

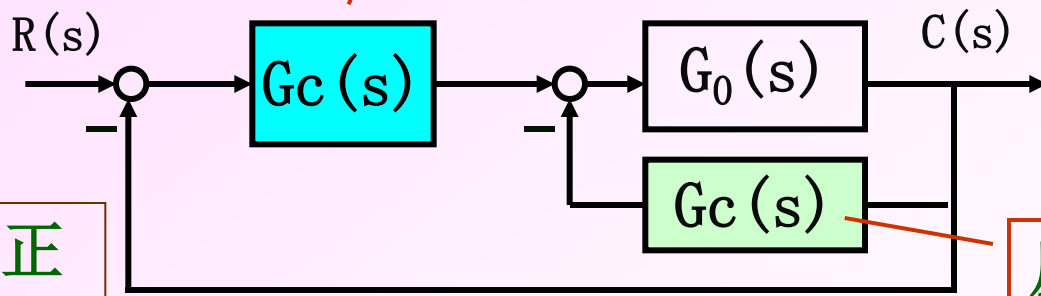
5-5 控制系统频率法校正

§ 5-5 控制系统频率法校正

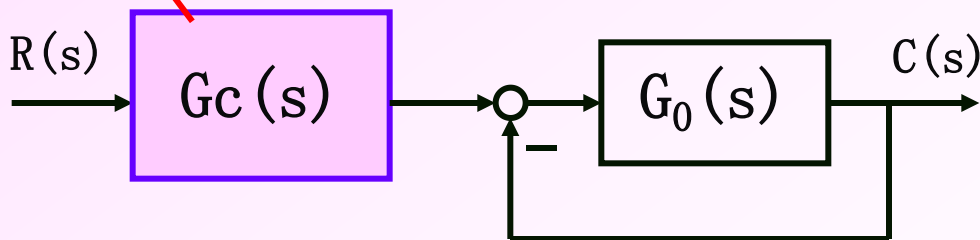
校正是指在系统中**加入一些装置**,使系统**性能发生变化**,从而满足给定的性能指标. 根据性能位置的不同,主要有四种校正方法: 串联校正, 反馈校正, 顺馈校正和复合校正.

[例]

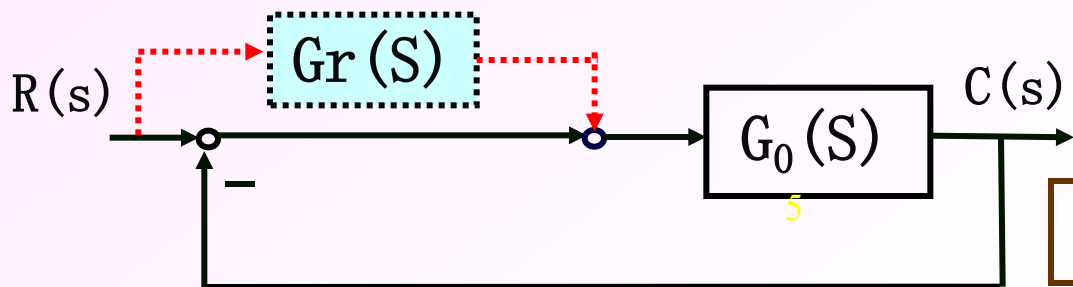
串联校正



前(顺)馈校正

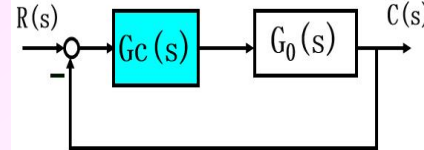


反馈校正



复合校正

本节主要介绍**串联校正**装置的设计



控制系统校正装置有**无源校正装置**和**有源校正装置**之分, 由于无源网络实现比较方便, 本节主要介绍**无源校正网络**的设计, 且着重介绍**串联校正装置**的设计.

一、无源超前校正网络

1. 超前校正网络数学模型

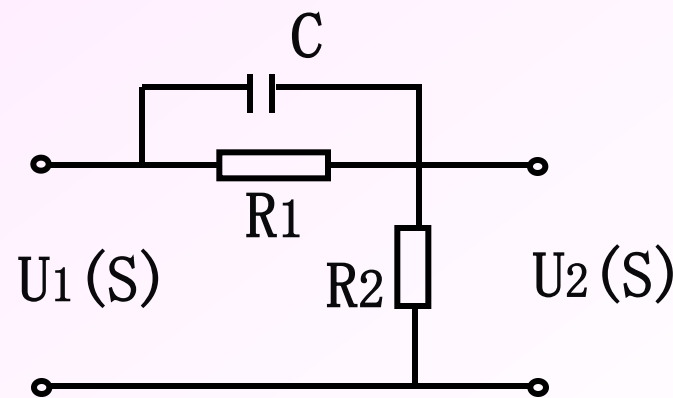
$$G_c(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1 + aTs}{1 + Ts} \quad (a > 1)$$

$$\text{其中: } a = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1, T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$$

系统开环增益下降, 为消除这一影响, 应**提高放大器增益**
a倍, 假设此**衰减**已**补偿**

此时超前网络传递函数为

$$aG_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$



1. 超前校正网络数学模型

$$aG_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$

由右图可知, 对数幅频渐近线有正斜率值, 相角为正值, 表明网络在正弦信号作用下, C_{ss} 在相位上超前于输入, 故称为超前网络.

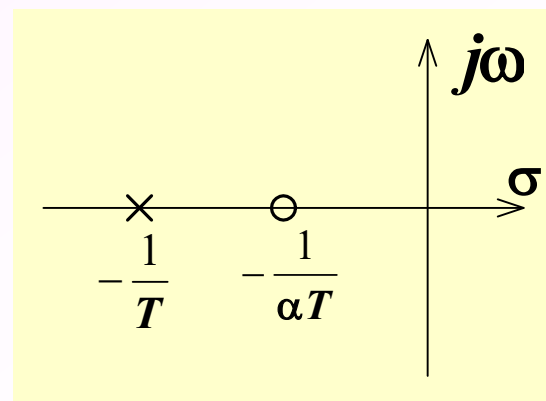
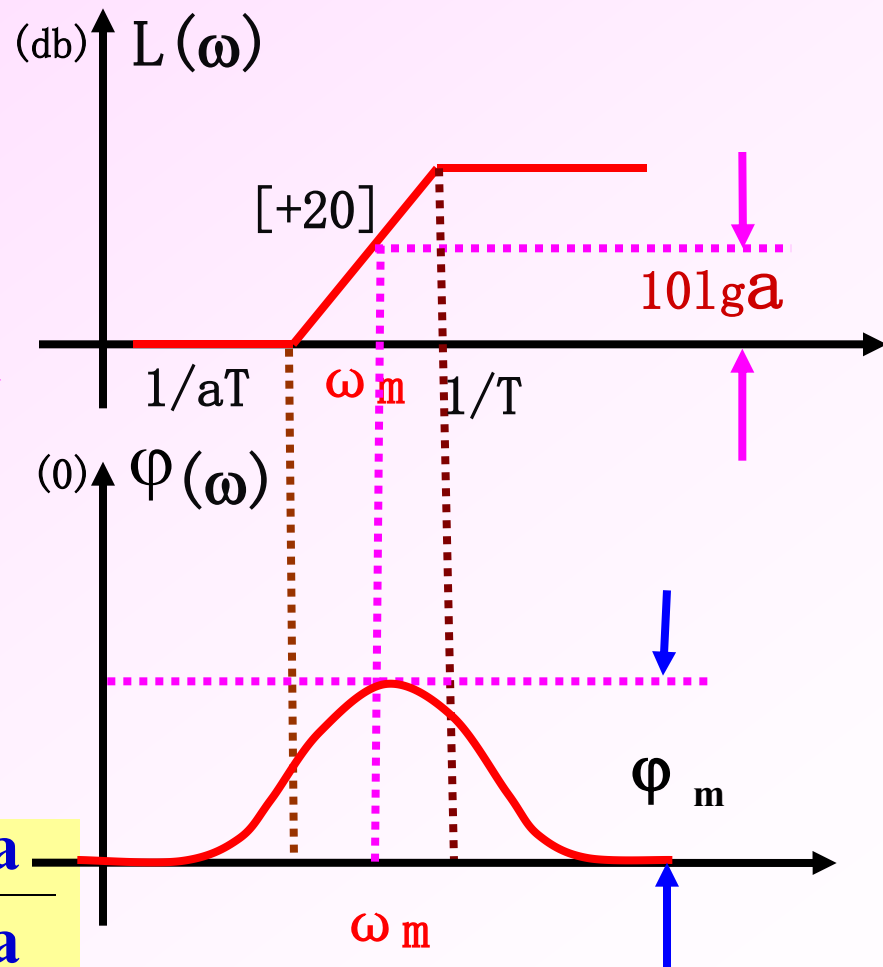
重要结论

① 最大超前角 $\varphi_m = \arcsin \frac{1-a}{1+a}$

位于 $1/aT$ 和 $1/T$ 中心, 且

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{a}T}$$

② $\omega = \omega_m$ 时 $L(\omega_m) = 10 \lg a$



重要结论

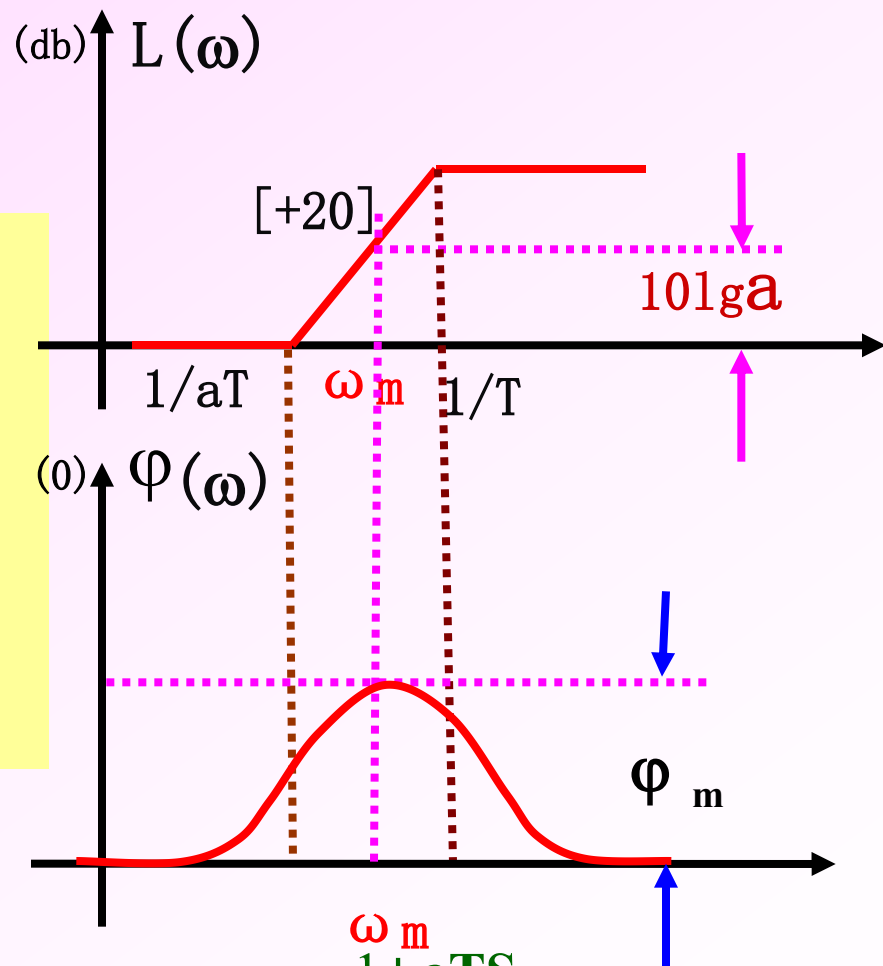
①最大超前角 $\varphi_m = \arcsin \frac{1-a}{1+a}$
且位于 $1/aT$ 和 $1/T$ 中心, 且 $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{aT}}$

② $\omega = \omega_m$ 时 $L(\omega_m) = 10\lg a$

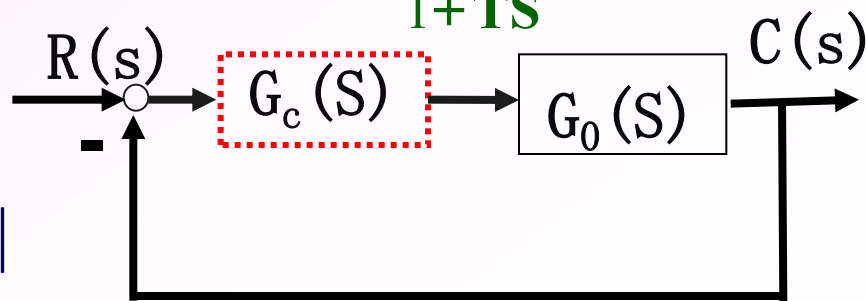
2. 超前校正网络的作用

$$G(s) = G_c(s) G_0(s)$$

$$\begin{aligned} L(\omega) &= 20\lg |G_c(j\omega) G_0(j\omega)| \\ &= 20\lg |G_c(j\omega)| + 20\lg |G_0(j\omega)| \end{aligned}$$



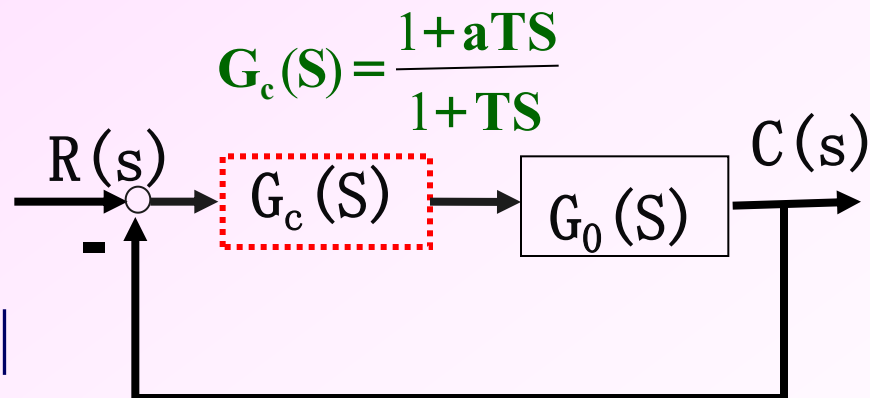
$$G_c(S) = \frac{1+aTS}{1+TS}$$



2. 超前校正网络的作用

$$G(s) = G_c(s) G_0(s)$$

$$\begin{aligned} L(\omega) &= 20 \lg |G_c(j\omega) G_0(j\omega)| \\ &= 20 \lg |G_c(j\omega)| + 20 \lg |G_0(j\omega)| \end{aligned}$$



结论:

校正后系统开环对数幅频为原系统 $L(\omega)$ 和校正网络 $L(\omega)$ 叠加.

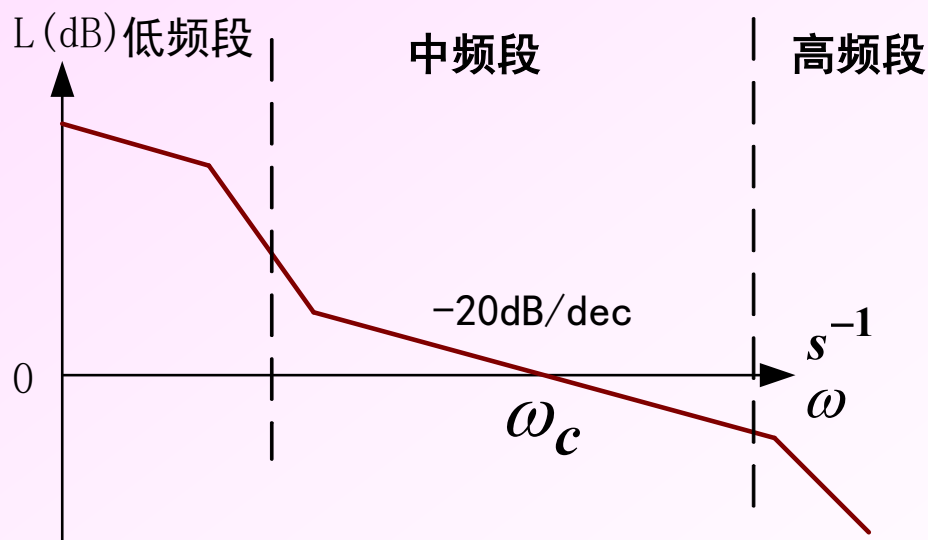
$$\varphi(\omega) = \angle G_c(j\omega) + \angle G_0(j\omega)$$

结论:

校正后系统开环对数相频为原系统 $\varphi(\omega)$ 和校正网络 $\varphi(\omega)$ 叠加.

控制系统对开环对数频率特性的一般要求

三频段的概念



- 1) 低频段的斜率陡，增益高，表示系统的稳态精度好；
- 2) 中频段以 -20dB/dec 的斜率穿越零分贝线，而且这一斜率占有足够的频带宽度，则系统的平稳性好
且截止频率 ω_c 越高，则系统的快速性越好
- 3) 高频段衰减得越快，即高频特性负分贝值低，说明系统抗高频噪声干扰的能力越强。

2.超前校正网络的作用

$$aG_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$

开环对数幅频频率特性

三频段的概念

— 未校正系统 $L'(\omega)$

— 已校正系统 $L''(\omega)$

原系统

低频段——第一个转折频率前的区段

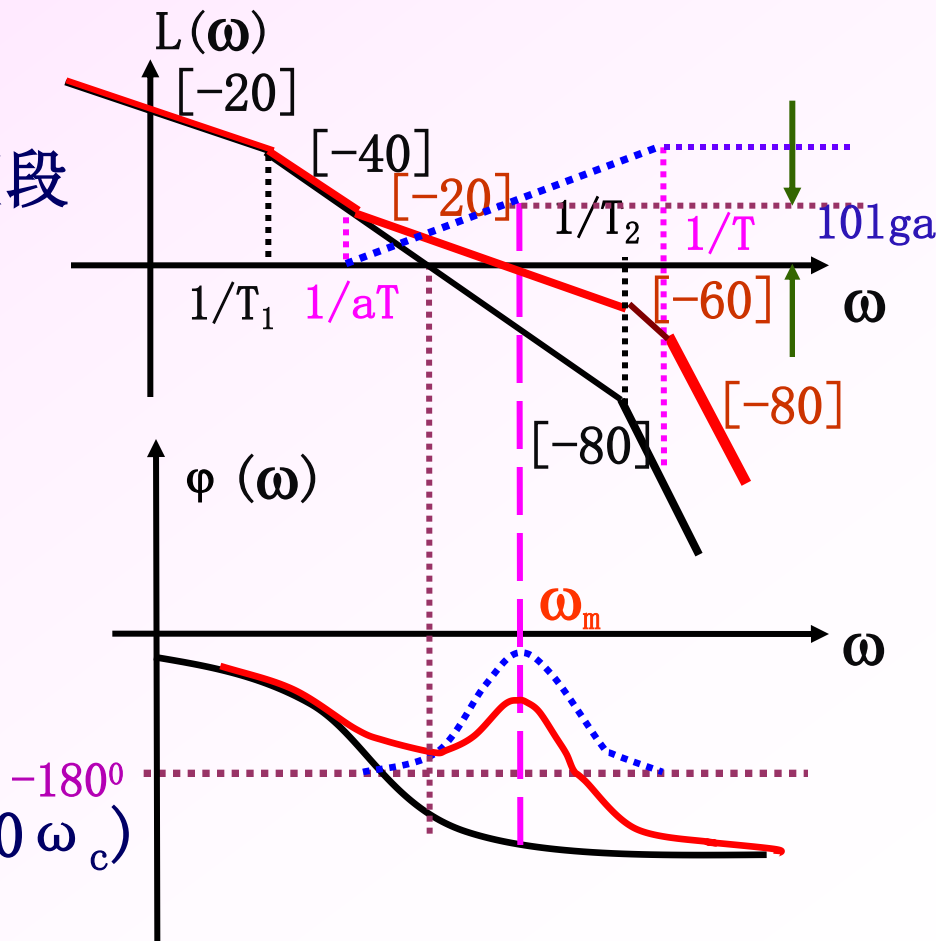
由K和 v 决定系统 e_{ss}

中频段—— ω_c 附近区段

集中反映系统动态性能，
一般希望 $[-20]$ 且区间较宽

高频段——中频段以后的频段 ($\omega > 10\omega_c$)

反映系统抗干扰能力



原系统—

中频段 ω_c 处 $[-40]$, $\gamma \downarrow$, 平稳性差

校正后

中频段 ω_c 处 $[-20]$, $\gamma \uparrow \rightarrow$ 平稳性 \uparrow

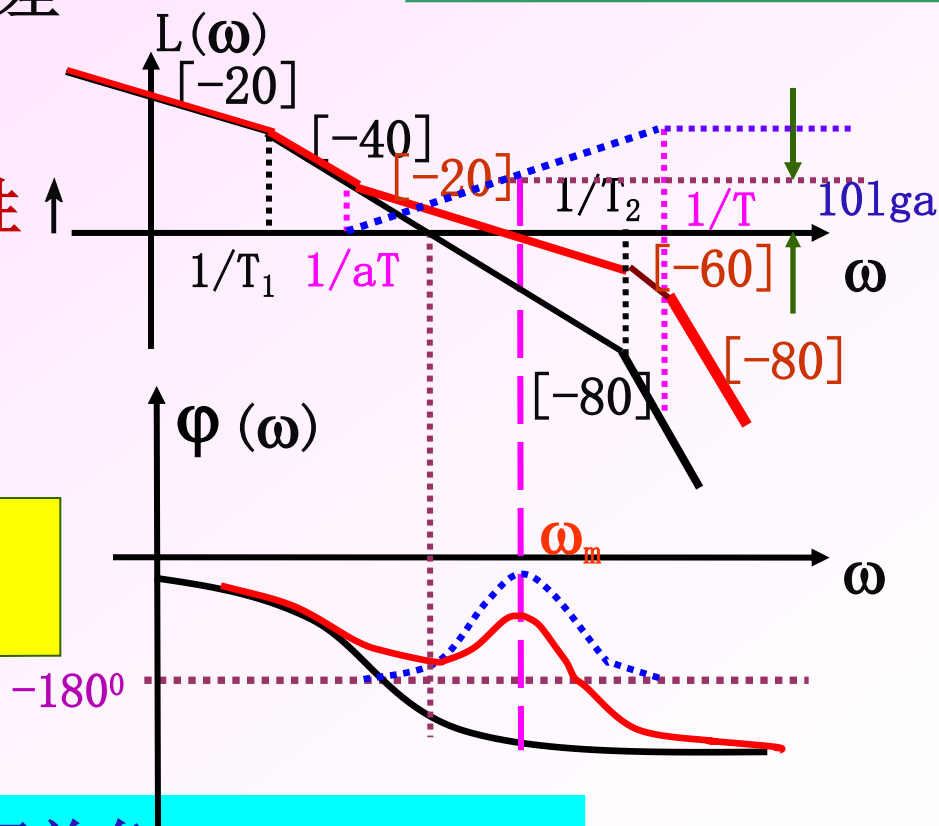
$\omega_c \uparrow \rightarrow$ 快速性 \uparrow 。

结论

超前校正全面改善系统动态性能

— 未校正系统 $L'(\omega)$

— 已校正系统 $L''(\omega)$

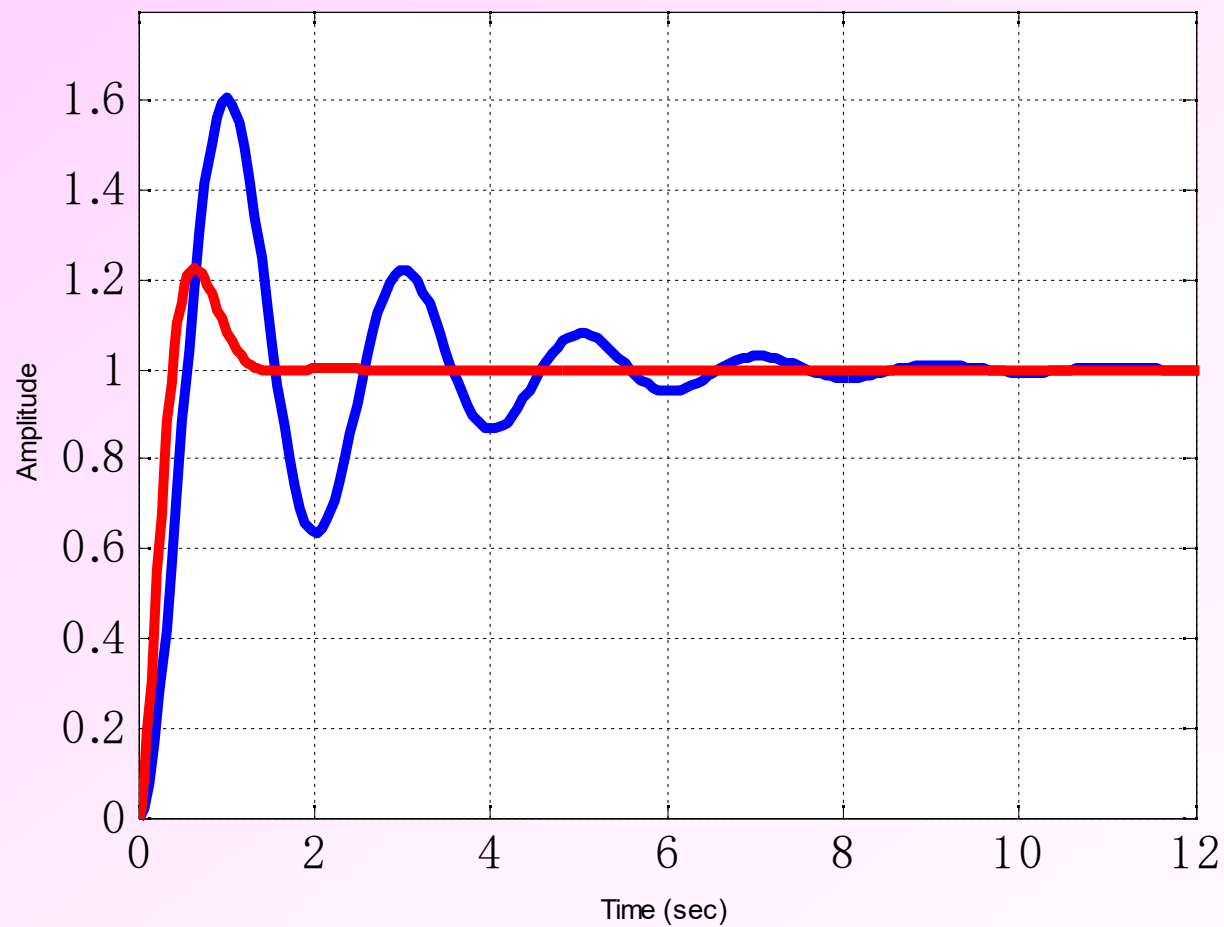


请问:如何最大程度地利用最大超前角?

答:使新的截止频率 ω_c'' 在超前校正网络的最大超前角频率 ω_m 上,即可最大限度地利用 ω_m ,

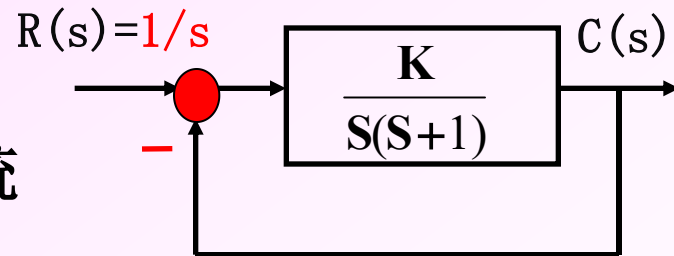
$\omega_c'' = \omega_m$

Step Response



二、串联超前校正的设计

[例]控制系统如图所示, $G_0(S) = \frac{K}{S(S+1)}$
若要求系统在单位斜坡输入信号作用时,
位置输出稳态误差 $e_{ss} \leq 0.1 \text{ rad}$, 开环系统的
截止频率 $\omega_c'' \geq 4.4 \text{ rad/s}$, 相角裕度
 $\gamma'' \geq 45^\circ$, 幅值裕度 $h'' \text{ dB} \geq 10 \text{ dB}$, 试设
计串联无源超前网络。

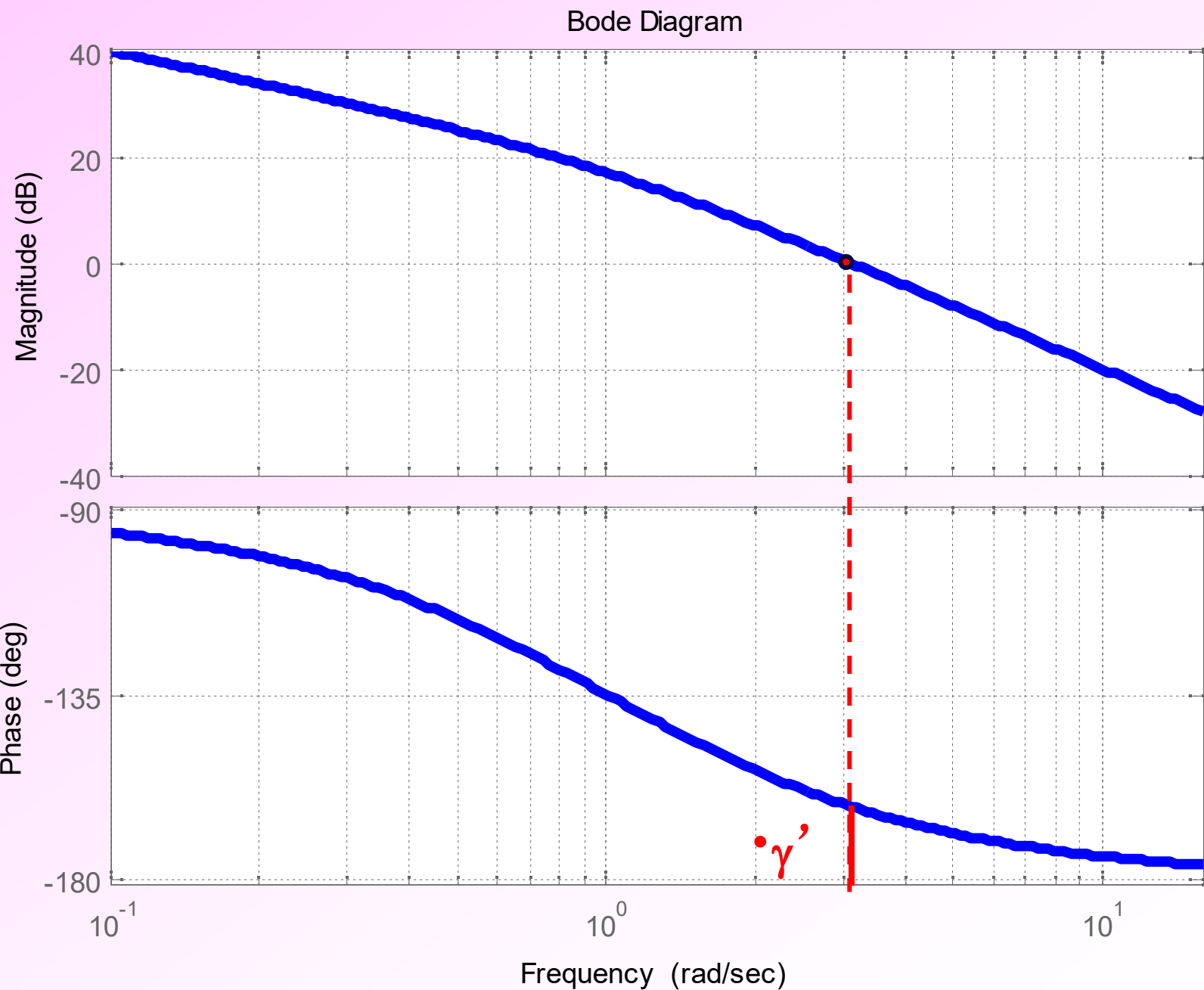


解：①根据 e_{ss} 要求确定开环增益 K

$$e_{ss} = 1/K \leq 0.1 \rightarrow K = 10 \quad \text{故 } G_0(S) = \frac{10}{S(S+1)}$$

②利用已确定的开环增益 K , 计算未校正系统 γ' , h' , ω_c'

原系统



期望:

$$\omega_c'' \geq 4.4$$

$$\gamma'' \geq 45^\circ$$

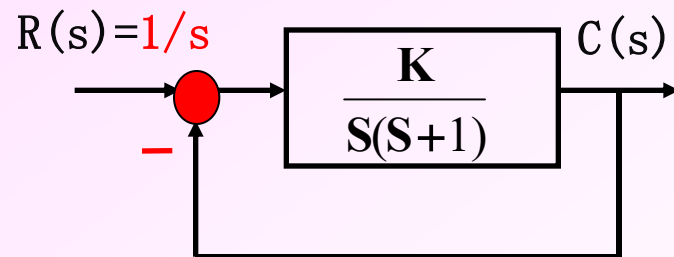
读出:

$$\omega_c' = 3.1$$

$$\gamma' = 17.9^\circ$$

[例]控制系统如图所示, $G_0(S) = \frac{K}{S(S+1)}$

若要求系统在单位斜坡输入信号作用时, 位置输出稳态误差 $e_{ss} \leq 0.1 \text{ rad}$, 开环系统的截止频率 $\omega_c \geq 4.4 \text{ rad/s}$, 相角裕度 $\gamma' \geq 45^\circ$, 幅值裕度 $h' \geq 10 \text{ dB}$, 试设计串联无源超前网络。



解: ①根据 e_{ss} 要求确定开环增益 K

$$e_{ss} = 1/K \leq 0.1 \rightarrow K = 10 \quad \text{故} \quad G_0(S) = \frac{10}{S(S+1)}$$

②利用已确定的开环增益 K , 计算未校正系统 γ, h, ω_c .

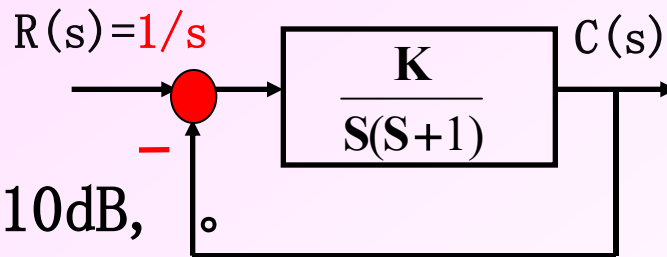
$$\text{读出 } \omega_c' = 3.1 \text{ rad/s}, \gamma' = 180^\circ - \arctan \omega_c' - 90^\circ = 17.9^\circ$$

分析: 由于截止频率和相角裕度均低于指标要求, 故采用串联超前校正。

试设计串联无源超前网络,

使截止频率 $\omega_c'' \geq 4.4 \text{ rad/s}$,

相角裕度 $\gamma'' \geq 45^\circ$, 幅值裕度 $h'' \text{ dB} \geq 10 \text{ dB}$,



③关键: 让 φ_m 最大超前角发生在新截止频率 ω_c'' 处, 即 $\omega_m = \omega_c''$

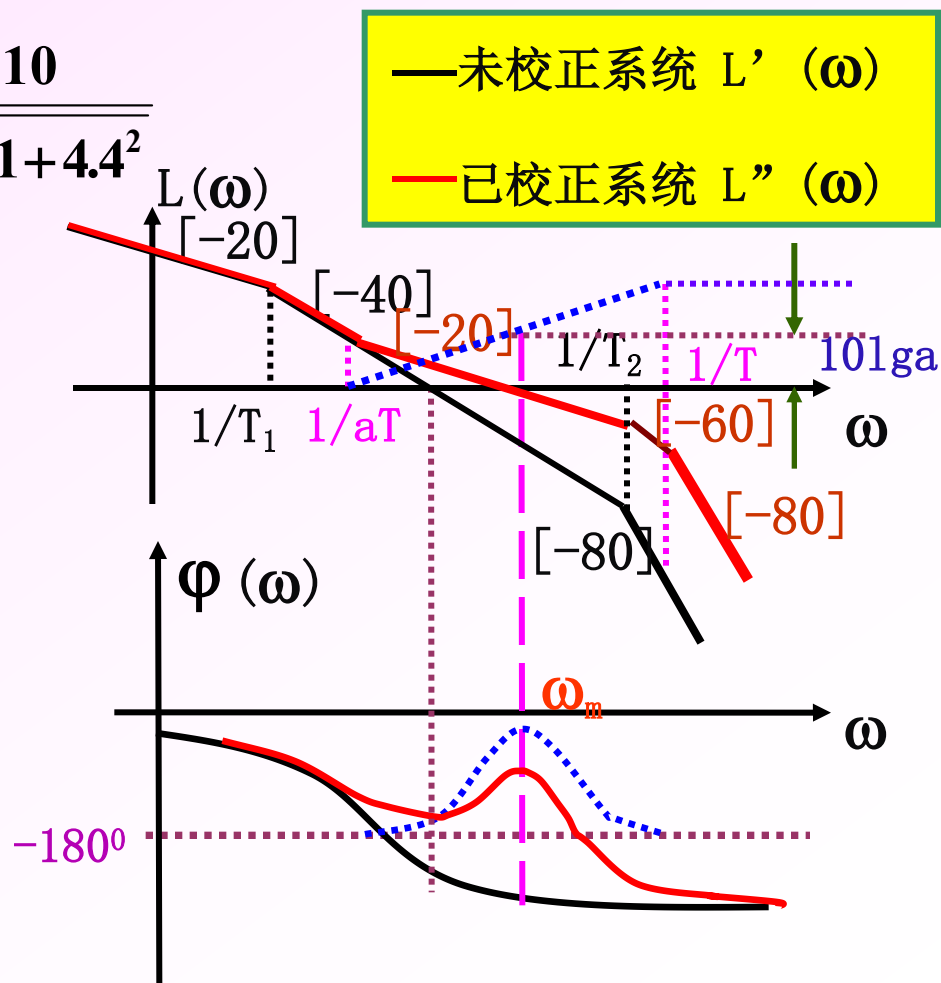
取 $\omega_c'' = 4.4$

$$\text{则 } 10 \lg a = -L(\omega_c'') = -20 \lg \frac{10}{4.4 \sqrt{1+4.4^2}}$$

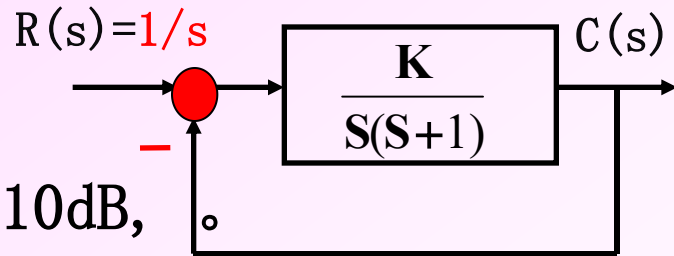
$$a=4 \quad \omega_m = \frac{1}{T \sqrt{a}} = 4.4 \quad \therefore T=0.114$$

$$\therefore aG_c(s) = \frac{1 + 0.456s}{1 + 0.114s}$$

$$4G_c(s) = \frac{1 + 0.456s}{1 + 0.114s}$$



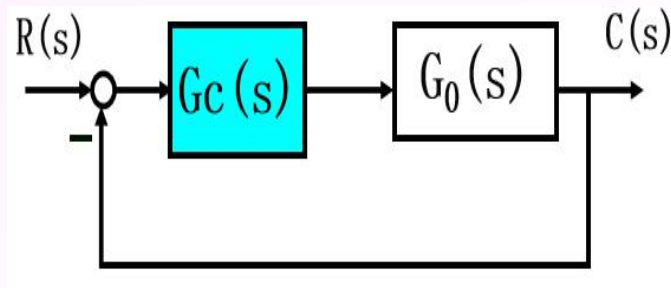
试设计串联无源超前网络,
使截止频率 $\omega_c'' \geq 4.4 \text{ rad/s}$,
相角裕度 $\gamma'' \geq 45^\circ$, 幅值裕度 $h'' \text{ dB} \geq 10\text{dB}$,



③关键: 让 φ_m 最大超前角发生在新截止频率 ω_c'' 处, 即 $\omega_m = \omega_c''$

$$\therefore aG_c(s) = \frac{1 + 0.456s}{1 + 0.114s} \quad 4G_c(s) = \frac{1 + 0.456s}{1 + 0.114s}$$

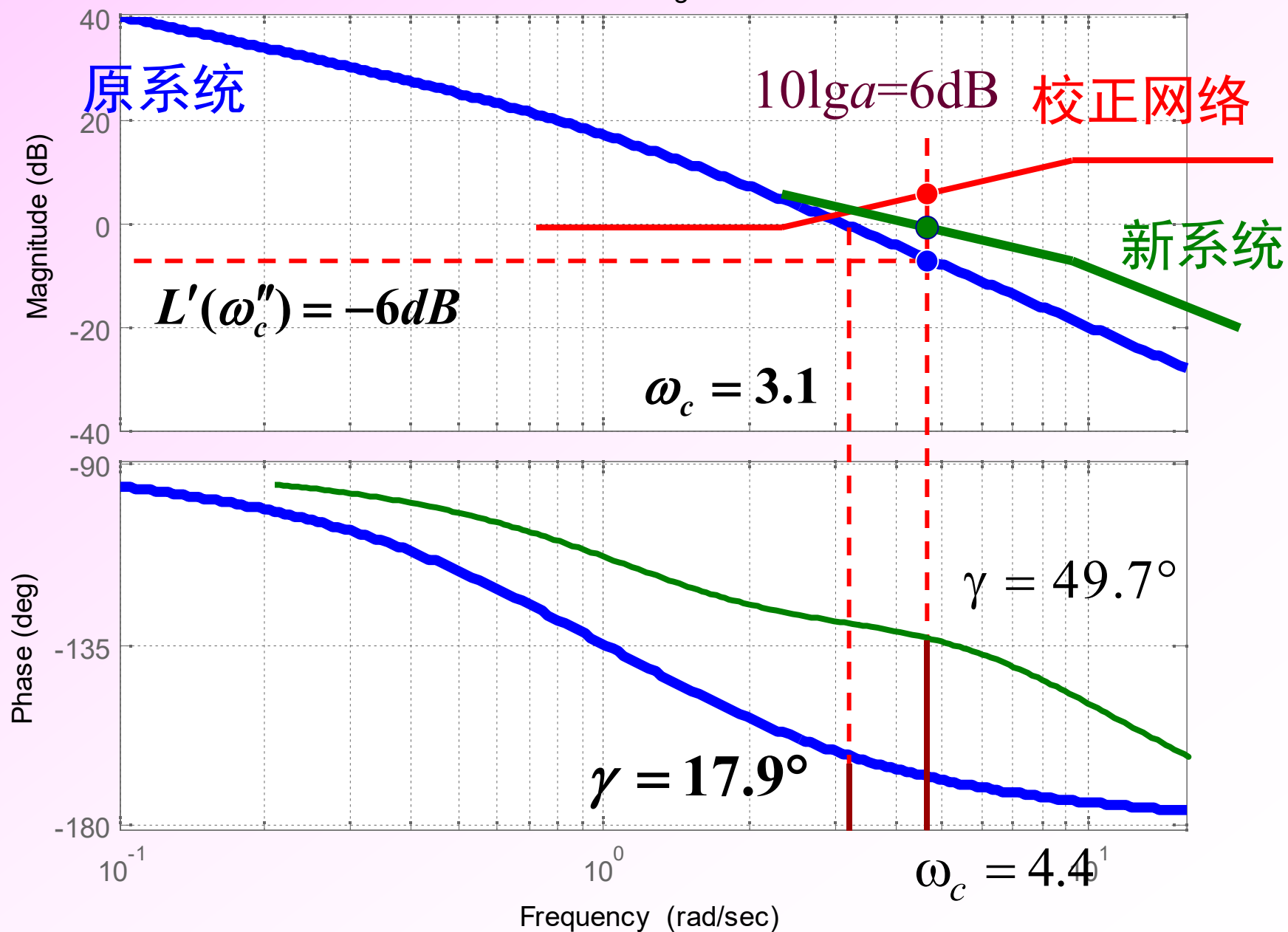
④验算



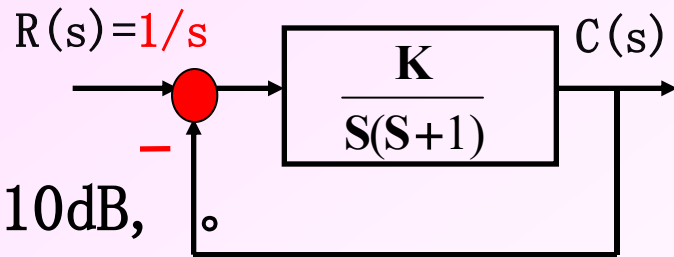
$$\omega'' \geq 4.4 \text{ rad/s}$$

$$\gamma'' \geq 45^\circ$$

Bode Diagram



试设计串联无源超前网络,
使截止频率 $\omega_c'' \geq 4.4 \text{ rad/s}$,
相角裕度 $\gamma'' \geq 45^\circ$, 幅值裕度 $h' \text{ dB} \geq 10\text{dB}$,



④验算

作Bode图, 见图5.6.5, 得已校正系统 $\omega_c'' = 4.4 \text{ rad/s}$

$\gamma(\omega_c'') = 49.7^\circ > 45^\circ$, $h = +\infty$, 满足要求

注意: 当验算 γ'' 不满足要求时, 需重选 ω_c'' 值, 一般使 $\omega_m (= \omega_c'')$ 值增大, 然后重复上面的计算步骤.

MatLab仿真求 h , γ :

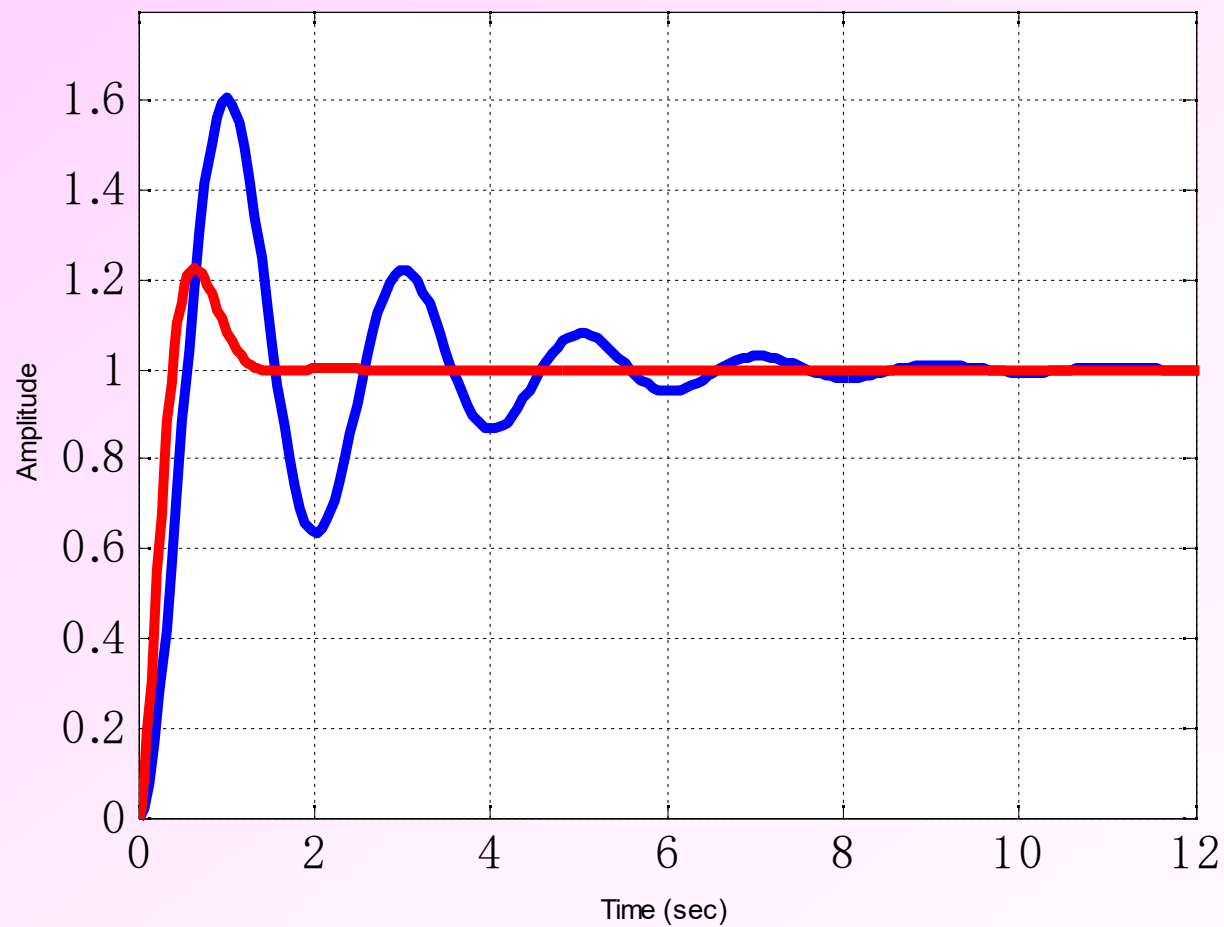
[Gm, Pm, Wcg, Wcp]=margin(G);
 $\underset{h}{\quad} \quad \underset{\gamma}{\quad} \quad \underset{\omega_x}{\quad} \quad \underset{\omega_c}{\quad}$

补充 ω_c'' 求取方法: $\varphi_m = \gamma'' - \gamma' + \Delta \quad \Delta = (5^\circ \sim 12^\circ)$

$$a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$$

$$10 \lg a = 20 \lg |G(j\omega_c'')| \Rightarrow \omega_c''$$

Step Response

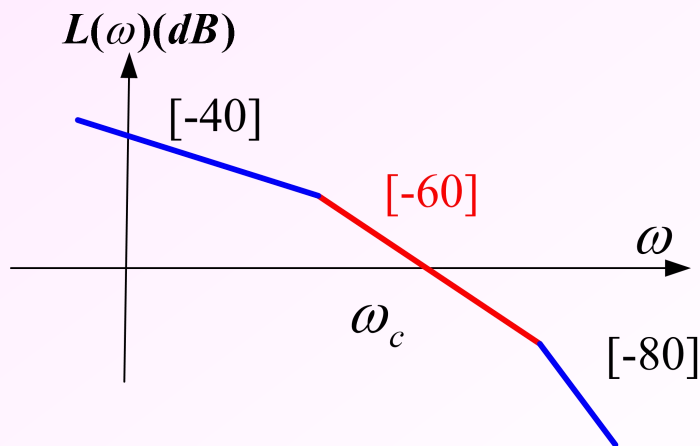


超前网络失效的情况

1. 闭环带宽要求

若待校正系统不稳定，需要超前网络提供很大的相角超前量。 α 必须很大，造成系统带宽过大，通过系统的高频噪声电平很高。

2. 在截止频率附近相角迅速减小的待校正系统，一般不宜采用串联超前校正



三、无源滞后校正网络

1. 网络数学模型

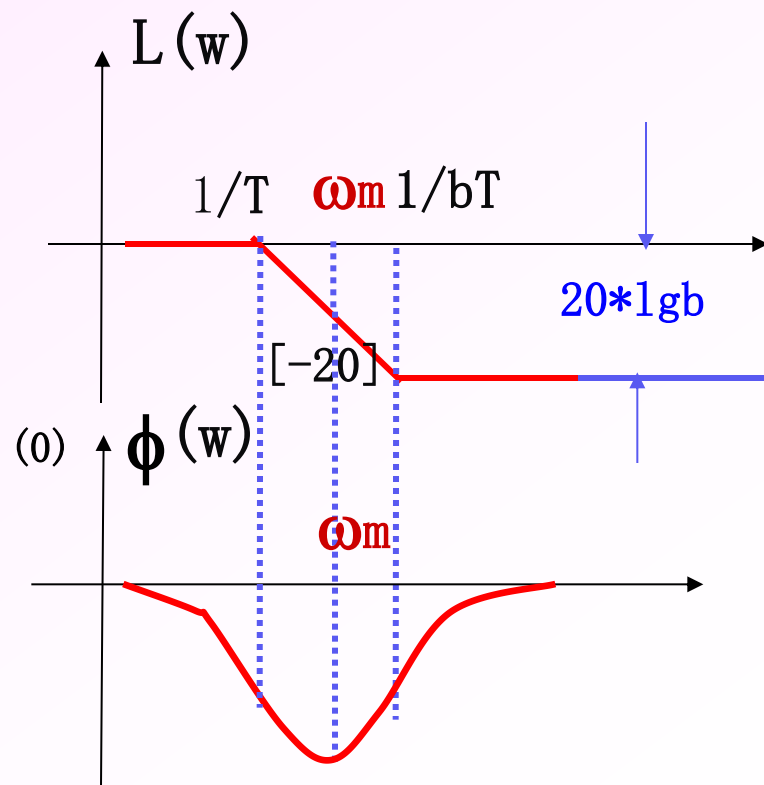
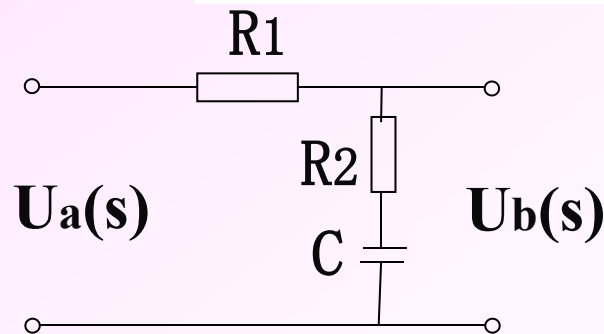
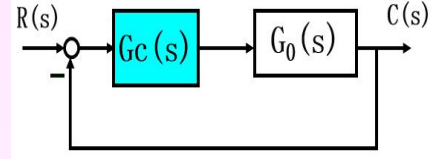
$$G_c(s) = \frac{U_b(s)}{U_a(s)} = \frac{I(s)[R_2 + \frac{1}{sC}]}{I(s)[R_1 + R_2 + \frac{1}{sC}]} \\ = \frac{1 + bTs}{1 + Ts} \quad (b < 1)$$

$$\text{其中 } b = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad T = (R_1 + R_2)C$$

由Bode图知, 对数幅频渐近线具有**负斜率段**, 相角为负相移, 表明系统在正弦输入下, 稳态输出相角迟后于输入, 故称为**迟(滞)后网络**。

最大迟后角 φ_m 发生在 $1/T$ 和 $1/bT$ 之间

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{b}T} \quad \varphi_m = \arcsin \frac{1-b}{1+b}$$



迟后网络的作用

原系统: ω_c 处 $[-60]$, γ 小, 平稳性差, 且系统处于临界稳定

校正后系统: $\omega_c \downarrow$, 动态过程快速性 \downarrow , 中频段 $[-20]$, $\gamma \uparrow$, 平稳性 \uparrow

结论

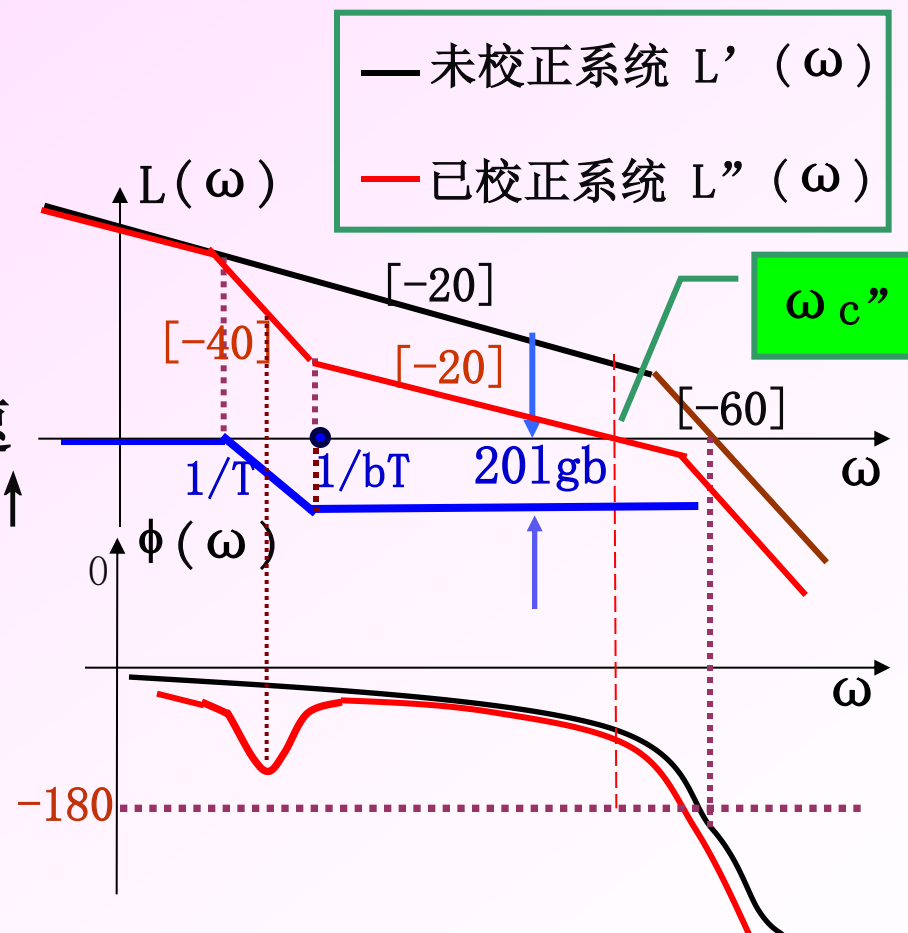
对系统性能影响:

牺牲快速性换取平稳性, 改善系统动态性能, 并提高抑制高频噪声的能力。

且

$$\frac{1}{bT} = \frac{1}{10} \omega_c''$$

$$20 \lg b = -L'(\omega_c'')$$

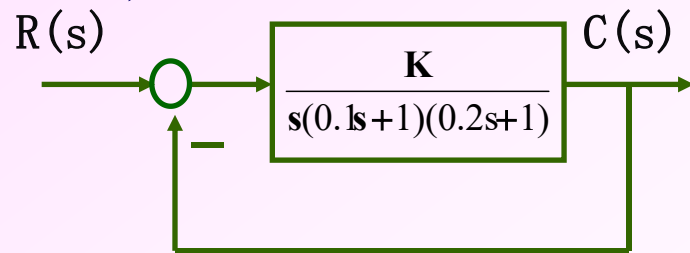


$$\gamma'' = \gamma(\omega_c'') + \varphi_c(\omega_c'') \quad \text{求 } \omega_c''$$

$\gamma'' \rightarrow$ 希望值, $\gamma \rightarrow$ 原系统

$\varphi(\omega_c'')$ 为滞后网络产生的相角滞后, 一般取 $-6^\circ \sim -14^\circ$

[例] 设控制系统结构如图, $G_0(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.2s+1)}$



若要求校正后系统静态速度误差系数 $K_v = 30 (1/s)$, 相角裕度 $\gamma' > 40^\circ$, 幅值裕度 h 不小于 10dB, $\omega_c' > 2.3 \text{ rad/s}$, 试设计串联校正装置。

解: ① 根据 e_{ss} 要求确定开环增益 K

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = K = 30$$

$$\therefore G_0(s) = \frac{30}{s(0.1s+1)(0.2s+1)}$$

② 计算未校正系统 γ' , h' , ω_c' 等

补充截止频率近似求法

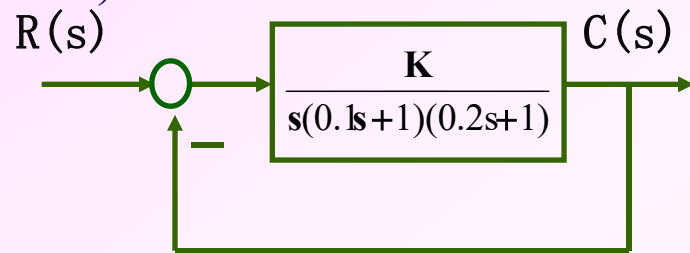
$$L'(\omega) = \begin{cases} 20 \lg \frac{30}{\omega} & \omega < 5 \\ 20 \lg \frac{30}{0.2\omega \times \omega} & 5 < \omega < 10 \\ 20 \lg \frac{30}{\omega \times 0.1\omega \times 0.2\omega} & \omega > 10 \end{cases}$$

得 $\omega_c' = 12 \text{ rad/s}$,

$$\gamma' = 90^\circ - \arctan 0.1\omega_c' - \arctan 0.2\omega_c' = -27.6^\circ$$

分析: 原系统
不稳定, 且截
止频率远大于
要求值.

[例] 设控制系统结构如图, $G_0(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.2s+1)}$



若要求校正后系统静态速度误差系数 $K=30(1/s)$, 相角裕度 $\gamma'' > 40^\circ$, 幅值裕度 h 不小于 10dB. $\omega_c'' > 2.3 \text{ rad/s}$, 试设计串联校正装置。

选取滞后校正的原因:

1. ω_c 要求不高;
2. 相角裕度要求很高, 可证明选超前校正时 $a=100$ 仍不满足要求。

故选取迟后校正网络。

相角滞后量取 $[-6^\circ \sim 14^\circ]$ 之间,

③ 由 $\gamma'' = \gamma'(\omega_c'') + \varphi_c(\omega_c'')$ 求 ω_c''

希望值

原系统在新 ω_c'' 相角裕度

$$\begin{aligned} \gamma'(\omega_c'') &= 40^\circ - (-6^\circ) = 90^\circ - \arctan(0.1\omega_c'') - \arctan(0.2\omega_c'') \\ &= 46^\circ \end{aligned}$$

得出 $\omega_c'' = 2.7 \text{ rad/s}$

也可取 ω_c''

③由 $\gamma'' = \gamma'(\omega_c'') + \varphi_c(\omega_c'')$ 求 ω_c''

$$\begin{aligned}\gamma'(\omega_c'') &= 40^\circ - (-6^\circ) = 46^\circ \\ &= \arctan(0.1\omega_c'') \\ &\quad - \arctan(0.2\omega_c'') = 46^\circ\end{aligned}$$

得出 $\omega_c'' = 2.7 \text{ rad/s}$

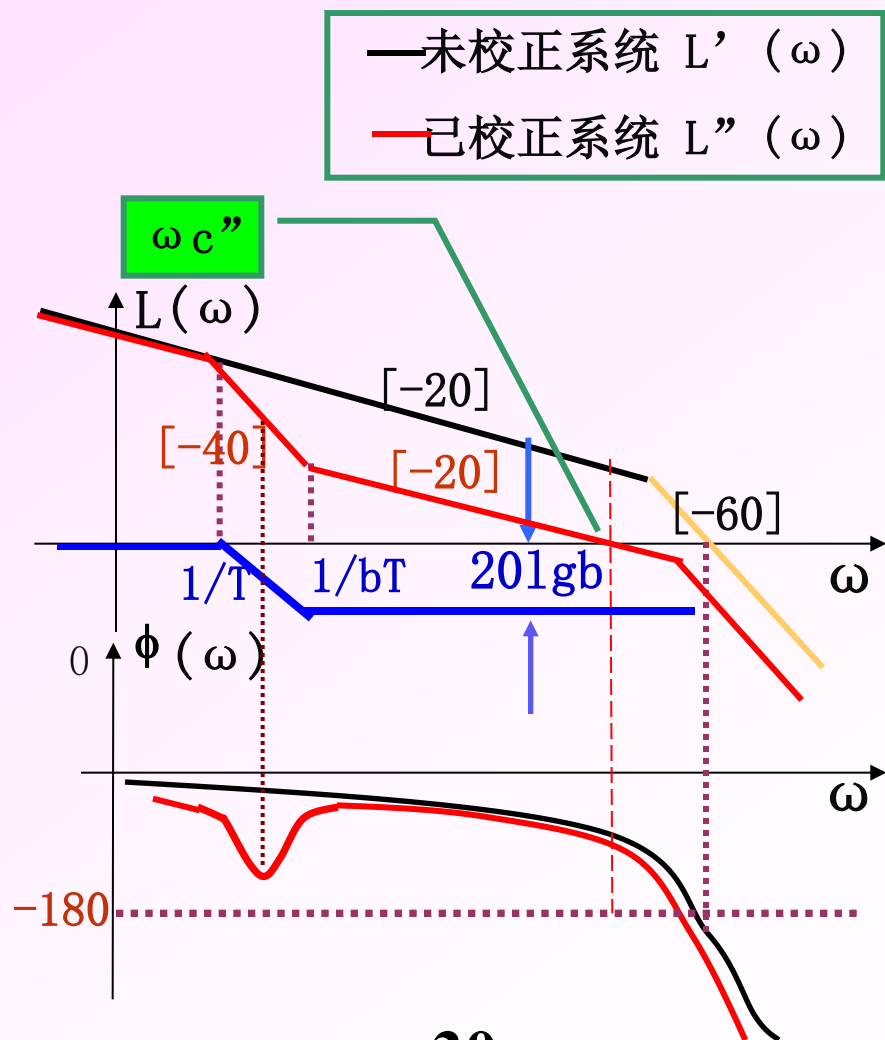
④求b, T

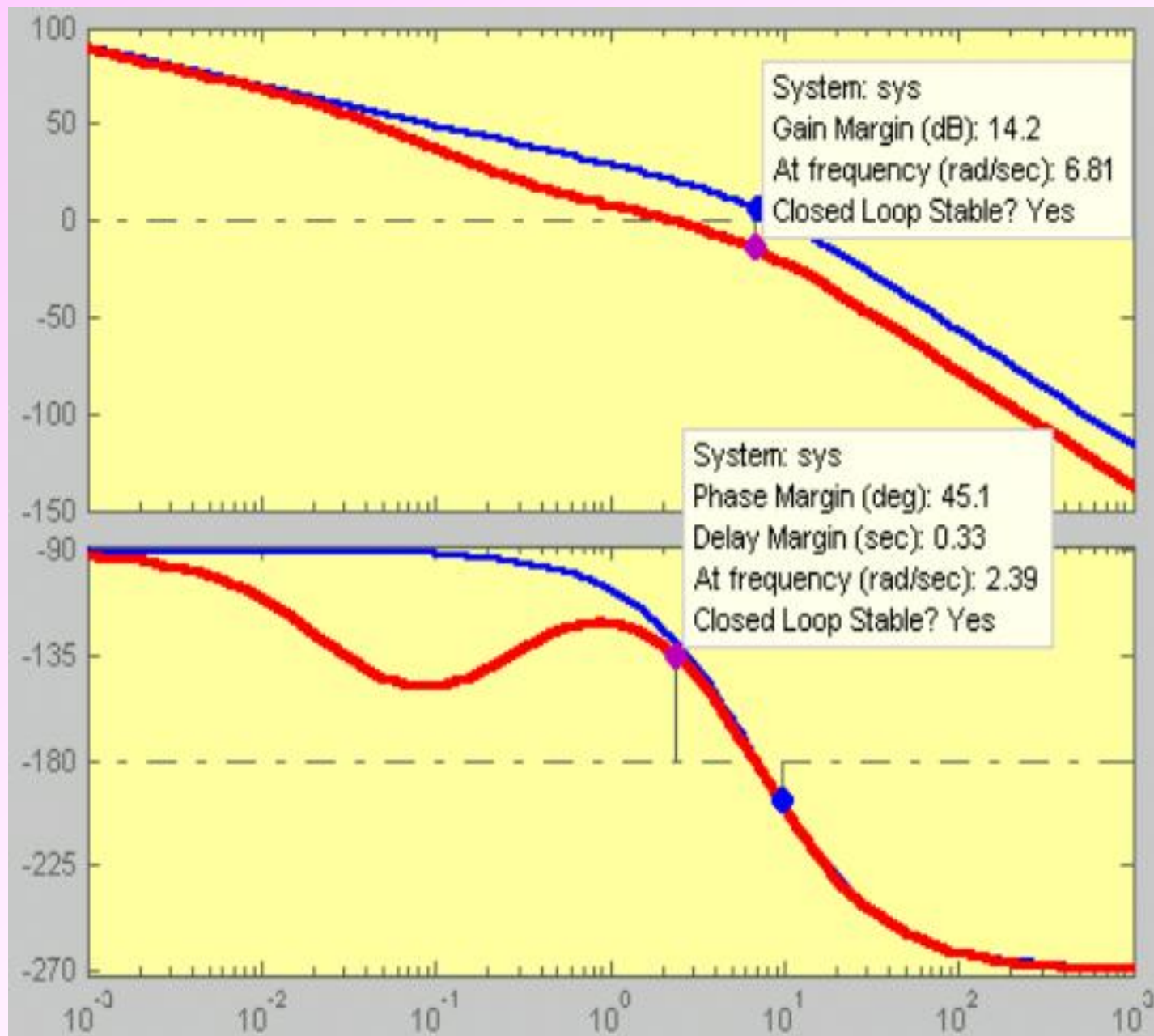
$$20\lg b = -L'(\omega_c'') \text{ 即 } 20\lg b = -20\lg \frac{30}{\omega_c'' \sqrt{1+(0.1\omega_c'')^2} \sqrt{1+(0.2\omega_c'')^2}}$$

$$b \approx 0.09$$

$$1/bT \approx 0.1\omega_c'' \quad T \approx 41$$

$$G_c(s) = \frac{1+bTs}{1+Ts} = \frac{1+3.7s}{1+41s}$$





$$\omega'_c = 12$$

$$\gamma' = -27.6^\circ$$

$$G_c(s) = \frac{3.7s + 1}{41s + 1}$$

$$\omega''_c = 2.807$$

$$\gamma'' = 40^\circ$$

$$h'' = 13\text{dB}$$

$$G(s) = \frac{30(1 + 3.7s)}{s(1 + 0.1s)(1 + 0.2s)(1 + 41s)}$$

求得 $\gamma'' = 41^\circ$ $h'' = 13(\text{dB})$ $\omega_c'' = 2.8$ 满足要求

实现求 $R_1 R_2 C$

$$b = R_2 / (R_1 + R_2)$$

$$T = (R_1 + R_2) C$$

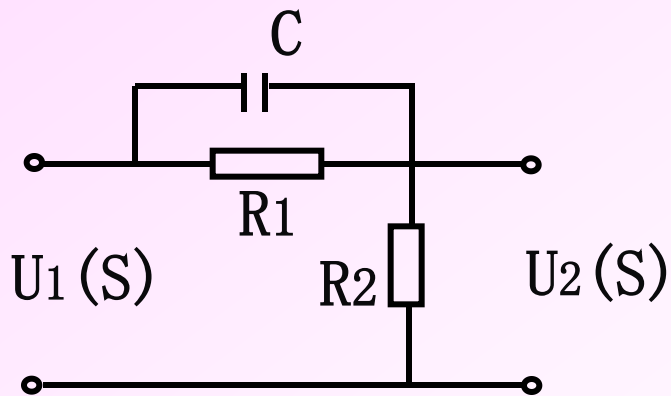
$$\left. \begin{array}{l} b = R_2 / (R_1 + R_2) \\ T = (R_1 + R_2) C \end{array} \right\} R_1 \quad R_2 \quad C$$

⑤若不满足要求, 则 $1/bT$ 可取 $(0.1 \sim 0.25 \text{ 之间})$ 或改变 $\varphi_c(\omega_c'')$ 的估计值, 重新计算.

两种校正网络的比较

超前校正网络

$$aG_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts} \quad (a > 1)$$

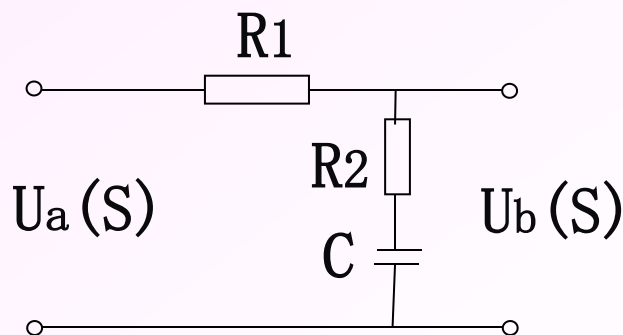


超前校正：可使 $\omega_c'' \uparrow$ ， $\gamma'' \uparrow$ ，抗干扰性 \uparrow ；

滞后校正：可使 $\omega_c'' \downarrow$ ， $\gamma'' \uparrow$ ，抗干扰性 \uparrow ；

滞后校正网络

$$G_c(s) = \frac{1 + bTs}{1 + Ts} \quad (b > 1)$$



3. 迟后-超前校正-----可全面改善系统性能

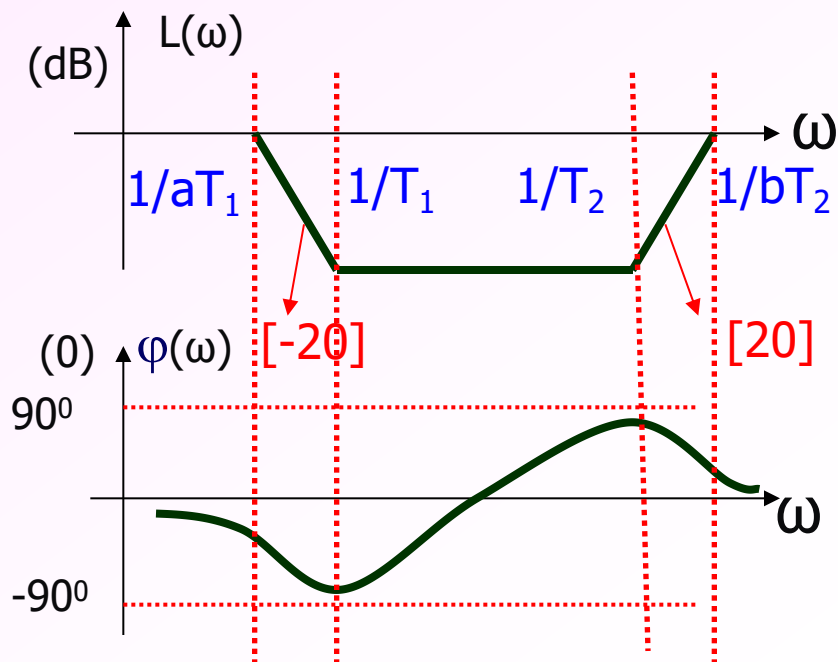
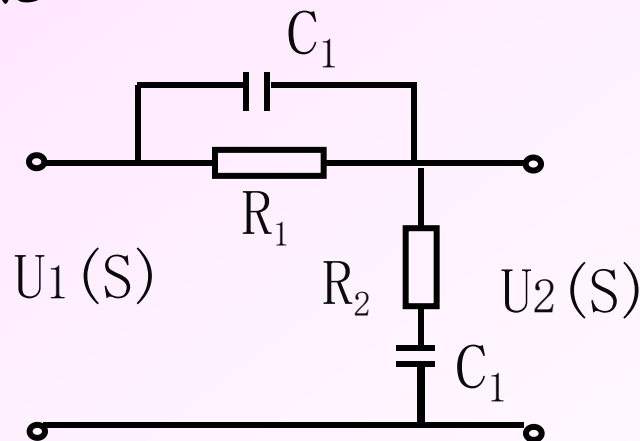
$$G_c(s) = \frac{T_1s + 1}{aT_1s + 1} \frac{T_2s + 1}{bT_2s + 1} \quad (ab = 1)$$

滞后环节

超前环节

其中, $T_1 = R_1C_1, T_2 = R_2C_2$

作用：将滞后效应设置在低频段，超前校正设置在中频段，以保证它们各自发挥其优势，即用迟后校正使其稳态性能↑，超前校正使其动态性能↑，从而全面提高系统的动态和稳态性能。



设计步骤:

- 1) 根据稳态性能要求确定开环增益K;
- 2) 绘待校正系统的对数幅频特性, 求出待校正系统的截止频率 ω_c' 和相角裕度 γ' 和 h' (dB);
- 3) 从待校正系统对数幅频特性上, 选择斜率从 -20dB/dec 变为 -40dB/dec 的交接频率作为校正网络超前部分的交接频率 $\omega_1=1/T_1$;
- 4) 根据响应速度要求, 选择系统截止频率 ω_c'' 和校正网络衰减因子 b , ω_c'' 满足:
$$-20\lg a + L'(\omega_c'') + 20\lg T_1 \omega_c'' = 0 \quad \text{这里 } T_1 = 1/\omega_1;$$
- 5) 由相角频率要求, 估算校正网络的滞后部分交接频率 ω_2 ;
- 6) 验证已校正的各项性能指标 γ'' 和 h'' .