

7-1 非线性控制系统概述

所谓非线性指元件或环节输入输出静特性不按线性关系变化,如放大器,即为非线性元件。

非线性系统:包含一个或多个
非线性环节的系统

系统非线性特性分:

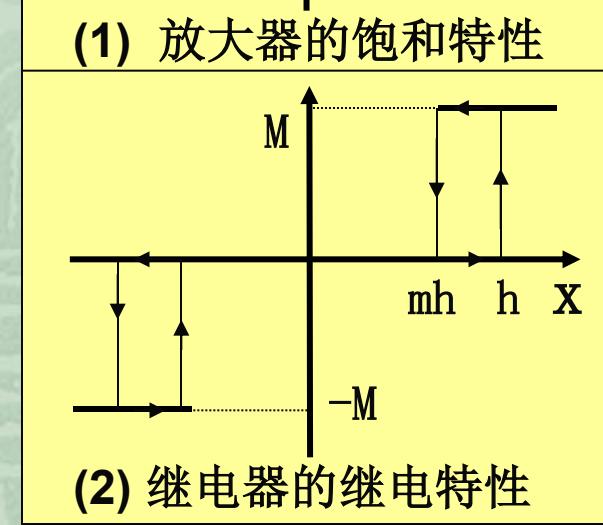
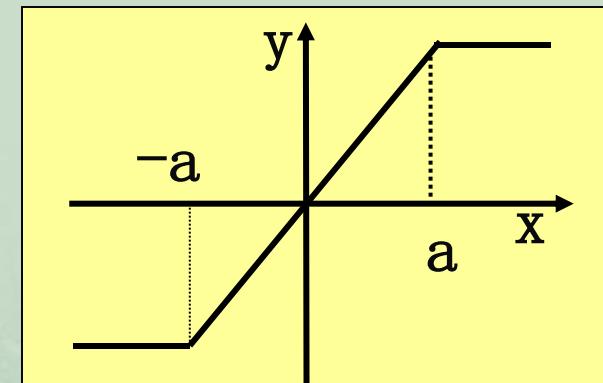


非本质非线性

如(1)在一定条件下
可进行线性化处理.

本质非线性

如(2)只能用非线
性理论进行分析.



一. 非线性系统的特点

■ 1. 稳定性问题

线性系统

取决于系统**结构**

非线性系统

还与**初始条件和输入有关**

■ 2. 运动形式

线性系统

与**初始条件无关**

非线性系统

与**初始条件有关**

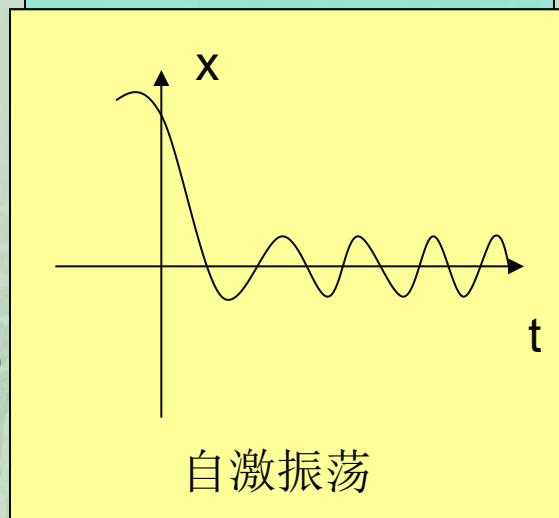
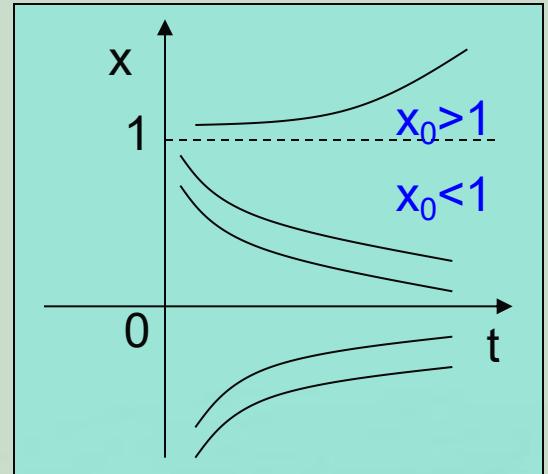
形式：

{
发散 (与平衡状态)

一般不希望系统
产生自激振荡

收敛 (与平衡状态)

自激振荡: 非线性系统, 外作用为零时, 系统完全可能
产生一定频率和振幅的稳定周期运动, 称为**自激振荡**.

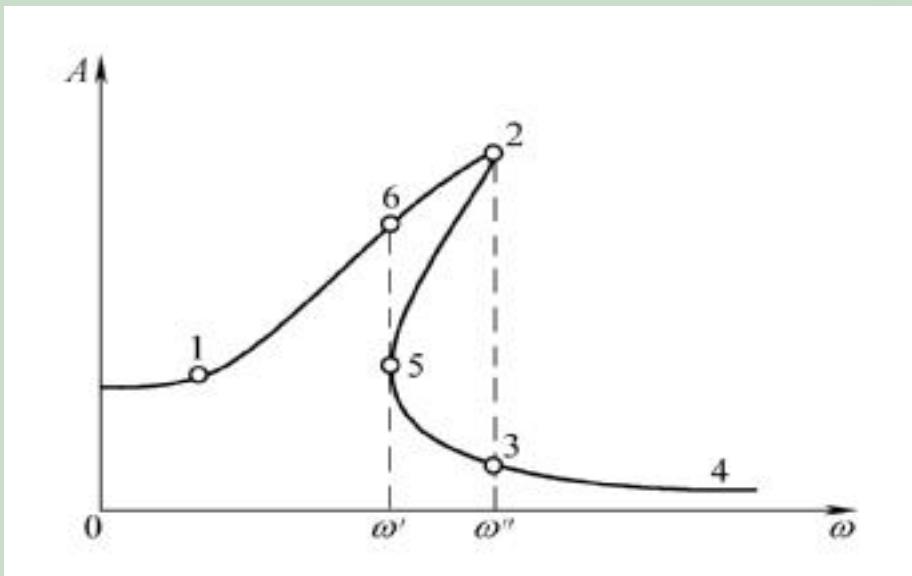


■ 3. 叠加原理不再适用

$$r=r_1+r_2 \rightarrow \boxed{\text{非线性}} \quad c \neq c_1+c_2$$

$$r(t)=A\sin\omega t \rightarrow \boxed{\text{非线性}} \quad c_{ss} \neq A\sin(\omega t+\varphi_c)$$

■ 4. 非线性系统, $r(t)=A\sin\omega t$, C_{ss} 比较复杂.



跳跃谐振和多值响应

二、非线性系统的分析方法

(1) 小扰动线性化

(2) 描述函数法

该方法是线性系统频率分析法在非线性系统中的推广应用，主要研究非线性系统稳定性和自激振荡。

该方法是1940年由达尼尔（Daniel）提出，它是一种“等效”的线性方法，

将非线性特性按傅里叶级数展开，忽略高次谐波项（也称为谐波分析法），

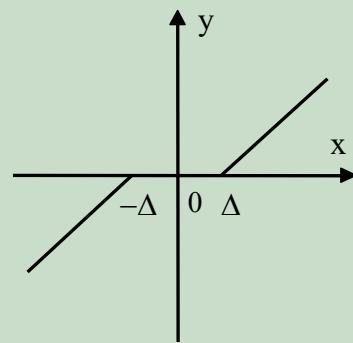
近似为线性系统，利用线性频域法分析非线性控制系统的性能。

(3) 计算机仿真方法

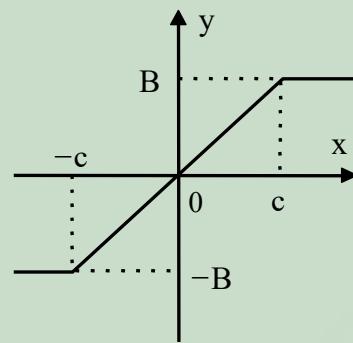
用计算机求解非线性系统微分方程，是分析和设计复杂非线性系统的有效方法。

§ 7-2 常见非线性特性及其对系统运动的影响

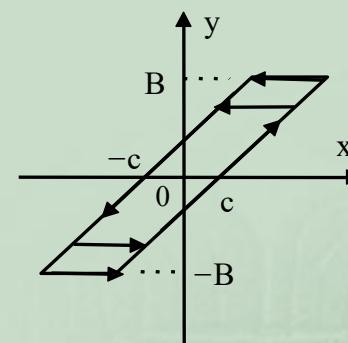
一、一些常见的非线性特性



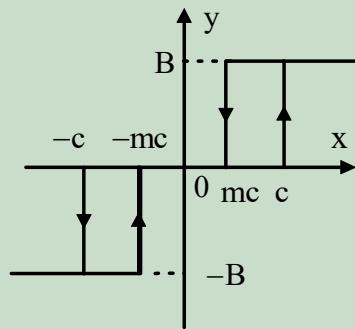
死区特性



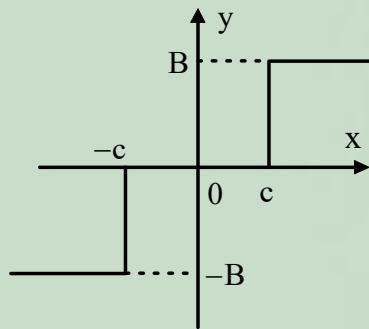
饱和特性



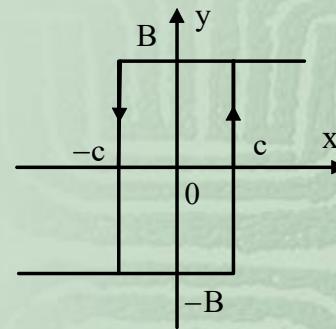
间隙特性



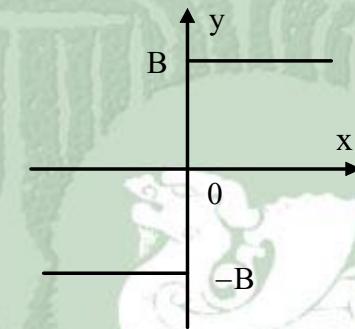
带死区、滞环继电特性



带死区的继电特性



带滞环的继电特性



理想继电特性

二、常见非线性特性对系统性能的影响

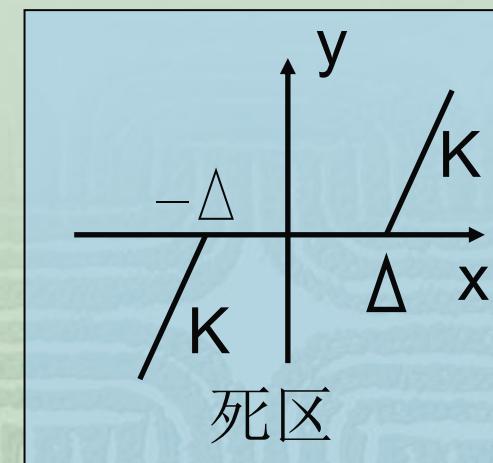
1. 死区(不灵敏区)特性

死区又称不灵敏区,它存在于各类元件中,如测量元件,执行元件,放大元件等.

数学表达式:

$$y = \begin{cases} 0 & |x| \leq \Delta \\ K(x - \Delta \text{sign}x) & |x| > \Delta \end{cases}$$

$$\text{sign}x = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$



死区(不灵敏区)特性的影响

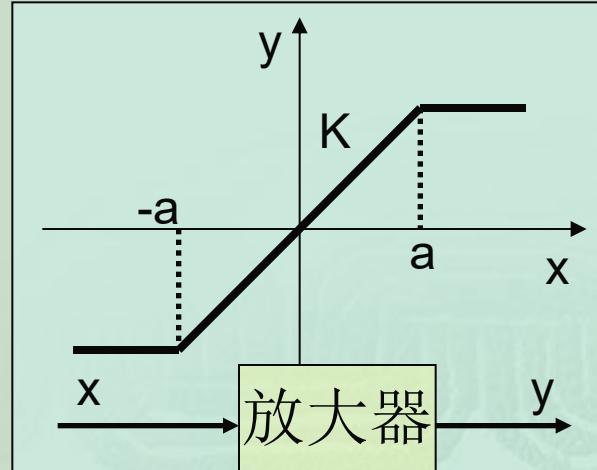
- 1) 由于死区的存在, 提高了动态过程的平稳性, 但使稳态误差增大, 降低系统稳态精度;
- 2) 死区能滤除输入端的小幅干扰, 提高系统的抗干扰能力。

2. 饱和特性

最常见的一种非线性特性，存在于各类放大器中。

数学表达式：

$$y = \begin{cases} Ka & x > a \\ Kx & |x| \leq a \\ -Ka & x < -a \end{cases}$$



对系统影响：

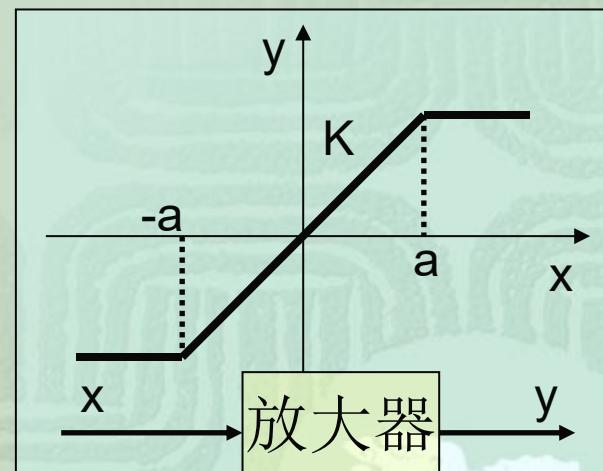
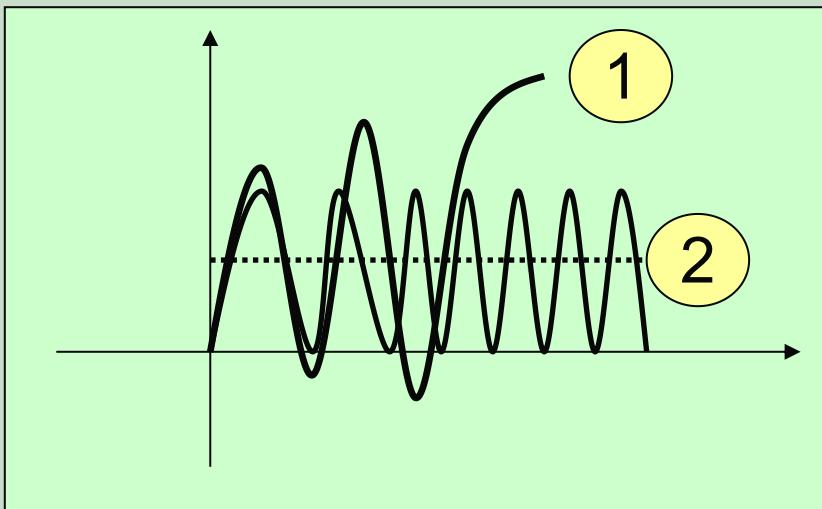
1 稳定的线性系统

饱和特性会使输出有所限制，其能量交换<无饱和特性的线性系统，使动态响应 $\sigma\% \downarrow$ ，平稳性 \uparrow ，快速性 \downarrow ；

2 不稳定的线性系统

其输出为振荡发散, 加饱和特性后, 输出有所收敛, 最终抑制为大幅度自振荡, 这就是自激现象。

为避免饱和特性不利影响, 应尽量限制输入信号的范围。



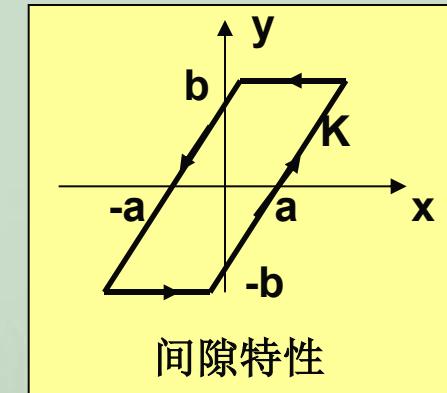
3. 间隙特性

传动机构的间隙 (如齿轮传动等) 也是控制系统中常见非线性因素。

典型形式如图：

数学表达式：

$$y = \begin{cases} K(x - a \text{sign} \dot{x}) & \left| \frac{y}{K} - x \right| \geq a \\ b \text{sign} x & \left| \frac{y}{K} - x \right| < a \end{cases}$$



上式表明：间隙宽度 $2a$, 其输出 $y(t)$ 与输入信号 $x(t)$ 大小有关,
而且与它减小或增大的方向有关.

对系统的影响：

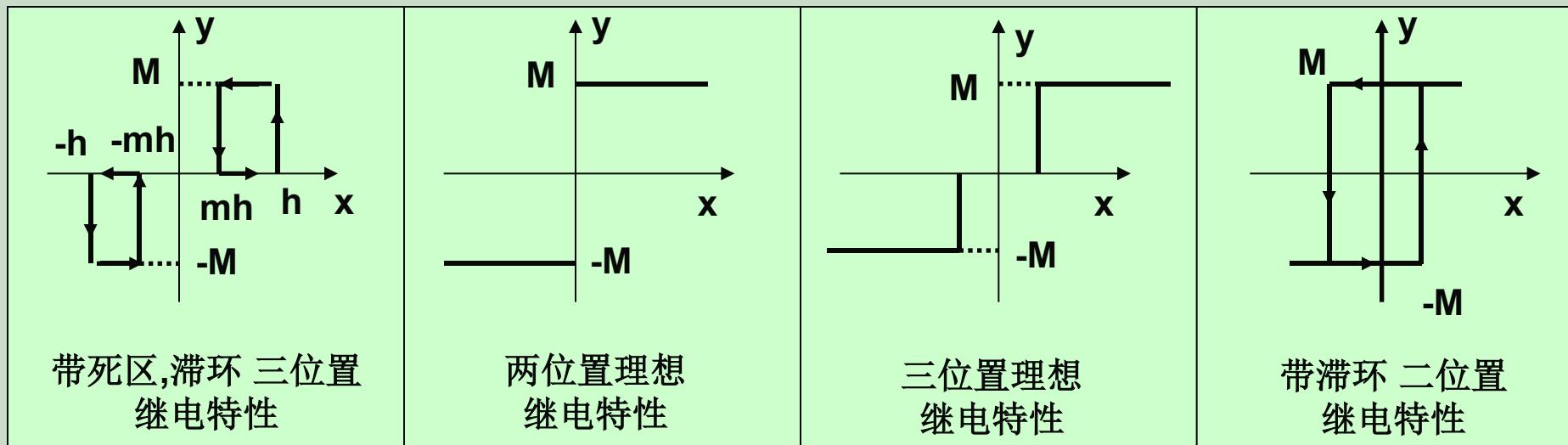
间隙的存在，相当于死区的影响，降低了
系统的跟踪精度。



4. 继电特性

继电特性广泛应用于控制系统, 改善系统的性能.

常见的继电特性如图:

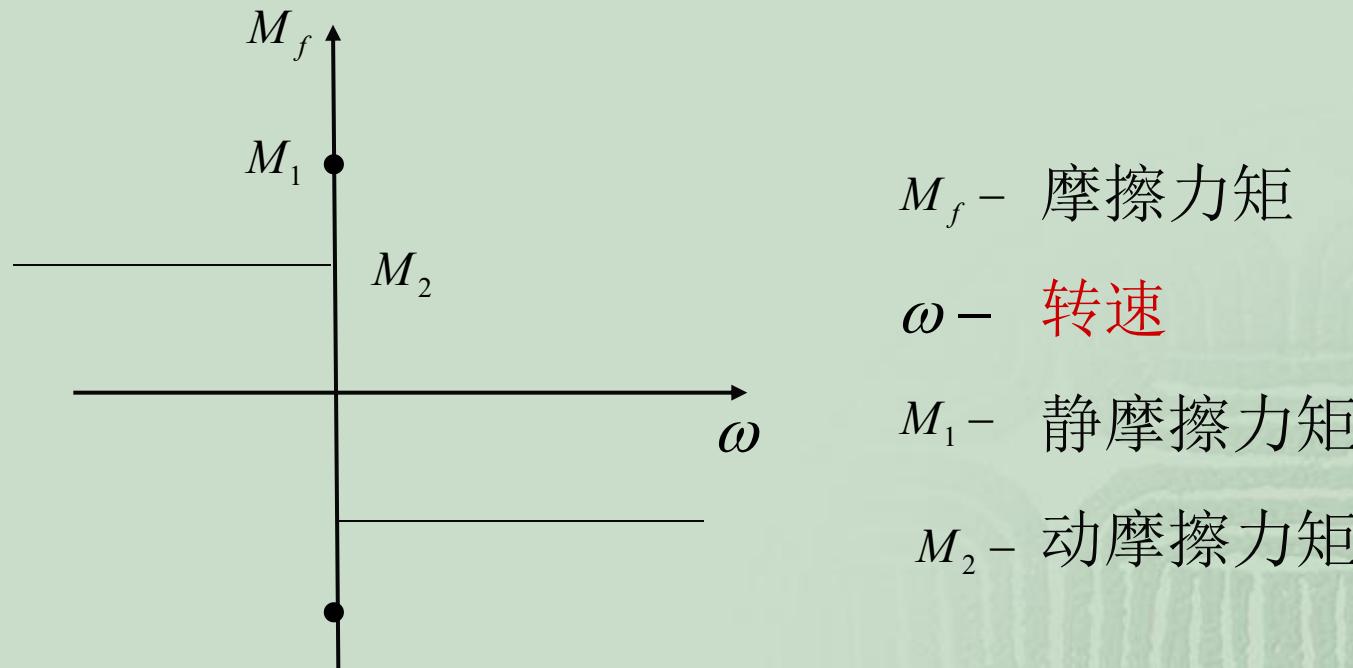


对系统的影响:

会使系统稳态误差增大, 振荡加剧, 产生自振或使系统不稳定.

5 摩擦特性

传动机构摩擦必然存在，摩擦力矩总是企图阻止机构运动。

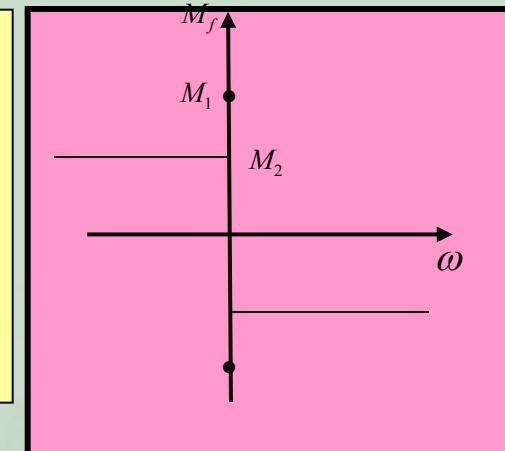
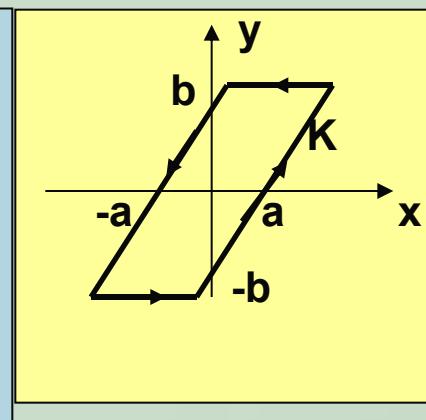
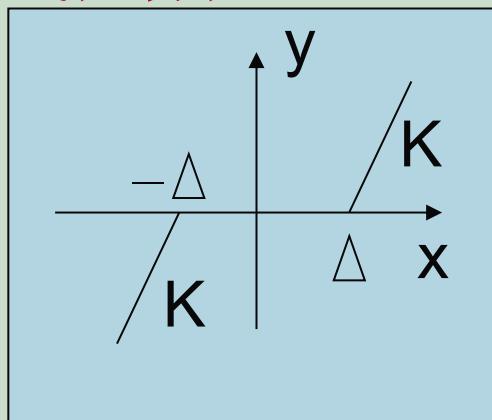
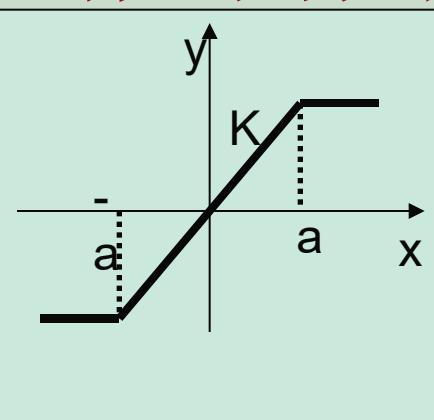


对系统的影响：

会造成系统在低速运动时产生不平滑性，出现低速爬行现象。

小结

1. 介绍了常见非线性特性

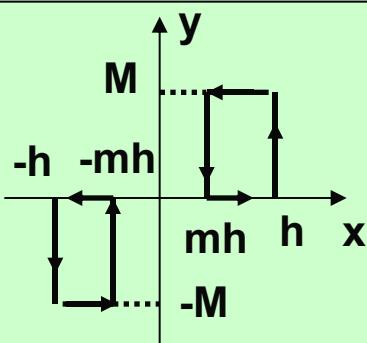


饱和特性

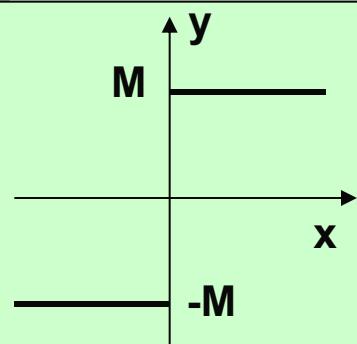
死区特性

间隙特性

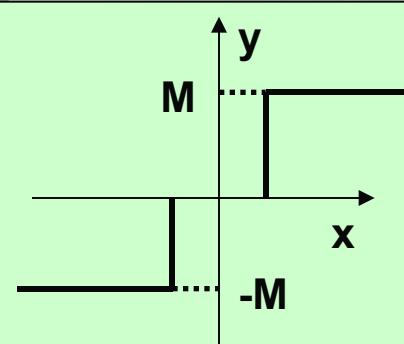
摩擦特性



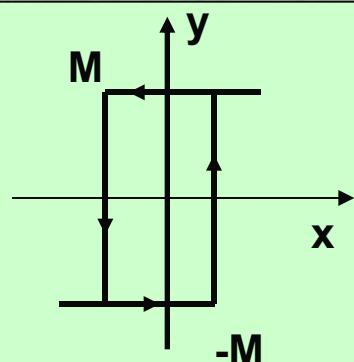
带死区, 滞环 三位置
继电特性



两位置理想
继电特性



三位置理想
继电特性



带滞环 二位置
继电特性

2. 简单分析了其对系统运动的影响