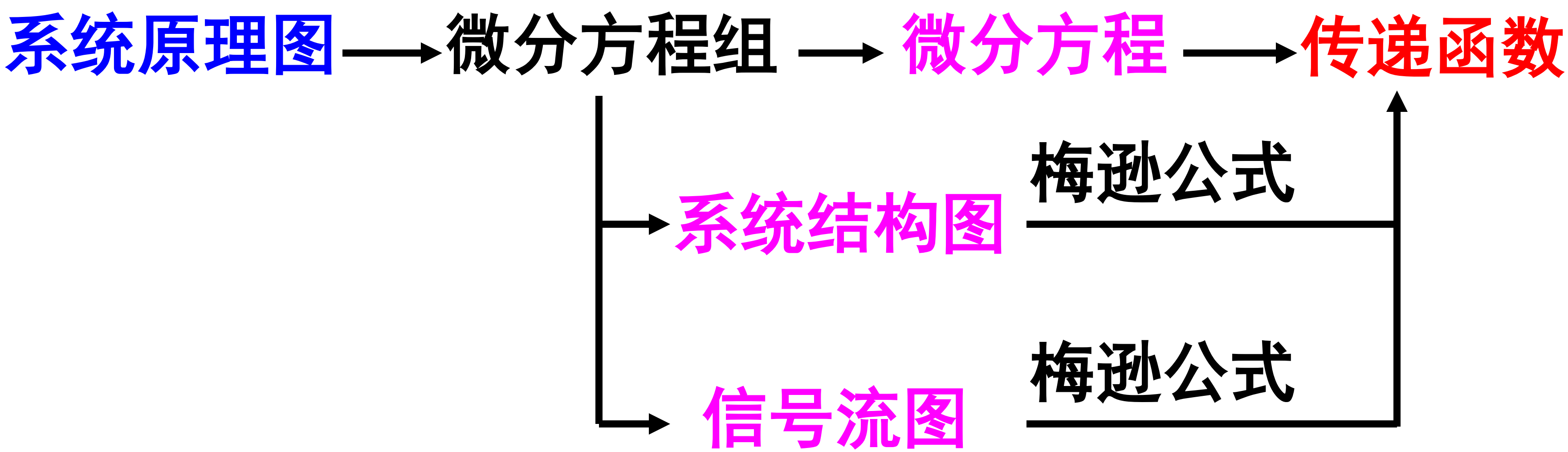
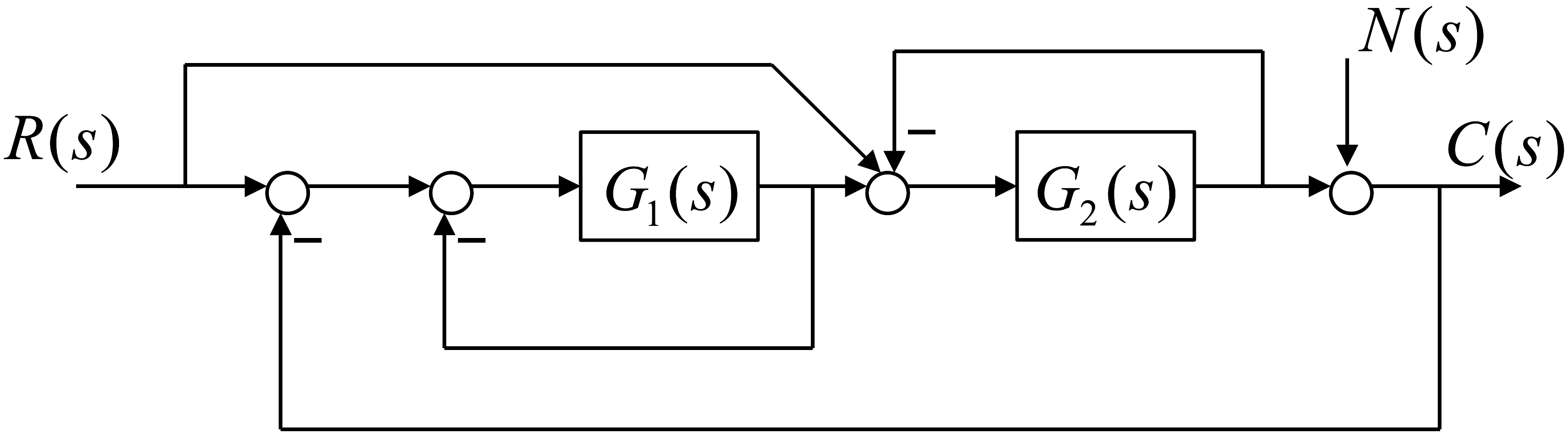
第二章 知识结构



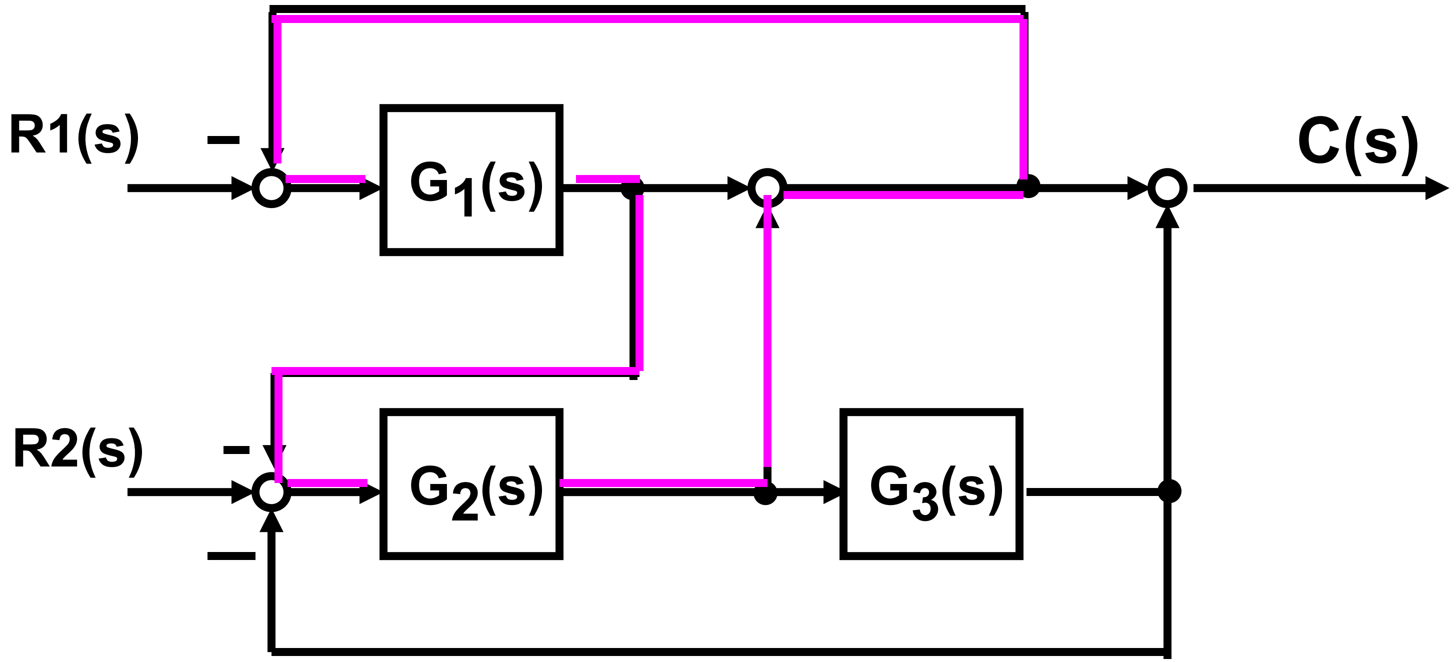
[例1]

用梅逊公式求下图所示系统在R(s) 和N(s) 同时作用下的输出C(s)



$$C(s)=\frac{G_1G_2+G_2(1+G_1)}{1+G_1+G_2+2G_1G_2}R(s)+\frac{1+G_1+G_2+G_1G_2}{1+G_1+G_2+2G_1G_2}N(s)$$

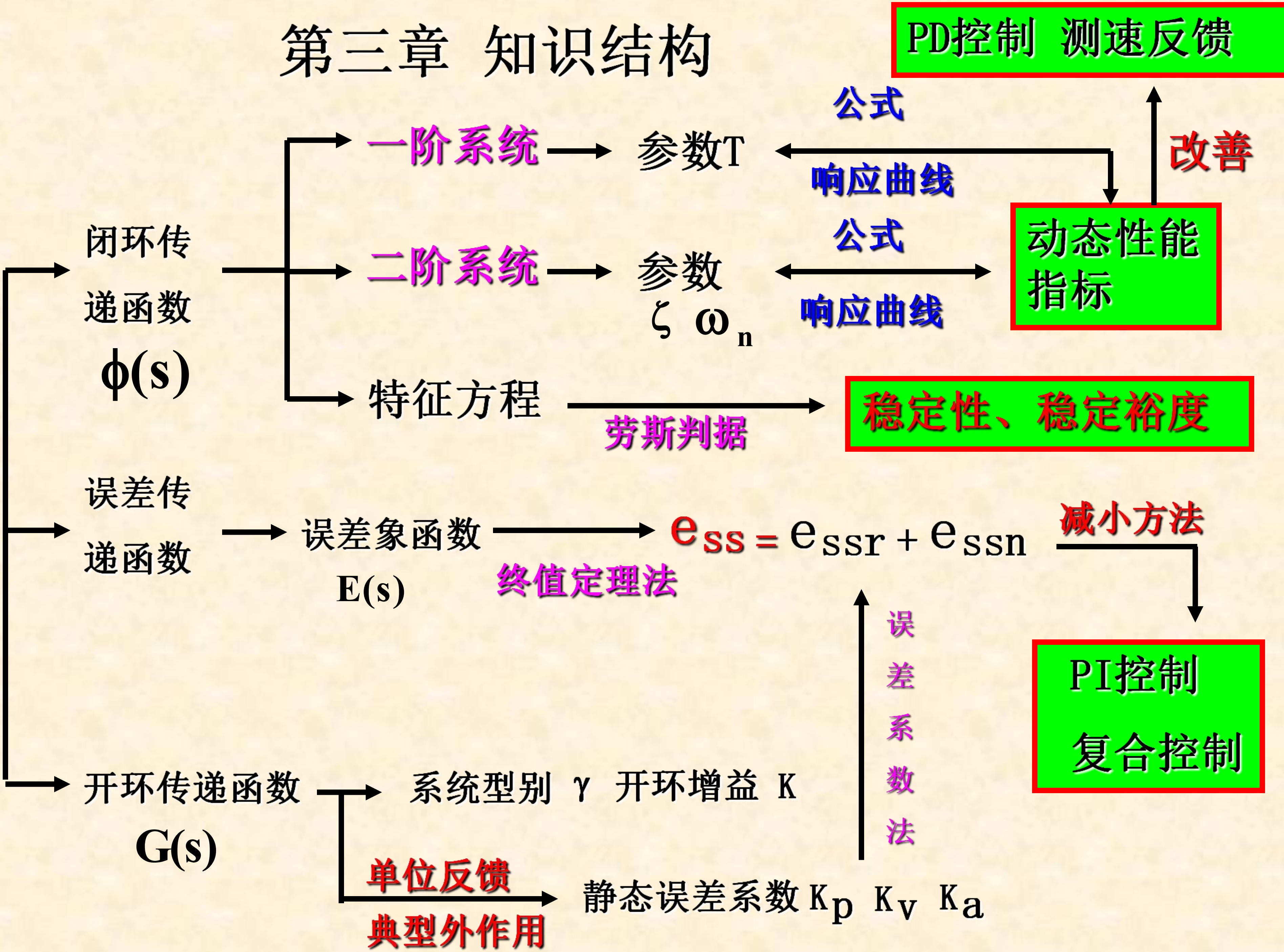
[例2] 系统的结构图如图所示，求系统的C(s)表达式



$$C(s)=\frac{[G_1(1+G_2G_3)-G_1G_2G_3-G_1G_2]R_1+[G_2G_3(1+G_1)+G_2]R_2}{1+G_1+G_2G_3-G_1G_2+G_1G_2G_3}$$

注意：传递函数不能直接加减。

第三章 知识结构



PD控制 测速反馈
改善
公式
一阶系统
参数T
响应曲线
动态性能指标
公式
二阶系统
参数
ζ ωn
响应曲线
闭环传递函数
φ(s)
特征方程
劳斯判据
稳定性、稳定裕度
误差传递函数
误差象函数
E(s)
终值定理法
ess = essr + essn
减小方法
误差系数法
PI控制
复合控制
开环传递函数
G(s)
系统型别 γ 开环增益 K
单位反馈
典型外作用
静态误差系数 Kp Kv Ka

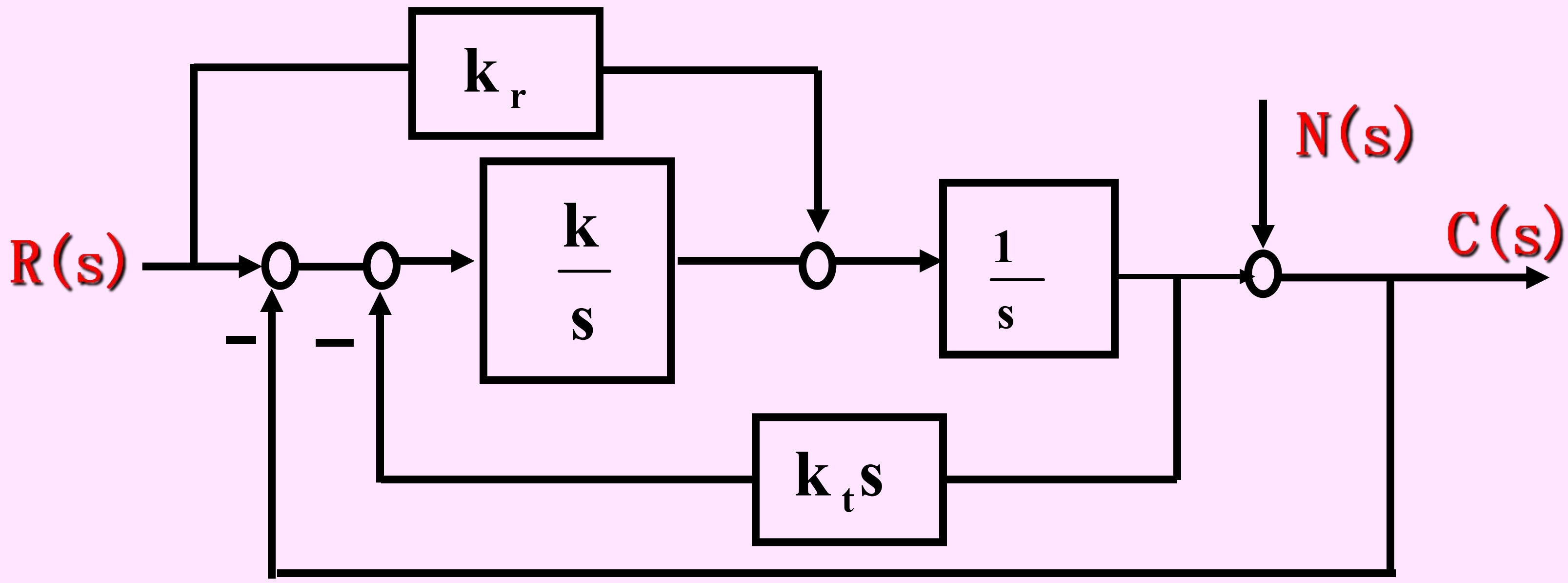
[例3]某控制系统如图，当n(t)=0,Kr=0 r(t)=1(t)时，

系统超调量$\delta\% = 16.3\%$ 单位斜坡响应ess=1/4

1)求系统结构参数K,Kt;

2)设计Kr使系统在r(t)=t下无稳态误差;

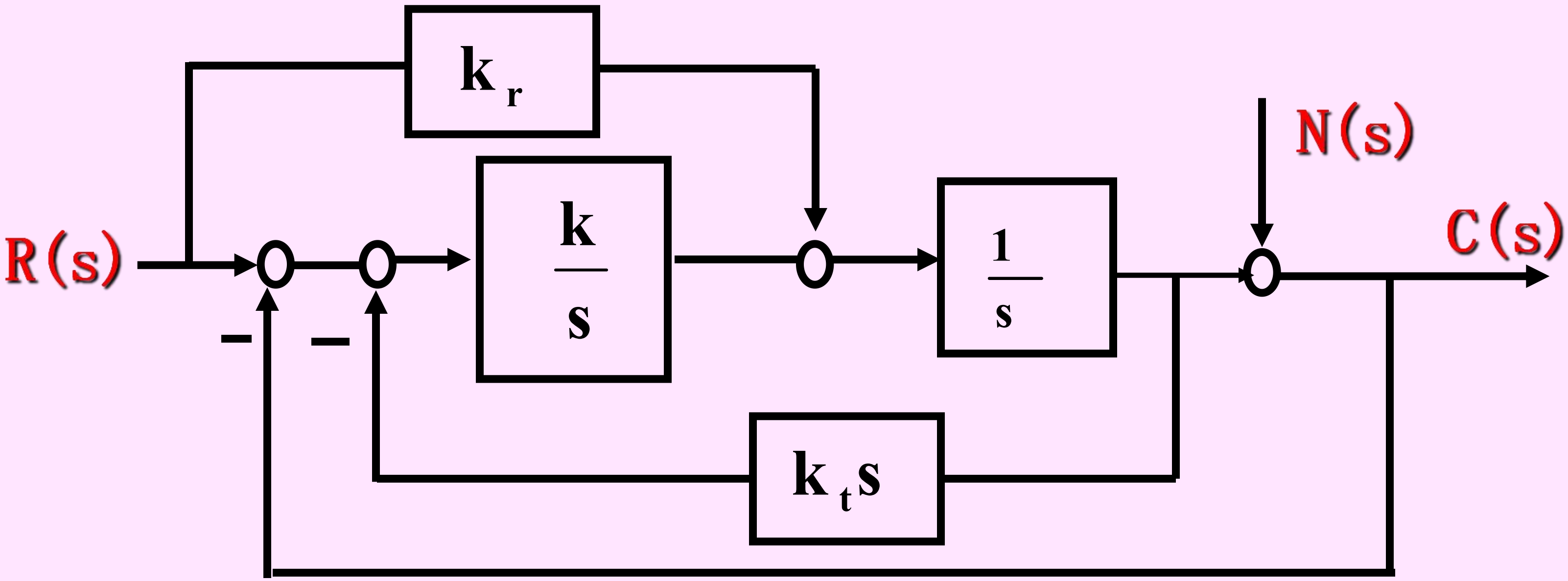
3)当r(t)=0，n(t)=4sint时，求系统稳态误差ess(t).



[例3]某控制系统如图，当n(t)=0, Kr=0 r(t)=1(t)时，

系统超调量$\delta\%=16.3\%$ 单位斜坡响应ess=1/4

1)求系统结构参数K, Kt;



1）

$$\Phi(s)=\frac{k}{s^2+kk_ts+k} \qquad \omega_n=\sqrt{k}, \qquad 2\xi\omega_n=kk_t$$

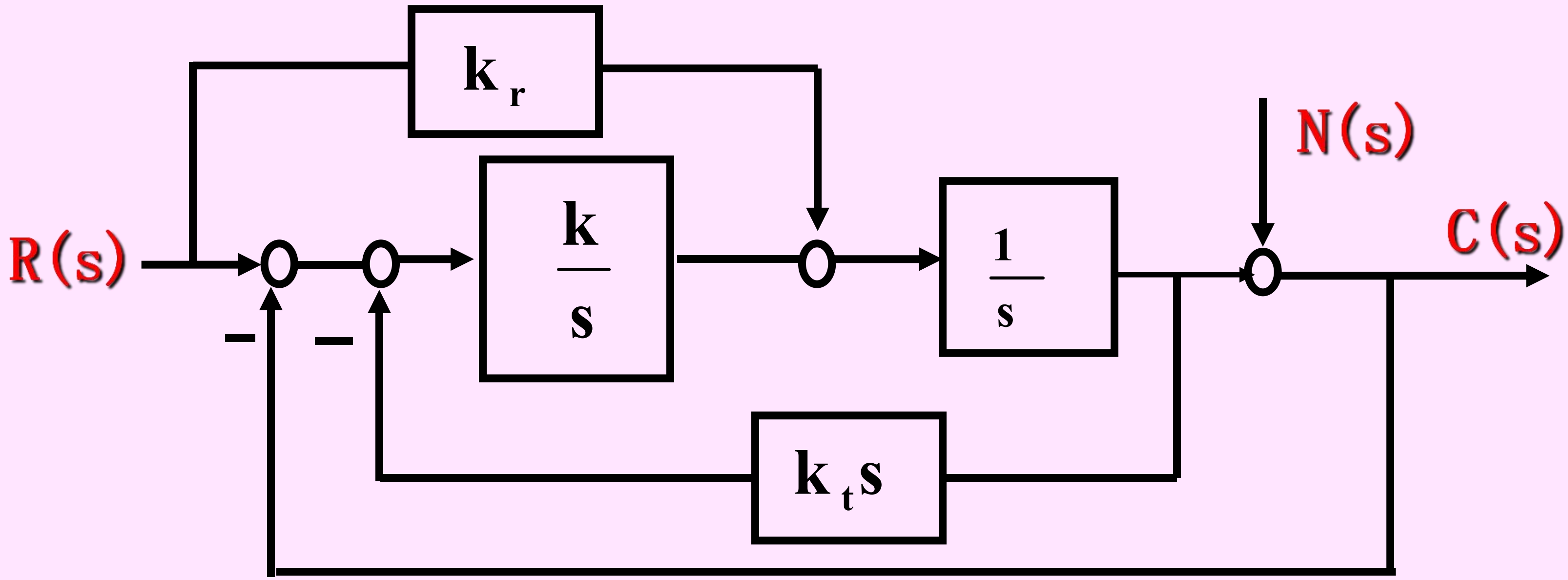
$$\delta\%=e^{\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}*100\%=16.3\% \qquad \xi=0.5$$

$$e_{ss}=1/k_v=1/4 \qquad K=16 \quad K_t=1/4$$

[例3]某控制系统如图，当n(t)=0, Kr=0 r(t)=1(t)时，

系统超调量$\delta\% = 16.3\%$ 单位斜坡响应ess=1/4

2)设计Kr使系统在r(t)=t下无稳态误差；



2） 当n(t)=0 $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{16 + k_r s}{s^2 + 4s + 16}$ $E(s) = R(s) - C(s)$

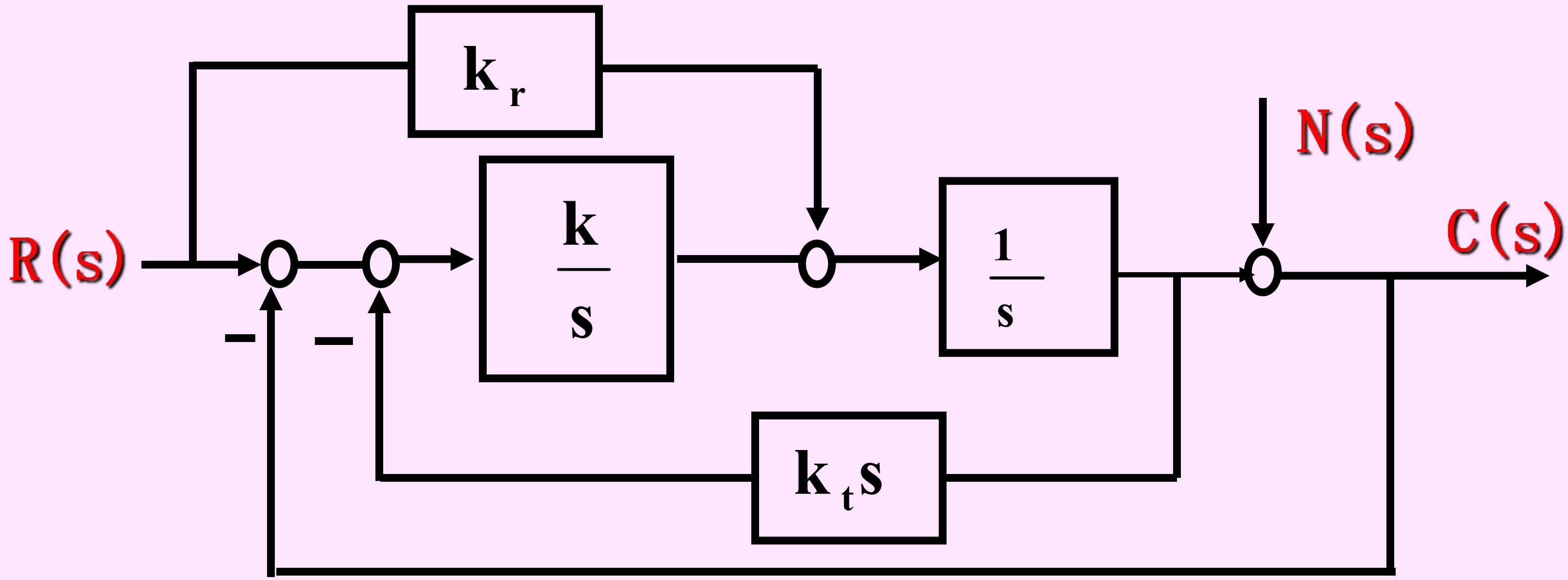
$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{s^2 + (4 - k_r)s}{s^2 + 4s + 16}\frac{1}{s^2} = 0$$

K_r=4

[例3]某控制系统如图，当n(t)=0, Kr=0 r(t)=1(t)时，

系统超调量$\delta\% = 16.3\%$ 单位斜坡响应ess=1/4

3)当r(t)=0，n(t)=4sint时，求系统稳态误差ess(t).



3） 当n(t)= 4sint时 $$\frac{C(s)}{N(s)} = \frac{kk_t + s}{s^2 + kk_t s + k}$$

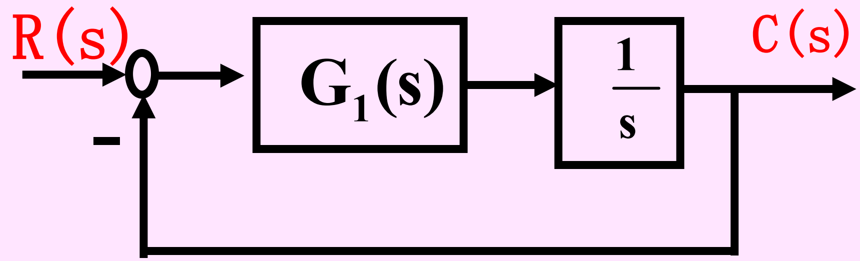
$$\Phi_{en}(s) = -\Phi_{cn}(s)$$

$$ess(t) = -1.064\sin(t - 0.89^0)$$

[例4] 系统结构如图，已知$G_1(s)$的单位阶跃响应为$1-e^{-t}$

1. 求系统超调量δ%和稳态输出C(+∞)，并概略绘出C(t)曲线，标出输出量的最大值和稳态值。

2. 求r(t)=t，ess=?

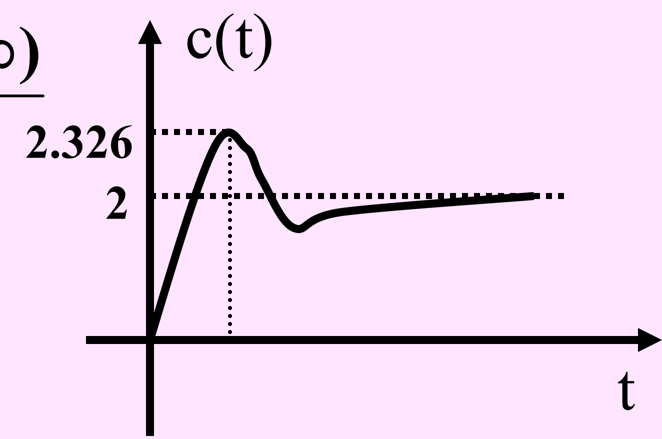


解：1）$$G_1(s)=\frac{\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}}{\frac{1}{s}}=\frac{1}{s+1}$$

$$\Phi(s)=\frac{1}{s^2+s+1}\qquad \omega_n=1,\xi=0.5\qquad \delta\%=e^{\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}*100\%=16.3\%$$

$$c_{ss}=\lim_{s\to 0}sC(s)=2\qquad \delta\%=\frac{c(tp)-c(+\infty)}{c(+\infty)}$$

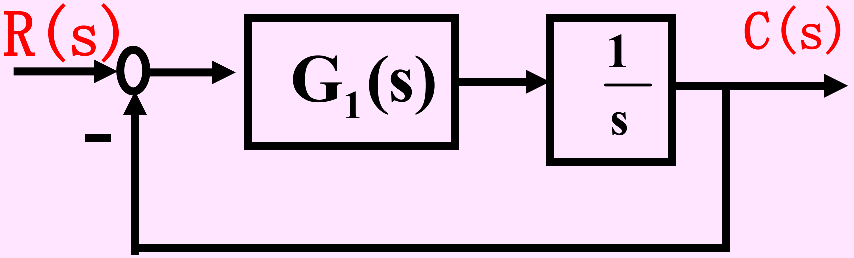
$$c(t_p)=2.326$$



[例4] 系统结构如图，已知$G_1(s)$的单位阶跃响应为$1-e^{-t}$

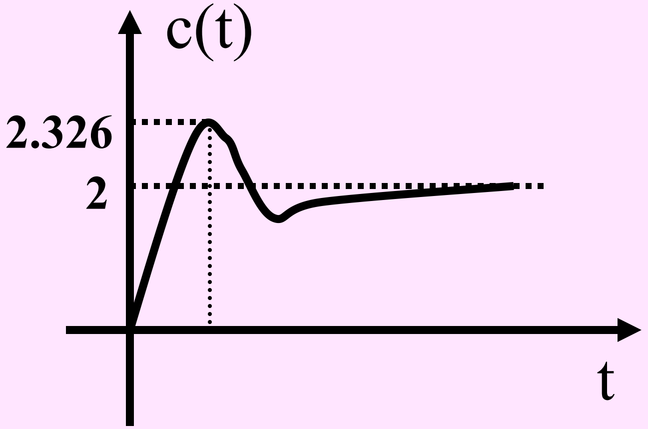
1. 求系统超调量δ%和稳态输出$C(+\infty)$，并概略绘出$C(t)$曲线，标出输出量的最大值和稳态值；

2. 求$r(t)=t$，ess=?



解：$$c_{ss}=\lim_{s\to 0} sC(s)=2$$

$$\delta\%=\frac{c(tp)-c(+\infty)}{c(+\infty)} \qquad c(t_p)=2.326$$



2）$$G_1(s)=\frac{1}{s+1} \qquad G(s)=\frac{1}{s(s+1)}$$

$$k_v=1 \qquad e_{ss}=1$$

第四章 知识结构

- 开环传递函数
  - 模值方程
  - 相角方程
    - 180°
    - 0°
  - 法则 → 根轨迹 $\xrightarrow{\text{分析}}$ 系统性能
    - （常规、广义）

[例5] 三、已知单位负反馈系统的开环传递函数为

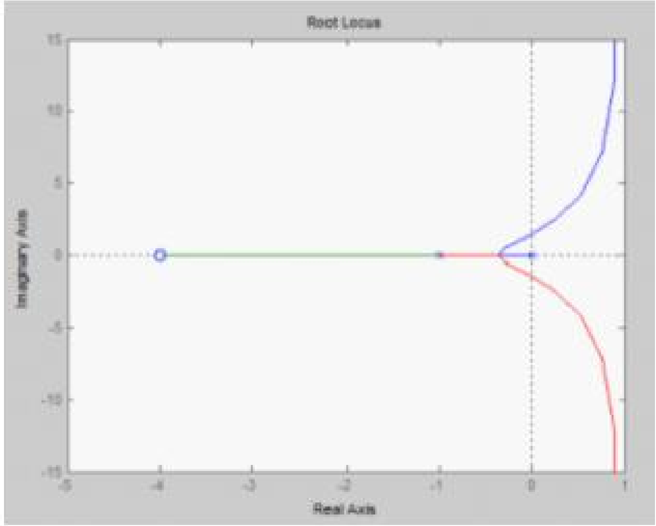
$$G(s)=\frac{(s+K)(s+4)}{s(s^2+s-3)}$$

1. 绘制系统闭环根轨迹（K：$0\to\infty$）；
2. 确定闭环有重极点时的闭环传递函数(零极点表达式)；
3. 输入为单位斜坡信号时，欲使$|e_{ss}|\le 1$，求 K 的取值范围。

三、（1）特征方程为$1+G(s)=0$，即$1+\dfrac{(s+K)(s+4)}{s(s^2+s-3)}=0$，等效开环传递函数

$G(s)=\dfrac{K(s+4)}{s(s+1)^2}$，分离点$\dfrac{1}{d}+\dfrac{2}{d+1}=\dfrac{1}{d+4}$，$d_1=-0.354$，$d_2=-5.646$（舍去）；

根轨迹与虚轴交点$K=1$，$\omega=\sqrt{2}$；根轨迹图如下：



[例5] 三、已知单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{(s+K)(s+4)}{s(s^2+s-3)}$$

1. 绘制系统闭环根轨迹（K：$0\to\infty$）；
2. 确定闭环有重极点时的闭环传递函数(零极点表达式)；
3. 输入为单位斜坡信号时，欲使$|e_{ss}|\le 1$，求 K 的取值范围。

（2）闭环出现重极点时 $K=0.04$；开环传递函数$G(s)=\dfrac{(s+4)(s+0.04)}{s(s^2+s-3)}$；

闭环传递函数为 $\Phi(s)=\dfrac{(s+4)(s+0.04)}{(s+0.354)^2(s+1.292)}$；

（3）$G(s)=\dfrac{(s+K)(s+4)}{s(s^2+s-3)}=\dfrac{-\frac{4K}{3}(s/K+1)(s/4+1)}{s(-s^2/3-s/3+1)}$；$e_{ss}=\dfrac{1}{-4K/3}=-\dfrac{3}{4K}$，由

$|e_{ss}|=\dfrac{3}{4K}\le 1$，得$K\ge\dfrac{3}{4}$；考虑到稳定性，最后得$\dfrac{3}{4}\le K<1$。

[例6]

本题分数	18
得　　分	

二、系统结构图如图 2 所示，已知未加测速反馈时，系统在单位阶跃信号作用下的稳态输出为 1，而过渡过程的瞬时最大值为 1.4，

(1) 计算单位阶跃响应下的峰值时间 t_p、调节时间 t_s、超调量 $\sigma\%$；(2) 引入测速反馈 bs，若 $b=0.82$，若此时系统的输入为 $r(t)=2+1.38\sin t$，计算稳态输出 c_{ss}。

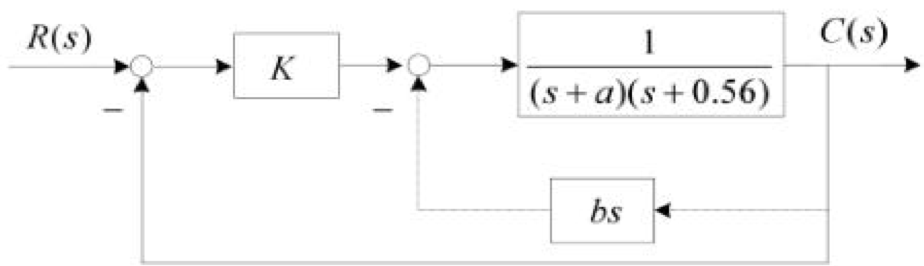


图 2

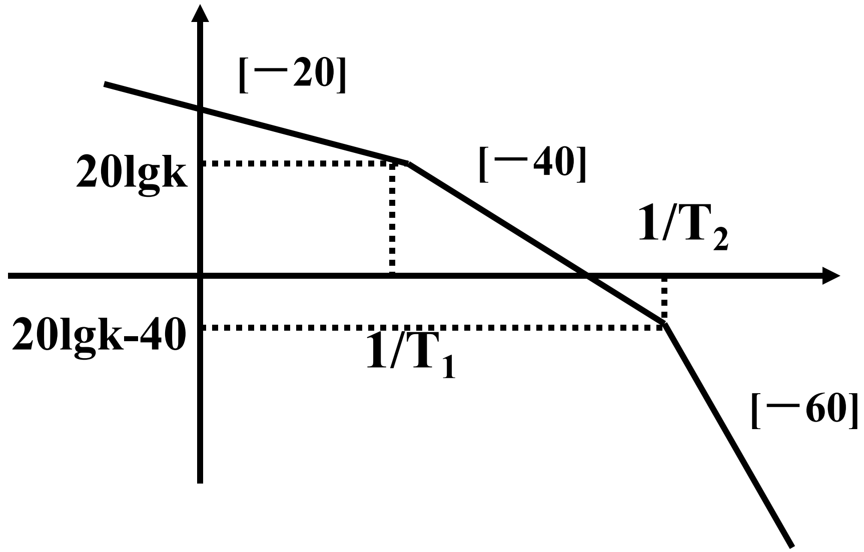
（1）峰值时间：$t_p=\dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}=3.27s$； 调节时间：$t_s=\dfrac{3.5}{\zeta\omega_n}=12.5s$。

（2）$c_{ss}=2+\sin(t-90^\circ)$。

[例7] 最小相位系统开环对数幅频渐近线如图

1）用奈氏判据判稳；

2）求h>=2时，K的取值。



$$G(s)=\frac{K}{s(T_1 s+1)(T_2 s+1)}$$

$T_1=1 \quad T_2=0.1$

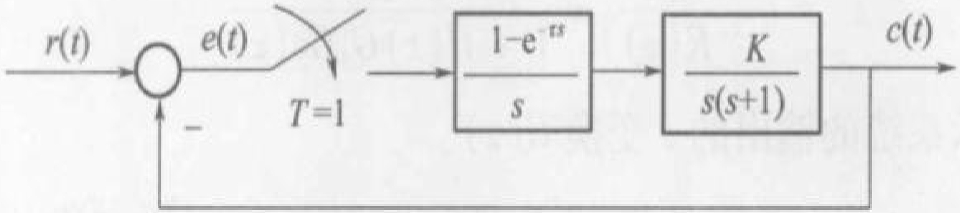
$$G(s)=\frac{K}{s(s+1)(0.1s+1)}$$

$$\omega_x=\frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}$$

[例8] 系统如图所示，采样周期 $T=1\text{s}$。

(1) 当 $K=8$ 时闭环系统是否稳定？

(2) 求系统稳定时 K 的临界值。



6. 10 题图

,

$$G(z)=Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{K}{s(s+1)}\right]=K\frac{(e^{-T}+T-1)z+(1-e^{-T}-Te^{-T})}{(z-1)(z-e^{-T})}$$

将 $T=1$ 代入，得

$$G(z)=\frac{K(0.368z+0.264)}{z^2-1.368z+0.368}$$

$$z^2+(0.368K-1.368)z+(0.264K+0.368)=0$$

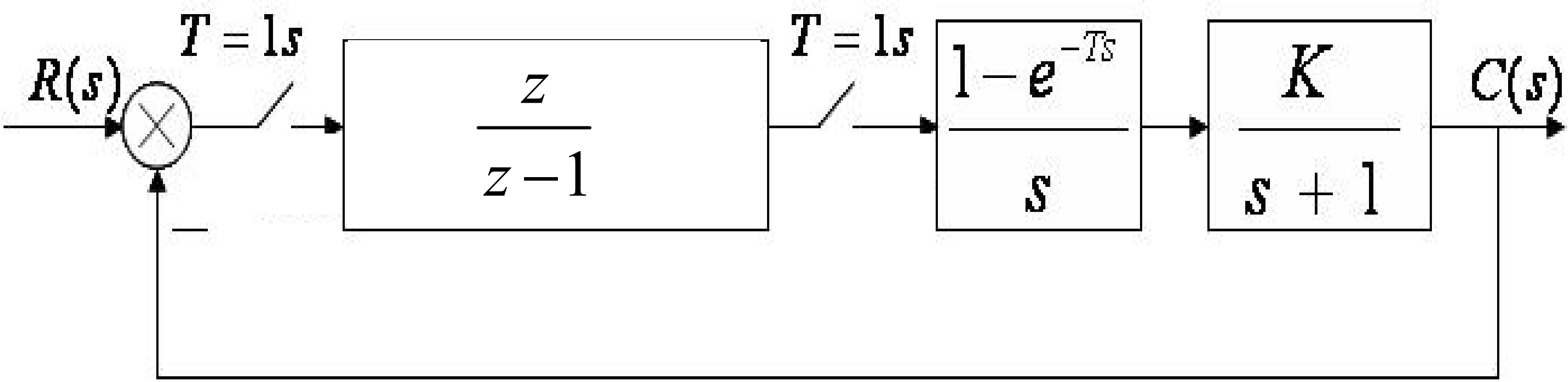
令 $z=\dfrac{w+1}{w-1}$，则

$$0.632Kw^2+(1.264-0.528K)w+2.736-0.104K=0$$

$$\left.\begin{array}{l}0.632K>0\\ 1.264-0.528K>0\\ 2.736-0.104K>0\end{array}\right\}\Rightarrow 0<K<2.39$$

故 $K=8$ 时，系统不稳定，稳定的临界值 $K=2.39$ 。

[例9] 一线性离散系统结构图如下图所示，试确定系统稳定的K值范围。



解：

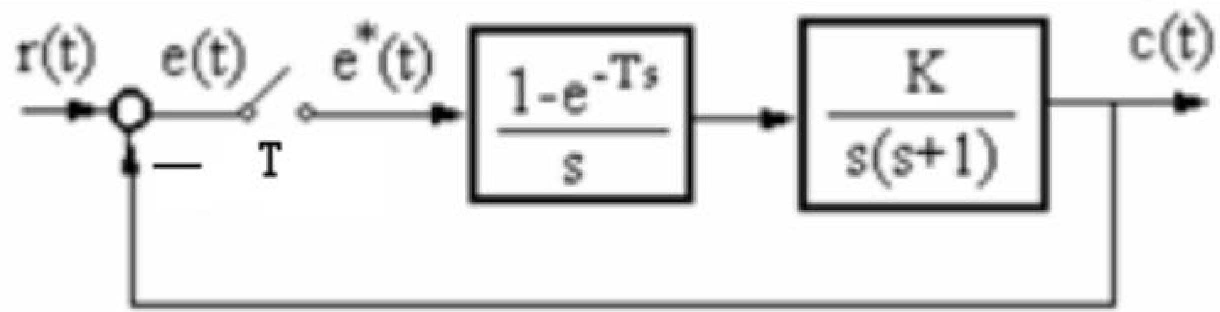
$$G(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\frac{K}{s+1}\right]=Z\left[\frac{K}{s}-\frac{K}{s+1}\right]=\frac{0.632Kz}{z^2-1.368z+0.368}$$

由 $1+G(z)=0$，得 $z^2+(0.632K-1.368)z+0.368=0$

令：$z=\dfrac{w+1}{w-1}$，得 $0.632Kw^2+1.264w+2.736-0.632K=0$

稳定K值范围为 $0<K<4.33$

[例10] 设离散系统如图所示，其中$T=0.1\ s$, $K=1$, ，试求静态误差系数 k_p、k_v；并求系统在$r(t)=t$作用下的稳态误差$e^*(\infty)$。



解： 系统开环脉冲传递函数为

$$G(z)=(1-z^{-1})Z\left[\frac{1}{s^2(s+1)}\right]=(1-z^{-1})\left[\frac{Tz}{(z-1)^2}-\frac{(1-e^{-T})z}{(z-1)(z-e^{-T})}\right]$$

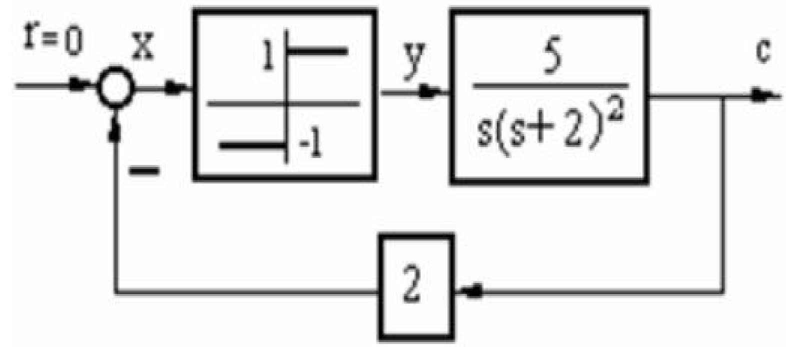
将$T=0.1$代入并整理得 $G(z)=\dfrac{0.005(z+0.9)}{(z-1)(z-0.905)}$，

$$K_p=\lim_{z\to1}[1+G(z)]=\lim_{z\to1}\left[1+\frac{0.005(z+0.9)}{(z-1)(z-0.905)}\right]=\infty$$

$$K_v=\lim_{z\to1}(z-1)G(z)=\lim_{z\to1}(z-1)\frac{0.005(z+0.9)}{(z-1)(z-0.905)}=0.1$$

$$e(\infty)=\frac{T}{K_v}=1$$

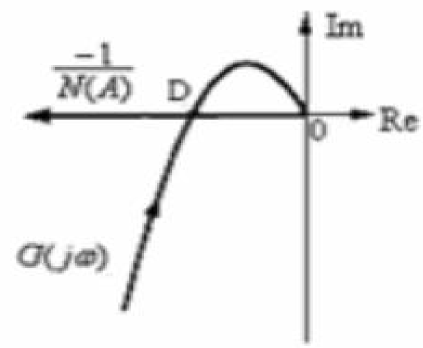
[例11] 试用描述函数法说明图示系统必然存在自振，并确定输出信号 c 的自振振幅和频率，分别画出信号 c、x、y 的稳态波形。



解

$$N(A)=\frac{4}{\pi A},\qquad \frac{-1}{N(A)}=\frac{-\pi A}{4}$$

绘出 $-1/N(A)$ 和 $G(j\omega)$ 曲线如图(a)所示，可见 D 点是自振点，系统一定会自振。



(a)

由自振条件可得：

$$N(A)=\frac{-1}{G(j\omega)}$$

即 $$-\frac{4}{\pi A}=\frac{-j\omega(j\omega+2)^2}{10}=\frac{-4\omega^2}{10}-\frac{j\omega(4-\omega^2)}{10}$$

令虚部为零解出 ω=2，代入实部得A=0.796。

输出信号的自振幅值为：$A_c=A/2=0.398$。

画出 c、x、y 点的信号波形如图(b)所示。