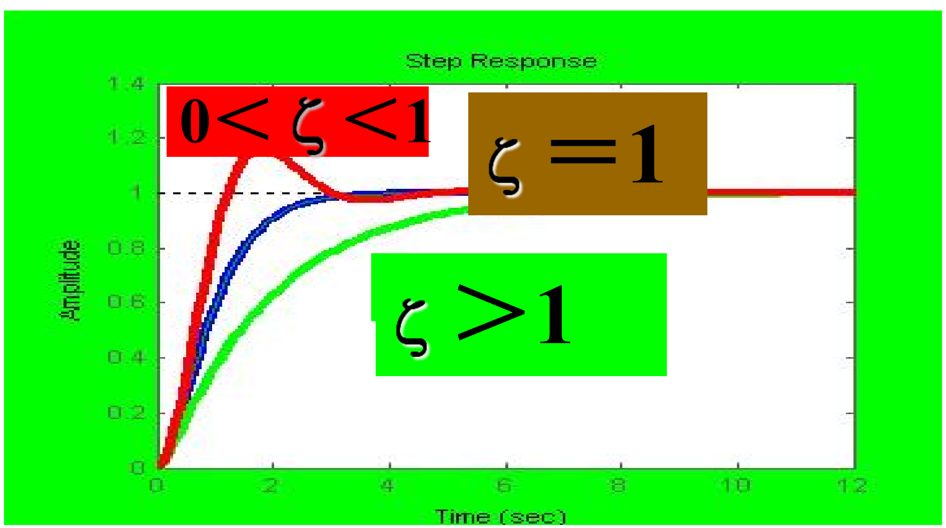
b 性能指标--- ts

结论：

$$\zeta > 1 \quad \text{当} \ T_1 \geq 4T_2 \quad t_S = 3T_1$$

$$\zeta = 1 \qquad t_S = 4.75T_1$$

一般不将系统设计成此种情况



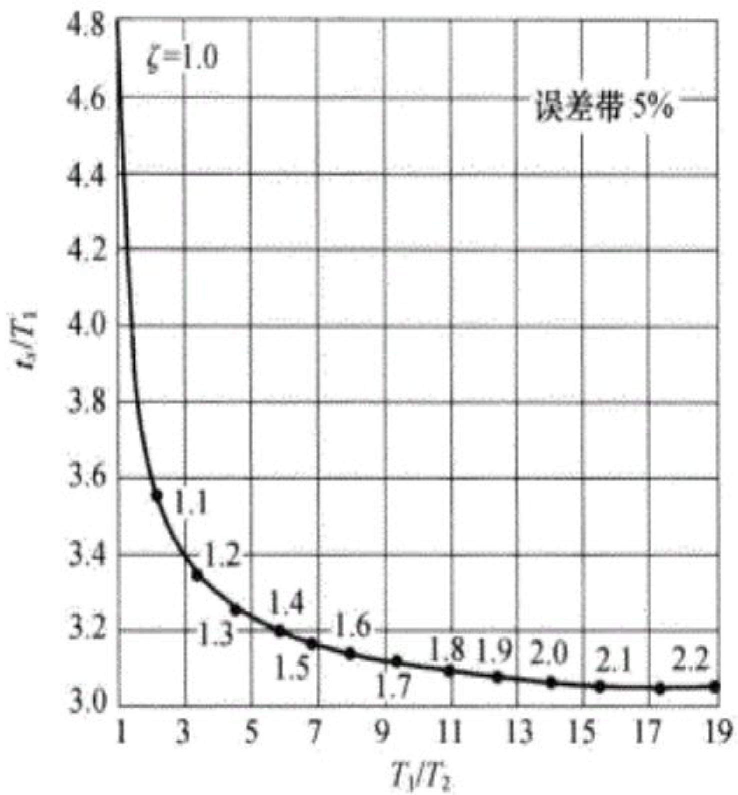
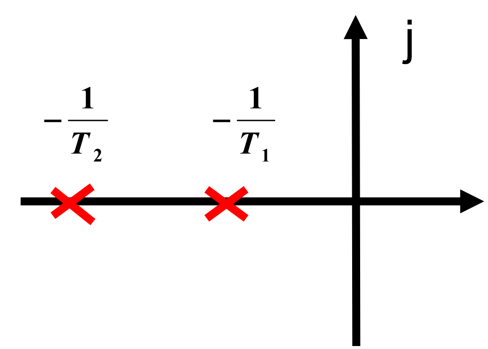


图 3.4.8 过阻尼二阶系统调节时间特性

$$\frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$



$$\phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

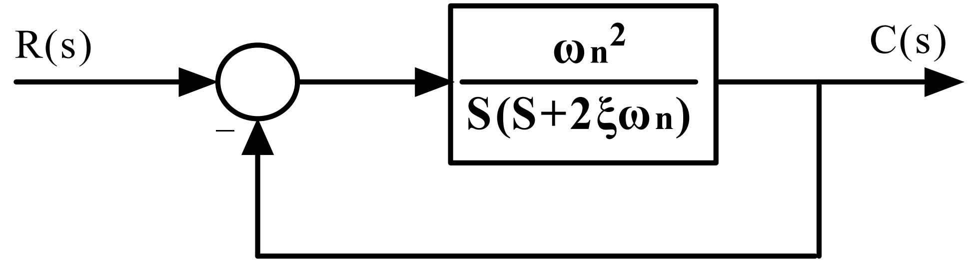
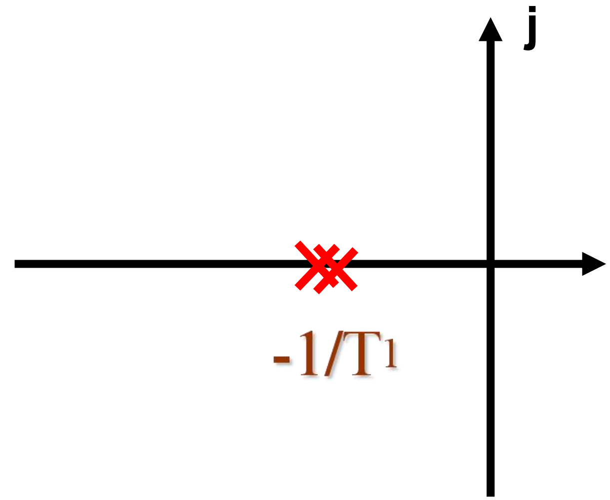


图3-8 标准形式的二阶系统方块图

$$S_{1,2}=-\xi\omega_n\pm\omega_n\sqrt{\xi^2-1}$$

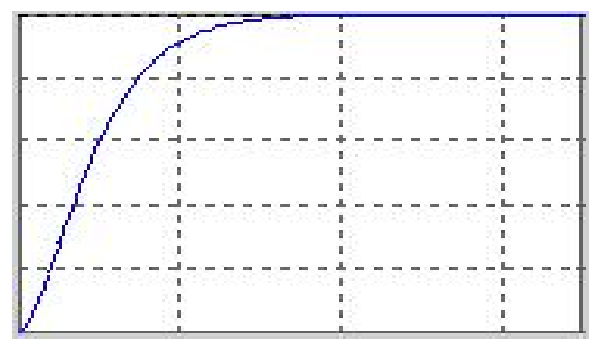
2 临界阻尼（$\zeta=1$）情况

a 响应曲线



$$h(t)=L^{-1}[C(s)]=L^{-1}[\frac{\omega_n^2}{(s+\omega_n)^2}*\frac{1}{s}]$$

$$=1-(1+\omega_n t)e^{-\omega_n t}$$



b 性能指标--- ts

$$\zeta = 1$$

$$T_1 = T_2 \qquad t_S = 4.75T_1$$

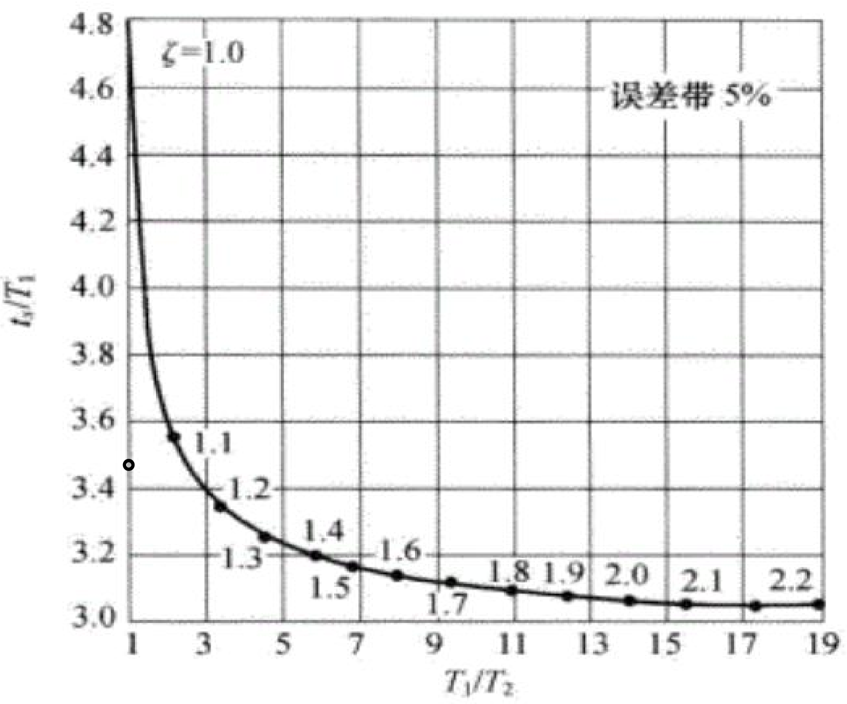


图 3.4.8 过阻尼二阶系统调节时间特性

3 欠阻尼（ $0<\zeta<1$ ）情况

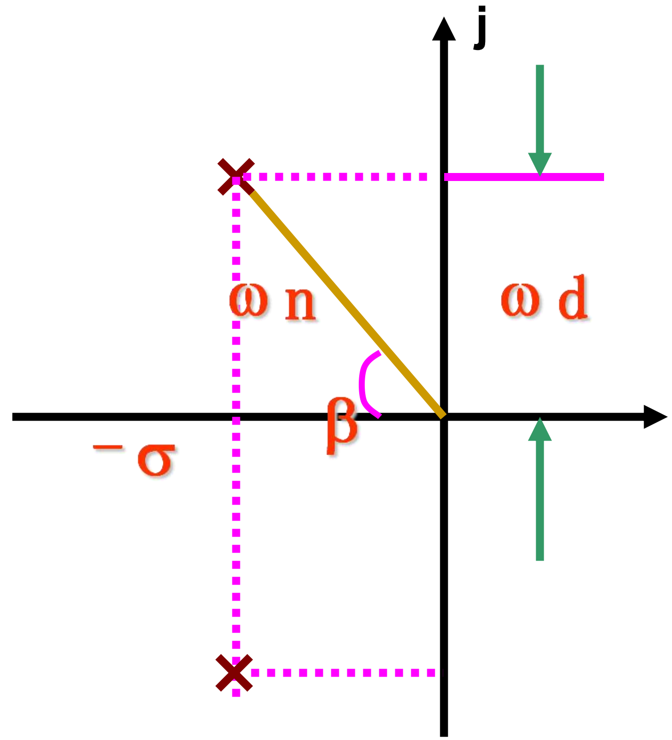
$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$= -\sigma \pm j\omega_d$$

$\sigma = \zeta\omega_n$ —衰减系数

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ —阻尼振荡频率

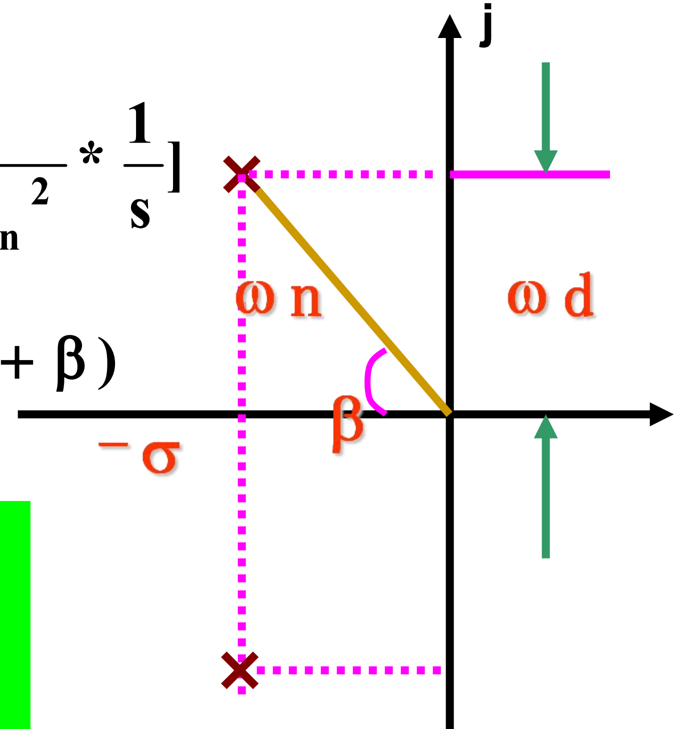
$$\boxed{\beta = \arccos\zeta}$$ —阻尼角

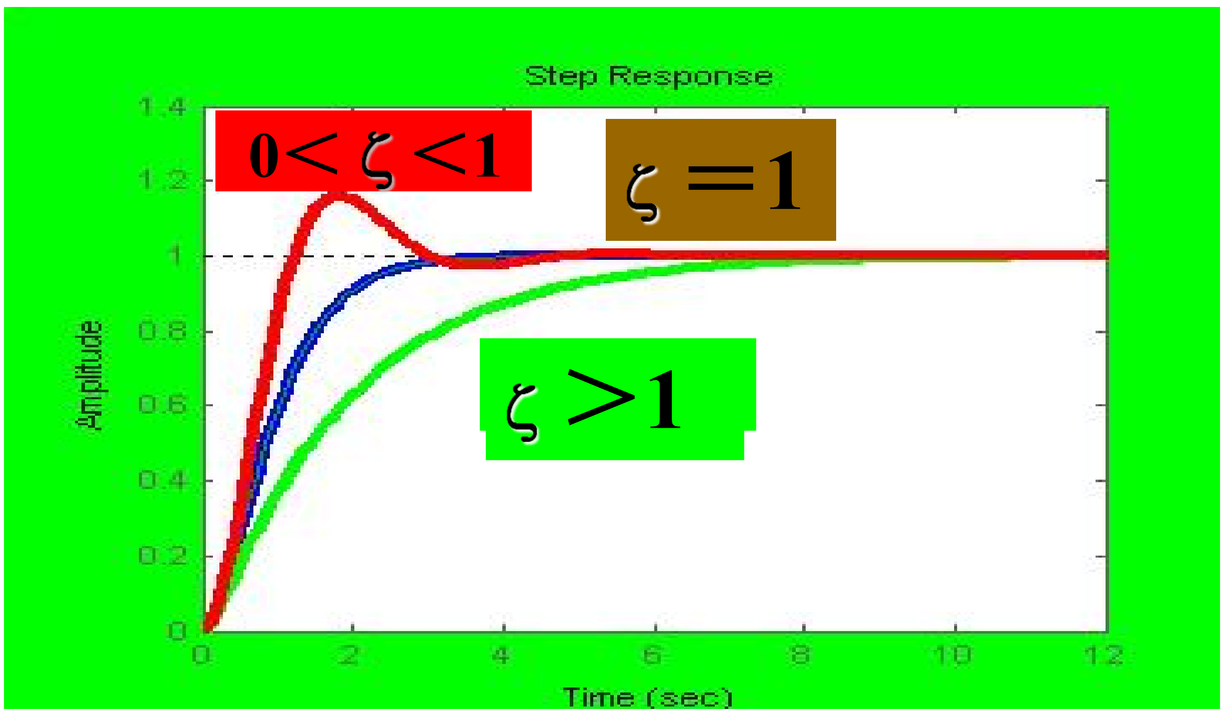


a 响应曲线

$$h(t) = L^{-1}[C(s)] = L^{-1}\left[\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} * \frac{1}{s}\right]$$

$$= 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t + \beta)$$

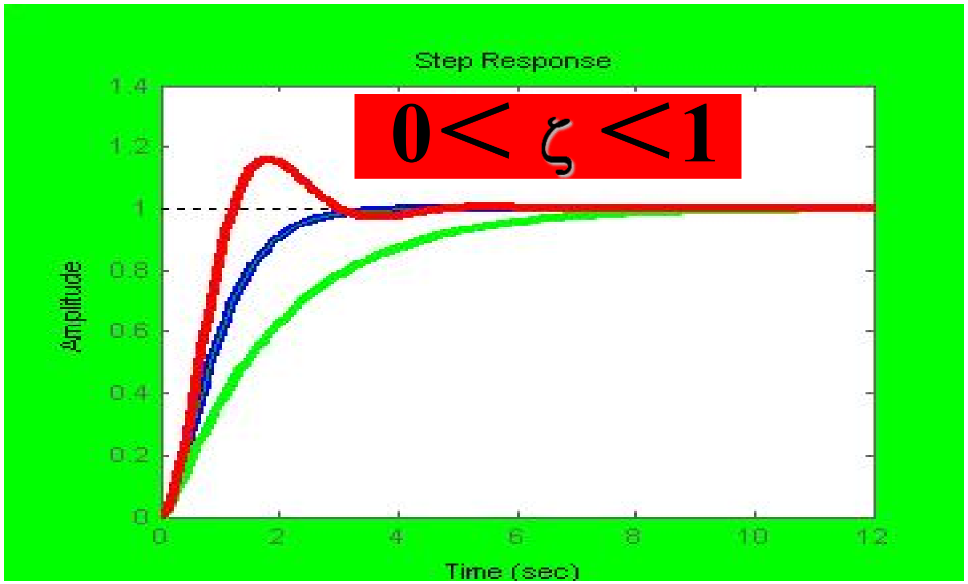


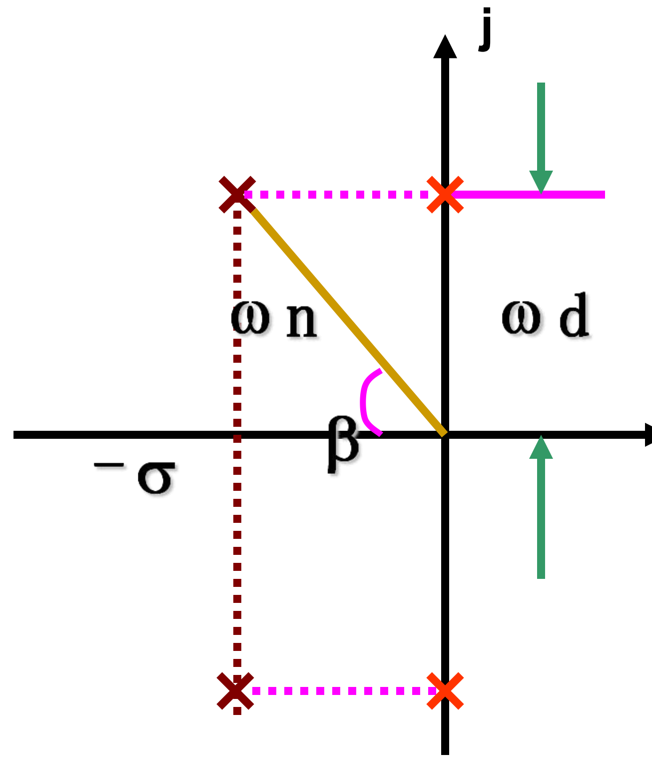


$$\sigma = \zeta\omega_n$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$h(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \beta)$$





结论： 1） 响应曲线为按指数规律衰减振荡

2） 包络线 $1 \pm e^{-\zeta\omega_n t} / \sqrt{1-\zeta^2}$

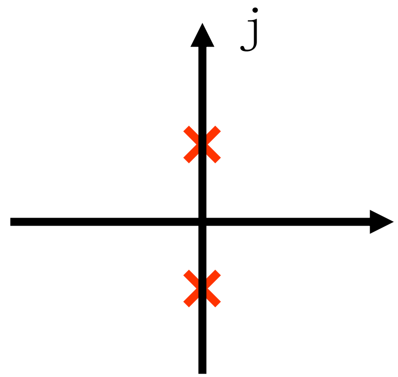
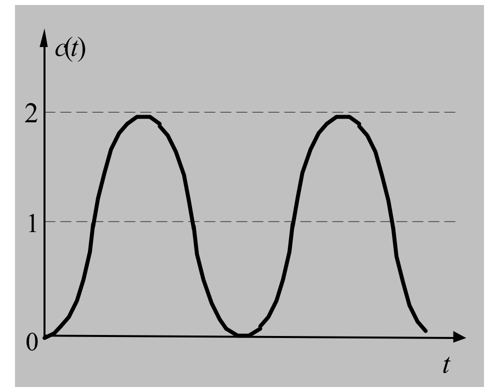
$\sigma = \zeta\omega_n$

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

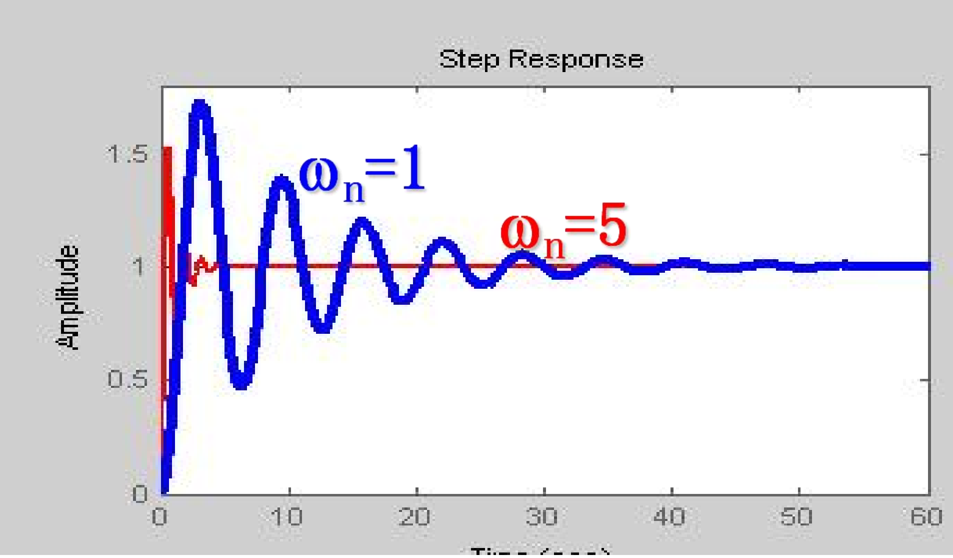
3） $\zeta = 0$ 时，

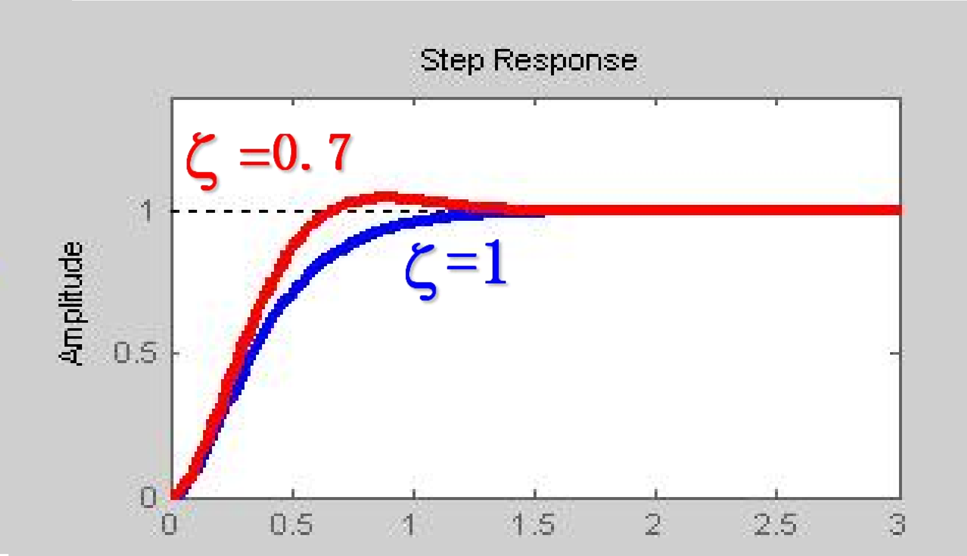
$$c(t) = 1 - e^{-\zeta\omega_n t}\cos\omega_d t - \frac{\zeta\omega_n}{\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t}\sin\omega_d t = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t}\sin(\omega_d t + \beta) \quad t \geqslant 0$$

$$h(t) = 1 - \cos\omega_n t \qquad t \geq 0$$

阻尼比	闭环零极点	单位阶跃响应
$\zeta=0$		

3） $\zeta=0$ 时，$h(t)=1-\cos\omega_n t \qquad t\geq 0$





$\zeta = 0.2 \qquad \omega_n = 1 \qquad \omega_n = 5$

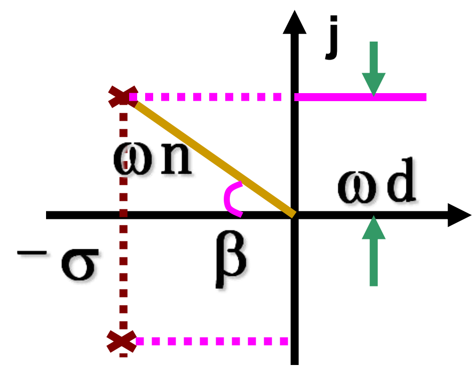
快速性　平稳性

$$h(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \beta)$$

结论：

1）特征根离虚轴越远，快速性越好

2）特征根离实轴越近，平稳性越好



根的实部　$\sigma = \zeta\omega_n$

根的虚部　$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

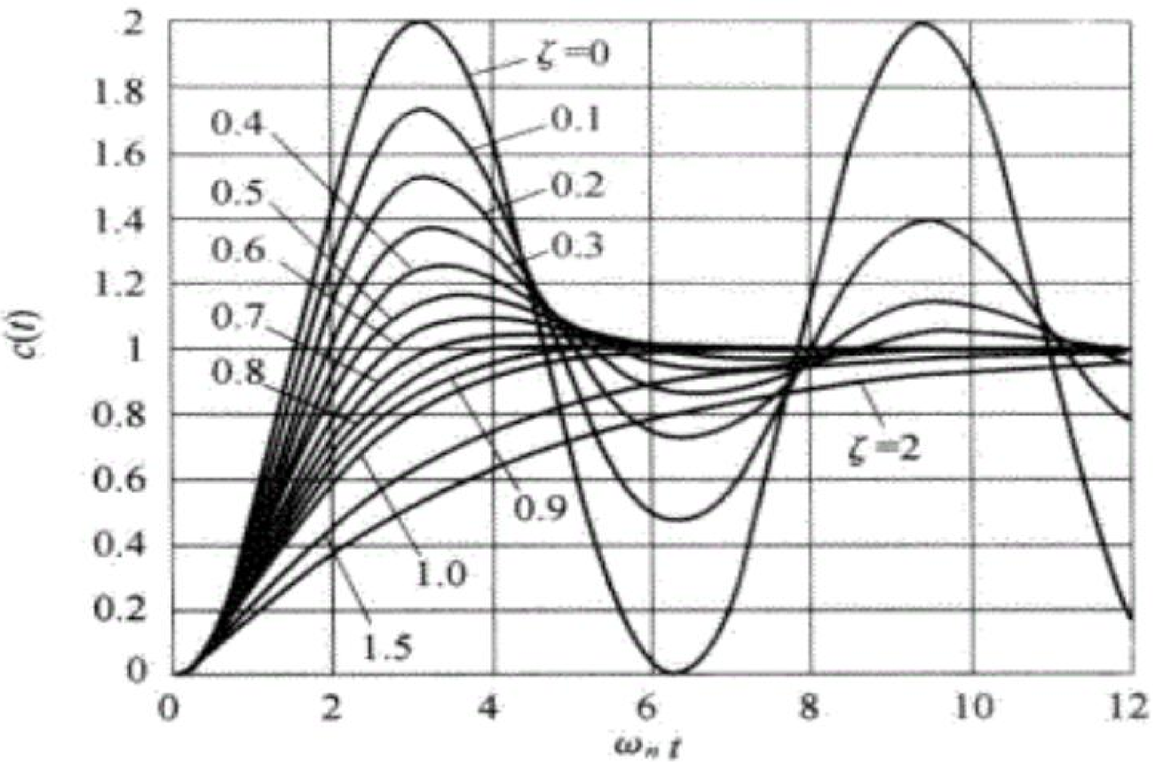
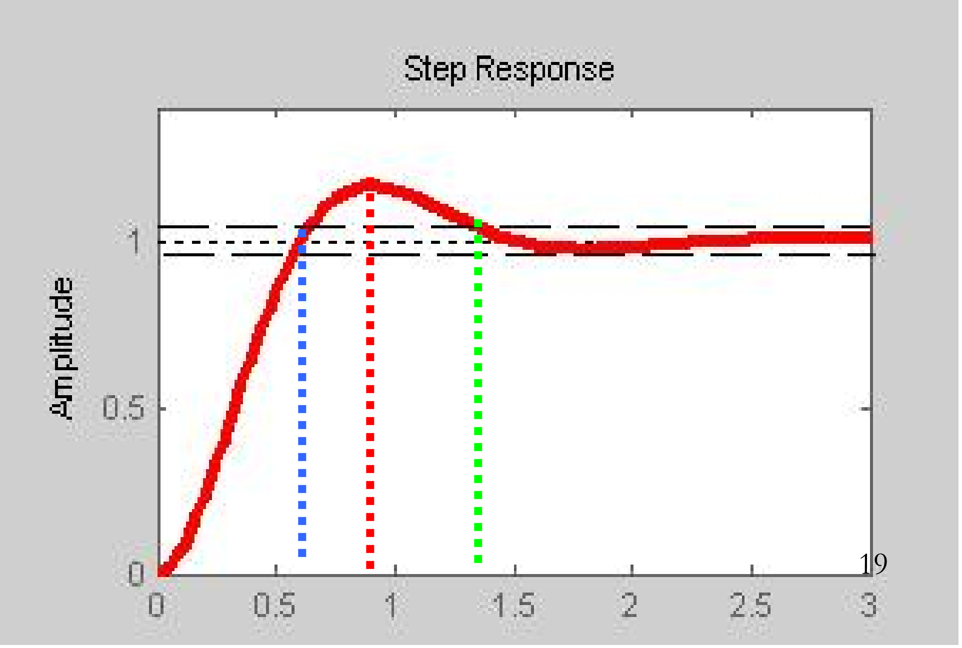


图 3.4.11　二阶系统单位阶跃响应曲线

综上所述，当阻尼比 ζ 取不同数值时，系统输出 $c(t)$ 随 $\omega_n t$ 变化的曲线如图 3.4.11 所示。由图可见，在过阻尼和临界阻尼响应曲线中，临界阻尼响应具有最短的上升时间，响应速度最快；在欠阻尼响应曲线中，阻尼比越小，超调量越大，上升时间越短，一般取 $\zeta=0.4\sim0.8$，此时超调量适度，调节时间较短；

b 动态性能指标



1）上升时间（tr）

$$h(t_{\mathrm{r}}) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t_r}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t_r + \beta) = 1$$

$$h(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t + \beta)$$

由于 $e^{-\zeta\omega_n t_r} \neq 0$，所以 $\sin(\omega_d t_r + \beta) = 0$

$$\omega_d t_r + \beta = n\pi$$

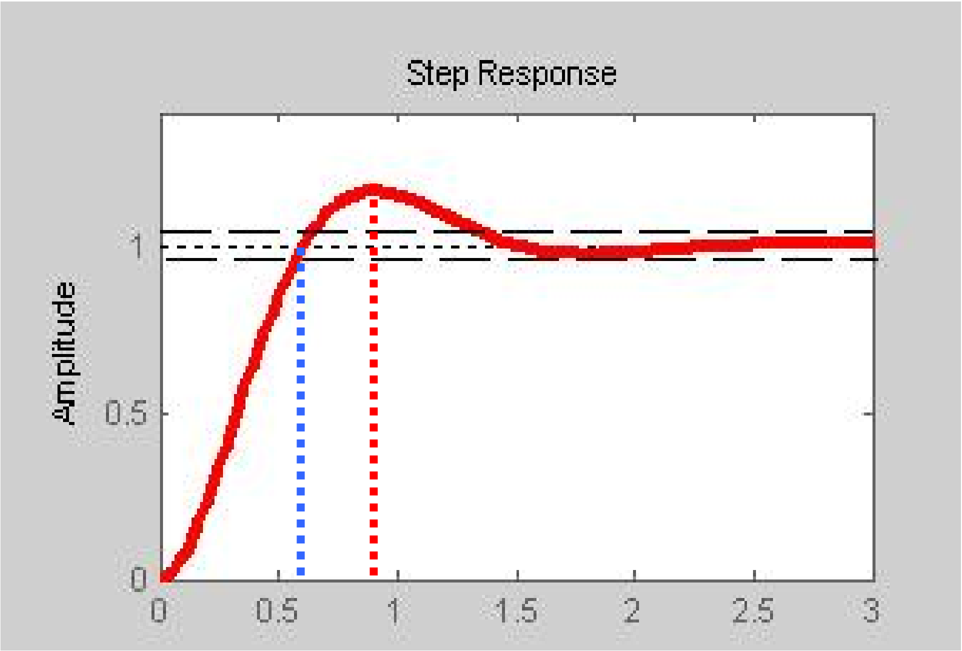
由于是第一次上升到 $c(\infty)$ 所需的时间为 t_r，因此取 $n=1$，

$$\boxed{t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

2）峰值时间（t_p）

$$\frac{dh(t_p)}{dt} = 0$$

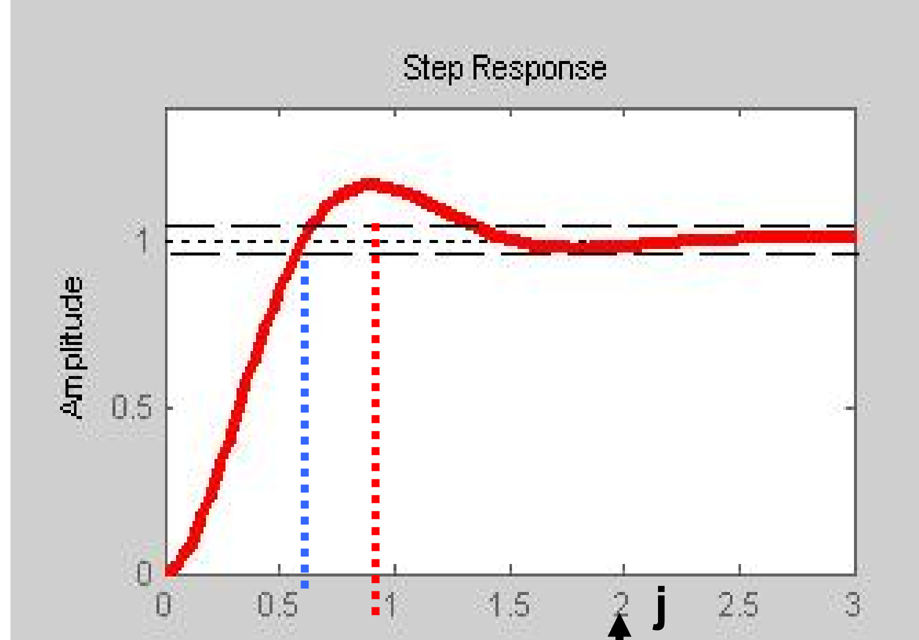
$$\boxed{t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}}$$



$$h(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \beta)$$

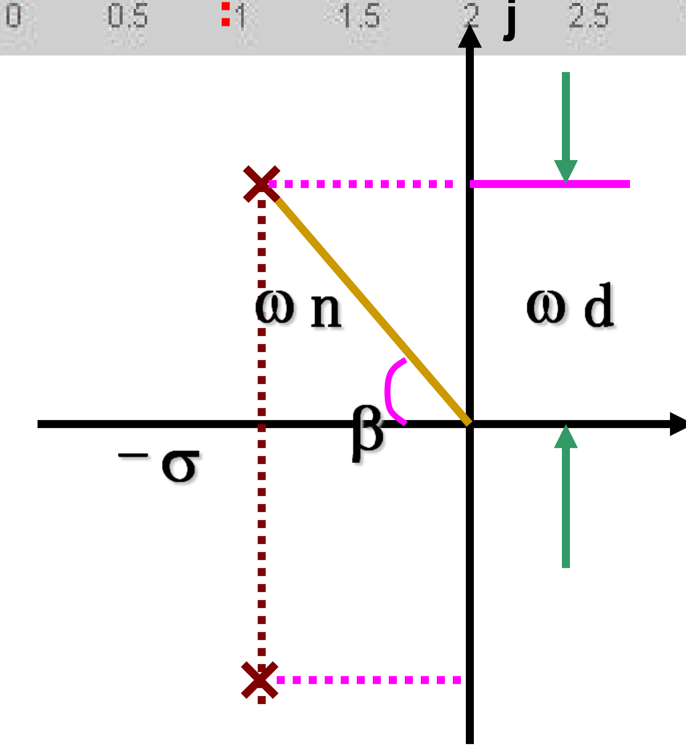
3）超调量（σ%）

$$\sigma\% = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} * 100\%$$



$c(\infty)$为输出的稳态值　$c(\infty)=1$

$$c(t_p) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t_p}\sin(\pi+\beta)$$



$$\boxed{\sigma\% = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} * 100\%}$$

$$\sin\beta = \sqrt{1-\zeta^2}$$

3）超调量（σ%）

$$\sigma\% = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} * 100\%$$

ζ增大，**σ%**减小，通常为了获得良好的平稳性和快速性，阻尼比ζ取在**0.4~0.8**之间，相应的超调量**25%~2.5%**

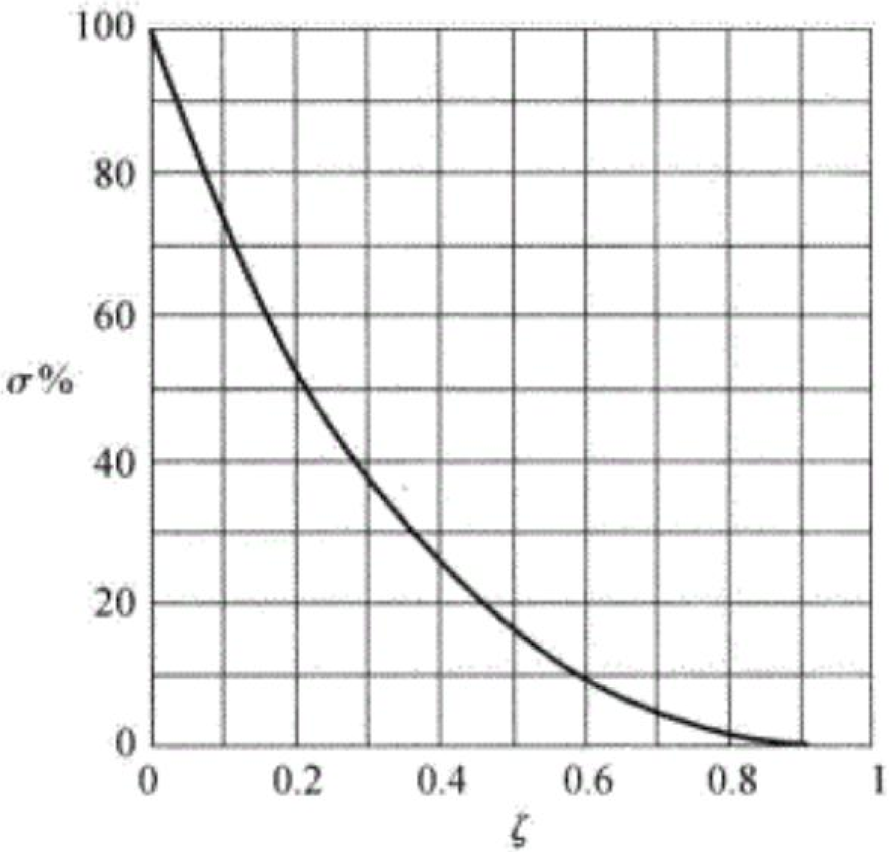


图 3.4.12　σ%与ζ间关系

4）调节时间（ts）

欠阻尼情况下输出响应的衰减情况可以用包络线近似。

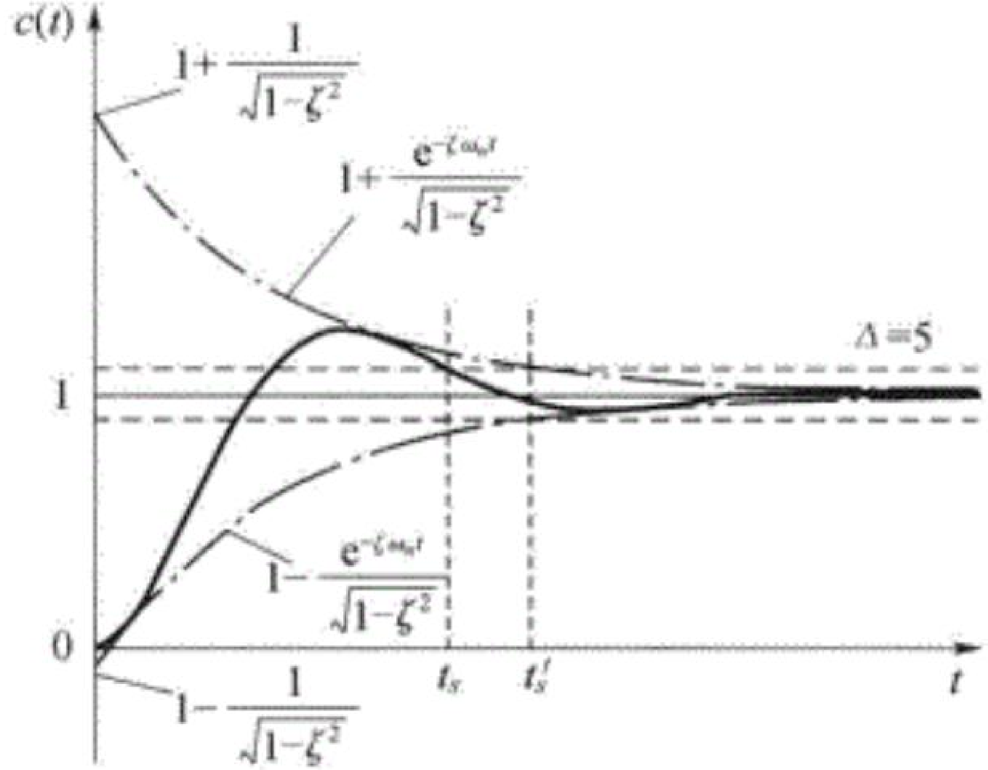


图 3.4.13　欠阻尼二阶系统单位阶跃响应的包络线

该包络线为

$$1 \pm \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\left|1 - c(t_s)\right| \approx \left|1 - \left(1 \pm \frac{e^{-\zeta\omega_n t_s}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\right| \leq \Delta\%$$

$$h(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\sin(\omega_d t + \beta)$$

$$t_s = -\frac{\ln(\sqrt{1-\zeta^2} \times \Delta\%)}{\zeta\omega_n}$$

$$\left|1-c(t_s)\right| \approx \left|1-\left(1 \pm \frac{e^{-\zeta\omega_n t_s}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)\right| \le \Delta\%$$

$$t_s = -\frac{\ln(\sqrt{1-\zeta^2} \times \Delta\%)}{\zeta\omega_n}$$

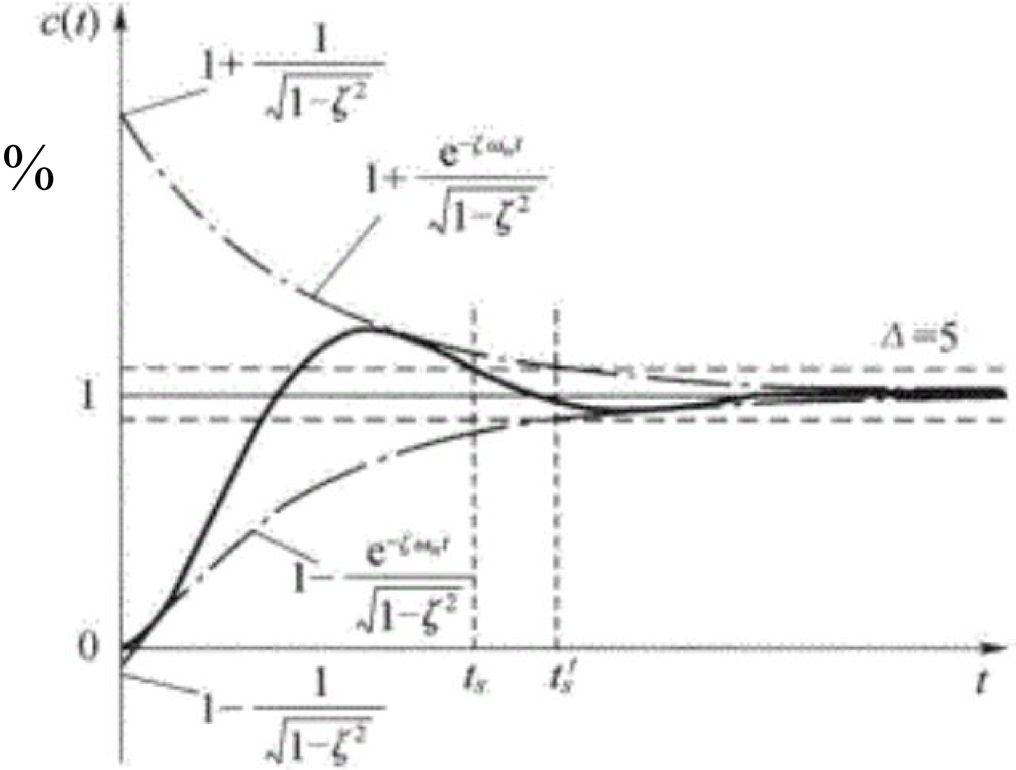


图 3.4.13 欠阻尼二阶系统单位阶跃响应的包络线

工程上近似公式：

$$\boxed{t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} \qquad (\zeta \le 0.8) \quad \Delta = 5\%}$$

$$\boxed{h(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \beta)}$$

思考：上述公式对都适用吗？ $\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ **或** $\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K\omega_n^2(s+a)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

✓ ✗

动态性能指标计算小结

1）上升时间（tr）

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

2）峰值时间（t_p）

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

3）超调量（σ%）

$$\sigma\% = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} * 100\ \%$$

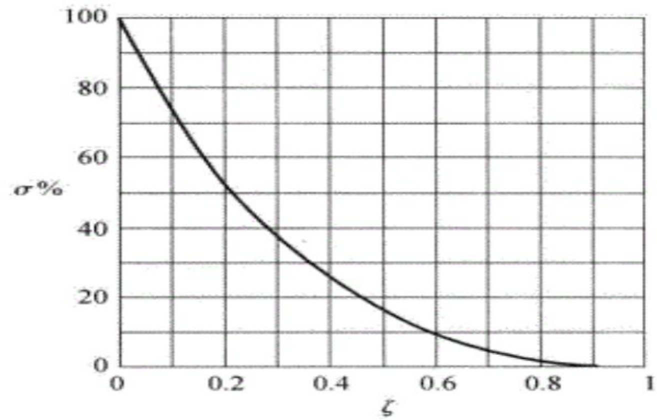


图 3.4.12 σ%与ζ间关系

4）调节时间（ts）

$$t_S = \frac{3}{\zeta\omega_n} \qquad (\zeta \le 0.8) \quad \Delta = 5\%$$

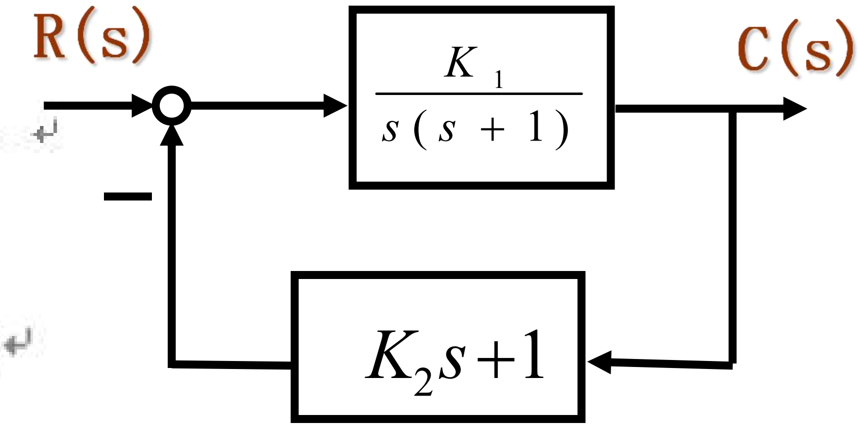
思考： 上述公式对适用吗？

$$\phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad 或 \quad \phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K\omega_n^2(s+a)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

【例】机器人控制系统结构如图所示，试确定

参数 k_1, k_2 值，使系统阶跃响应的峰值时间

$t_p = 0.5s$，超调量 $\sigma\% = 2\%$。



解　依题，系统传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{\dfrac{K_1}{s(s+1)}}{1+\dfrac{K_1(K_2 s+1)}{s(s+1)}} = \frac{K_1}{s^2+(1+K_1K_2)s+K_1} = \frac{K_\Phi \omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$\begin{cases} \sigma\% = e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}} = 0.02 \\ t_p = \dfrac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n} = 0.5 \end{cases}$$

联立求解得

$$\begin{cases} \xi = 0.78 \\ \omega_n = 10 \end{cases}$$

【例】给定典型二阶系统的设计指标：超调量 $0<\sigma\%\le 5\%$，调节时间 $t_s<3s$，峰值时间 $t_p<1s$，试确定系统极点配置的区域，以获得预期的响应特性。

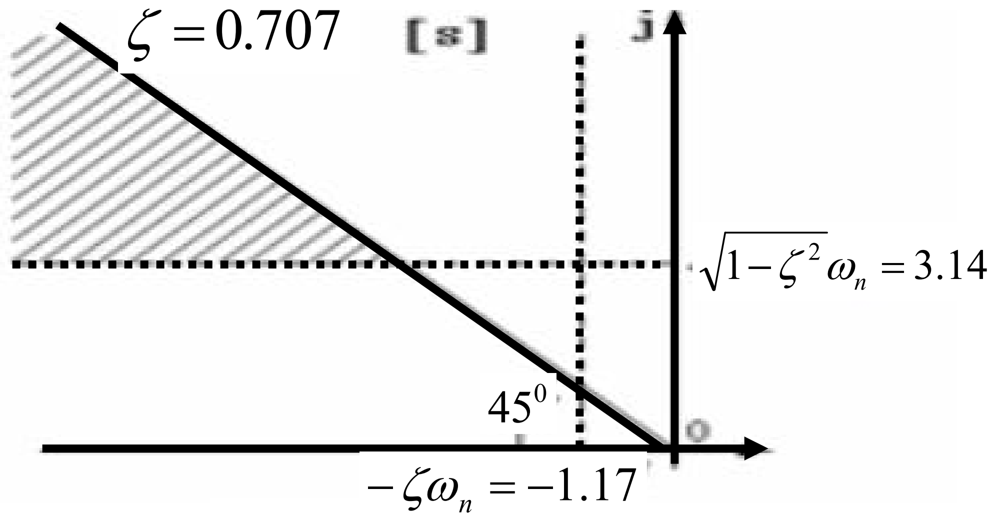
解 依题

$$\sigma\%\le 5\% \Rightarrow \xi \ge 0.707 \quad (\beta \le 45°)$$

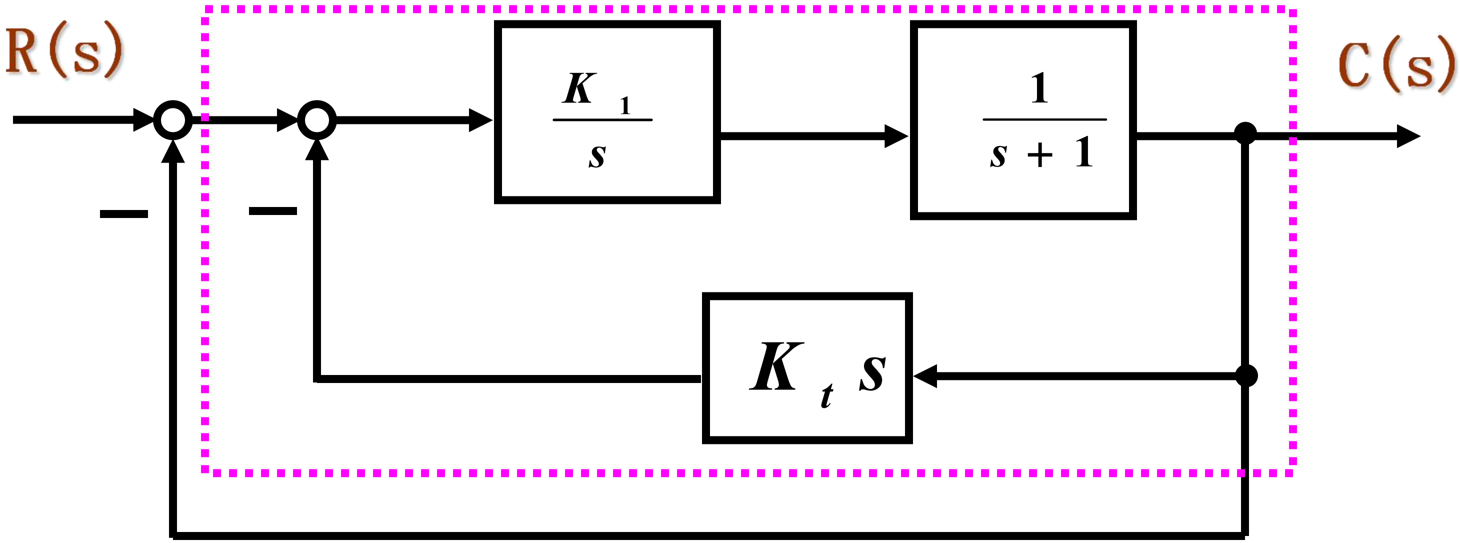
$$t_s=\frac{3.5}{\xi\omega_n}<3 \Rightarrow \xi\omega_n>1.17$$

$$t_p=\frac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}\omega_n}<1 \Rightarrow \sqrt{1-\xi^2}\omega_n>3.14$$

综合以上条件可画出满足要求的特征根区域如图所示。



[练习] 系统结构如图，试求系统单位阶跃响应动态性能指标 $\sigma\%=25\%$，$t_p=2s$ 时参数 K_1, K_t。



解：

$$\Phi(s)=\frac{\frac{k_1}{s(s+1)}}{1+\frac{k_1 k_t s}{s(s+1)}+\frac{k_1}{s(s+1)}}=\frac{k_1}{s^2+(1+k_1k_t)s+k_1}$$

$$\omega_n=\sqrt{k_1},\quad 2\zeta\omega_n=1+k_1k_t$$

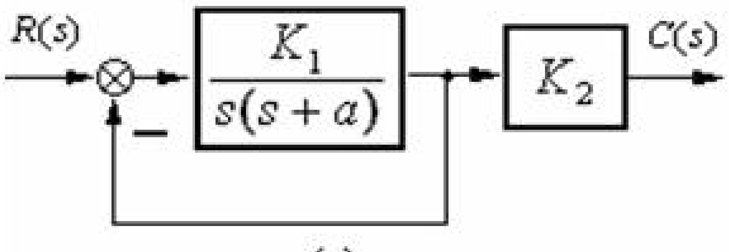
$$\begin{cases}\sigma\%=e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}=25\% \\ t_p=\dfrac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n}=2\end{cases}$$

$k_1=2.938$

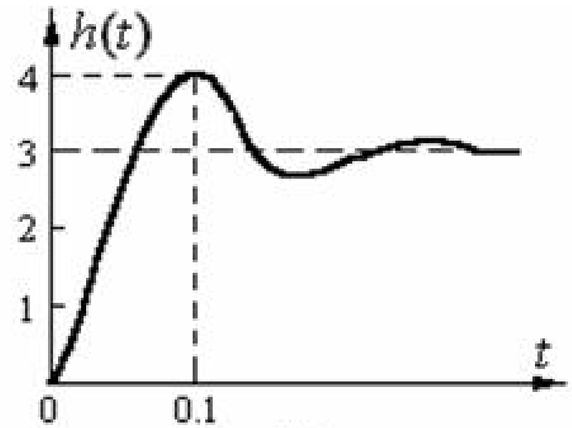
$k_t=0.126$

【练习】 图(a)所示系统的单位阶跃响应如图(b)所示。试确定系统参数 k_1，k_2，a

和闭环传递函数 $\Phi(s)$。



(a)



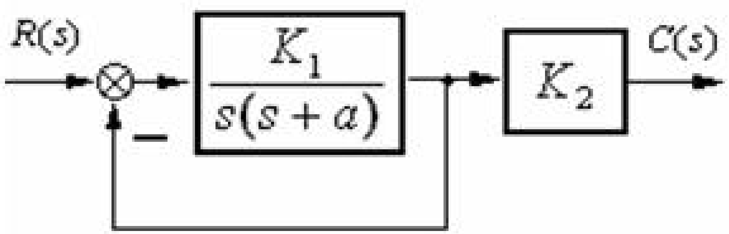
(b)

系统闭环传递函数为

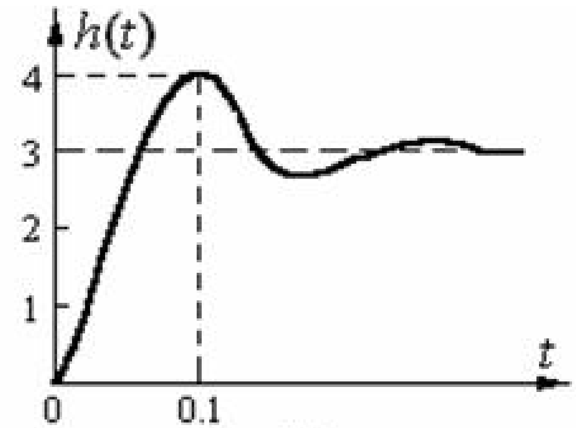
$$\Phi(s)=\frac{K_1K_2}{s^2+as+K_1}=\frac{K_2\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$\begin{cases} h(\infty)=3 \\ t_p=0.1 \\ \sigma\%=(4-3)/3=33.3\% \end{cases}$$

[练习] 图(a)所示系统的单位阶跃响应如图(b)所示。试确定系统参数 k_1, k_2, a 和闭环传递函数 $\Phi(s)$。



(a)



(b)

$$\begin{cases} t_p = \dfrac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n} = 0.1 \\ \sigma\% = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} = 33.3\% \end{cases}$$

$$\begin{cases} K_1 = \omega_n^2 = 1108 \\ a = 2\xi\omega_n = 22 \end{cases}$$

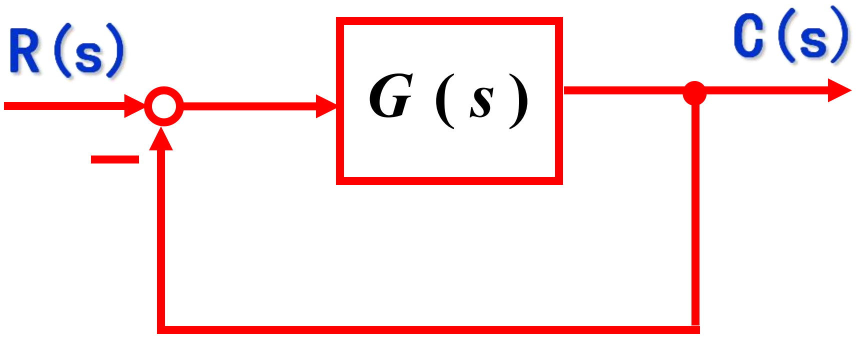
$$h(\infty) = \lim_{s\to 0} s\Phi(s)\cdot\frac{1}{s} = \lim_{s\to 0}\frac{K_1K_2}{s^2+as+K_1} = K_2 = 3$$

$$\Phi(s) = \frac{3322.68}{s^2+21.96s+1107.56}$$

[例]单位反馈系统开环传递函数为

$$G(s)=\frac{5K_A}{s(s+34.5)}\quad（K_A\ 为增益）$$

试求K_A=200时，系统单位阶跃响应动态性能指标，若K_A=1500及K_A=13.5，此时动态性能指标如何?



解:
$$\phi(s)=\frac{5K_A}{s(s+34.5)+5K_A}$$

$$2\zeta\omega_n=34.5\qquad \omega_n^2=5K_A$$

1 $K_A=200,\quad \omega_n=31.6\quad \zeta=0.545$

$$t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}=0.12s\qquad \sigma\%=\exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)*100\%=1.3\%$$

$$t_S=\frac{3.5}{\zeta\omega_n}=0.174$$

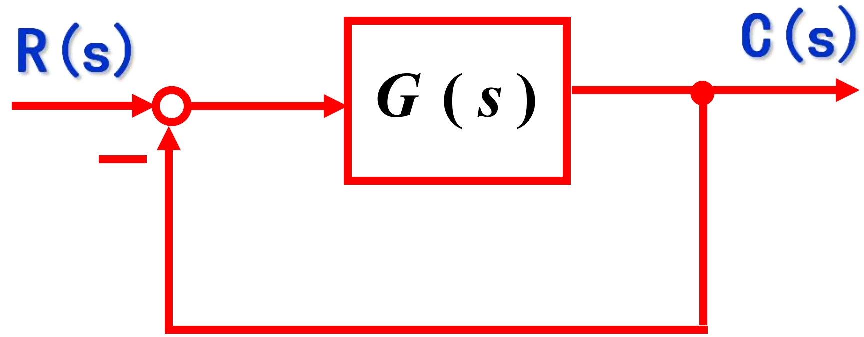
[例]单位反馈系统开环传递函数为

$$G(S)=\frac{5K_A}{s(s+34.5)}$$ （KA为增益）

试求K_A=200时，系统单位阶跃响应动态性能指标，若K_A=1500及K_A=13.5，此时动态性能指标如何?

解：

$$\phi(s)=\frac{5K_A}{s(s+34.5)+5K_A}$$



$$2\zeta\omega_n=34.5 \quad \omega_n^2=5K_A$$

2 当$K_A=1500$时，$\omega_n=86.2 \quad \zeta=0.2$

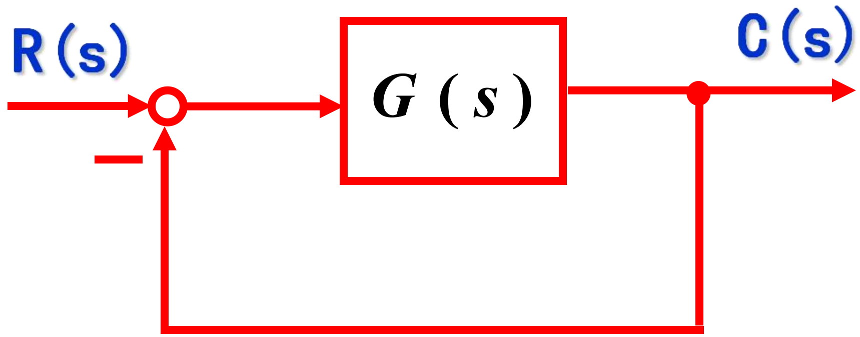
$$t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}=0.037s \quad \sigma\%=\exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)*100\%=52.7\%$$

$$t_S=\frac{3.5}{\zeta\omega_n}=0.174$$

[例]单位反馈系统开环传递函数为

$$G(S)=\frac{5K_A}{s(s+34.5)}$$ （KA为增益）

试求K_A=200时，系统单位阶跃响应动态性能指标，若K_A=1500及K_A=13.5，此时动态性能指标如何?



解：$$\phi(s)=\frac{5K_A}{s(s+34.5)+5K_A}$$

$$2\zeta\omega_n=34.5 \quad \omega_n^2=5K_A$$

3 当$K_A=13.5$时，$\omega_n=8.22$ $\zeta=2.1$

$$t_S=1.46$$

[例]单位反馈系统开环传递函数为

$$G(S)=\frac{5K_A}{s(s+34.5)}$$ （KA为增益）

试求K_A=200时，系统单位阶跃响应动态性能指标，若K_A=1500及K_A=13.5，此时动态性能指标如何?

K_A	ζ	ω_n	t_p	t_s	$\sigma\%$
200	0.545	31.6	0.12	0.174	1.3%
1500	0.20	86.2	0.037	0.174	52.7%
13.5	2.1	8.22		1.46	

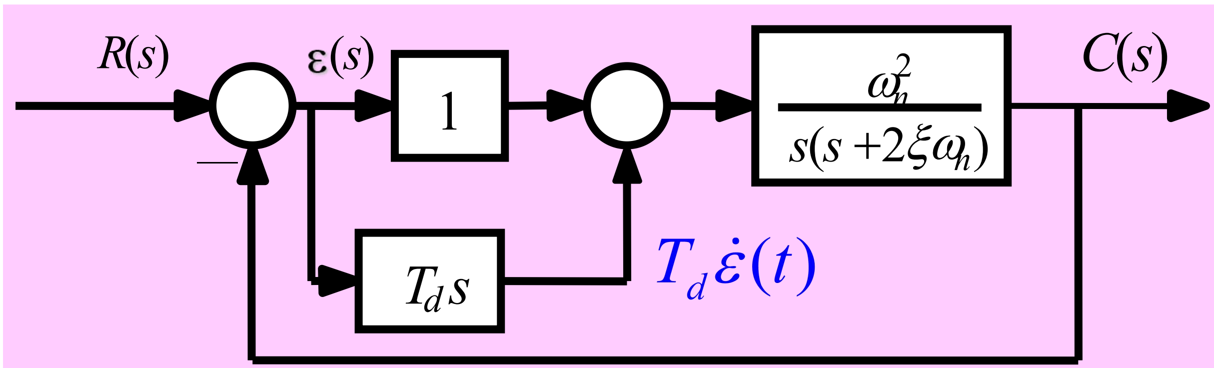
结论： 1)欠阻尼系统快速性和平稳性存在矛盾

2)过阻尼系统响应速度太慢

三、二阶系统动态性能的改善 （P92 ）

两种方法：比例-微分控制 + 测速反馈控制

1 比例一微分控制（PD控制）Proportional-derivative Control



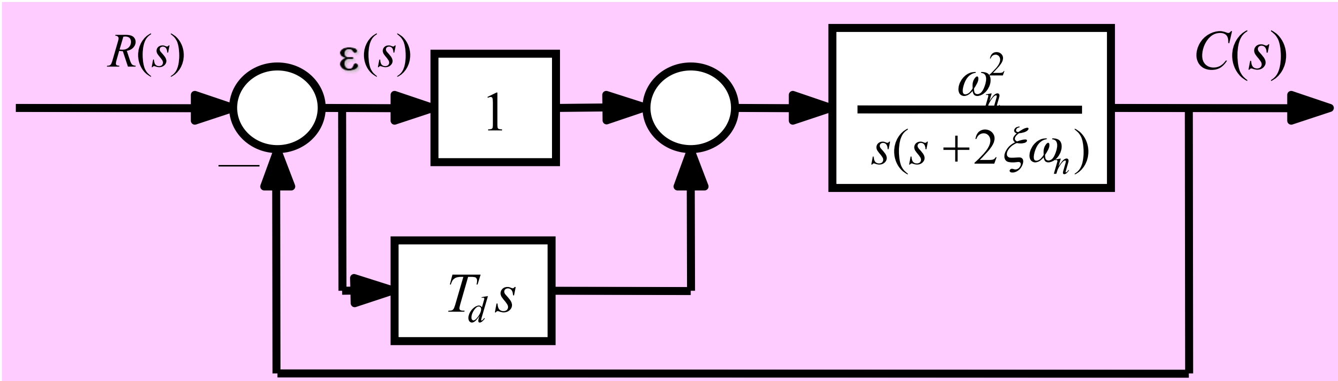
开环传递函数 $$G(s)=\frac{\omega_n^2(1+T_d s)}{s(s+2\xi\omega_n)}$$

闭环传递函数 $$\phi(s)=\frac{\omega_n^2(1+T_d s)}{s^2+2\xi_d\omega_n s+\omega_n}\quad(\xi_d=\xi+\frac{1}{2}T_d\omega_n)$$

比例微分控制不改变原系统的自然频率ωn，但是可增大系统的阻尼比。

注意：前面计算动态性能指标的公式都不能用

1 比例一微分控制（PD控制）



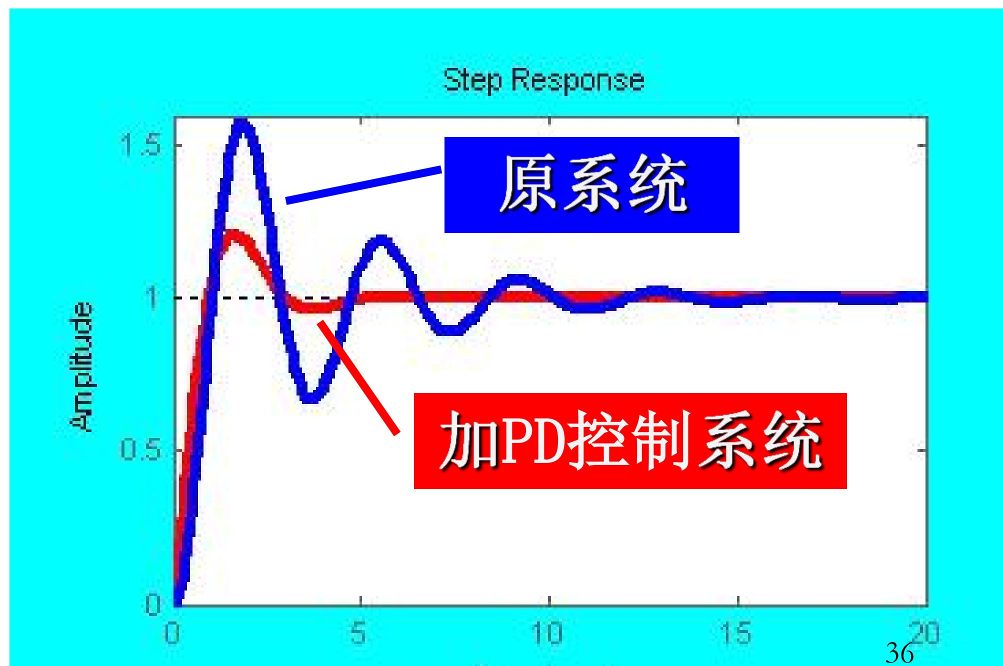
$$\phi(s)=\frac{\omega_n^{2}(1+T_d s)}{s^{2}+2\xi_d\omega_n s+\omega_n}\qquad\left(\xi_d=\xi+\frac{1}{2}T_d\omega_n\right)$$

结论：

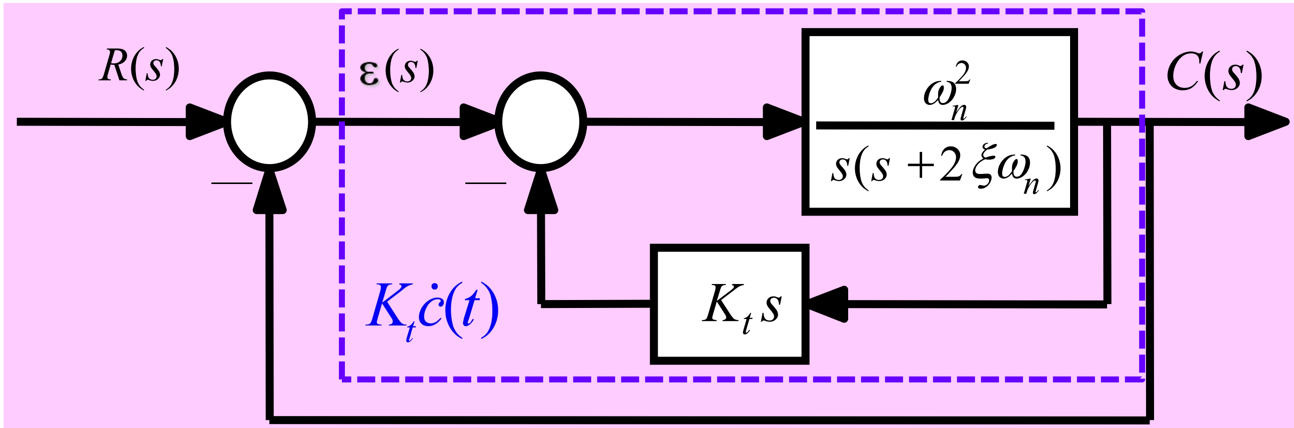
1）比例一微分控制使系统

$\zeta\uparrow\rightarrow\ \sigma\%\downarrow$

2）闭环零点使系统的响应速度加快



2 测速反馈控制



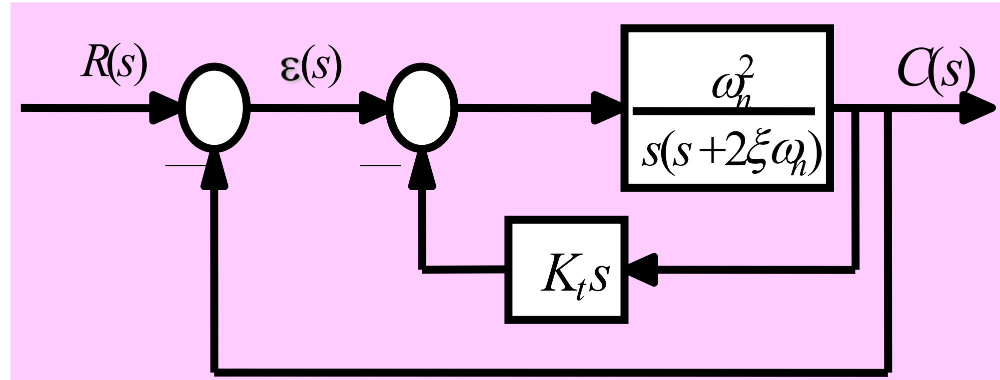
$$G(s)=\frac{\dfrac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}}{1+\dfrac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}\cdot K_t s}=\frac{\omega_n^2}{s[s+2\zeta\omega_n+\omega_n^2 K_t]}$$

$$\Phi(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2(\zeta+\frac{1}{2}K_t\omega_n)\omega_n s+\omega_n^2}$$

增大了系统的阻尼比

$$\Phi(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2(\zeta+\frac{1}{2}K_t\omega_n)\omega_n s+\omega_n^2}$$

$$\zeta_{\mathrm{t}}=\zeta+\frac{1}{2}K_t\omega_n$$

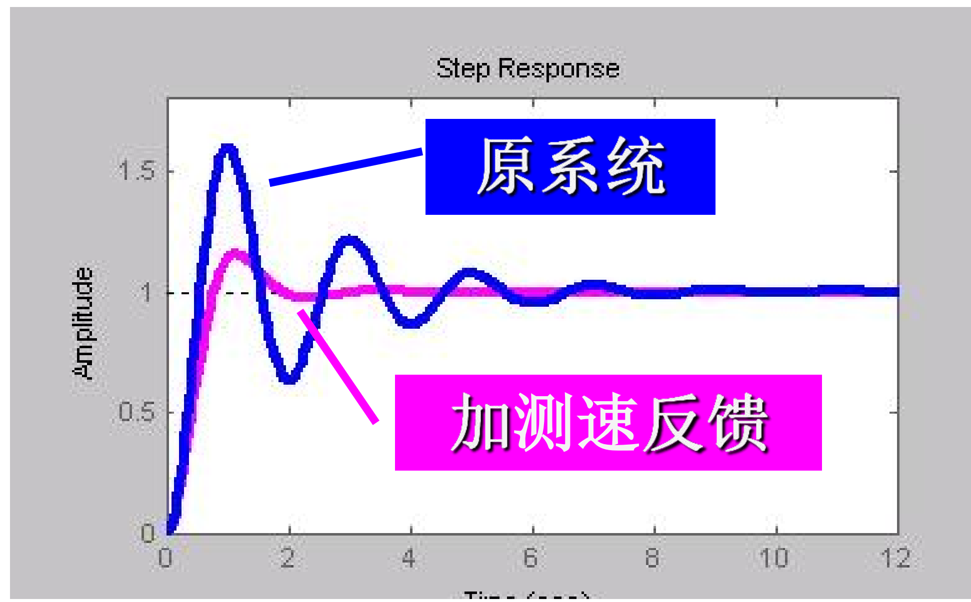


结论:

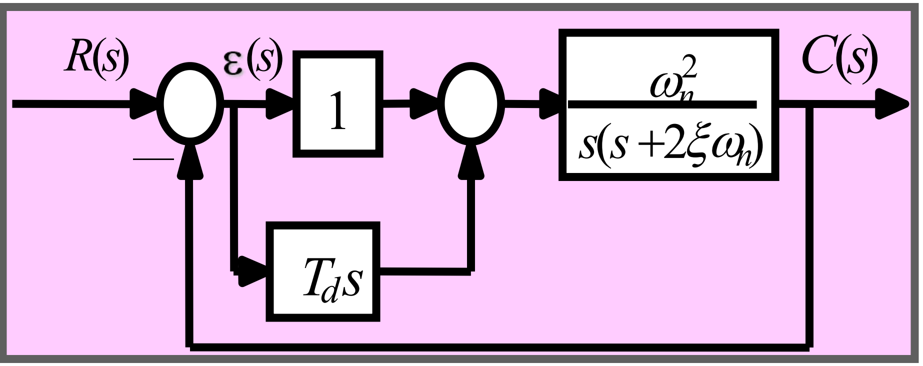
1）测速反馈控制使系统

$\zeta\uparrow\rightarrow\ \sigma\%\downarrow$

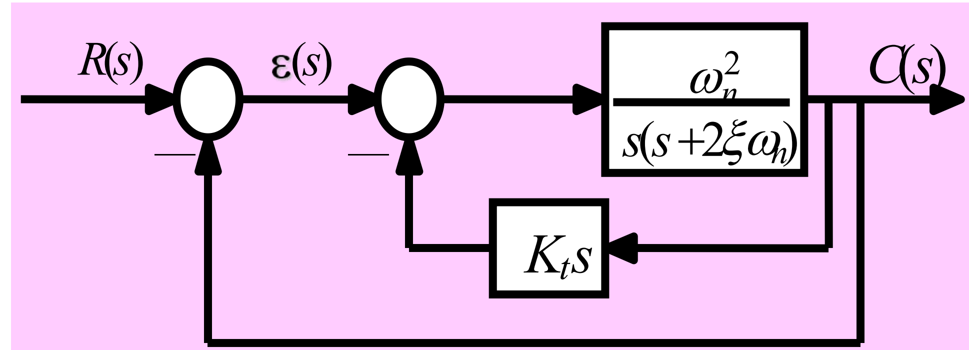
2）使系统的响应速度加快



3 两种方法的比较



比例—微分控制



测速反馈控制

	比例—微分控制	测速反馈控制
成本	低	高
抗干扰性	放大噪声	减小噪声
形成闭环零点	是	否
动态性能	得到改善	得到改善

小结：

1 掌握二阶系统的数学模型

2 二阶系统的单位阶跃响应形式

3 欠阻尼二阶系统动态性能指标的计算

4 两种改善二阶系统动态性能的方法

比例微分控制和测速反馈控制