



# 航天器轨道动力学



杨洪伟

航天学院

# 任课教师基本情况



任课教师：

杨洪伟 教授/博士生导师

(航天控制工程系)

个人主页

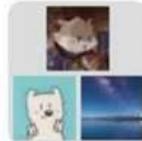


联系方式（答疑解惑welcome）：

办公 室：将军路校区D11楼A505室

电子 邮 件：[hongwei.yang@nuaa.edu.cn](mailto:hongwei.yang@nuaa.edu.cn)

微 信：课程讨论群(发布消息通知)



群聊：25年秋季航天器轨道动力学课程



该二维码7天内(11月25日前)有效，重新进入将更新

课程助教（答疑解惑）：

梁国梁 博士生

2023年航天学院本专业毕业

航天学院B505研究室

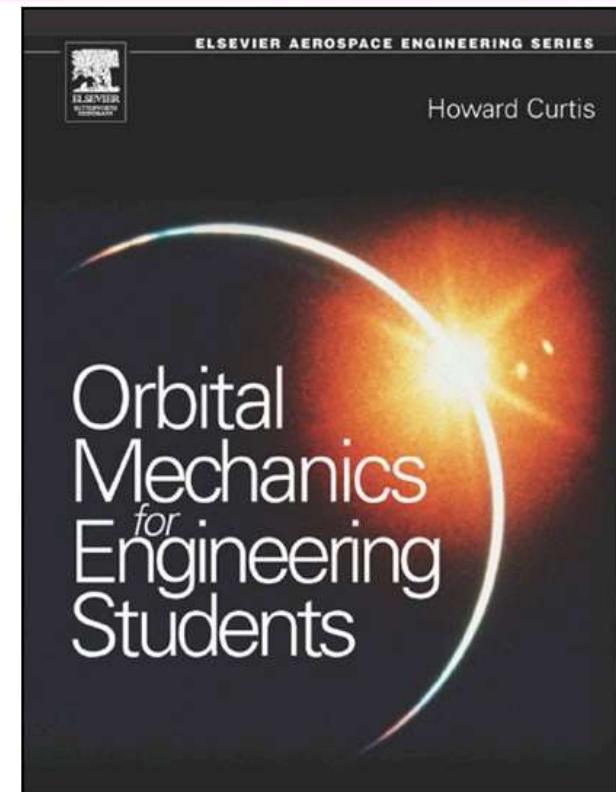
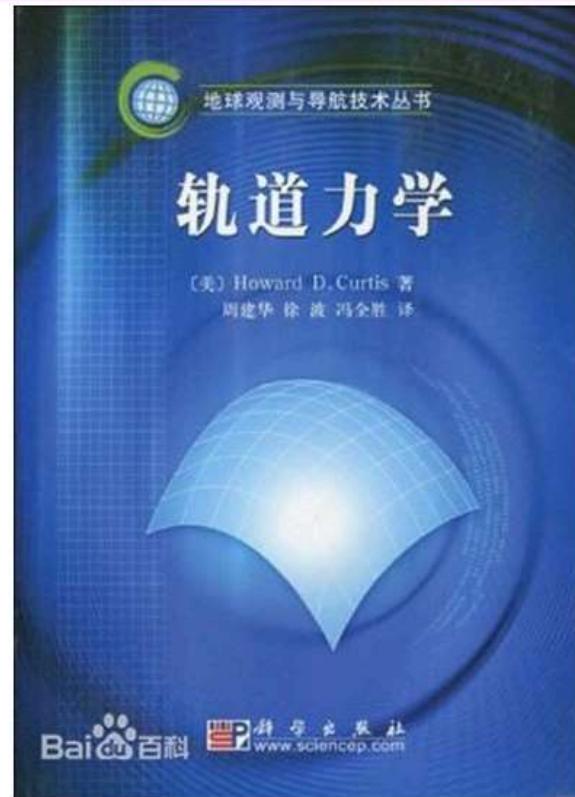
# 参考书目或网站



参考教材：

原著作者：  
Howard Curtis,  
美国安博瑞德  
航空航天大学

周建华、徐波、  
冯全胜 译

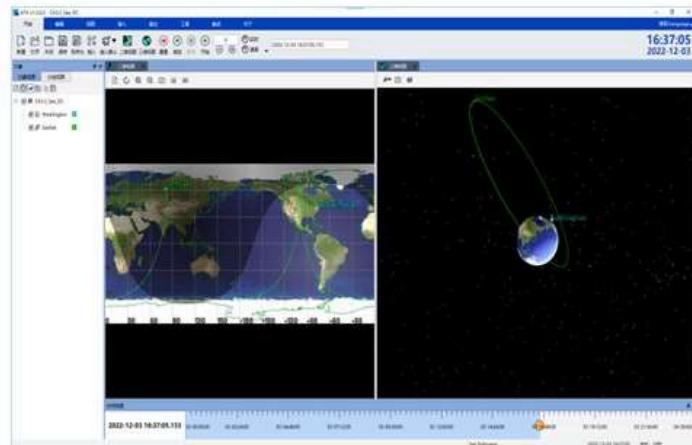


- ◎有关MATLAB的介绍书目；
- ◎有关网站或网页：登月、火星探索、神舟飞船、航天器、空间计划、天文知识等

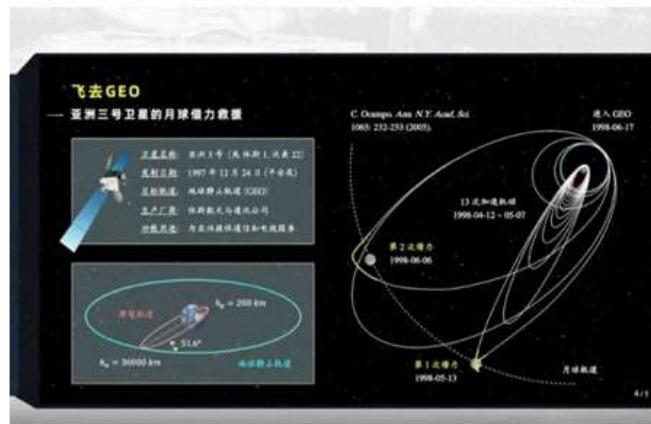


# 其他课程相关资源（参考）

国产航天任务设计软件：ATK (Aerospace Tool Kit )



线上慕课资源（配套有习题资源）





# 其他课程相关资源（推荐）

全国空间轨道设计竞赛（II级甲等）

-本科生赛道（丙题）、首次设立

<https://ctoc13.spacestdc.com>

使用**ATK**软件设计任务轨道

**ATK**可能推广到明年周培源力学竞赛（I级甲等）

丙题（国防科技大学）：

随着空间快速响应技术的迅猛发展，未来十年，低轨卫星的发射成本将大大降低，部署入轨所需时间也将显著减少，基于库存卫星快速搭建一个用以执行应急遥感任务的小规模星座将具备可行性。本届竞赛丙题设定为：面向应急对地观测任务的混合星座设计与机动调度。

为了降低参赛门槛，提高解题效率，丙题的方案设计与结果验证将依托国防科大自研的航天任务设计软件（Aerospace Tool Kit, ATK）开展。各参赛队可提前下载软件了解试用，赛题发布后，将同时发布一版竞赛专用软件（基本功能不变，增加本赛题结果验证功能）。点击以下超链接即可访问ATK：

[航天任务设计软件ATK下载、激活以及在线手册](#)

## 丙题奖项、排名与奖金

特等奖	第1名	10000
一等奖	第2~3名	5000
二等奖	第4~6名	3000
三等奖	第7~10名	1000



# 考核方式

航天器轨道动力学 2学分（2-8周，12周）  
理论教学32学时

## 成绩比例

### (1) 平时成绩 (20%)

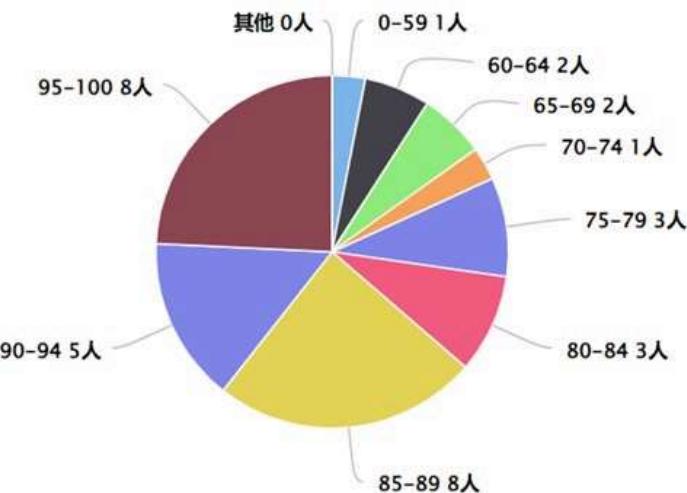
- 考勤+课后小作业+课堂表现

### (2) 阶段成绩 (20%)

- 计划大作业2次，需编程仿真，需提交报告

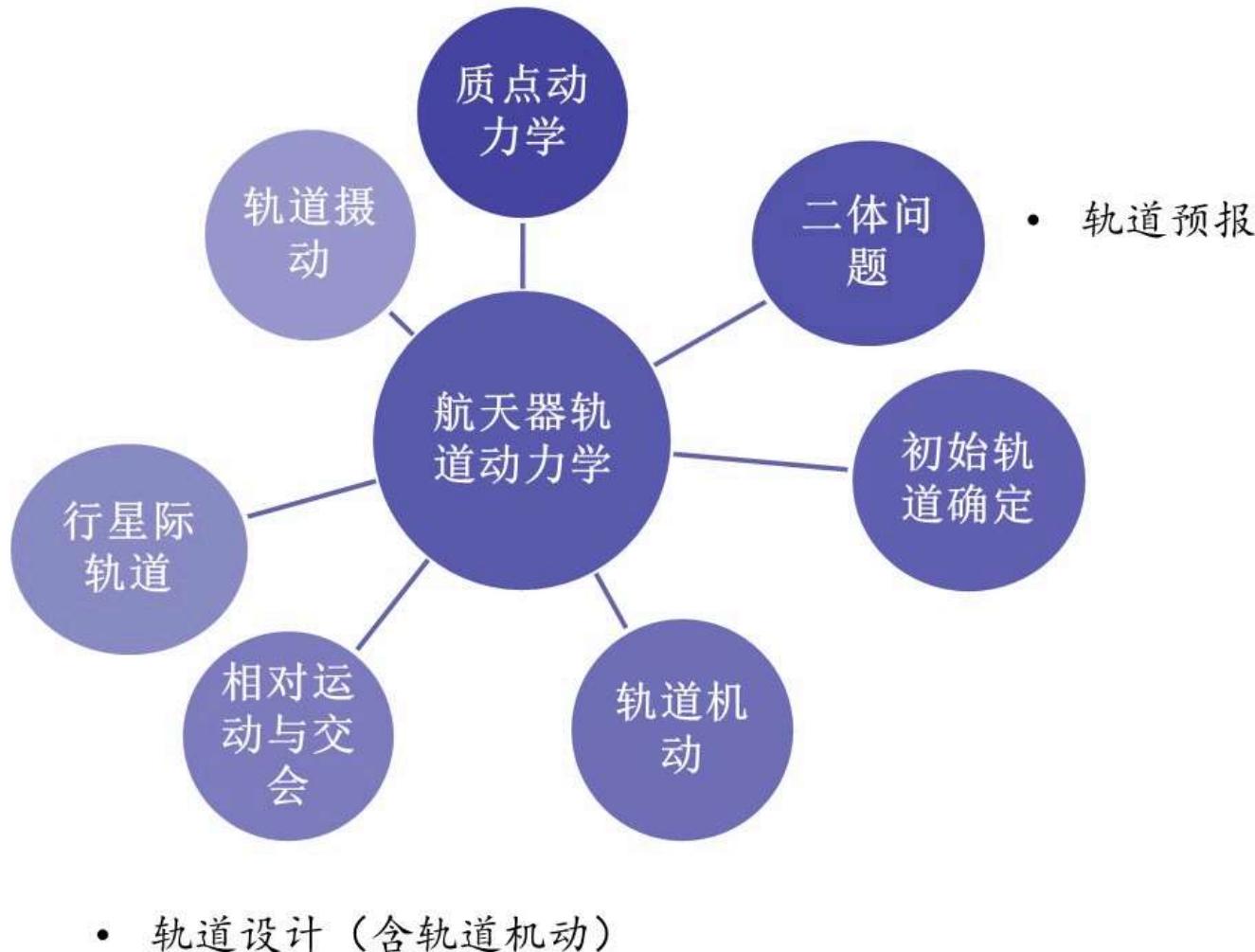
### (3) 期末考试 (60%)

- 闭卷，包括判断或选择、简答、计算推导等





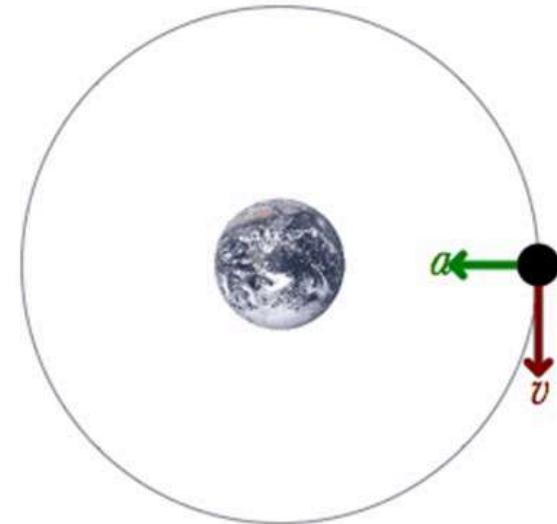
# 课程内容





## 何为航天器轨道？

- **轨道**——航天器质心的运动轨迹，包括发射轨道、运行轨道、返回轨道等



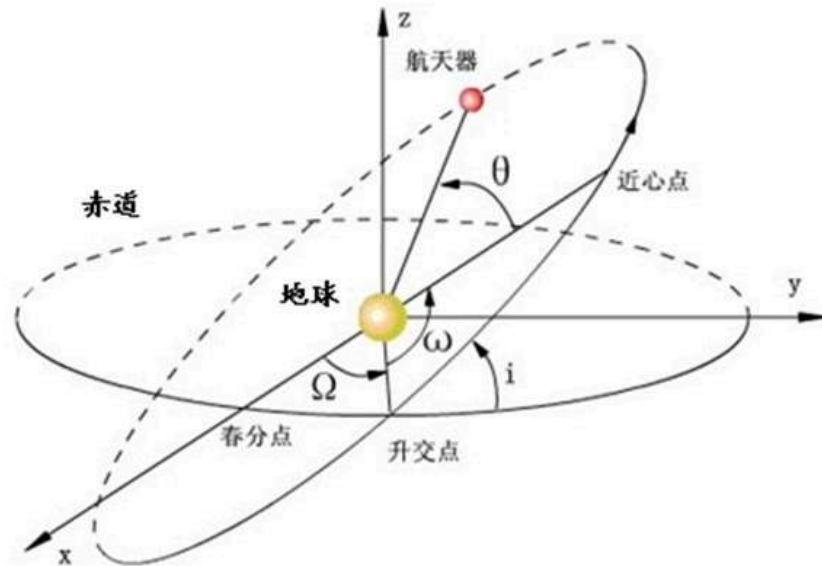
## 何为轨道动力学？

- **轨道动力学**——从天文学发展而来，以牛顿定理及万有引力定律为基础。研究轨道的特点、轨道转移及控制。实际上**是研究航天器质心的运动。**  
**(与姿态动力学的区别？)**



## 轨道的描述——轨道根数

- 半长轴 ( $a$ )
- 偏心率 ( $e$ )
- 轨道倾角 ( $i$ )
- 升交点赤经 ( $\Omega$ )
- 近地点辐角 ( $\omega$ )
- 在指定历元的平近点角 ( $M$ )



# 轨道分类



二体轨道

按偏心率e分

圆轨道

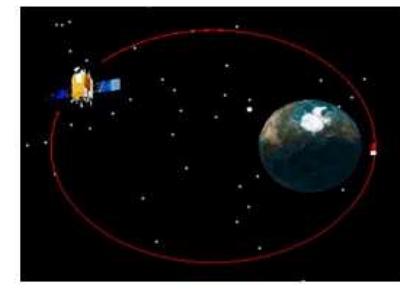
$$e=0$$



圆轨道

椭圆轨道

$$0 < e < 1$$



椭圆轨道

抛物线轨道

$$e=1$$



抛物线轨道

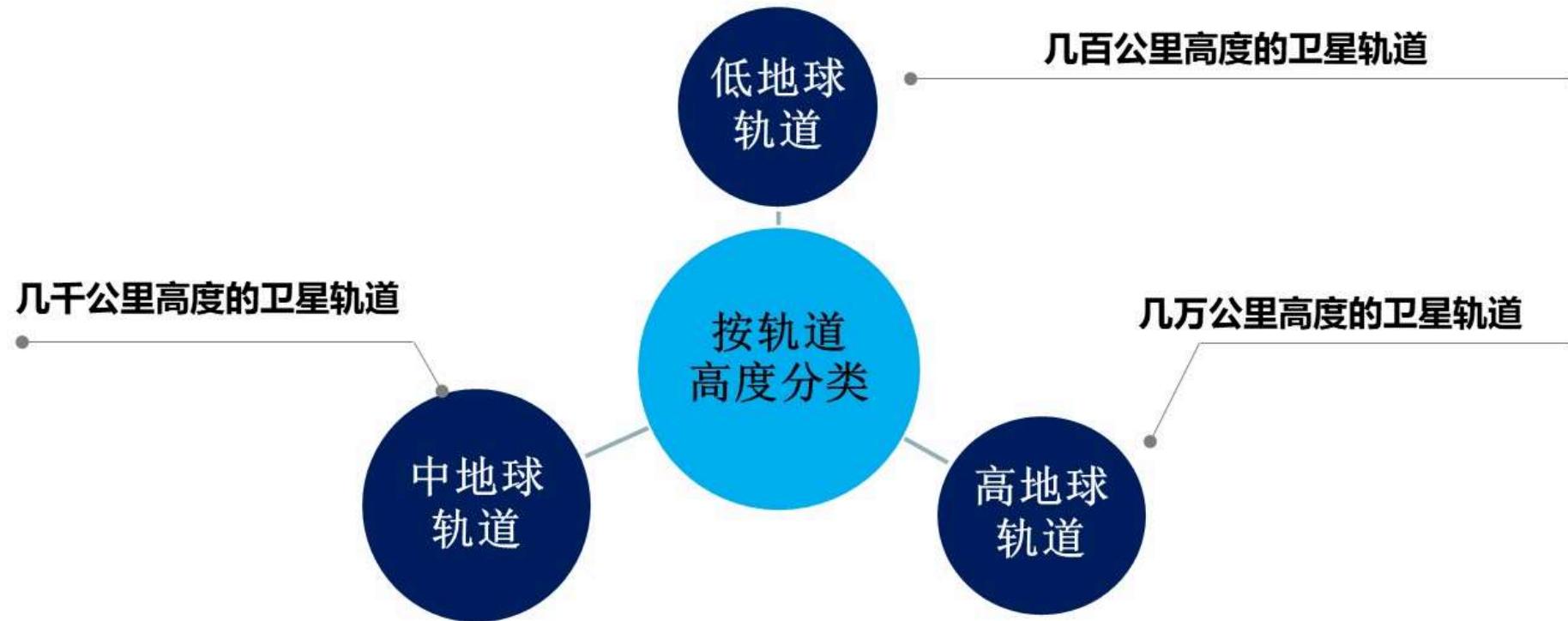
双曲线轨道

$$e>1$$

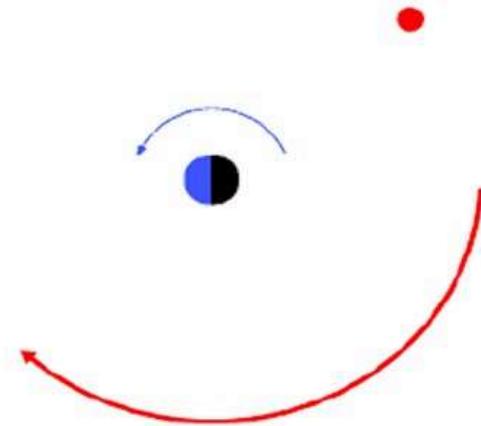


双曲线轨道

# 轨道分类



# 轨道分类





# 轨道分类

## 特殊轨道：

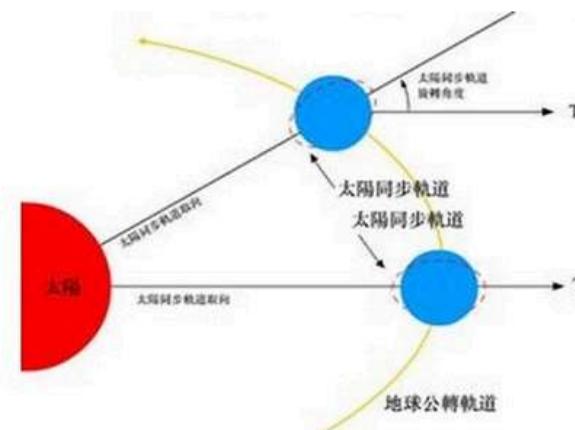
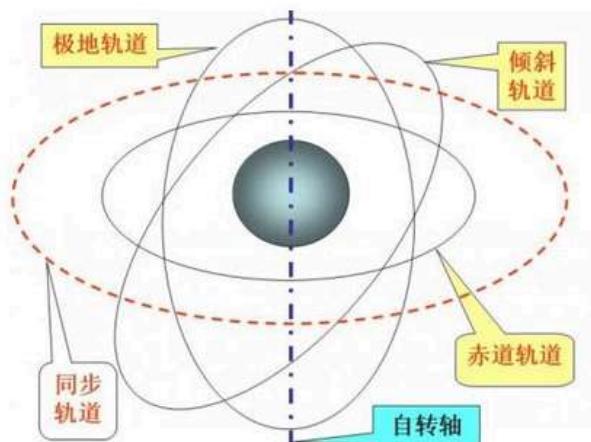
**地球同步轨道：**卫星的轨道周期等于地球在惯性空间中的自转周期（23小时56分4秒），且方向亦与之一致，卫星在每天同一时间的星下点轨迹相同，当轨道与赤道平面重合时称地球静止轨道。

**太阳同步轨道：**是指卫星的轨道平面和太阳始终保持相对固定的取向，轨道倾角（轨道平面与赤道平面的夹角）接近 $90^\circ$ 。卫星要在两极附近通过，因此又称之为近极地太阳同步卫星轨道。

**极 轨 道：**倾角为 $90^\circ$ 的人造地球卫星轨道又称极地轨道。在极轨道上运行的卫星，每一圈内都可以经过任何纬度和南北两极的上空。

**临界/冻结轨道：**当倾角为 $63.43$ 或 $116.57^\circ$ ，轨道拱线不转动，临界轨道，例如闪电轨道（Molniya）；近地遥感卫星，临界倾角不符合应用要求，冻结近地点幅角。

**回 归 轨 道：**星下点轨迹（地理坐标）周期性重复，也称重访轨道、循环轨道（近地轨道）。

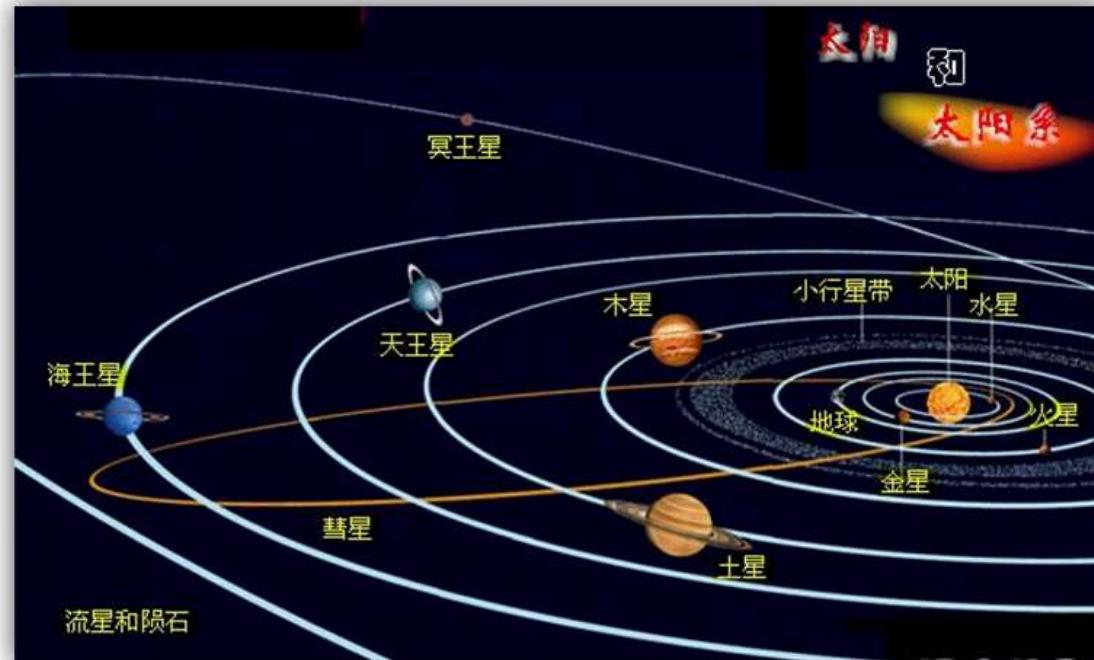


# 行星际轨道



**行星际空间：**太阳系中行星之间的空间区域。

**行星际轨道：**行星际空间航天器的运行轨道。





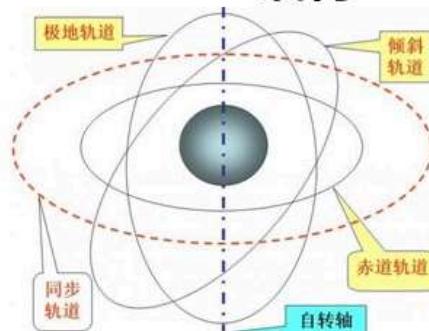
# 航天器轨道动力学作用

## 为什么要学习轨道动力学？

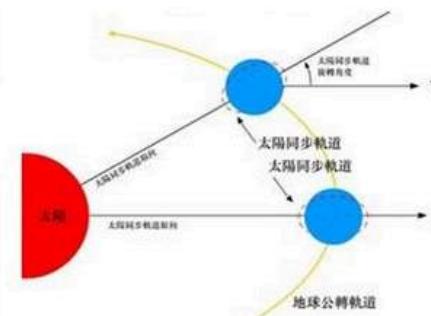
- 通过轨道动力学，可以用于确定航天器运行轨道及其规律、预报航天器的位置和速度等，是

### 航天器任务设计基础

- ✓ 任务轨道（太阳同步、冻结、回归）
- ✓ 发射窗口（探月、探火）
- ✓ 载荷...



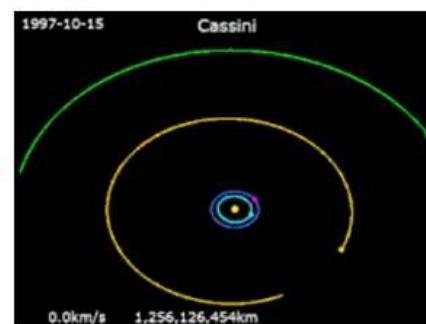
特殊轨道



太阳同步轨道

### 航天器GNC基础

- ✓ 轨道机动控制
- ✓ 制导设计
- ✓ 滤波算法状态估计...



星际转移轨道



借力飞行轨道

# 课程思政案例（一）

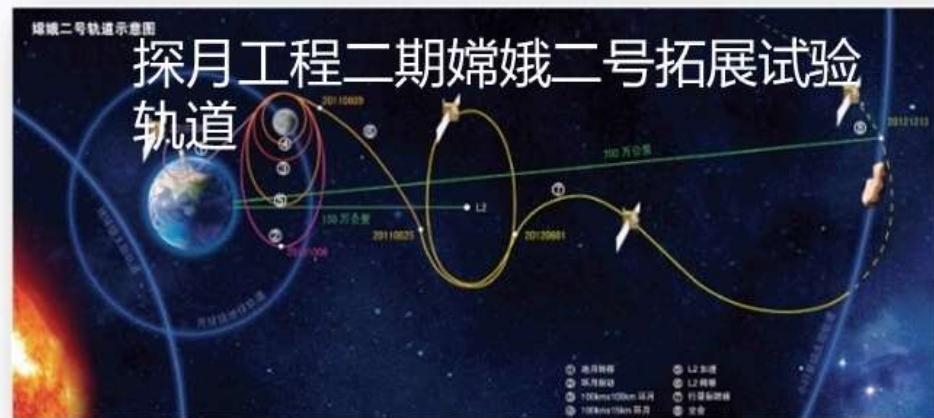


中国人的智慧

MIT 轨道动力学教科书

8.8 Spacecraft Motion Under Continuous Thrust

“The **key results** of this section are from two papers by **Hsue-shen Tsien** and ...”





## 课程思政案例（二）

- ✓ 国际空间探测轨迹优化大赛（GTOC，又译国际空间轨道设计竞赛）是欧洲航天局ESA 2005年发起的一项国际性赛事，是世界航天领域的高水平、专业型竞赛，号称航天轨道设计领域的“奥林匹克”。

十年磨一剑，从GTOC1倒数第一到GTOC11世界冠军



	GTOC1	GTOC2	GTOC3	GTOC4	GTOC5	GTOC8	GTOC11
主办	ESA	JPL	都林理工	CNES	莫大	JPL	国防科大
1	JPL	都林理工	CNES	莫大	JPL	ESA	清华
2	Deimos	莫大	JPL	美TAC	都林理工	清华	ESA
3	GMV	ESA	佐治亚理工	ESA	清华	都林理工	奥克兰
...	...	...	...	...	...	...	...
清华	11	10	11	20	3	2	1



# 第一章：质点动力学

## 复习与温习

### 一.运动学

**运动学：**描述和研究物体位置随时间的变化规律的力学分支

**动力学：**动力学是理论力学的一个分支学科，它主要研究作用于物体的力与物体运动的关系

**注意**  $v \neq \dot{r}$  即  $r$  导数的模不等于  
 $r$  模的导数。

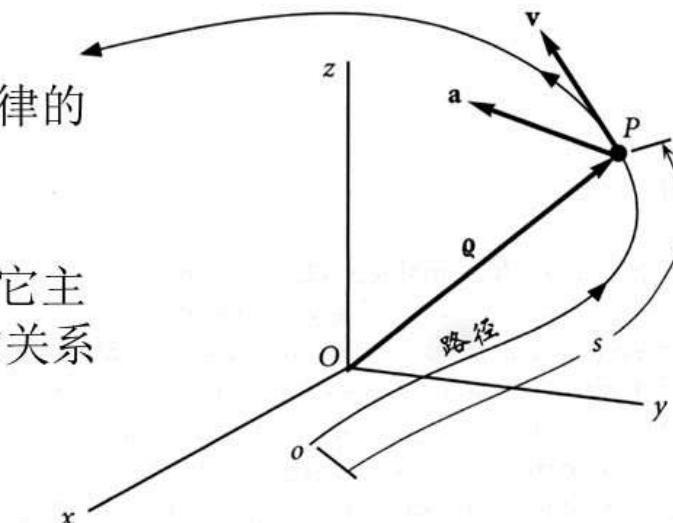


图. 位置、速度和加速度矢量



# 第一章：质点动力学

## 二.质量、力和牛顿万有引力定律

**惯性坐标系，绝对速度，绝对加速度**

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{万有引力}$$

$$W = mg \quad \text{重力}$$

$$g = \frac{GM}{r^2} \quad \text{引力加速度}$$



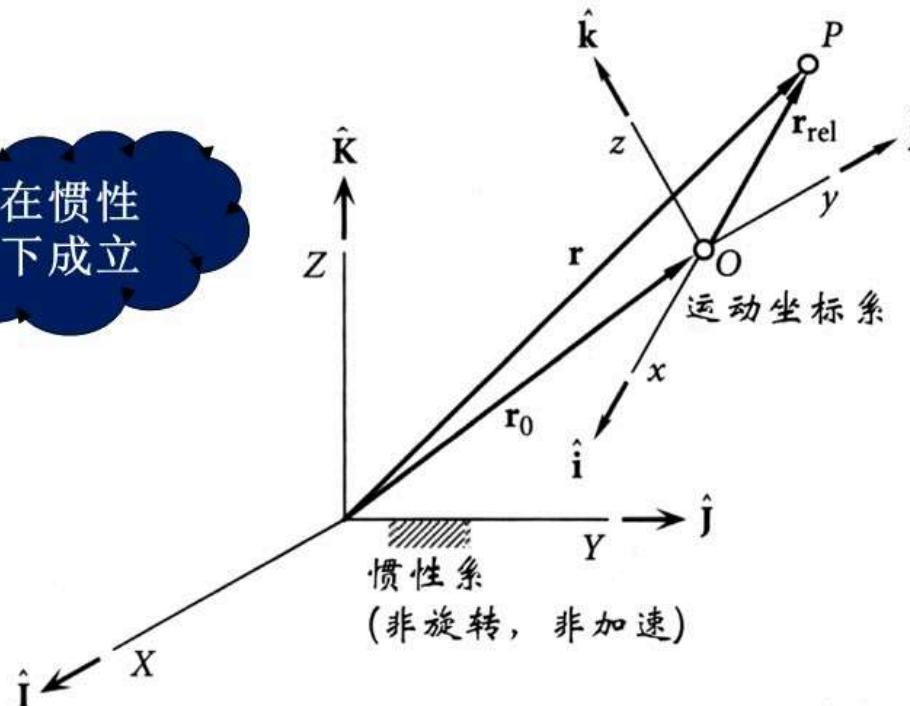
# 第一章：质点动力学

## 三. 牛顿第二定律

$$F_{合} = m\vec{a}$$

只在惯性系下成立

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \equiv \frac{\mathbf{F}_{合}}{m}$$



通过牛顿第二定律，力便与基本物理量质量、长度和时间相联系起来。



# 第一章：质点动力学

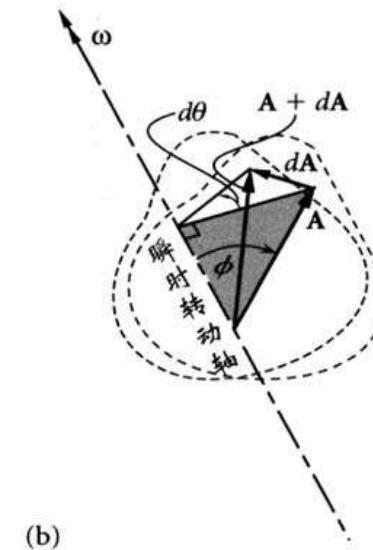
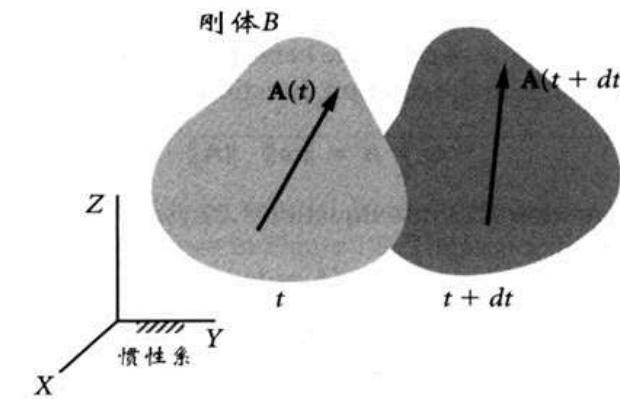
## 四. 运动矢量的时间导数

$$d\mathbf{A} = [(\|\mathbf{A}\| \sin \phi) d\theta] \hat{\mathbf{n}}$$

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}$$

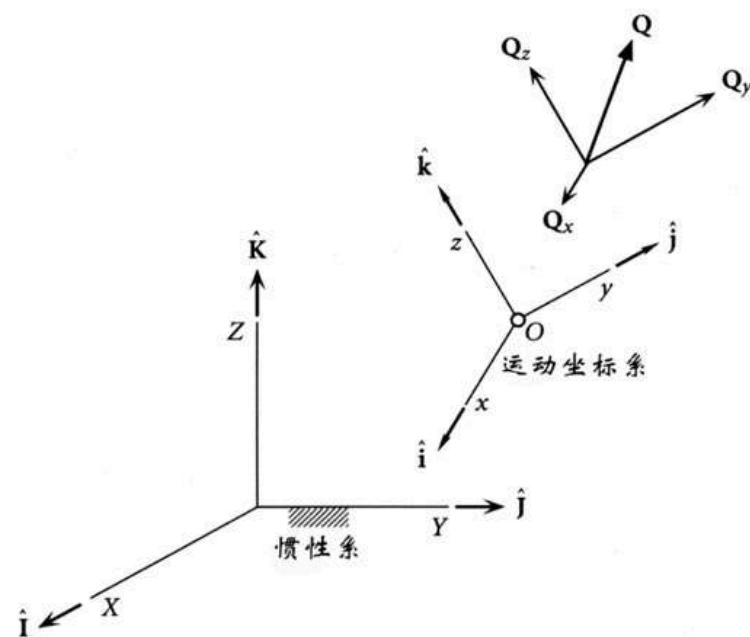
(a)

模为常量的矢量  
的时间导数





# 第一章：质点动力学



将任意矢量  $\mathbf{Q}$ , 在惯性坐标系中分解

$$\mathbf{Q} = Q_x \hat{\mathbf{i}} + Q_y \hat{\mathbf{j}} + Q_z \hat{\mathbf{k}}$$

$\mathbf{Q}$  的时间导数

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dt} = \frac{dQ_x}{dt} \hat{\mathbf{i}} + \frac{dQ_y}{dt} \hat{\mathbf{j}} + \frac{dQ_z}{dt} \hat{\mathbf{k}}$$

将  $\mathbf{Q}$  在运动坐标系中分解

$$\mathbf{Q} = Q_x \hat{\mathbf{i}} + Q_y \hat{\mathbf{j}} + Q_z \hat{\mathbf{k}}$$

$\mathbf{Q}$  的时间导数

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dt} = \frac{dQ_x}{dt} \hat{\mathbf{i}} + \frac{dQ_y}{dt} \hat{\mathbf{j}} + \frac{dQ_z}{dt} \hat{\mathbf{k}} + Q_x \frac{d\hat{\mathbf{i}}}{dt} + Q_y \frac{d\hat{\mathbf{j}}}{dt} + Q_z \frac{d\hat{\mathbf{k}}}{dt}$$



# 第一章：质点动力学

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dt} = \left[ \frac{dQ_x}{dt} \hat{\mathbf{i}} + \frac{dQ_y}{dt} \hat{\mathbf{j}} + \frac{dQ_z}{dt} \hat{\mathbf{k}} \right] + \left[ Q_x \frac{d\hat{\mathbf{i}}}{dt} + Q_y \frac{d\hat{\mathbf{j}}}{dt} + Q_z \frac{d\hat{\mathbf{k}}}{dt} \right]$$
$$\left. \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \right)_{\text{相对}} = \frac{dQ_x}{dt} \hat{\mathbf{i}} + \frac{dQ_y}{dt} \hat{\mathbf{j}} + \frac{dQ_z}{dt} \hat{\mathbf{k}}$$

$$\frac{d\hat{\mathbf{i}}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{i}}, \quad \frac{d\hat{\mathbf{j}}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{j}}, \quad \frac{d\hat{\mathbf{k}}}{dt} = \boldsymbol{\Omega} \times \hat{\mathbf{k}}$$



$$\frac{d\mathbf{Q}}{dt} = \left. \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \right)_{\text{相对}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{Q}$$



如何通过相对时间导数来求绝对时间导数



# 第一章：质点动力学

练习，推导

$$\frac{d^2\mathbf{Q}}{dt^2} \text{ 的表达式}$$

$$\begin{aligned}\frac{d^2\mathbf{Q}}{dt^2} &= \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \right)_{\text{相对}} + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{Q} + \boldsymbol{\Omega} \times \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \\ &\Rightarrow \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \right)_{\text{相对}} + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{Q} + \boldsymbol{\Omega} \times \left( \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \right)_{\text{相对}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{Q} \\ &\Rightarrow \frac{d^2\mathbf{Q}}{dt^2} \left)_{\text{相对}} + \boldsymbol{\Omega} \times \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \right)_{\text{相对}} + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{Q} + \boldsymbol{\Omega} \times \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \left)_{\text{相对}} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{Q}) \right. \\ &\Rightarrow \frac{d^2\mathbf{Q}}{dt^2} \left)_{\text{相对}} + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{Q} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{Q}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \frac{d\mathbf{Q}}{dt} \right)_{\text{相对}}\end{aligned}$$



# 思考：

设一与地球固连的坐标系o-xyz, 坐标原点在地球质心, x轴沿格林尼治子午线与赤道的交线指向外, z轴与地球自转角动量方向一致, y轴与x、z轴构成右手定则。设地球的自转角速度的大小为 $w_e$ , 推导出航天器在o-xyz坐标系中的动力学方程。

要求给出形式为:

$$\ddot{x} = f_1(x, y, z, F_x)$$

$$\ddot{y} = f_2(x, y, z, F_y)$$

$$\ddot{z} = f_3(x, y, z, F_z)$$



## 五. 相对运动

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_O + \mathbf{r}_{\text{相对}}$$

在运动坐标系中可表示为

$$\mathbf{r}_{\text{相对}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}$$

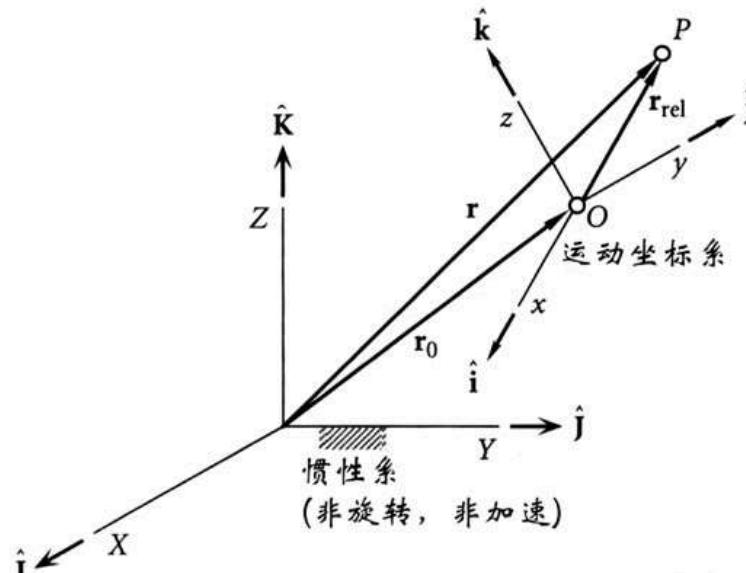


图. 绝对和相对位置矢量



# 第一章：质点动力学

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{\mathbf{F}_{\text{合}}}{m} \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}_O}{dt} + \frac{d\mathbf{r}_{\text{相对}}}{dt}$$

在运动坐标系中  $\mathbf{r}_{\text{相对}}$  可表示为  
 $\mathbf{r}_{\text{相对}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}$

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_{\text{相对}}}{dt^2} = \mathbf{a}_{\text{相对}} + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{v}_{\text{相对}} = \mathbf{v}_{Odt} \frac{d\mathbf{r}_{\text{相对}}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\mathbf{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathbf{j}} + \frac{dz}{dt}\hat{\mathbf{k}} + x \frac{d\hat{\mathbf{i}}}{dt} + y \frac{d\hat{\mathbf{j}}}{dt} + z \frac{d\hat{\mathbf{k}}}{dt}$$

$$+ \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{\text{相对}})$$

$$+ 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_{\text{相对}}$$

质点绝对速度

$$\frac{d\mathbf{r}_{\text{相对}}}{dt} = \mathbf{v}_{\text{相对}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{\text{相对}}$$

动坐标系原点的绝对速度



# 知识要点：

1. 牛顿第二定律中的加速度是运动物体相对于惯性系的加速度。
2. 模值不变的矢量A的时间导数为

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}$$

3. 运动物体相对于动坐标系的相对位置矢量的一阶、二阶导数分别为：

$$\frac{d\mathbf{r}_{\text{相对}}}{dt} = \mathbf{v}_{\text{相对}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{\text{相对}}$$

$$\frac{d^2\mathbf{r}_{\text{相对}}}{dt^2} = \mathbf{a}_{\text{相对}} + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{\text{相对}} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{\text{相对}}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_{\text{相对}}$$



## 应用：

设一与地球固连的坐标系o-xyz, 坐标原点在地球质心, x轴沿格林尼治子午线与赤道的交线指向外, z轴与地球自转角动量方向一致, y轴与x、z轴构成右手定则。设地球的自转角速度的大小为 $w_e$ , 推导出航天器在o-xyz坐标系中的动力学方程。

要求给出形式为:

$$\ddot{x} = f_1(x, y, z, F_x)$$

$$\ddot{y} = f_2(x, y, z, F_y)$$

$$\ddot{z} = f_3(x, y, z, F_z)$$



$$(1.39) \quad \mathbf{a} = \mathbf{a}_o + \frac{d^2 \mathbf{r}_{\text{相对}}}{dt^2}$$

$$-\frac{GM}{r_{\text{相对}}^3} \mathbf{r}_{\text{相对}} = \frac{d^2 \mathbf{r}_{\text{相对}}}{dt^2} = \mathbf{a}_{\text{相对}} + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r}_{\text{相对}} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_{\text{相对}}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_{\text{相对}}$$

$$-\frac{GM}{r_{\text{相对}}^3} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_e \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_e \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \right) + 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_e \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$$

$$\ddot{x} = 2w_e \dot{y} + w_e^2 x - \frac{GM}{r_{\text{相对}}^3} x$$

$$\ddot{y} = -2w_e \dot{x} + w_e^2 y - \frac{GM}{r_{\text{相对}}^3} y$$

$$\ddot{z} = -\frac{GM}{r_{\text{相对}}^3} z$$