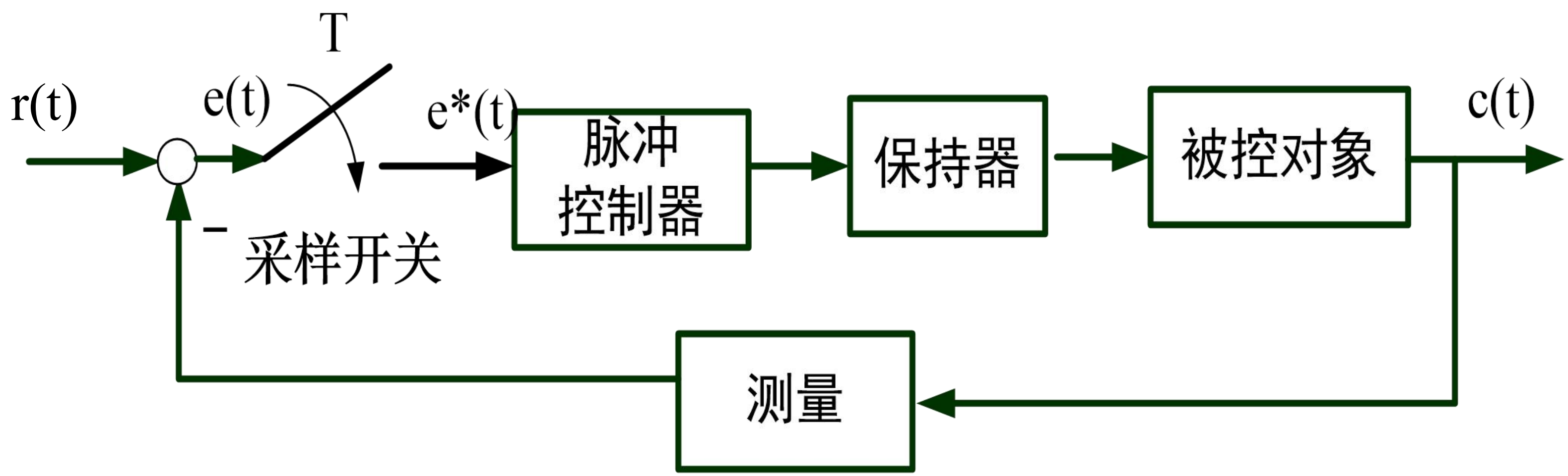
6-1 离散系统的基本概念

连续控制系统:控制系统中所有的信号为连续的时间函数.

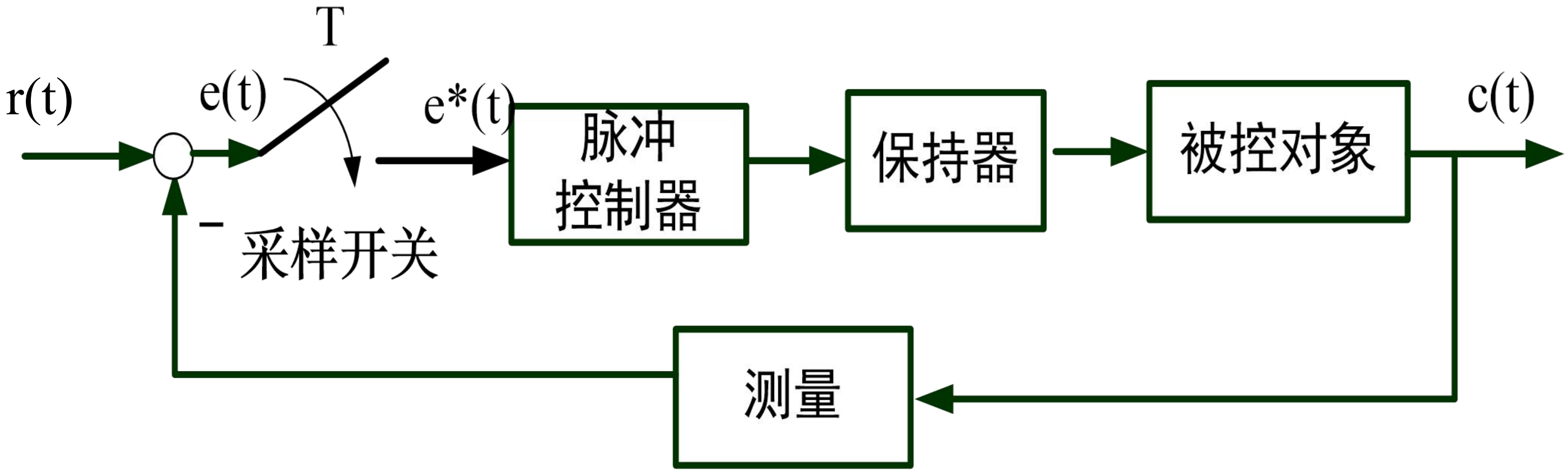
离散控制系统:控制系统中一处或几处信号在离散时刻有意义.

按信号传递形式分为:采样控制系统 和数字控制系统

一、采样控制系统



典型采样控制系统原理方框图



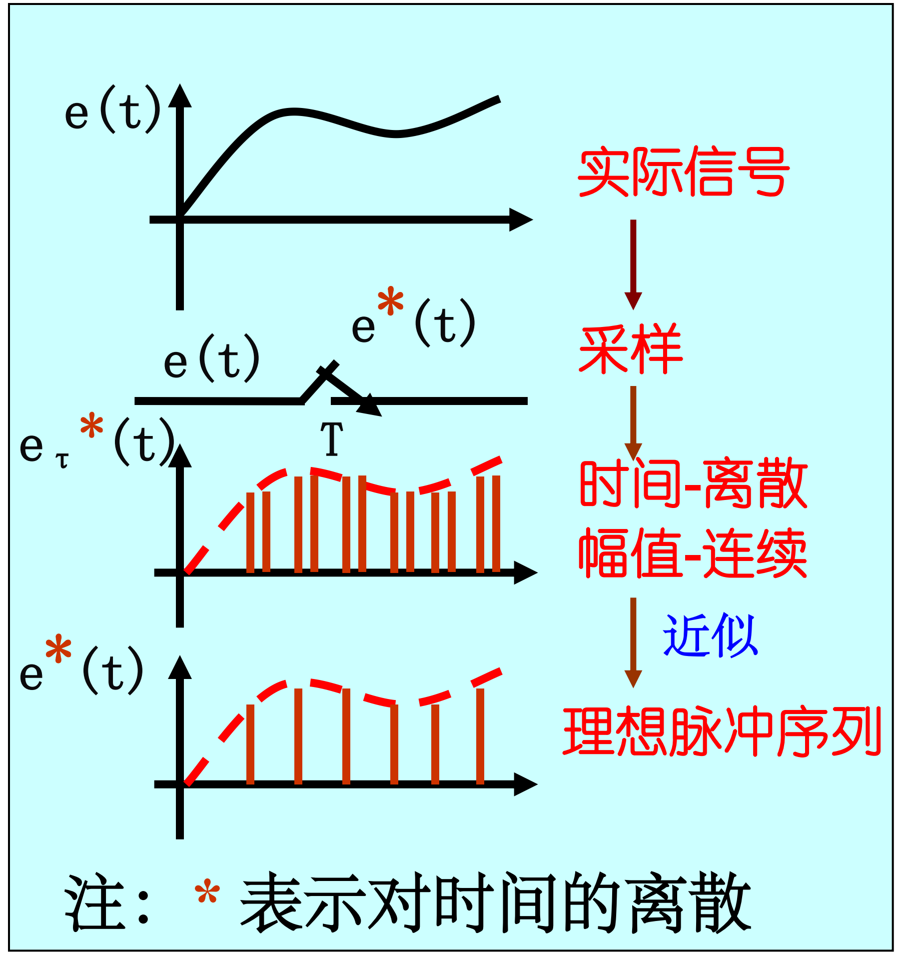
一、采样控制系统

1. 采样器

采样--将时间连续的信号变成时间离散的脉冲序列

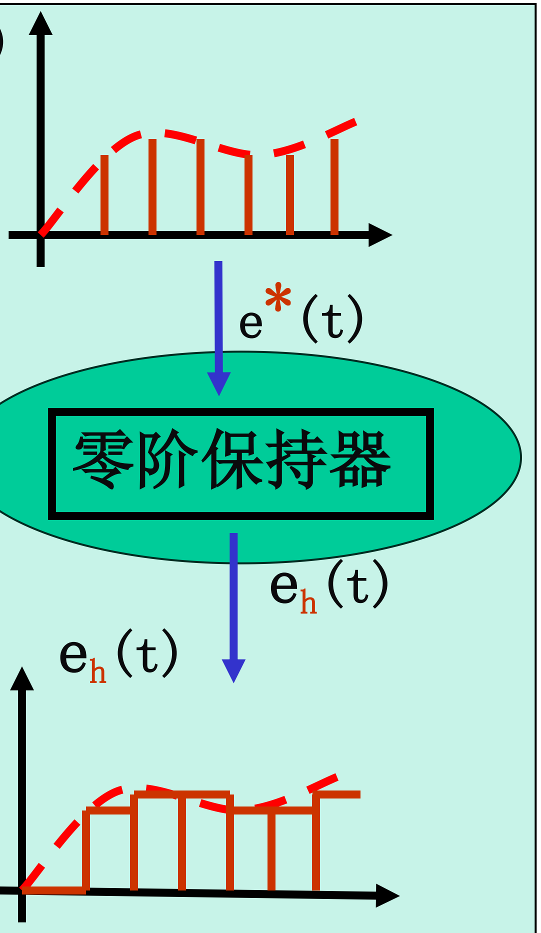
采样器--实现采样的装置

采样器常用一周期闭合的开关表示,闭合周期为T,每次闭合时间为τ.



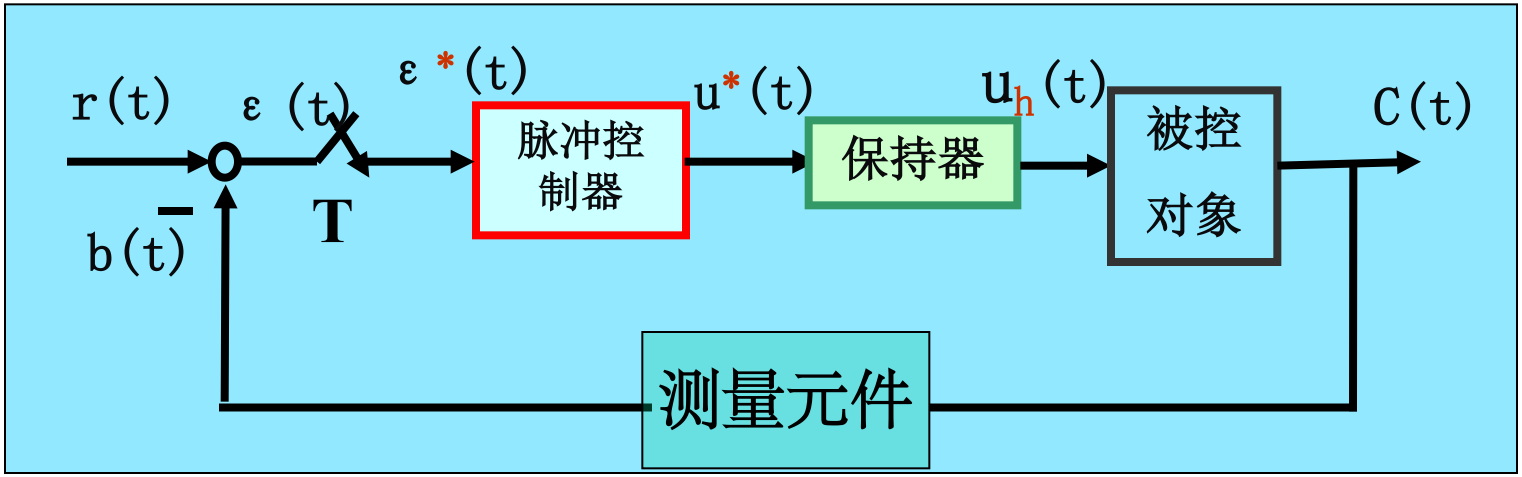
2. 保持器

保持器-- 脉冲序列$U^{*}(t)$变成连续信号$U_h(t)$的装置



零阶保持器输入输出信号

采样控制系统典型结构图如下:



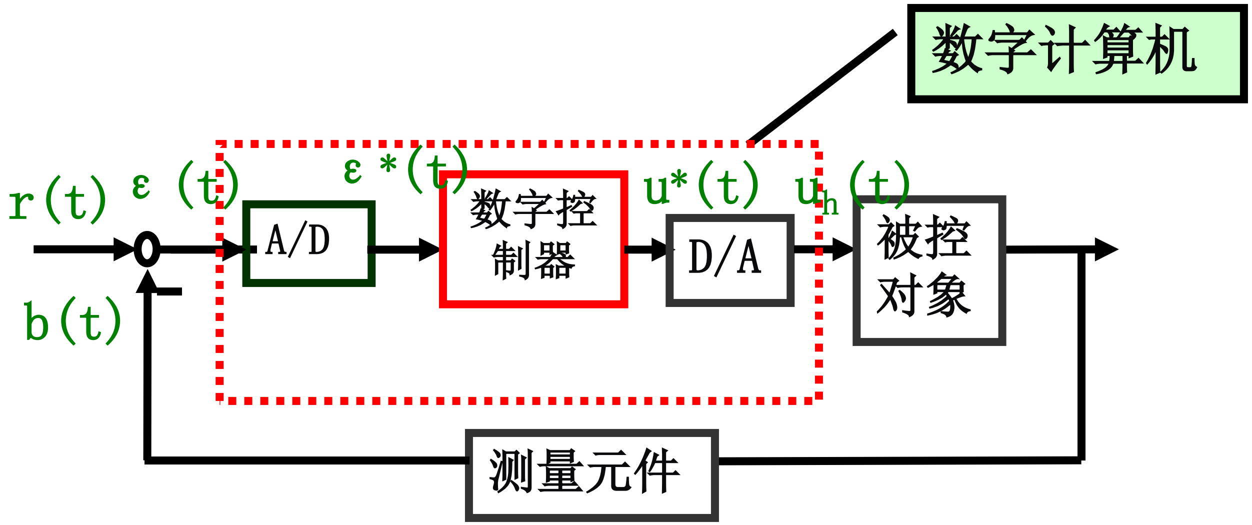
说明: 一个采样系统可以有多个采样开关，我们只讨论各采样开关同步动作时的情况.

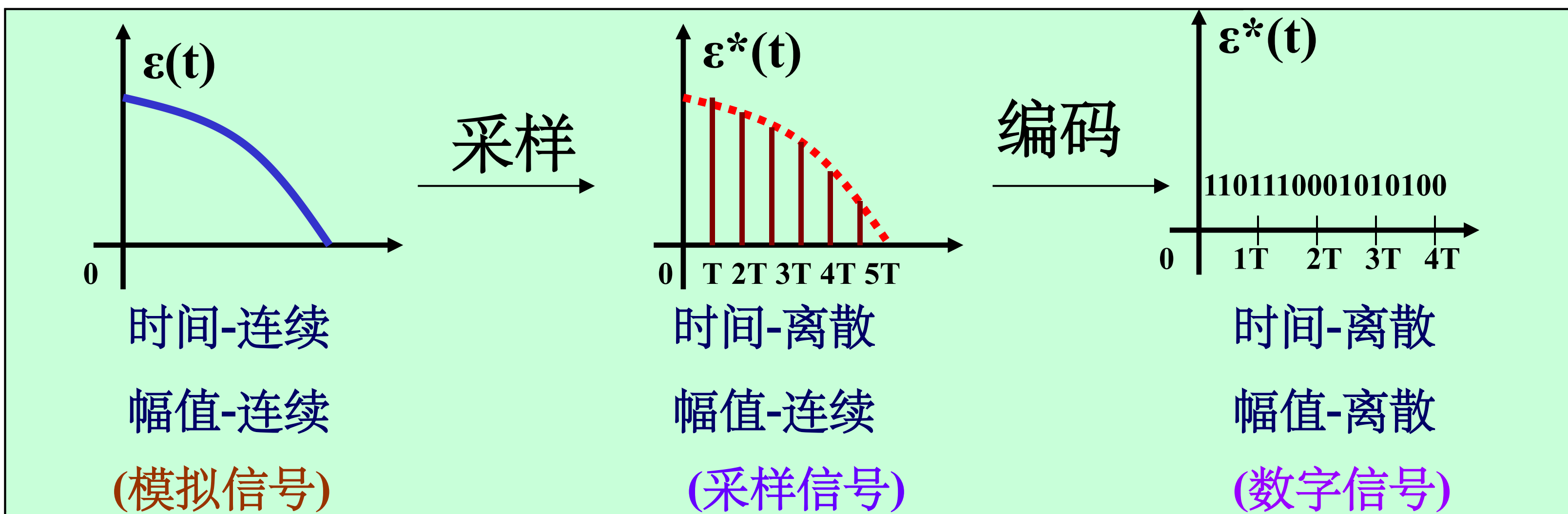
二、计算机控制系统（数字控制系统）

波音737-300型客机驾驶舱里数字设备包括引擎指示系统和乘员警示系统等，它以拥有数字控制设备而著称。

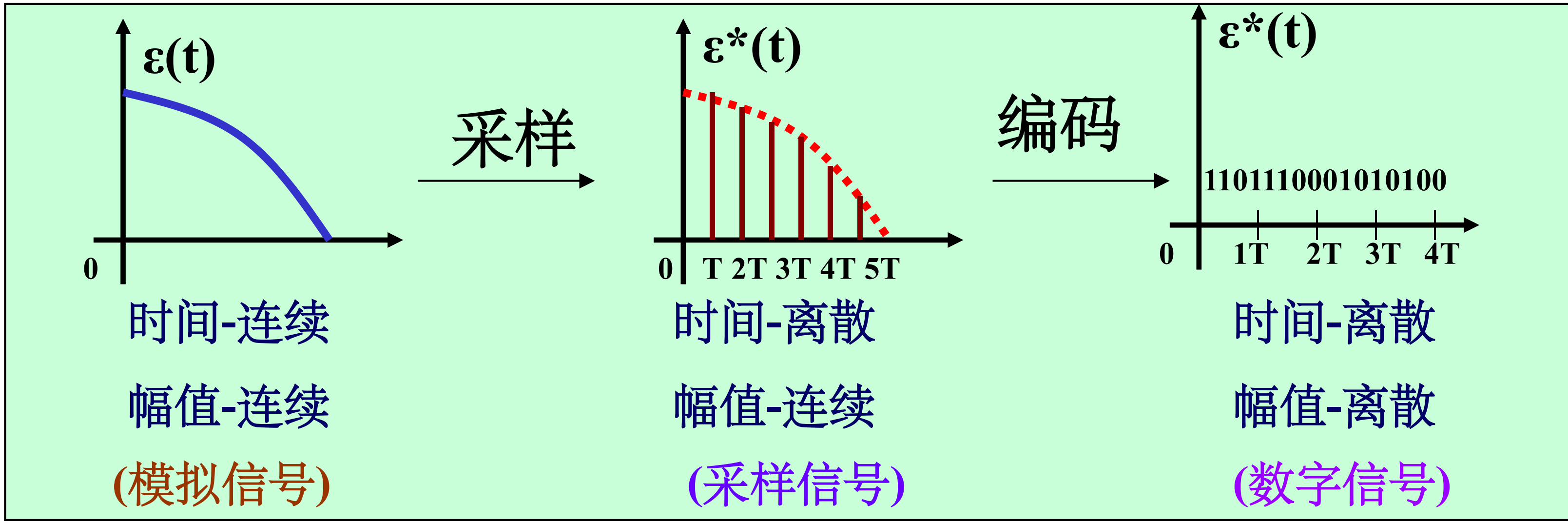
驾驶舱主飞行显示器上可以显示空速、高度、姿态、航向、垂直速度、飞行模式、飞行指引、着陆指示、无线电高度等信息。

1.计算机控制系统典型结构





A/D转换过程



A/D转换过程

2.A/D转换包括两个过程:

a.采样过程,使连续信号ε(t)每隔T秒进行一次采样,得到离散的模拟信号ε*(t);

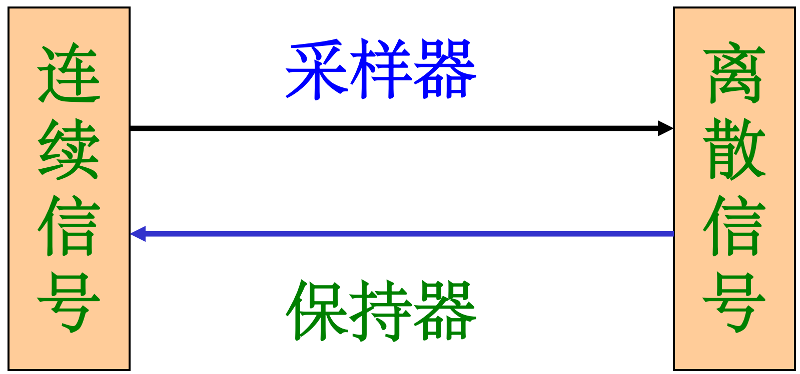
b.整量(编码)过程,将离散的模拟信号ε*(t)变成二进制编码的数字信号ε*(t).也就是用一组二进制的数码来逼近离散模拟信号的幅值,将其转换为数字量.

3. D / A转换器

定义: 把离散的数字信号转换成连续的模拟信号的装置

§ 6-2 信号采样与保持的数学描述

离散系统特点：系统中有一处或几处的信号为采样信号或数字信号.



一、 采样过程的数学描述

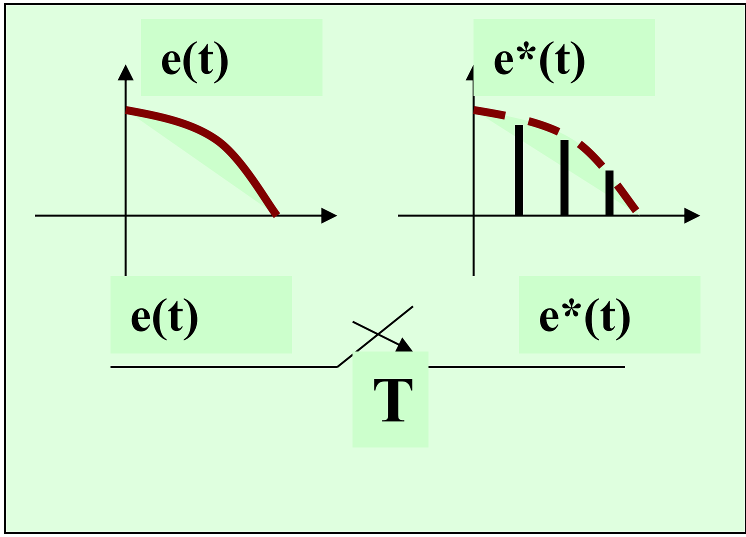
(1) 数学描述

$$e^*(t)=e_0+e_1+e_2+\dots+e_n+\dots$$

e_n强度由连续函数$e(t)|_{t=nT}$决定,

$t=nT$时刻出现脉冲 $\xrightarrow{\text{表示为}}$ $\delta(t-nT)$

$$\therefore\ e_n = e(nT)\,\delta(t-nT)$$



$$e^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e(nT) \cdot \delta(t - nT) \qquad t \ge 0$$

（2）采样信号的频谱

单位理想脉冲序列 δ_{T} 为一周期函数，可展开为傅里叶级数

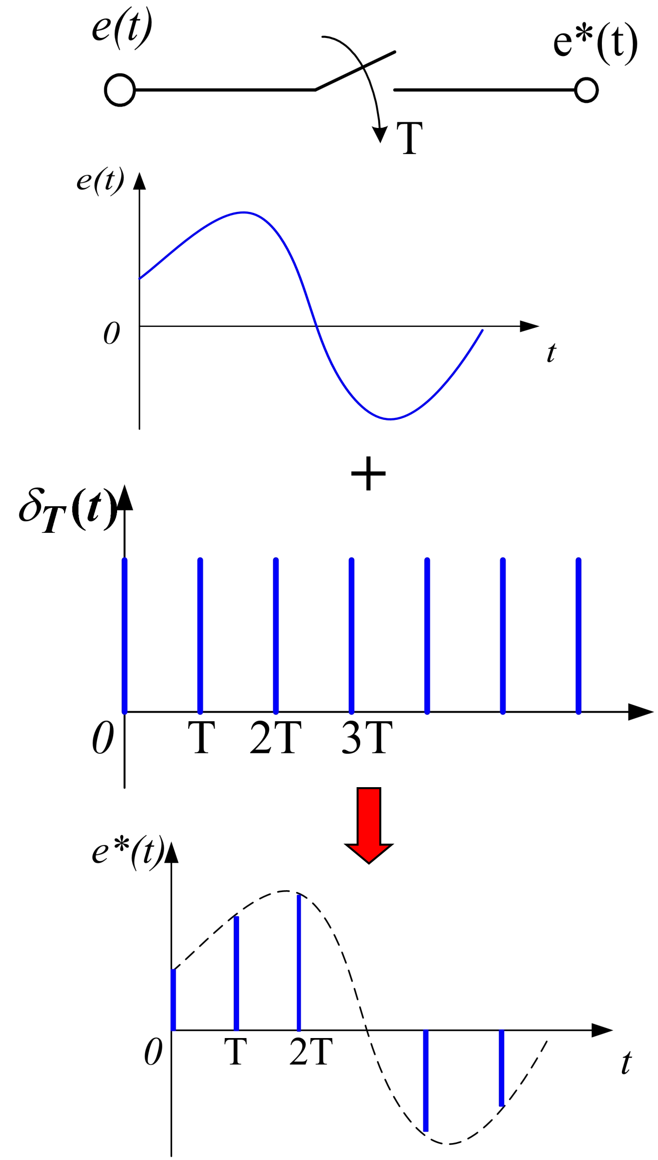
$$\delta_{\mathrm{T}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} e^{j\omega_s t} \qquad \omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

采样信号 $e^*(t)$ 可表示为

$$e^*(t) = \mathrm{e(t)}\delta_T(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e(t) e^{j\omega_s t}$$

对上式作拉式变换，得

$$E^*(s) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} E(s - jn\omega_s)$$



理想的采样过程

$$E^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} E(s - jn\omega_s)$$

令 $s = j\omega$

$$E^*(j\omega) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} E[j(\omega - n\omega_s)]$$

采样信号的频谱

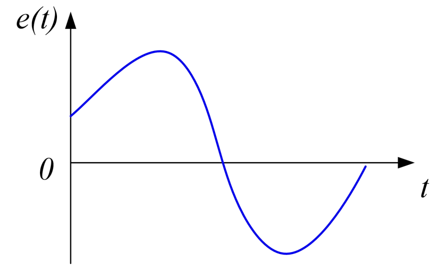
$$\left|E^*(j\omega)\right| = \frac{1}{T}\left|\sum_{n=-\infty}^{\infty} E[j(\omega - n\omega_s)]\right|$$

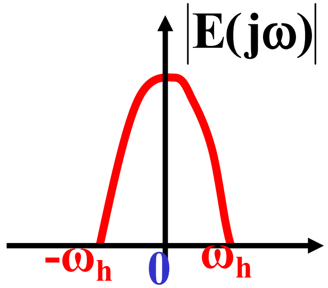
为以ωs 为周期的无限多个频谱之和。

注：频率特性中随频率变化的幅频特性称为频谱。

$$\left|E^*(j\omega)\right| = \frac{1}{T}\left|\sum_{n=-\infty}^{\infty} E[j(\omega - n\omega_s)]\right|$$

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

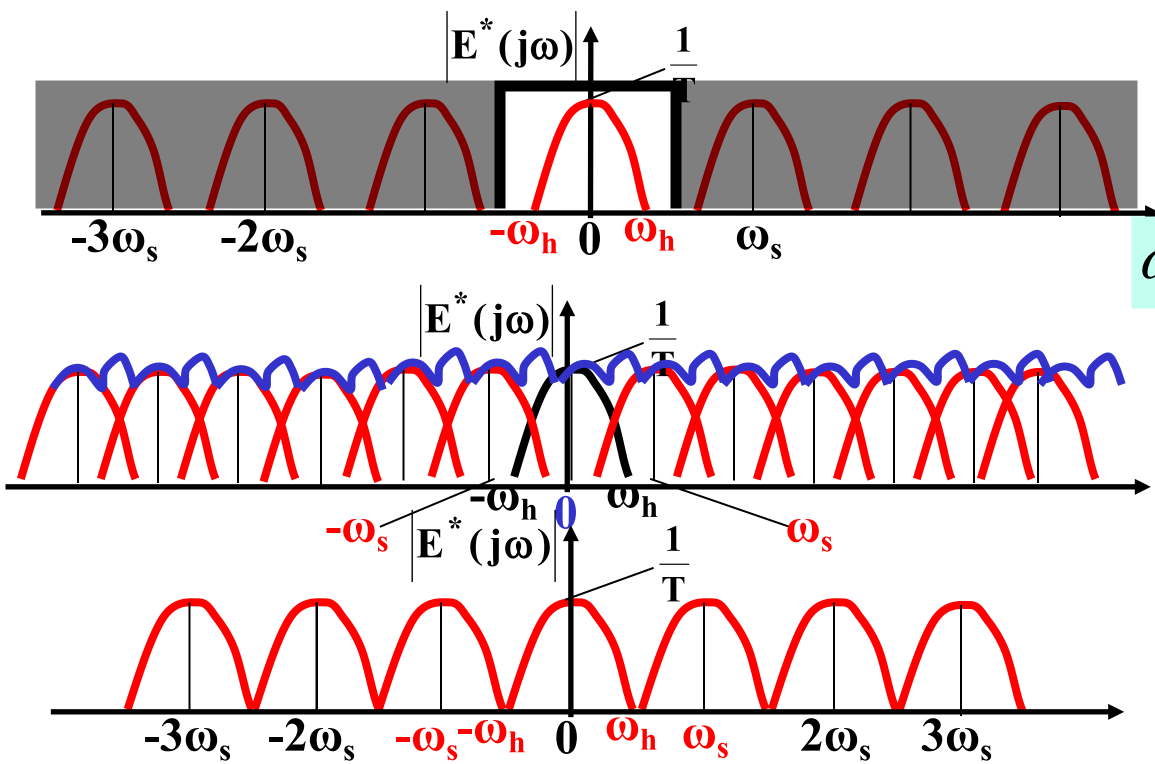




采样信号频谱为以ω s 为周期的无限多个频谱之和。（采样角频率ω s）

连续信号e(t)的频谱|E(jω)|

ω_h为最大角频率

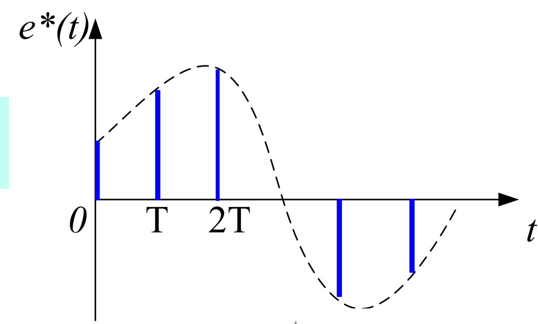


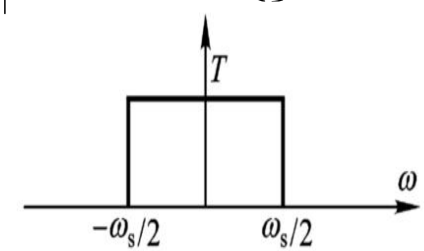
$\omega_s > 2\omega_h$

$\omega_s < 2\omega_h$

$\omega_s = 2\omega_h$

采样信号$e^*(t)$

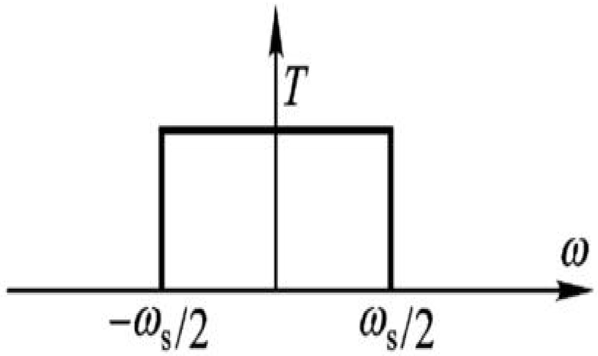




理想滤波器

采样角频率ωs满足什么条件时

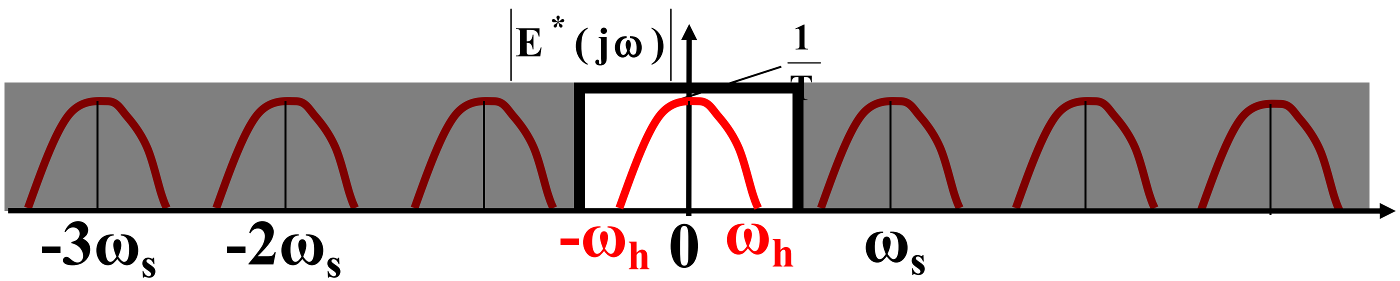
能从 $\left|E^*(j\omega)\right|$ 得到 $\left|E(j\omega)\right|$ ？



理想滤波器

$$\omega_s \geq 2\omega_h$$

或： $f_s \geq 2f_h = 2\dfrac{\omega_h}{2\pi}$ $\qquad T \leq \dfrac{\pi}{\omega_h}$



(4)香农(Shannon)采样定理

如果采样器输入信号**f(t)**具有有限带宽，最高频率分量为ω_h，采样周期T必须满足$\omega_s \geq 2\omega_h$（$\omega_s=2\pi/T$），则才有可能通过理想的低通滤波器滤去$f^*(t)$离散信号的辅频谱，把原信号**f(t)**从$f^*(t)$中完全恢复过来。

香农定理的物理意义：采样角频率 ω_s 若满足$\omega_s \geq 2\omega_h$ ，则就含有连续信号f(t)的全部信息，通过理想的低通滤波器，则可把原信号f(t)不失真的复现。

二、采样信号的保持（复现）

将采样信号恢复为原来连续信号的过程称信号复现。该装置称为保持器或复现滤波器。

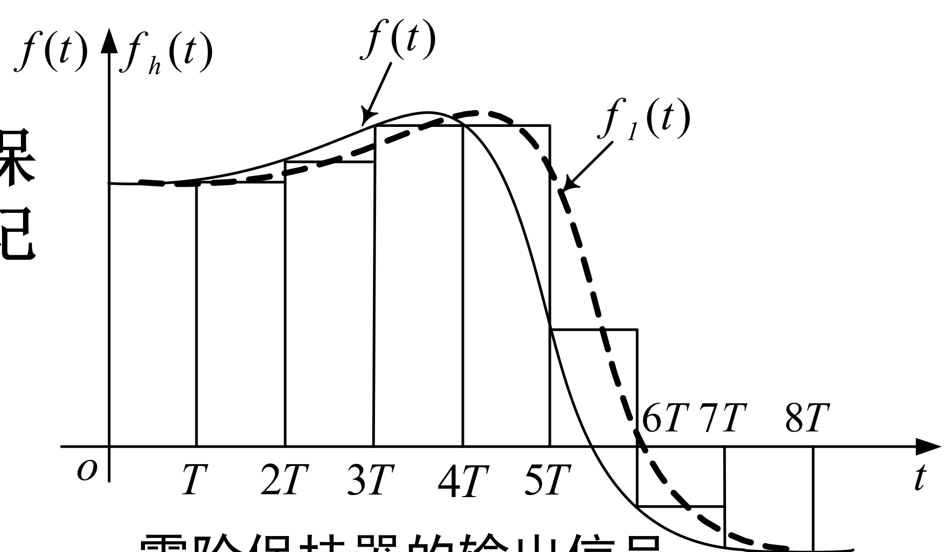
信号恢复
- 时域上　$f^*(t) \to f(t)$
- 频域上　滤去$f^*(t)$中辅频谱$\xrightarrow[\text{留}]{\text{保}}$主频谱

理想滤波器可以完成此任务,但其无法实现,只能用低通滤波器代之!

(1) 零阶保持器的数学模型

最简单最常用的是零阶保持器(zero-order hold，简记为ZOH)

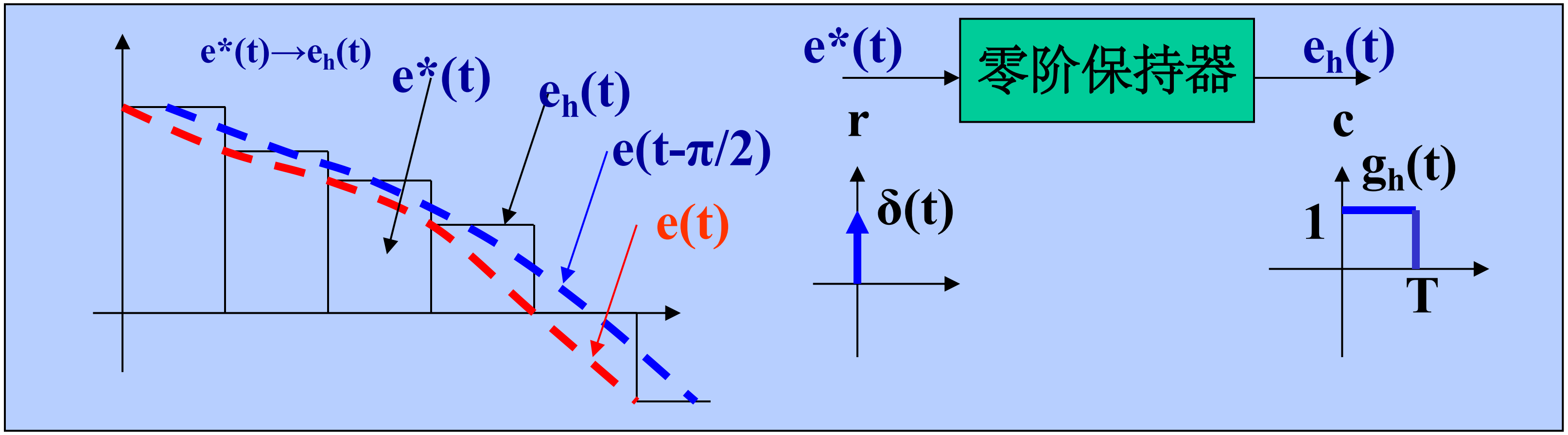
把某一采样时刻kT的采样值f(kT)恒定地保持到下一个采样时刻(k+1)T。



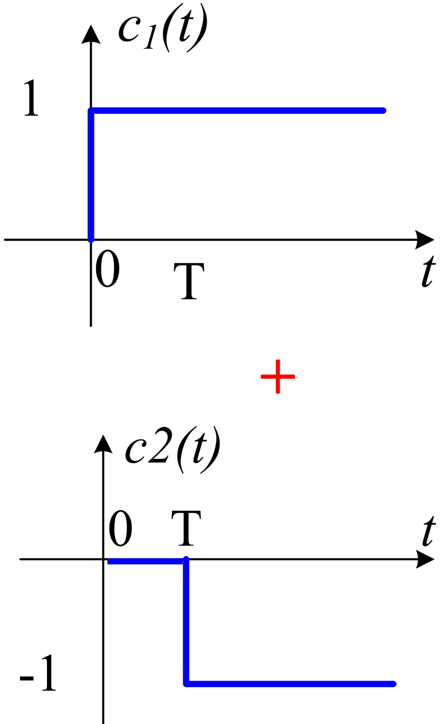
零阶保持器的输出信号

1. 零阶保持器的数学描述

零阶保持器-- 将nT时刻的采样值保持到(n+1)T时刻



$$r=\delta(t),c(t)=g_h(t)=1(t)-1(t-T)$$

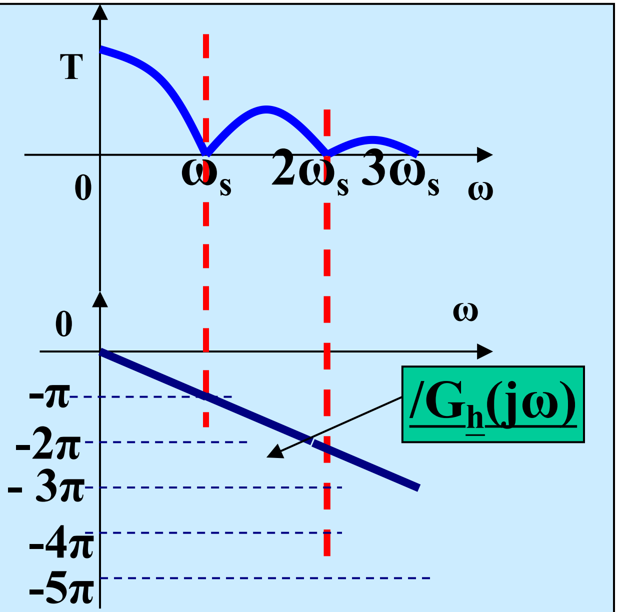


零阶保持器的传递函数:

$$G_h(s)=\frac{1}{s}-\frac{1}{s}e^{-TS}=\frac{1-e^{-TS}}{s}=\frac{C(s)}{R(s)}$$

频率特性:

$$G_h(j\omega)=\frac{1-e^{-j\omega T}}{j\omega}=\frac{2}{\omega}\sin\frac{\omega T}{2}e^{-j\frac{\omega T}{2}}$$



零阶保持器的幅频特性和相频特性

结论

1.低通特性 幅频特性随ω增大而迅速衰减，说明了它的低通特性。又因为还允许部分高频分量通过，从而造成f(t)的梯形波纹。

2.相角滞后 使稳定性变差。

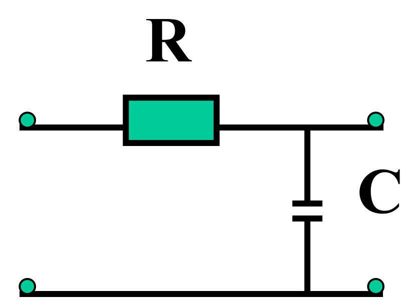
3.时间滞后 将$f_h(t)$梯形中间连接，得到平均响应f(t-T/2)，给系统增加一个延迟为T/2的延迟环节，对稳定性不利。

2.零阶保持器的实现

$$\because e^{Ts} = 1 + Ts + \frac{1}{2}T^2 s + \cdots \approx 1 + Ts$$

$$\text{则} G_h(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} = \frac{T}{1 + Ts}$$

可由RC网络实现

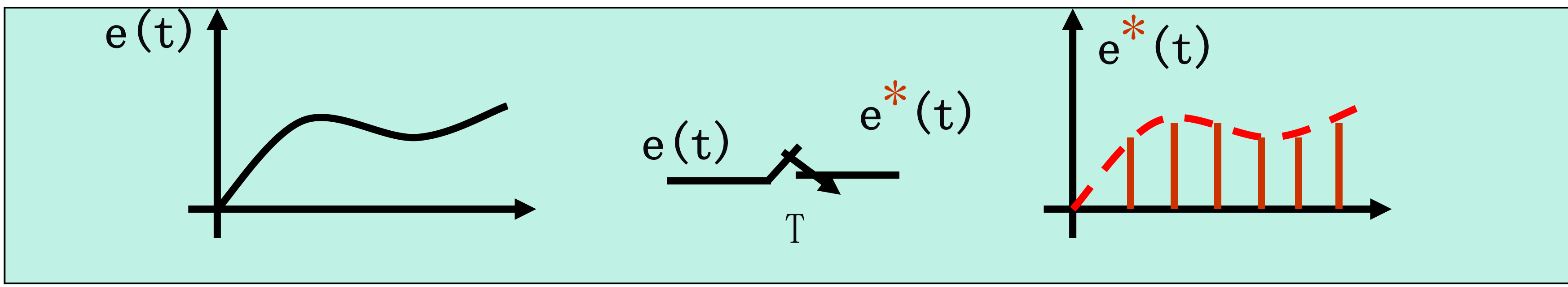


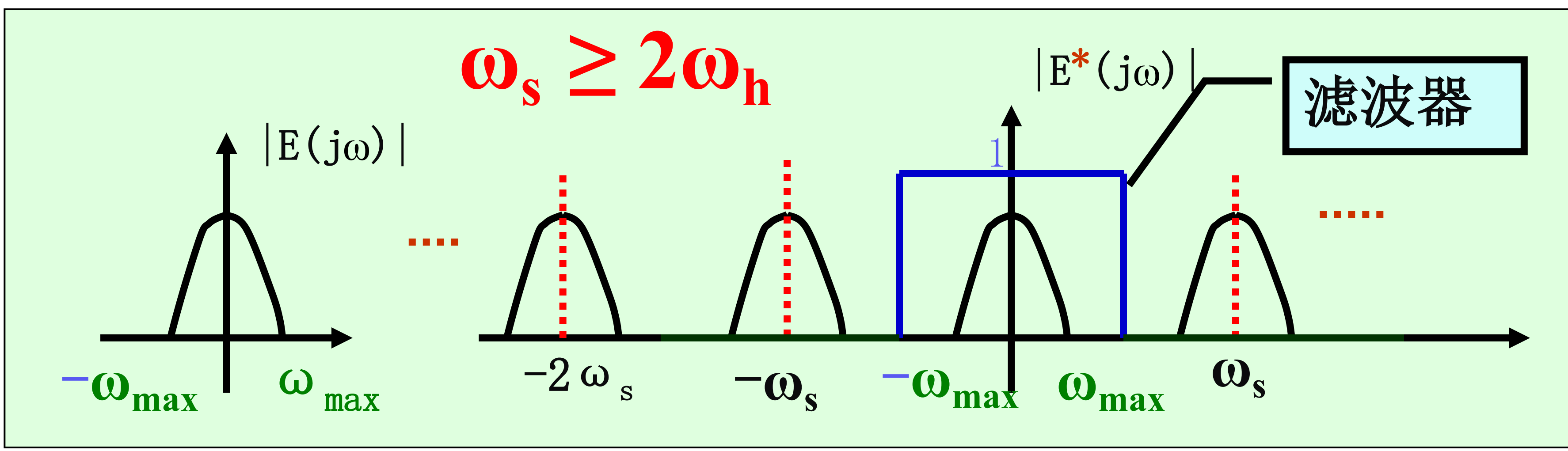
RC保持器

小结

一、 采样过程的数学描述

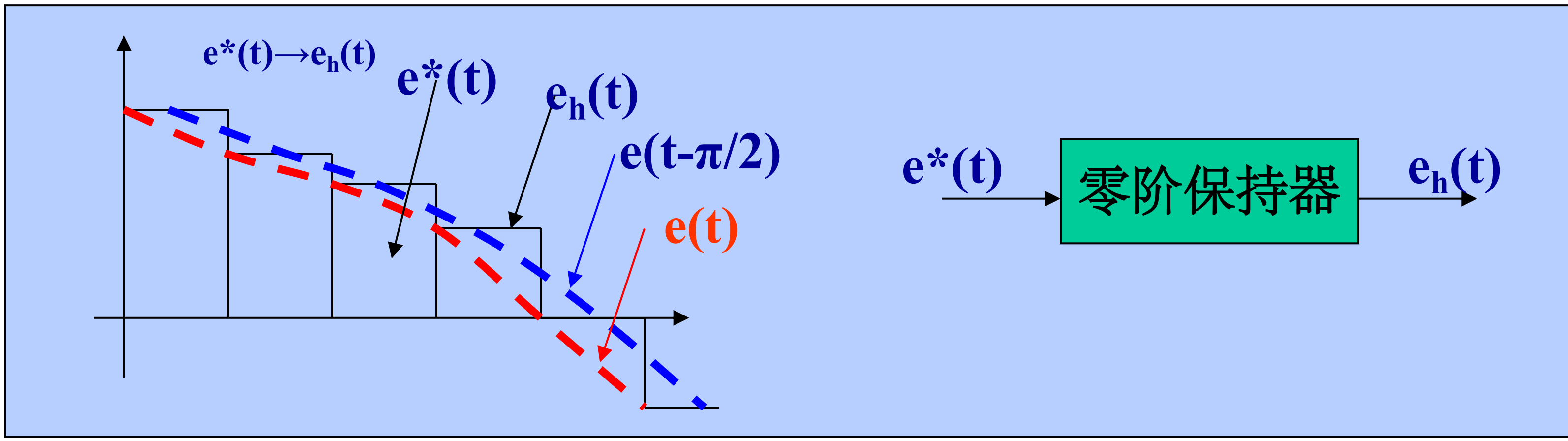
$$e^{*}(t)=\sum_{n=0}^{\infty}e(nT)\delta(t-nT)$$





二、 零阶保持器的数学描述

零阶保持器 -- 将nT时刻的采样值保持到(n+1)T时刻



零阶保持器的传递函数

$$G_h(s) = \frac{1 - e^{-TS}}{s}$$