Hafta 05

Yön. Araş. : Seçenekli Opt. Çözüm, Maksimum Amaçlı Ulaştırma Prob.

Doç. Dr. Erhan Çene

16/10/2025

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Seçenekli Optimal Çözümler

Seçenekli Optimal Çözümler

- MODI testi sonucunda optimuma ulaşıldıktan sonra, temel olmayan değişkenlerden bir ya da bir kaçının R_{ij} değerlerinin sıfır olması durumunda alternatif bir optimum çözümden bahsedilir.
- Bu durumda, $R_{ij} = 0$ değerine sahip temel olmayan hücre merkezde olacak şekilde bir çevrim oluşturularak hücre değerleri yeniden belirlenir.
- Yeni değerlerle belirlenen maliyet, eski değerle aynı olmalıdır.

Örnek 1: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (1)

Örnek 1: VAM Yöntemi (1)

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 3	x_{12} 5	x_{13} 6	x_{14} 7	**400**
Fabrika 2	x_{21} 10	x_{22} 4	x_{23} 5	x_{24} 2	**350**
Fabrika 3	x_{31} 1	x_{32} 7	x_{33} 8	x_{34} 12	**150**
Talep	**225**	**225**	**350**	**100**	**900**

Üç fabrika, dört depolu bir ulaştırma probleminin başlangıç tablosu yan tarafta verilmiştir. VAM + MODI yöntemini uygulayarak optimum değerini bulun.

Alternatif bir çözüm olup olmadığını belirleyin. Alternatif çözüm mevcutsa, bu çözümü elde edin.

Örnek 1: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (2)

VAM Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=3)	– (m=5)	– (m=6)	– (m=7)	**0** (400)	2
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=4)	– (m=5)	– (m=2)	**0** (350)	2
Fabrika 3	– (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**0** (150)	6
Talep	**0** (225)	**0** (225)	**0** (350)	**0** (100)	**0** (900)	
Col Δ	2	1	1	5		

Örnek 1: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (3)

VAM Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=3)	– (m=5)	– (m=6)	– (m=7)	**0** (400)	2
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=4)	– (m=5)	– (m=2)	**0** (350)	2
Fabrika 3	**150** (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**150** (150)	–
Talep	**150** (225)	**0** (225)	**0** (350)	**0** (100)	**150** (900)	
Col Δ	7	1	1	5		

Örnek 1: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (4)

VAM Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	**75** (m=3)	– (m=5)	– (m=6)	– (m=7)	**75** (400)	1
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=4)	– (m=5)	– (m=2)	**0** (350)	2
Fabrika 3	**150** (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**150** (150)	–
Talep	**225** (225)	**0** (225)	**0** (350)	**0** (100)	**225** (900)	
Col Δ	–	1	1	5		

Örnek 1: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (5)

VAM Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	**75** (m=3)	– (m=5)	– (m=6)	– (m=7)	**75** (400)	1
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=4)	– (m=5)	**100** (m=2)	**100** (350)	1
Fabrika 3	**150** (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**150** (150)	–
Talep	**225** (225)	**0** (225)	**0** (350)	**100** (100)	**325** (900)	
Col Δ	–	1	1	–		

Örnek 1: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (6)

VAM Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	**75** (m=3)	– (m=5)	– (m=6)	– (m=7)	**75** (400)	–
Fabrika 2	– (m=10)	**225** (m=4)	– (m=5)	**100** (m=2)	**325** (350)	–
Fabrika 3	**150** (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**150** (150)	–
Talep	**225** (225)	**225** (225)	**0** (350)	**100** (100)	**550** (900)	
Col Δ	–	–	1	–		

Örnek 1: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (7)

VAM Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	**75** (m=3)	– (m=5)	– (m=6)	– (m=7)	**75** (400)	–
Fabrika 2	– (m=10)	**225** (m=4)	**25** (m=5)	**100** (m=2)	**350** (350)	–
Fabrika 3	**150** (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**150** (150)	–
Talep	**225** (225)	**225** (225)	**25** (350)	**100** (100)	**575** (900)	
Col Δ	–	–	–	–		

Örnek 1: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (8)

VAM Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	**75** (m=3)	– (m=5)	**325** (m=6)	– (m=7)	**400** (400)	–
Fabrika 2	– (m=10)	**225** (m=4)	**25** (m=5)	**100** (m=2)	**350** (350)	–
Fabrika 3	**150** (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**150** (150)	–
Talep	**225** (225)	**225** (225)	**350** (350)	**100** (100)	**900** (900)	
Col Δ	–	–	–	–		

Örnek 1: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (9)

VAM Yöntemi (9)

Çözüm

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 3550)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	**75** (m=3)	– (m=5)	**325** (m=6)	– (m=7)	**400**
Fabrika 2	– (m=10)	**225** (m=4)	**25** (m=5)	**100** (m=2)	**350**
Fabrika 3	**150** (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**150**
Talep	**225**	**225**	**350**	**100**	**900**

Örnek 1: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemiyle bulunan maliyet

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{31}x_{31} + c_{22}x_{22} + c_{13}x_{13} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} \\
&= 3 \cdot 75 + 1 \cdot 150 + 4 \cdot 225 + 6 \cdot 325 + 5 \cdot 25 + 2 \cdot 100 \\
&= \mathbf{3550}
\end{aligned}
$$

Örnek 1: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: Başlangıç

VAM Sonucu

VAM Çözümü

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 3550)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	**75** (m=3)	– (m=5)	**325** (m=6)	– (m=7)	**400**
Fabrika 2	– (m=10)	**225** (m=4)	**25** (m=5)	**100** (m=2)	**350**
Fabrika 3	**150** (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**150**
Talep	**225**	**225**	**350**	**100**	**900**

şeklinde idi.

Örnek 1: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (1)

u_i ve v_j hesabı

$m = 3$ satır ve $n = 4$ sütun ve $m + n - 1 = 6$ tane temel değişken olduğundan $u_1 = 0$ rastgele değeri belirlenerek diğer u_i ve v_j ler hesaplanır.

$$
\begin{aligned}
v_1 &= c_{11} - u_1 = 3 - 0 = 3 \\
v_3 &= c_{13} - u_1 = 6 - 0 = 6 \\
u_2 &= c_{23} - v_3 = 5 - 6 = -1 \\
v_4 &= c_{24} - u_2 = 2 - (-1) = 3 \\
u_3 &= c_{31} - v_1 = 1 - 3 = -2 \\
v_2 &= c_{22} - u_2 = 4 - (-1) = 5
\end{aligned}
$$

Örnek 1: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (2)

u_i ve v_j

u_i ve v_j hesabı

	Depo 1 $v_1 = 3$	Depo 2 $v_2 = 5$	Depo 3 $v_3 = 6$	Depo 4 $v_4 = 3$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	**75** (m=3)	– (m=5)	**325** (m=6)	– (m=7)	**400**
Fabrika 2 $u_2 = -1$	– (m=10)	**225** (m=4)	**25** (m=5)	**100** (m=2)	**350**
Fabrika 3 $u_3 = -2$	**150** (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**150**
Talep	**225**	**225**	**350**	**100**	**900**

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 1: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (3)

R_{ij} hesabı

Her bir R_{ij}, $R_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$ formülü ile hesaplanır.

$$
\begin{aligned}
R_{11} &= c_{11} - u_1 - v_1 = 3 - 0 - 3 = 0 \\
R_{12} &= c_{12} - u_1 - v_2 = 5 - 0 - 5 = 0 \\
R_{13} &= c_{13} - u_1 - v_3 = 6 - 0 - 6 = 0 \\
R_{14} &= c_{14} - u_1 - v_4 = 7 - 0 - 3 = 4 \\
R_{21} &= c_{21} - u_2 - v_1 = 10 - (-1) - 3 = 8 \\
R_{22} &= c_{22} - u_2 - v_2 = 4 - (-1) - 5 = 0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{23} &= c_{23} - u_2 - v_3 = 5 - (-1) - 6 = 0 \\
R_{24} &= c_{24} - u_2 - v_4 = 2 - (-1) - 3 = 0 \\
R_{31} &= c_{31} - u_3 - v_1 = 1 - (-2) - 3 = 0 \\
R_{32} &= c_{32} - u_3 - v_2 = 7 - (-2) - 5 = 4 \\
R_{33} &= c_{33} - u_3 - v_3 = 8 - (-2) - 6 = 4 \\
R_{34} &= c_{34} - u_3 - v_4 = 12 - (-2) - 3 = 11
\end{aligned}
$$

Örnek 1: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (4)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Depo 1 $v_1 = 3$	Depo 2 $v_2 = 5$	Depo 3 $v_3 = 6$	Depo 4 $v_4 = 3$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	**75** c=3 R=–	– c=5 R=0	**325** c=6 R=–	– c=7 R=4	**400**
Fabrika 2 $u_2 = -1$	– c=10 R=8	**225** c=4 R=–	**25** c=5 R=–	**100** c=2 R=–	**350**
Fabrika 3 $u_3 = -2$	**150** c=1 R=–	– c=7 R=4	– c=8 R=4	– c=12 R=11	**150**
Talep	**225**	**225**	**350**	**100**	**900**

Tüm R_{ij} değerleri ≥ 0 olduğundan çözüm optimumdur. X_{12} hücresi temel değişken olmadığı halde $R_{12} = 0$ olduğundan alternatif bir optimum çözüm bulunabilir.

Örnek 1: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (5)

Maliyet

Optimum Maliyet Hesabı

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{31}x_{31} + c_{22}x_{22} + c_{13}x_{13} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} \\
&= 3 \cdot 75 + 1 \cdot 150 + 4 \cdot 225 + 6 \cdot 325 + 5 \cdot 25 + 2 \cdot 100 \\
&= \mathbf{3550}
\end{aligned}
$$

olarak elde edilir.

Örnek 1: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (1)

Alternatif Çözüme Geçiş (1)

Çevrimin oluşturulması

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Δ
Fabrika 1	75 c=3	+ c=5 0	− c=6 325	– c=7	0
Fabrika 2	– c=10	− c=4 225	+ c=5 25	100 c=2	0
Fabrika 3	150 c=1	– c=7	– c=8	– c=12	0

Negatif işaretli hücreler arasında negatif değerli olan 225 ve 325 arasından daha küçük olan 225 seçilir.

Çevrimdeki hücrelerin işaretine göre 225 hücre değerlerine eklenerek ya da çıkarılarak hücreler güncellenir.

Pivot eleman X_{12}'ye $+$ işareti ile başlandıktan sonra, X_{22} ve X_{13}'e $-$; X_{23}'e ise $+$ işareti verilerek çevrim tamamlanır.

Örnek 1: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (2)

Alternatif Çözüme Geçiş (2)

Çevrimin oluşturulması

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Δ
Fabrika 1	**75** c=3	+ c=5 **225**	− c=6 **100**	– c=7	0
Fabrika 2	– c=10	− c=4 **0**	+ c=5 **250**	**100** c=2	0
Fabrika 3	**150** c=1	– c=7	– c=8	– c=12	0

$X_{12} = 0 + 225 = 225$, $X_{13} = 325 - 225 = 100$, $X_{22} = 225 - 225 = 0$ ve $X_{23} = 25 + 225 = 250$ şeklinde güncellenir.

Diğer hücre değerleri aynı kalır.

Örnek 1: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (3)

Alternatif Çözüme Geçiş (3)

Alternatif Çözüm

Alternatif Dağıtım — Pivot (1,2), Toplam = 3550 (Toplam Maliyet = 3550)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	**75** (m=3)	**225** (m=5)	**100** (m=6)	– (m=7)	**400**
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=4)	**250** (m=5)	**100** (m=2)	**350**
Fabrika 3	**150** (m=1)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=12)	**150**
Talep	**225**	**225**	**350**	**100**	**900**

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 1: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (4)

Maliyet

Optimum Maliyet Hesabı

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{31}x_{31} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} \\
&= 3 \cdot 75 + 1 \cdot 150 + 5 \cdot 225 + 6 \cdot 100 + 5 \cdot 250 + 2 \cdot 100 \\
&= \mathbf{3550}
\end{aligned}
$$

olarak elde edilir.

Eski çözüm ile alternatif çözümün maliyeti aynıdır, değişmemiştir.

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (1)

Örnek 2: VAM Yöntemi (1)

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 15	x_{12} 18	x_{13} 12	x_{14} 13	**200**
Fabrika 2	x_{21} 10	x_{22} 10	x_{23} 11	x_{24} 9	**300**
Fabrika 3	x_{31} 8	x_{32} 5	x_{33} 7	x_{34} 8	**450**
Talep	**250**	**100**	**225**	**325**	**900**

Üç fabrika, dört depolu bir ulaştırma probleminin başlangıç tablosu yan tarafta verilmiştir. VAM + MODI yöntemini uygulayarak optimum değerini bulun.

Alternatif bir çözüm olup olmadığını belirleyin. Alternatif çözüm mevcutsa, bu çözümü elde edin.

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (2)

VAM Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	**Depo 2**	**Depo 3**	**Depo 4**	**Dummy**	**Arz**	Row Δ
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	– (m=13)	– (m=0)	**0** (200)	12
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	– (m=9)	– (m=0)	**0** (300)	9
Fabrika 3	– (m=8)	– (m=5)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**0** (450)	5
Talep	**0** (250)	**0** (100)	**0** (225)	**0** (325)	**0** (50)	**0** (950)	
Col Δ	2	5	4	1	0		

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (3)

VAM Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	– (m=13)	**50** (m=0)	**50** (200)	1
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	– (m=9)	– (m=0)	**0** (300)	1
Fabrika 3	– (m=8)	– (m=5)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**0** (450)	2
Talep	**0** (250)	**0** (100)	**0** (225)	**0** (325)	**50** (50)	**50** (950)	
Col Δ	2	5	4	1	–		

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (4)

VAM Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	– (m=13)	**50** (m=0)	**50** (200)	1
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	– (m=9)	– (m=0)	**0** (300)	1
Fabrika 3	– (m=8)	**100** (m=5)	– (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**100** (450)	1
Talep	**0** (250)	**100** (100)	**0** (225)	**0** (325)	**50** (50)	**150** (950)	
Col Δ	2	–	4	1	–		

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (5)

VAM Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	– (m=13)	**50** (m=0)	**50** (200)	2
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	– (m=9)	– (m=0)	**0** (300)	1
Fabrika 3	– (m=8)	**100** (m=5)	**225** (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**325** (450)	0
Talep	**0** (250)	**100** (100)	**225** (225)	**0** (325)	**50** (50)	**375** (950)	
Col Δ	2	–	–	1	–		

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (6)

VAM Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	– (m=13)	**50** (m=0)	**50** (200)	2
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	– (m=9)	– (m=0)	**0** (300)	1
Fabrika 3	**125** (m=8)	**100** (m=5)	**225** (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**450** (450)	–
Talep	**125** (250)	**100** (100)	**225** (225)	**0** (325)	**50** (50)	**500** (950)	
Col Δ	5	–	–	4	–		

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (7)

VAM Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	– (m=13)	**50** (m=0)	**50** (200)	–
Fabrika 2	**125** (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	– (m=9)	– (m=0)	**125** (300)	–
Fabrika 3	**125** (m=8)	**100** (m=5)	**225** (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**450** (450)	–
Talep	**250** (250)	**100** (100)	**225** (225)	**0** (325)	**50** (50)	**625** (950)	
Col Δ	–	–	–	4	–		

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (8)

VAM Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	– (m=13)	**50** (m=0)	**50** (200)	–
Fabrika 2	**125** (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	**175** (m=9)	– (m=0)	**300** (300)	–
Fabrika 3	**125** (m=8)	**100** (m=5)	**225** (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**450** (450)	–
Talep	**250** (250)	**100** (100)	**225** (225)	**175** (325)	**50** (50)	**800** (950)	
Col Δ	–	–	–	–	–		

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (9)

VAM Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	**150** (m=13)	**50** (m=0)	**200** (200)	–
Fabrika 2	**125** (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	**175** (m=9)	– (m=0)	**300** (300)	–
Fabrika 3	**125** (m=8)	**100** (m=5)	**225** (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**450** (450)	–
Talep	**250** (250)	**100** (100)	**225** (225)	**325** (325)	**50** (50)	**950** (950)	
Col Δ	–	–	–	–	–		

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (9)

VAM Yöntemi (9)

Çözüm

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 7850)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	**150** (m=13)	**50** (m=0)	**200**
Fabrika 2	**125** (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	**175** (m=9)	– (m=0)	**300**
Fabrika 3	**125** (m=8)	**100** (m=5)	**225** (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**450**
Talep	**250**	**100**	**225**	**325**	**50**	**950**

Örnek 2: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemiyle bulunan maliyet

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\
&= c_{21}x_{21} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} + c_{14}x_{14} + c_{24}x_{24} \\
&= 10 \cdot 125 + 8 \cdot 125 + 5 \cdot 100 + 7 \cdot 225 + 13 \cdot 150 + 9 \cdot 175 \\
&= \mathbf{7850}
\end{aligned}
$$

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: Başlangıç

VAM Sonucu

VAM Çözümü

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 7850)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	**150** (m=13)	**50** (m=0)	**200**
Fabrika 2	**125** (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	**175** (m=9)	– (m=0)	**300**
Fabrika 3	**125** (m=8)	**100** (m=5)	**225** (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**450**
Talep	**250**	**100**	**225**	**325**	**50**	**950**

şeklinde idi.

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (1)

u_i ve v_j hesabı

$m = 3$ satır ve $n = 5$ sütun ve $m + n - 1 = 7$ tane temel değişken olduğundan $u_1 = 0$ rastgele değeri belirlenerek diğer u_i ve v_j ler hesaplanır.

$$
\begin{aligned}
v_4 &= c_{14} - u_1 = 13 - 0 = 13 \\
v_5 &= c_{15} - u_1 = 0 - 0 = 0 \\
u_2 &= c_{24} - v_4 = 9 - 13 = -4 \\
v_1 &= c_{21} - u_2 = 10 - (-4) = 14 \\
u_3 &= c_{31} - v_1 = 8 - 14 = -6 \\
v_2 &= c_{32} - u_3 = 5 - (-6) = 11 \\
v_3 &= c_{33} - u_3 = 7 - (-6) = 13
\end{aligned}
$$

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (2)

u_i ve v_j

u_i ve v_j hesabı

	Depo 1 $v_1 = 14$	Depo 2 $v_2 = 11$	Depo 3 $v_3 = 13$	Depo 4 $v_4 = 13$	Dummy $v_5 = 0$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	– (m=15)	– (m=18)	– (m=12)	**150** (m=13)	**50** (m=0)	**200**
Fabrika 2 $u_2 = -4$	**125** (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	**175** (m=9)	– (m=0)	**300**
Fabrika 3 $u_3 = -6$	**125** (m=8)	**100** (m=5)	**225** (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**450**
Talep	**250**	**100**	**225**	**325**	**50**	**950**

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (3)

R_{ij} hesabı

Her bir R_{ij}, $R_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$ formülü ile hesaplanır.

$$
\begin{aligned}
R_{11} &= c_{11} - u_1 - v_1 = 15 - 0 - 14 = 1 \\
R_{12} &= c_{12} - u_1 - v_2 = 18 - 0 - 11 = 7 \\
R_{13} &= c_{13} - u_1 - v_3 = 12 - 0 - 13 = -1 \\
R_{14} &= c_{14} - u_1 - v_4 = 13 - 0 - 13 = 0 \\
R_{15} &= c_{15} - u_1 - v_5 = 0 - 0 - 0 = 0 \\
R_{21} &= c_{21} - u_2 - v_1 = 10 - (-4) - 14 = 0 \\
R_{22} &= c_{22} - u_2 - v_2 = 10 - (-4) - 11 = 3 \\
R_{23} &= c_{23} - u_2 - v_3 = 11 - (-4) - 13 = 2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{24} &= c_{24} - u_2 - v_4 = 9 - (-4) - 13 = 0 \\
R_{25} &= c_{25} - u_2 - v_5 = 0 - (-4) - 0 = 4 \\
R_{31} &= c_{31} - u_3 - v_1 = 8 - (-6) - 14 = 0 \\
R_{32} &= c_{32} - u_3 - v_2 = 5 - (-6) - 11 = 0 \\
R_{33} &= c_{33} - u_3 - v_3 = 7 - (-6) - 13 = 0 \\
R_{34} &= c_{34} - u_3 - v_4 = 8 - (-6) - 13 = 1 \\
R_{35} &= c_{35} - u_3 - v_5 = 0 - (-6) - 0 = 6
\end{aligned}
$$

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (4)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Depo 1 $v_1 = 14$	Depo 2 $v_2 = 11$	Depo 3 $v_3 = 13$	Depo 4 $v_4 = 13$	Dummy $v_5 = 0$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	– c=15 R=1	– c=18 R=7	– c=12 R=-1	150 c=13 R=–	50 c=0 R=–	200
Fabrika 2 $u_2 = -4$	125 c=10 R=–	– c=10 R=3	– c=11 R=2	175 c=9 R=–	– c=0 R=4	300
Fabrika 3 $u_3 = -6$	125 c=8 R=–	100 c=5 R=–	225 c=7 R=–	– c=8 R=1	– c=0 R=6	450
Talep	250	100	225	325	50	950

R_{ij} ler arasında sıfırdan küçük değer olduğundan optimum değildir. Negatif R_{ij} değeri -1 olup, bu değerin bulunduğu hücre pivot elemandır.

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (5)

Çevrimin oluşturulması

Çevrimin oluşturulması

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Δ
Fabrika 1	— c=15	— c=18	+ c=12 0	− c=13 150	50 c=0	0
Fabrika 2	− c=10 125	— c=10	— c=11	+ c=9 175	— c=0	0
Fabrika 3	+ c=8 125	100 c=5	− c=7 225	— c=8	— c=0	0
Toplam	0	0	0	0	0	0

Negatif işaretli hücreler arasında negatif değerli olan 150, 125 ve 250 arasından en küçük olan 125 seçilir.

Çevrimdeki hücrelerin işaretine göre 125 hücre değerlerine eklenerek ya da çıkarılarak hücreler güncellenir.

X_{13} pivot eleman $+$ işareti ile başladıktan sonra, sırasıyla X_{33} $-$, X_{31} $+$, X_{21} $-$, X_{24} $+$ ve X_{14} $-$ işareti verilerek çevrim tamamlanır.

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (6)

Güncellenmiş Çevrim

Çevrimin oluşturulması

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Δ
Fabrika 1	c=15	c=18	+ 125 c=12	− 25 c=13	50 c=0	0
Fabrika 2	− 0 c=10	c=10	c=11	+ 300 c=9	c=0	0
Fabrika 3	+ 250 c=8	100 c=5	− 100 c=7	c=8	c=0	0
Toplam	0	0	-125	0	0	-125

$X_{13} = 0 + 125 = 125$, $X_{33} = 225 - 125 = 100$, $X_{31} = 125 + 125 = 250$, $X_{21} = 125 - 125 = 0$, $X_{24} = 175 + 125 = 300$ ve $X_{14} = 150 - 125 = 25$ şeklinde güncellenir.

Diğer hücre değerleri aynı kalır.

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım Başlangıç

MODI 1. Adım Sonucu

MODI 1. Adım Sonucu

	Depo 1 $v_1 = 13$	Depo 2 $v_2 = 10$	Depo 3 $v_3 = 12$	Depo 4 $v_4 = 13$	Dummy $v_5 = 0$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	– (m=15)	– (m=18)	**125** (m=12)	**25** (m=13)	**50** (m=0)	**200**
Fabrika 2 $u_2 = -4$	– (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	**300** (m=9)	– (m=0)	**300**
Fabrika 3 $u_3 = -5$	**250** (m=8)	**100** (m=5)	**100** (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**450**
Talep	**250**	**100**	**225**	**325**	**50**	**950**

şeklinde olur.

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım (1)

u_i, v_j ve R_{ij} hesabı

u_i ve v_j değerlerini tekrar hesaplanırsa.

$$
\begin{aligned}
v_3 = c_{13} - u_1 = 12 - 0 = 12 \\
v_4 = c_{14} - u_1 = 13 - 0 = 13 \\
v_5 = c_{15} - u_1 = 0 - 0 = 0 \\
u_2 = c_{24} - v_4 = 9 - 13 = -4 \\
u_3 = c_{33} - v_3 = 7 - 12 = -5 \\
v_1 = c_{31} - u_3 = 8 - (-5) = 13 \\
v_2 = c_{32} - u_3 = 5 - (-5) = 10
\end{aligned}
$$

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım (2)

u_i, v_j ve R_{ij} hesabı

R_{ij} değerleri tekrar hesaplanmalıdır.

$$
\begin{aligned}
R_{11} &= c_{11} - u_1 - v_1 = 15 - 0 - 13 = 2 \\
R_{12} &= c_{12} - u_1 - v_2 = 18 - 0 - 10 = 8 \\
R_{13} &= c_{13} - u_1 - v_3 = 12 - 0 - 12 = 0 \\
R_{14} &= c_{14} - u_1 - v_4 = 13 - 0 - 13 = 0 \\
R_{15} &= c_{15} - u_1 - v_5 = 0 - 0 - 0 = 0 \\
R_{21} &= c_{21} - u_2 - v_1 = 10 - (-4) - 13 = 1 \\
R_{22} &= c_{22} - u_2 - v_2 = 10 - (-4) - 10 = 4 \\
R_{23} &= c_{23} - u_2 - v_3 = 11 - (-4) - 12 = 3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{24} &= c_{24} - u_2 - v_4 = 9 - (-4) - 13 = 0 \\
R_{25} &= c_{25} - u_2 - v_5 = 0 - (-4) - 0 = 4 \\
R_{31} &= c_{31} - u_3 - v_1 = 8 - (-5) - 13 = 0 \\
R_{32} &= c_{32} - u_3 - v_2 = 5 - (-5) - 10 = 0 \\
R_{33} &= c_{33} - u_3 - v_3 = 7 - (-5) - 12 = 0 \\
R_{34} &= c_{34} - u_3 - v_4 = 8 - (-5) - 13 = 0 \\
R_{35} &= c_{35} - u_3 - v_5 = 0 - (-5) - 0 = 5
\end{aligned}
$$

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım (3)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Depo 1 $v_1 = 13$	Depo 2 $v_2 = 10$	Depo 3 $v_3 = 12$	Depo 4 $v_4 = 13$	Dummy $v_5 = 0$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	– c=15 R=2	– c=18 R=8	**125** c=12 R=–	**25** c=13 R=–	**50** c=0 R=–	**200**
Fabrika 2 $u_2 = -4$	– c=10 R=1	– c=10 R=4	– c=11 R=3	**300** c=9 R=–	– c=0 R=4	**300**
Fabrika 3 $u_3 = -5$	**250** c=8 R=–	**100** c=5 R=–	**100** c=7 R=–	– c=8 R=0	– c=0 R=5	**450**
Talep	**250**	**100**	**225**	**325**	**50**	**950**

Tüm R_{ij} ler sıfırdan büyük ya da eşit olduğundan optimuma ulaşılmıştır.

Temel olmayan değişken X_{34} için hesaplanan $R_{34} = 0$ olduğundan alternatif çözüm mevcuttur.

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım (4)

MODI 2. Adım Sonucu

MODI 2. Adım Sonucu

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (MODI (u–v)) (Toplam Maliyet = 7725)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	**125** (m=12)	**25** (m=13)	**50** (m=0)	**200**
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	**300** (m=9)	– (m=0)	**300**
Fabrika 3	**250** (m=8)	**100** (m=5)	**100** (m=7)	– (m=8)	– (m=0)	**450**
Talep	**250**	**100**	**225**	**325**	**50**	**950**

Alternatif çözüme geçmeden önce elde edilen optimum tablodan, maliyeti hesaplayalım.

Örnek 2: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım (5)

Maliyet

Optimum Maliyet Hesabı

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\
&= c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{13}x_{13} + c_{33}x_{33} + c_{14}x_{14} + c_{24}x_{24} + c_{15}x_{15} \\
&= 8 \cdot 250 + 5 \cdot 100 + 12 \cdot 125 + 7 \cdot 100 + 13 \cdot 25 + 9 \cdot 300 + 0 \cdot 50 \\
&= \mathbf{7725}
\end{aligned}
$$

olarak elde edilir.

Örnek 2: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (1)

Alternatif Çözüme Geçiş (1)

Çevrimin oluşturulması

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Δ
Fabrika 1	c=15	c=18	+ c=12 **125**	− c=13 **25**	**50** c=0	0
Fabrika 2	c=10	c=10	c=11	**300** c=9	c=0	0
Fabrika 3	**250** c=8	**100** c=5	− c=7 **100**	+ c=8 **0**	c=0	0

Negatif işaretli hücreler arasında negatif değerli olan 25 ve 100 arasından daha küçük olan 25 seçilir.

Çevrimdeki hücrelerin işaretine göre 25 hücre değerlerine eklenerek ya da çıkarılarak hücreler güncellenir.

Pivot eleman X_{34}'e $+$ işareti ile başlandıktan sonra, X_{33} ve X_{14}'e $-$; X_{13}'e ise $+$ işareti verilerek çevrim tamamlanır.

Örnek 2: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (2)

Alternatif Çözüme Geçiş (2)

Çevrimin oluşturulması

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Δ
Fabrika 1	c=15	c=18	+ c=12 **150**	− c=13 **0**	**50** c=0	0
Fabrika 2	c=10	c=10	c=11	**300** c=9	c=0	0
Fabrika 3	**250** c=8	**100** c=5	− c=7 **75**	+ c=8 **25**	c=0	0

$X_{34} = 0 + 25 = 25$, $X_{33} = 100 - 25 = 75$, $X_{13} = 125 + 25 = 150$ ve $X_{14} = 25 - 25 = 0$ şeklinde güncellenir.

Diğer hücre değerleri aynı kalır.

Örnek 2: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (3)

Alternatif Çözüme Geçiş (3)

Alternatif Çözüm

Alternatif Dağıtım — Pivot (3,4), Toplam = 7725 (Toplam Maliyet = 7725)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Dummy	Arz
Fabrika 1	– (m=15)	– (m=18)	**150** (m=12)	– (m=13)	**50** (m=0)	**200**
Fabrika 2	– (m=10)	– (m=10)	– (m=11)	**300** (m=9)	– (m=0)	**300**
Fabrika 3	**250** (m=8)	**100** (m=5)	**75** (m=7)	**25** (m=8)	– (m=0)	**450**
Talep	**250**	**100**	**225**	**325**	**50**	**950**

Örnek 2: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (4)

Maliyet

Optimum Maliyet Hesabı

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{13}x_{13} + c_{33}x_{33} + c_{24}x_{24} + c_{34}x_{34} + c_{15}x_{15} \\
&= 8 \cdot 250 + 5 \cdot 100 + 12 \cdot 150 + 7 \cdot 75 + 9 \cdot 300 + 8 \cdot 25 + 0 \cdot 50 \\
&= \mathbf{7725}
\end{aligned}
$$

olarak elde edilir.

Eski çözüm ile alternatif çözümün maliyeti aynıdır, değişmemiştir.

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (1)

Örnek 3: VAM Yöntemi (1)

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 3	x_{12} 1	x_{13} 2	x_{14} 5	**20**
Fabrika 2	x_{21} 5	x_{22} 2	x_{23} 3	x_{24} 6	**15**
Fabrika 3	x_{31} 6	x_{32} 4	x_{33} 4	x_{34} 7	**10**
Fabrika 4	x_{41} 3	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Dört fabrika, dört depolu bir ulaştırma probleminin başlangıç tablosu yan tarafta verilmiştir. VAM + MODI yöntemini uygulayarak optimum değerini bulun.

Alternatif bir çözüm olup olmadığını belirleyin. Alternatif çözüm mevcutsa, bu çözümü elde edin.

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (2)

VAM Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=3)	– (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**0** (20)	1
Fabrika 2	– (m=5)	– (m=2)	– (m=3)	– (m=6)	**0** (15)	1
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	– (m=4)	– (m=7)	**0** (10)	0
Fabrika 4	– (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	– (m=4)	**0** (45)	1
Talep	**0** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**0** (90)	
Col Δ	0	1	1	1		

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (3)

VAM Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=3)	**16** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**16** (20)	1
Fabrika 2	– (m=5)	– (m=2)	– (m=3)	– (m=6)	**0** (15)	2
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	– (m=4)	– (m=7)	**0** (10)	2
Fabrika 4	– (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	– (m=4)	**0** (45)	0
Talep	**0** (30)	**16** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**16** (90)	
Col Δ	0	–	1	1		

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (4)

VAM Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=3)	**16** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**16** (20)	1
Fabrika 2	– (m=5)	– (m=2)	**15** (m=3)	– (m=6)	**15** (15)	–
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	– (m=4)	– (m=7)	**0** (10)	2
Fabrika 4	– (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	– (m=4)	**0** (45)	0
Talep	**0** (30)	**16** (16)	**15** (24)	**0** (20)	**31** (90)	
Col Δ	0	–	1	1		

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (5)

VAM Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	– (m=3)	**16** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**16** (20)	2
Fabrika 2	– (m=5)	– (m=2)	**15** (m=3)	– (m=6)	**15** (15)	–
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	**9** (m=4)	– (m=7)	**9** (10)	1
Fabrika 4	– (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	– (m=4)	**0** (45)	1
Talep	**0** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**0** (20)	**40** (90)	
Col Δ	0	–	–	1		

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (6)

VAM Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	**4** (m=3)	**16** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**20** (20)	–
Fabrika 2	– (m=5)	– (m=2)	**15** (m=3)	– (m=6)	**15** (15)	–
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	**9** (m=4)	– (m=7)	**9** (10)	1
Fabrika 4	– (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	– (m=4)	**0** (45)	1
Talep	**4** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**0** (20)	**44** (90)	
Col Δ	3	–	–	3		

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (7)

VAM Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	**4** (m=3)	**16** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**20** (20)	–
Fabrika 2	– (m=5)	– (m=2)	**15** (m=3)	– (m=6)	**15** (15)	–
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	**9** (m=4)	– (m=7)	**9** (10)	–
Fabrika 4	**26** (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	– (m=4)	**26** (45)	–
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**0** (20)	**70** (90)	
Col Δ	–	–	–	3		

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (8)

VAM Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	**4** (m=3)	**16** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**20** (20)	–
Fabrika 2	– (m=5)	– (m=2)	**15** (m=3)	– (m=6)	**15** (15)	–
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	**9** (m=4)	– (m=7)	**9** (10)	–
Fabrika 4	**26** (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	**19** (m=4)	**45** (45)	–
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**19** (20)	**89** (90)	
Col Δ	–	–	–	–		

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (9)

VAM Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	**4** (m=3)	**16** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**20** (20)	–
Fabrika 2	– (m=5)	– (m=2)	**15** (m=3)	– (m=6)	**15** (15)	–
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	**9** (m=4)	**1** (m=7)	**10** (10)	–
Fabrika 4	**26** (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	**19** (m=4)	**45** (45)	–
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**20** (20)	**90** (90)	
Col Δ	–	–	–	–		

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (9)

VAM Yöntemi (9)

Çözüm

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 270)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	**4** (m=3)	**16** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**20**
Fabrika 2	– (m=5)	– (m=2)	**15** (m=3)	– (m=6)	**15**
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	**9** (m=4)	**1** (m=7)	**10**
Fabrika 4	**26** (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	**19** (m=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 3: Seçenekli Optimal VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemiyle bulunan maliyet

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{41}x_{41} + c_{12}x_{12} + c_{23}x_{23} + c_{33}x_{33} + c_{34}x_{34} + c_{44}x_{44} \\
&= 3 \cdot 4 + 3 \cdot 26 + 1 \cdot 16 + 3 \cdot 15 + 4 \cdot 9 + 7 \cdot 1 + 4 \cdot 19 \\
&= \mathbf{270}
\end{aligned}
$$

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: Başlangıç

VAM Sonucu

VAM Çözümü

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 270)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	**4** (m=3)	**16** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**20**
Fabrika 2	– (m=5)	– (m=2)	**15** (m=3)	– (m=6)	**15**
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	**9** (m=4)	**1** (m=7)	**10**
Fabrika 4	**26** (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	**19** (m=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

şeklinde idi.

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (1)

u_i ve v_j hesabı

$m = 3$ satır ve $n = 5$ sütun ve $m + n - 1 = 7$ tane temel değişken olduğundan $u_1 = 0$ rastgele değeri belirlenerek diğer u_i ve v_j ler hesaplanır.

$$
\begin{aligned}
v_1 &= c_{11} - u_1 = 3 - 0 = 3 \\
v_2 &= c_{12} - u_1 = 1 - 0 = 1 \\
u_4 &= c_{41} - v_1 = 3 - 3 = 0 \\
v_4 &= c_{44} - u_4 = 4 - 0 = 4 \\
u_3 &= c_{34} - v_4 = 7 - 4 = 3 \\
v_3 &= c_{33} - u_3 = 4 - 3 = 1 \\
u_2 &= c_{23} - v_3 = 3 - 1 = 2
\end{aligned}
$$

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (2)

u_i ve v_j

u_i ve v_j hesabı

	Depo 1 **$v_1 = 3$**	**Depo 2** **$v_2 = 1$**	**Depo 3** **$v_3 = 1$**	**Depo 4** **$v_4 = 4$**	**Arz**
Fabrika 1 $u_1 = 0$	**4** (m=3)	**16** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**20**
Fabrika 2 $u_2 = 2$	– (m=5)	– (m=2)	**15** (m=3)	– (m=6)	**15**
Fabrika 3 $u_3 = 3$	– (m=6)	– (m=4)	**9** (m=4)	**1** (m=7)	**10**
Fabrika 4 $u_4 = 0$	**26** (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	**19** (m=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (3)

R_{ij} hesabı

Her bir R_{ij}, $R_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$ formülü ile hesaplanır.

$$R_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 = 3 - 0 - 3 = 0$$
$$R_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 = 1 - 0 - 1 = 0$$
$$R_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 = 2 - 0 - 1 = 1$$
$$R_{14} = c_{14} - u_1 - v_4 = 5 - 0 - 4 = 1$$
$$R_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 = 5 - 2 - 3 = 0$$
$$R_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 = 2 - 2 - 1 = -1$$
$$R_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 = 3 - 2 - 1 = 0$$
$$R_{24} = c_{24} - u_2 - v_4 = 6 - 2 - 4 = 0$$

$$R_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 6 - 3 - 3 = 0$$
$$R_{32} = c_{32} - u_3 - v_2 = 4 - 3 - 1 = 0$$
$$R_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 = 4 - 3 - 1 = 0$$
$$R_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 = 7 - 3 - 4 = 0$$
$$R_{41} = c_{41} - u_4 - v_1 = 3 - 0 - 3 = 0$$
$$R_{42} = c_{42} - u_4 - v_2 = 2 - 0 - 1 = 1$$
$$R_{43} = c_{43} - u_4 - v_3 = 3 - 0 - 1 = 2$$
$$R_{44} = c_{44} - u_4 - v_4 = 4 - 0 - 4 = 0$$

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (4)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Depo 1 $v_1 = 3$	Depo 2 $v_2 = 1$	Depo 3 $v_3 = 1$	Depo 4 $v_4 = 4$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	4 c=3 R=–	16 c=1 R=–	– c=2 R=1	– c=5 R=1	20
Fabrika 2 $u_2 = 2$	– c=5 R=0	– c=2 R=-1	15 c=3 R=–	– c=6 R=0	15
Fabrika 3 $u_3 = 3$	– c=6 R=0	– c=4 R=0	9 c=4 R=–	1 c=7 R=–	10
Fabrika 4 $u_4 = 0$	26 c=3 R=–	– c=2 R=1	– c=3 R=2	19 c=4 R=–	45
Talep	30	16	24	20	90

R_{ij} ler arasında sıfırdan küçük değer olduğundan optimum değildir. Negatif R_{ij} değeri -1 olup, bu değerin bulunduğu hücre pivot elemandır.

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (5)

Çevrimin oluşturulması

Çevrimin oluşturulması

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Δ
Fabrika 1	+ c=3 4	− c=1 16	c=2	c=5	0
Fabrika 2	c=5	+ c=2 0	− c=3 15	c=6	0
Fabrika 3	c=6	c=4	+ c=4 9	− c=7 1	0
Fabrika 4	− c=3 26	c=2	c=3	+ c=4 19	0
Toplam	0	0	0	0	0

Negatif işaretli hücreler arasında negatif değerli olan 16, 15, 1 ve 26 arasından en küçük olan 1 seçilir.

Çevrimdeki hücrelerin işaretine göre 1 hücre değerlerine eklenerek ya da çıkarılarak hücreler güncellenir.

X_{22} pivot eleman $+$ işareti ile başladıktan sonra, sırasıyla X_{23} $-$, X_{33} $+$, X_{34} $-$, X_{44} $+$, X_{14} $-$, X_{11} $+$ ve X_{22} $-$ işareti verilerek çevrim tamamlanır.

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 1. Adım (6)

Güncellenmiş Çevrim

Çevrimin oluşturulması

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Δ
Fabrika 1	+ 5 c=3	− 15 c=1	– c=2	– c=5	0
Fabrika 2	– c=5	+ 1 c=2	− 14 c=3	– c=6	0
Fabrika 3	– c=6	– c=4	+ 10 c=4	− 0 c=7	0
Fabrika 4	− 25 c=3	– c=2	– c=3	+ 20 c=4	0
Toplam	0	-1	0	0	-1

$X_{22} = 0 + 1 = 1$, $X_{23} = 15 - 1 = 14$, $X_{33} = 9 + 1 = 10$,$X_{34} = 1 - 1 = 0$, $X_{44} = 19 + 1 = 20$, $X_{41} = 26 - 1 = 25$, $X_{11} = 4 + 1 = 5$, $X_{12} = 16 - 1 = 15$ şeklinde güncellenir.

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım Başlangıç

MODI 1. Adım Sonucu

MODI 1. Adım Sonucu

	Depo 1 $v_1 = 3$	**Depo 2** $v_2 = 1$	**Depo 3** $v_3 = 2$	**Depo 4** $v_4 = 4$	**Arz**
Fabrika 1 $u_1 = 0$	**5** (m=3)	**15** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**20**
Fabrika 2 $u_2 = 1$	– (m=5)	**1** (m=2)	**14** (m=3)	– (m=6)	**15**
Fabrika 3 $u_3 = 2$	– (m=6)	– (m=4)	**10** (m=4)	– (m=7)	**10**
Fabrika 4 $u_4 = 0$	**25** (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	**20** (m=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

şeklinde olur.

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım (1)

u_i, v_j ve R_{ij} hesabı

u_i ve v_j değerlerini tekrar hesaplarsak.

$$
\begin{aligned}
v_1 &= c_{11} - u_1 = 3 - 0 = 3 \\
v_2 &= c_{12} - u_1 = 1 - 0 = 1 \\
u_2 &= c_{22} - v_2 = 2 - 1 = 1 \\
v_3 &= c_{23} - u_2 = 3 - 1 = 2 \\
u_3 &= c_{33} - v_3 = 4 - 2 = 2 \\
u_4 &= c_{41} - v_1 = 3 - 3 = 0 \\
v_4 &= c_{44} - u_4 = 4 - 0 = 4
\end{aligned}
$$

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım (2)

u_i, v_j ve R_{ij} hesabı

u_i ve v_j değerlerini bir kez hesaplamak yeterlidir. Tekrar hesaplamaya gerek yoktur.

Ancak R_{ij} değerleri tekrar hesaplanmalıdır.

$$
\begin{aligned}
R_{11} &= c_{11} - u_1 - v_1 = 3 - 0 - 3 = 0 \\
R_{12} &= c_{12} - u_1 - v_2 = 1 - 0 - 1 = 0 \\
R_{13} &= c_{13} - u_1 - v_3 = 2 - 0 - 2 = 0 \\
R_{14} &= c_{14} - u_1 - v_4 = 5 - 0 - 4 = 1 \\
R_{21} &= c_{21} - u_2 - v_1 = 5 - 1 - 3 = 1 \\
R_{22} &= c_{22} - u_2 - v_2 = 2 - 1 - 1 = 0 \\
R_{23} &= c_{23} - u_2 - v_3 = 3 - 1 - 2 = 0 \\
R_{24} &= c_{24} - u_2 - v_4 = 6 - 1 - 4 = 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{31} &= c_{31} - u_3 - v_1 = 6 - 2 - 3 = 1 \\
R_{32} &= c_{32} - u_3 - v_2 = 4 - 2 - 1 = 1 \\
R_{33} &= c_{33} - u_3 - v_3 = 4 - 2 - 2 = 0 \\
R_{34} &= c_{34} - u_3 - v_4 = 7 - 2 - 4 = 1 \\
R_{41} &= c_{41} - u_4 - v_1 = 3 - 0 - 3 = 0 \\
R_{42} &= c_{42} - u_4 - v_2 = 2 - 0 - 1 = 1 \\
R_{43} &= c_{43} - u_4 - v_3 = 3 - 0 - 2 = 1 \\
R_{44} &= c_{44} - u_4 - v_4 = 4 - 0 - 4 = 0
\end{aligned}
$$

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım (3)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Depo 1 $v_1 = 3$	**Depo 2** $v_2 = 1$	**Depo 3** $v_3 = 2$	**Depo 4** $v_4 = 4$	**Arz**
Fabrika 1 $u_1 = 0$	**5** c=3 R=–	**15** c=1 R=–	– c=2 R=0	– c=5 R=1	**20**
Fabrika 2 $u_2 = 1$	– c=5 R=1	**1** c=2 R=–	**14** c=3 R=–	– c=6 R=1	**15**
Fabrika 3 $u_3 = 2$	– c=6 R=1	– c=4 R=1	**10** c=4 R=–	– c=7 R=1	**10**
Fabrika 4 $u_4 = 0$	**25** c=3 R=–	– c=2 R=1	– c=3 R=1	**20** c=4 R=–	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Tüm R_{ij} ler sıfırdan büyük ya da eşit olduğundan optimuma ulaşılmıştır.

Temel olmayan değişken X_{13} için hesaplanan $R_{13} = 0$ olduğundan alternatif çözüm mevcuttur.

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım (4)

MODI 2. Adım Sonucu

MODI 2. Adım Sonucu

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (MODI (u–v)) (Toplam Maliyet = 269)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	**5** (m=3)	**15** (m=1)	– (m=2)	– (m=5)	**20**
Fabrika 2	– (m=5)	**1** (m=2)	**14** (m=3)	– (m=6)	**15**
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	**10** (m=4)	– (m=7)	**10**
Fabrika 4	**25** (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	**20** (m=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Alternatif çözüme geçmeden önce elde edilen optimum tablodan, maliyeti hesaplayalım.

Örnek 3: Seçenekli Optimal MODI Hesabı: 2. Adım (5)

Maliyet

Optimum Maliyet Hesabı

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{41}x_{41} + c_{12}x_{12} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{33}x_{33} + c_{44}x_{44} \\
&= 3 \cdot 5 + 3 \cdot 25 + 1 \cdot 15 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 14 + 4 \cdot 10 + 4 \cdot 20 \\
&= \mathbf{269}
\end{aligned}
$$

olarak elde edilir.

Örnek 3: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (1)

Alternatif Çözüme Geçiş (1)

Çevrimin oluşturulması

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Δ
Fabrika 1	**5** c=3	− c=1 **15**	+ c=2 **0**	– c=5	0
Fabrika 2	– c=5	+ c=2 **1**	− c=3 **14**	– c=6	0
Fabrika 3	– c=6	– c=4	**10** c=4	– c=7	0
Fabrika 4	**25** c=3	– c=2	– c=3	**20** c=4	0

Negatif işaretli hücreler arasında negatif değerli olan 15 ve 14 arasından daha küçük olan 14 seçilir.

Çevrimdeki hücrelerin işaretine göre 14 hücre değerlerine eklenerek ya da çıkarılarak hücreler güncellenir.

Pivot eleman X_{13}'e $+$ işareti ile başlandıktan sonra, X_{23} ve X_{12}'ye $-$; X_{22}'ye ise $+$ işareti verilerek çevrim tamamlanır.

Örnek 3: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (2)

Alternatif Çözüme Geçiş (2)

Çevrimin oluşturulması

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Δ
Fabrika 1	**5** c=3	− c=1 **1**	+ c=2 **14**	− c=5	0
Fabrika 2	− c=5	+ c=2 **15**	− c=3 **0**	− c=6	0
Fabrika 3	− c=6	− c=4	**10** c=4	− c=7	0
Fabrika 4	**25** c=3	− c=2	− c=3	**20** c=4	0

$X_{13} = 0 + 14 = 14$, $X_{23} = 14 - 14 = 0$, $X_{22} = 1 + 14 = 15$ ve $X_{12} = 15 - 14 = 1$ şeklinde güncellenir.

Diğer hücre değerleri aynı kalır.

Örnek 3: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (3)

Alternatif Çözüme Geçiş (3)

Alternatif Çözüm

Alternatif Dağıtım — Pivot (1,3), Toplam = 269 (Toplam Maliyet = 269)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	**5** (m=3)	**1** (m=1)	**14** (m=2)	– (m=5)	**20**
Fabrika 2	– (m=5)	**15** (m=2)	– (m=3)	– (m=6)	**15**
Fabrika 3	– (m=6)	– (m=4)	**10** (m=4)	– (m=7)	**10**
Fabrika 4	**25** (m=3)	– (m=2)	– (m=3)	**20** (m=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 3: Seçenekli Optimal: Alternatif Çözüme Geçiş (4)

Maliyet

Optimum Maliyet Hesabı

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\ &= c_{11}x_{11} + c_{41}x_{41} + c_{12}x_{12} + c_{22}x_{22} + c_{13}x_{13} + c_{33}x_{33} + c_{44}x_{44} \\ &= 3\cdot 5 + 3\cdot 25 + 1\cdot 1 + 2\cdot 15 + 2\cdot 14 + 4\cdot 10 + 4\cdot 20 \\ &= \mathbf{269} \end{aligned}$$

olarak elde edilir.

Eski çözüm ile alternatif çözümün maliyeti aynıdır, değişmemiştir.

Maksimum Amaçlı Ulaşım Problemleri (1)

Maksimum Amaçlı Ulaşım Problemleri (1)

En büyükleme amaçlı bir ulaştırma probleminin çözümünde iki yaklaşım izlenebilir.

- 1. En büyükleme amaçlı bir doğrusal programlama problemi en küçükleme problemi olarak veya bunun karşıtı, en küçükleme amaçlı bir doğrusal programlama problemi en büyükleme problemi olarak çözülebilir. Bunun için, amaç fonksiyonu katsayılarının işaretlerinin değiştirilmesi yeterli olur.
- 2. En büyükleme amaçlı bir ulaştırma problemi, en iyilemenin anlamını değiştirmeksizin de bilinen yöntemlerle ve aynı süreç izlenerek çözülebilir.
  - Bunun için öncelikle, kâr katsayılarından oluşan başlangıç tablosunun düzenlenmesi gerekir.
  - Daha sonra, başlangıç çözümünün belirlenmesi amacıyla geliştirilen yöntemlerden herhangi birisiyle çözüme başlanır.

Maksimum Amaçlı Ulaşım Problemleri (2)

Maksimum Amaçlı Ulaşım Problemleri (2)

- En büyükleme amaçlı ulaştırma problemlerinin çözümü ile en küçükleme amaçlı ulaştırma problemlerinin çözümü arasındaki en önemli fark, dağıtım yapılacak hücrelerin belirlenmesinde ortaya çıkmaktadır.
- En küçükleme problemlerinde, en küçük maliyetler esas alınarak çözüme ulaşılırken, en büyükleme problemlerinde en yüksek kâr katsayıları esas alınır.
- Sözgelimi, başlangıç çözümü VAM'la elde edilmek istendiğinde,
  - Satır ve sütunlara ilişkin farkların hesaplanmasında en yüksek iki kâr katsayısı dikkate alınır ve bunlar arasındaki farklar hesaplanır.
  - Daha sonra, en yüksek farkın bulunduğu satır ya da sütunun en yüksek kar katsayılı hücresine dağıtım yapılır.
  - Bu işlem, en küçükleme problemlerinde olduğu gibi, tek bir satır ya da tek bir sütun kalıncaya kadar sürdürülür.

Maksimum Amaçlı Ulaşım Problemleri (3)

Maksimum Amaçlı Ulaşım Problemleri (3)

- Elde edilen başlangıç çözümünün en iyi olup olmadığının belirlenmesinde ve buna bağlı olarak en iyi çözümün elde edilmesinde modi yöntemi kullanılabilir.
  - Ancak, problem en büyükleme olduğundan artık hesaplananlar gizli maliyetler değil gizli kârlardır.
  - Bu nedenle, en küçükleme problemindeki durumun tersine, gizli kârların hepsi sıfır ya da negatifse en iyi çözümün elde edildiği kararlaştırılır.
  - Çözüm en iyi değilse işlemler en küçükleme probleminde olduğu gibi aynı sırayla tekrarlanır.

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi (1)

Örnek 4: Maks Amaçlı

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — Kuzeybatı Köşe (NW)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 3	x_{12} 1	x_{13} 2	x_{14} 5	**20**
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 2	x_{23} 3	x_{24} 6	**15**
Kaynak 3	x_{31} 6	x_{32} 4	x_{33} 4	x_{34} 7	**10**
Kaynak 4	x_{41} 3	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Yandaki ulaştırma problemini, amaç fonksiyonunu maksimum olarak kabul ederek kuzeybatı, satır maksimum, sütun maksimum, en yüksek kar, ve VAM yöntemleriyle çözünüz. VAM yöntemi için MODI düzenlemesi uygulayınız.

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi (2)

Örnek 4: Maks Amaçlı

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — Kuzeybatı Köşe (NW)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 3	x_{12} 1	x_{13} 2	x_{14} 5	**20**
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 2	x_{23} 3	x_{24} 6	**15**
Kaynak 3	x_{31} 6	x_{32} 4	x_{33} 4	x_{34} 7	**10**
Kaynak 4	x_{41} 3	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Arz ve talep toplamlarına bakıldığında arz toplamının 90, talep toplamının da yine 90 olduğu görülür.

Dengeli bir ulaştırma problemidir.

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi (3)

Örnek 4: Maks Amaçlı

Adım 1 — initial: NW corner (öncesi) (Toplam Kâr = 0)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**0** (20)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**0** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**0** (90)

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi (4)

Örnek 4: Maks Amaçlı

Adım 1

Adım 1 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Kâr = 60)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**20** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**20** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (4)

Kuzeybatı Yöntemi (4)

Adım 2

Adım 2 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Kâr = 110)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**10** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**10** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**30** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**30** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (5)

Kuzeybatı Yöntemi (5)

Adım 3

Adım 3 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Kâr = 120)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**10** (c=5)	**5** (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**30** (30)	**5** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**35** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (6)

Kuzeybatı Yöntemi (6)

Adım 4

Adım 4 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Kâr = 160)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**10** (c=5)	**5** (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	**10** (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**30** (30)	**15** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**45** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (7)

Kuzeybatı Yöntemi (7)

Adım 5

Adım 5 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Kâr = 162)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**10** (c=5)	**5** (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	**10** (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	**1** (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**1** (45)
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**46** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (8)

Kuzeybatı Yöntemi (8)

Adım 6

Adım 6 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Kâr = 234)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**10** (c=5)	**5** (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	**10** (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	**1** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**25** (45)
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**0** (20)	**70** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (9)

Kuzeybatı Yöntemi (9)

Adım 7

Adım 7 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Kâr = 314)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**10** (c=5)	**5** (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	**10** (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	**1** (c=2)	**24** (c=3)	**20** (c=4)	**45** (45)
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**20** (20)	**90** (90)

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (10)

Kuzeybatı Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Kuzeybatı Köşe (NW) (Başlangıç) (Toplam Kâr = 314)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20**
Kaynak 2	**10** (c=5)	**5** (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15**
Kaynak 3	– (c=6)	**10** (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10**
Kaynak 4	– (c=3)	**1** (c=2)	**24** (c=3)	**20** (c=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (11)

Kuzeybatı Yöntemi (11)

Kuzeybatı Yöntemiyle bulunan kar

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{32}x_{32} + c_{42}x_{42} + c_{43}x_{43} + c_{44}x_{44} \\
&= 3 \cdot 20 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 24 + 4 \cdot 20 \\
&= \mathbf{314}
\end{aligned}
$$

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (1)

Satır Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini Satır yöntemiyle çözünüz.

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — Satır-Max (Row Max)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 3	x_{12} 1	x_{13} 2	x_{14} 5	**20**
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 2	x_{23} 3	x_{24} 6	**15**
Kaynak 3	x_{31} 6	x_{32} 4	x_{33} 4	x_{34} 7	**10**
Kaynak 4	x_{41} 3	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (2)

Satır Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

Adım 1 — initial: Row-max (öncesi) (Toplam Kâr = 0)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**0** (20)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**0** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**0** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (3)

Satır Yöntemi (3)

Adım 1

Adım 1 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Kâr = 100)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**0** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**20** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (4)

Satır Yöntemi (4)

Adım 2

Adım 2 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Kâr = 175)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**15** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**35** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (5)

Satır Yöntemi (5)

Adım 3

Adım 3 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Kâr = 235)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**25** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**45** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (6)

Satır Yöntemi (6)

Adım 4

Adım 4 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Kâr = 250)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	**5** (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**5** (45)
Talep	**30** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**50** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (7)

Satır Yöntemi (7)

Adım 5

Adım 5 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Kâr = 322)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	**5** (c=3)	– (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**29** (45)
Talep	**30** (30)	**0** (16)	**24** (24)	**20** (20)	**74** (90)

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (8)

Satır Yöntemi (8)

Adım 6

Adım 6 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Kâr = 354)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	**5** (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**45** (45)
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**20** (20)	**90** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (9)

Satır Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Satır-Max (Row Max) (Başlangıç) (Toplam Kâr = 354)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20**
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15**
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10**
Kaynak 4	**5** (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (10)

Satır Yöntemi (10)

Satır Yöntemiyle bulunan kar

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\
&= c_{21}x_{21} + c_{31}x_{31} + c_{41}x_{41} + c_{42}x_{42} + c_{43}x_{43} + c_{14}x_{14} \\
&= 5 \cdot 15 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 16 + 3 \cdot 24 + 5 \cdot 20 \\
&= \mathbf{354}
\end{aligned}
$$

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (1)

Sütun Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini Sütun yöntemiyle çözünüz.

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — Sütun-Max (Col Max)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 3	x_{12} 1	x_{13} 2	x_{14} 5	**20**
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 2	x_{23} 3	x_{24} 6	**15**
Kaynak 3	x_{31} 6	x_{32} 4	x_{33} 4	x_{34} 7	**10**
Kaynak 4	x_{41} 3	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (2)

Sütun Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

Adım 1 — initial: Col-max (öncesi) (Toplam Kâr = 0)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**0** (20)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**0** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**0** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (3)

Sütun Yöntemi (3)

Adım 1

Adım 1 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Kâr = 60)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**0** (20)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**10** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**10** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (4)

Sütun Yöntemi (4)

Adım 2

Adım 2 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Kâr = 135)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**0** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**25** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**25** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (5)

Sütun Yöntemi (5)

Adım 3

Adım 3 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Kâr = 150)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**5** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**5** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**30** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**30** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (6)

Sütun Yöntemi (6)

Adım 4

Adım 4 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Kâr = 182)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**5** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**5** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	**16** (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**16** (45)
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**46** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (7)

Sütun Yöntemi (7)

Adım 5

Adım 5 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Kâr = 254)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**5** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**5** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**40** (45)
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**0** (20)	**70** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (8)

Sütun Yöntemi (8)

Adım 6

Adım 6 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Kâr = 329)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**5** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**15** (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**40** (45)
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**15** (20)	**85** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (9)

Sütun Yöntemi (9)

Adım 7

Adım 7 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Kâr = 349)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**5** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**15** (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	**5** (c=4)	**45** (45)
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**20** (20)	**90** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (10)

Sütun Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Sütun-Max (Col Max) (Başlangıç) (Toplam Kâr = 349)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**5** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**15** (c=5)	**20**
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15**
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10**
Kaynak 4	– (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	**5** (c=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (11)

Sütun Yöntemi (11)

Sütun Yöntemiyle bulunan kar

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{21}x_{21} + c_{31}x_{31} + c_{42}x_{42} + c_{43}x_{43} + c_{14}x_{14} + c_{44}x_{44} \\
&= 3\cdot 5 + 5\cdot 15 + 6\cdot 10 + 2\cdot 16 + 3\cdot 24 + 5\cdot 15 + 4\cdot 5 \\
&= \mathbf{349}
\end{aligned}
$$

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (1)

En Yüksek Kar Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini En Yüksek Kar yöntemiyle çözünüz.

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — En Yüksek Kâr (Most Profit)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 3	x_{12} 1	x_{13} 2	x_{14} 5	**20**
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 2	x_{23} 3	x_{24} 6	**15**
Kaynak 3	x_{31} 6	x_{32} 4	x_{33} 4	x_{34} 7	**10**
Kaynak 4	x_{41} 3	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (2)

En Yüksek Kar Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

Adım 1 — initial: Most-profit (öncesi) (Toplam Kâr = 0)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**0** (20)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**0** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**0** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (3)

En Yüksek Kar Yöntemi (3)

Adım 1

Adım 1 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Kâr = 70)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**0** (20)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	**10** (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**0** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**10** (20)	**10** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (4)

En Yüksek Kar Yöntemi (4)

Adım 2

Adım 2 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Kâr = 130)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**0** (20)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	**10** (c=6)	**10** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	**10** (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**0** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**20** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (5)

En Yüksek Kar Yöntemi (5)

Adım 3

Adım 3 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Kâr = 155)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**0** (20)
Kaynak 2	**5** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	**10** (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	**10** (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**5** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**25** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (6)

En Yüksek Kar Yöntemi (6)

Adım 4

Adım 4 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Kâr = 215)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**5** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	**10** (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	**10** (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)
Talep	**25** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**45** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (7)

En Yüksek Kar Yöntemi (7)

Adım 5

Adım 5 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Kâr = 230)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**5** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	**10** (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	**10** (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	**5** (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**5** (45)
Talep	**30** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**50** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (8)

En Yüksek Kar Yöntemi (8)

Adım 6

Adım 6 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Kâr = 302)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**5** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	**10** (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	**10** (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	**5** (c=3)	– (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**29** (45)
Talep	**30** (30)	**0** (16)	**24** (24)	**20** (20)	**74** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (9)

En Yüksek Kar Yöntemi (9)

Adım 7

Adım 7 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Kâr = 334)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**5** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	**10** (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	**10** (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	**5** (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**45** (45)
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**20** (20)	**90** (90)

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (10)

En Yüksek Kar Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – En Yüksek Kâr (Most Profit) (Başlangıç) (Toplam Kâr = 334)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	**20** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**20**
Kaynak 2	**5** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	**10** (c=6)	**15**
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	**10** (c=7)	**10**
Kaynak 4	**5** (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (11)

En Yüksek Kar Yöntemi (11)

En Yüksek Kar Yöntemiyle bulunan kar

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{21}x_{21} + c_{41}x_{41} + c_{42}x_{42} + c_{43}x_{43} + c_{24}x_{24} + c_{34}x_{34} \\
&= 3 \cdot 20 + 5 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 16 + 3 \cdot 24 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 10 \\
&= \mathbf{334}
\end{aligned}
$$

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (1)

VAM Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini VAM yöntemiyle çözünüz.

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — Vogel Yaklaşımı (VAM)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 3	x_{12} 1	x_{13} 2	x_{14} 5	**20**
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 2	x_{23} 3	x_{24} 6	**15**
Kaynak 3	x_{31} 6	x_{32} 4	x_{33} 4	x_{34} 7	**10**
Kaynak 4	x_{41} 3	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (2)

VAM Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

Adım 1 — initial: VAM tie Δ*=2 → union(rows, cols) then global max (öncesi) (Toplam Kâr = 0)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	– (c=5)	**0** (20)	2
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)	1
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)	1
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)	1
Talep	**0** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**0** (20)	**0** (90)	
Δ (sütun)	1	2	1	1		

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (3)

VAM Yöntemi (3)

Adım 1

Adım 1 — initial: VAM tie Δ*=2 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Kâr = 100)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)	
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)	2
Kaynak 3	– (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**0** (10)	2
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)	0
Talep	**0** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**20** (90)	
Δ (sütun)	1	2	1			

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (4)

VAM Yöntemi (4)

Adım 2

Adım 2 — initial: VAM tie Δ*=2 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Kâr = 160)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)	
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**0** (15)	2
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)	
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)	0
Talep	**10** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**30** (90)	
Δ (sütun)	2	0	0			

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (5)

VAM Yöntemi (5)

Adım 3

Adım 3 — initial: VAM tie Δ*=2 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Kâr = 235)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)	
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)	
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)	
Kaynak 4	– (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**0** (45)	0
Talep	**25** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**45** (90)	
Δ (sütun)	0	0	0			

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (6)

VAM Yöntemi (6)

Adım 4

Adım 4 — initial: VAM tie Δ*=0 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Kâr = 250)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)	
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)	
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)	
Kaynak 4	**5** (c=3)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=4)	**5** (45)	1
Talep	**30** (30)	**0** (16)	**0** (24)	**20** (20)	**50** (90)	
Δ (sütun)		0	0			

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (7)

VAM Yöntemi (7)

Adım 5

Adım 5 — initial: VAM tie Δ*=1 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Kâr = 322)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)	
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)	
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)	
Kaynak 4	**5** (c=3)	– (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**29** (45)	0
Talep	**30** (30)	**0** (16)	**24** (24)	**20** (20)	**74** (90)	
Δ (sütun)		0				

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (8)

VAM Yöntemi (8)

Adım 6

Adım 6 — initial: VAM tie Δ*=0 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Kâr = 354)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20** (20)
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15** (15)
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10** (10)
Kaynak 4	**5** (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**45** (45)
Talep	**30** (30)	**16** (16)	**24** (24)	**20** (20)	**90** (90)

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (9)

VAM Yöntemi (9)

Çözüm

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Kâr = 354)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20**
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15**
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10**
Kaynak 4	**5** (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemiyle bulunan kar

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{21}x_{21} + c_{31}x_{31} + c_{41}x_{41} + c_{42}x_{42} + c_{43}x_{43} + c_{14}x_{14} \\
&= 5 \cdot 15 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 16 + 3 \cdot 24 + 5 \cdot 20 \\
&= \mathbf{354}
\end{aligned}
$$

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Yöntemlerin Karşılaştırılması

Karşılaştırma

Yöntemlerin Karşılaştırılması

- Kuzeybatı Yöntemi: 314
- Satır Yöntemi: 354
- Sütun Yöntemi: 349
- En Yüksek kar Yöntemi: 334
- VAM Yöntemi: 354
- En yüksek kar, satır ve VAM yöntemlerinde elde edilmiştir.

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: Başlangıç (1)

VAM Sonucu

VAM Çözümü

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Kâr = 354)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20**
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15**
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10**
Kaynak 4	**5** (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

şeklinde idi. Dikkat ederseniz burada, sadece 6 tane temel değişken bulunmaktadır. Bu da bozulmaya işaret etmektedir.

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: Başlangıç (2)

VAM Sonucu

- VAM çözümünde sadece 6 tane temel değişken bulunmaktadır. Bu da bozulmaya işaret etmektedir.
- MODI yöntemini uygulamadan önce temel değişken sayısı 7 ye çıkarılarak hem bozulma giderilir, hem de eklenen joker temel değişken sayesinde çevrimlerin oluşturulması kolaylaştırılır.
- Bu joker değişken, karı en yüksek yapacak köşe hücrelerden seçilir.
- Peki bu hücre joker olarak seçilmezse ne olur?
- Bu soru için joker hücreyi x_{12} seçelim.

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (1)

u_i ve v_j hesabı

x_{12} joker hücre de hesaba katıldığında, $m = 4$ satır ve $n = 4$ sütun ve $m + n - 1 = 7$ tane temel değişken olduğundan $u_1 = 0$ rastgele değeri belirlenerek diğer u_i ve v_j ler hesaplanır.

$$v_2 = c_{12} - u_1 = 1 - 0 = 1$$
$$v_4 = c_{14} - u_1 = 5 - 0 = 5$$
$$u_4 = c_{42} - v_2 = 2 - 1 = 1$$
$$v_3 = c_{43} - u_4 = 3 - 1 = 2$$
$$v_1 = c_{41} - u_4 = 3 - 1 = 2$$
$$u_2 = c_{21} - v_1 = 5 - 2 = 3$$
$$u_3 = c_{31} - v_1 = 6 - 2 = 4$$

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (2)

u_i ve v_j

u_i ve v_j hesabı

	Hedef 1 $v_1=2$	Hedef 2 $v_2=1$	Hedef 3 $v_3=2$	Hedef 4 $v_4=5$	Arz
Kaynak 1 $u_1=0$	– (c=3)	**0** (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20**
Kaynak 2 $u_2=3$	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15**
Kaynak 3 $u_3=4$	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10**
Kaynak 4 $u_4=1$	**5** (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (3)

R_{ij} hesabı

Her bir R_{ij}, $R_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$ formülü ile hesaplanır.

$$
\begin{aligned}
R_{11} &= c_{11} - u_1 - v_1 = 3 - 0 - 2 = 1 \\
R_{12} &= c_{12} - u_1 - v_2 = 1 - 0 - 1 = 0 \\
R_{13} &= c_{13} - u_1 - v_3 = 2 - 0 - 2 = 0 \\
R_{14} &= c_{14} - u_1 - v_4 = 5 - 0 - 5 = 0 \\
R_{21} &= c_{21} - u_2 - v_1 = 5 - 3 - 2 = 0 \\
R_{22} &= c_{22} - u_2 - v_2 = 2 - 3 - 1 = -2 \\
R_{23} &= c_{23} - u_2 - v_3 = 3 - 3 - 2 = -2 \\
R_{24} &= c_{24} - u_2 - v_4 = 6 - 3 - 5 = -2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{31} &= c_{31} - u_3 - v_1 = 6 - 4 - 2 = 0 \\
R_{32} &= c_{32} - u_3 - v_2 = 4 - 4 - 1 = -1 \\
R_{33} &= c_{33} - u_3 - v_3 = 4 - 4 - 2 = -2 \\
R_{34} &= c_{34} - u_3 - v_4 = 7 - 4 - 5 = -2 \\
R_{41} &= c_{41} - u_4 - v_1 = 3 - 1 - 2 = 0 \\
R_{42} &= c_{42} - u_4 - v_2 = 2 - 1 - 1 = 0 \\
R_{43} &= c_{43} - u_4 - v_3 = 3 - 1 - 2 = 0 \\
R_{44} &= c_{44} - u_4 - v_4 = 4 - 1 - 5 = -2
\end{aligned}
$$

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (4)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4
Kaynak 1 $u_1=0$	– c=3 R=1	0 c=1 R=–	– c=2 R=0	20 c=5 R=–
Kaynak 2 $u_2=3$	15 c=5 R=–	– c=2 R=-2	– c=3 R=-2	– c=6 R=-2
Kaynak 3 $u_3=4$	10 c=6 R=–	– c=4 R=-1	– c=4 R=-2	– c=7 R=-2
Kaynak 4 $u_4=1$	5 c=3 R=–	16 c=2 R=–	24 c=3 R=–	– c=4 R=-2

R_{ij} ler arasında sıfırdan büyük değerler olduğundan optimum değildir. En büyük R_{ij} değeri 1 olup, bu değerin bulunduğu hücre x_{11} pivot elemandır.

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (5)

Çevrimin oluşturulması

Çevrimin oluşturulması

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4
Kaynak 1	0 c=3 (0→0)	0 c=1 (0→0)	– c=2	20 c=5
Kaynak 2	15 c=5	– c=2	– c=3	– c=6
Kaynak 3	10 c=6	– c=4	– c=4	– c=7
Kaynak 4	5 c=3 (5→5)	16 c=2 (16→16)	24 c=3	– c=4

Negatif işaretli hücreler arasında negatif değerli olan 0 ve 5 arasından daha küçük olan 0 seçilir.

Çevrimdeki hücrelerin işaretine göre 0 hücre değerlerine eklenerek ya da çıkarılarak hücreler güncellenir.

Pivot eleman x_{11} e $+$ işareti ile başladıktan sonra, x_{41} e $-$, x_{42} ye $+$ ve x_{12} ye $-$ işareti verilerek çevrim tamamlanır.

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (6)

Güncellenmiş Çevrim

Çevrimin oluşturulması

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4
Kaynak 1	**0** c=3 (0→0)	**0** c=1 (0→0)	– c=2	**20** c=5
Kaynak 2	**15** c=5	– c=2	– c=3	– c=6
Kaynak 3	**10** c=6	– c=4	– c=4	– c=7
Kaynak 4	**5** c=3 (5→5)	**16** c=2 (16→16)	**24** c=3	– c=4

$X_{11} = 0 + 0 = 0$,
$X_{41} = 5 - 0 = 5$,
$X_{42} = 16 + 0 = 16$ ve
$X_{12} = 5 - 0 = 5$
şeklinde güncellenir.

Diğer hücre değerleri aynı kalır.

Dikkat edildiyse joker elemanın bu şekilde seçimi sonucu değiştirmemiştir. Bu kez joker hücreyi kara daha çok katkı verecek olan x_{11} olarak seçelim.

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım Başlangıç

MODI 1. Adım Sonucu

MODI 1. Adım Sonucu

	Hedef 1 $v_1=3$	Hedef 2 $v_2=2$	Hedef 3 $v_3=3$	Hedef 4 $v_4=5$	Arz
Kaynak 1 $u_1=0$	**0** (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20**
Kaynak 2 $u_2=2$	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15**
Kaynak 3 $u_3=3$	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10**
Kaynak 4 $u_4=0$	**5** (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

şeklinde olur.

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım (1)

u_i, v_j ve R_{ij} hesabı

Joker hücre değiştiği için u_i ve v_j değerleri de aynı R_{ij} değerleri gibi tekrar hesaplanmalıdır.

$$
\begin{aligned}
v_1 &= c_{11} - u_1 = 3 - 0 = 3 \\
v_4 &= c_{14} - u_1 = 5 - 0 = 5 \\
u_2 &= c_{21} - v_1 = 5 - 3 = 2 \\
u_3 &= c_{31} - v_1 = 6 - 3 = 3 \\
u_4 &= c_{41} - v_1 = 3 - 3 = 0 \\
v_2 &= c_{42} - u_4 = 2 - 0 = 2 \\
v_3 &= c_{43} - u_4 = 3 - 0 = 3
\end{aligned}
$$

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım (2)

u_i, v_j ve R_{ij} hesabı

$$R_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 = 3 - 0 - 3 = 0$$
$$R_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 = 1 - 0 - 2 = -1$$
$$R_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 = 2 - 0 - 3 = -1$$
$$R_{14} = c_{14} - u_1 - v_4 = 5 - 0 - 5 = 0$$
$$R_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 = 5 - 2 - 3 = 0$$
$$R_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 = 2 - 2 - 2 = -2$$
$$R_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 = 3 - 2 - 3 = -2$$
$$R_{24} = c_{24} - u_2 - v_4 = 6 - 2 - 5 = -1$$

$$R_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 6 - 3 - 3 = 0$$
$$R_{32} = c_{32} - u_3 - v_2 = 4 - 3 - 2 = -1$$
$$R_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 = 4 - 3 - 3 = -2$$
$$R_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 = 7 - 3 - 5 = -1$$
$$R_{41} = c_{41} - u_4 - v_1 = 3 - 0 - 3 = 0$$
$$R_{42} = c_{42} - u_4 - v_2 = 2 - 0 - 2 = 0$$
$$R_{43} = c_{43} - u_4 - v_3 = 3 - 0 - 3 = 0$$
$$R_{44} = c_{44} - u_4 - v_4 = 4 - 0 - 5 = -1$$

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım (3)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4
Kaynak 1 u_1=0	**0** c=3 R=–	– c=1 R=-1	– c=2 R=-1	**20** c=5 R=–
Kaynak 2 u_2=2	**15** c=5 R=–	– c=2 R=-2	– c=3 R=-2	– c=6 R=-1
Kaynak 3 u_3=3	**10** c=6 R=–	– c=4 R=-1	– c=4 R=-2	– c=7 R=-1
Kaynak 4 u_4=0	**5** c=3 R=–	**16** c=2 R=–	**24** c=3 R=–	– c=4 R=-1

Tüm R_{ij} değerleri sıfırdan küçük ya da eşit olduğundan optimuma ulaşılmıştır.

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım (4)

MODI 2. Adım Sonucu

MODI 2. Adım Sonucu

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (MODI (u–v)) (Toplam Kâr = 354)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	– (c=3)	– (c=1)	– (c=2)	**20** (c=5)	**20**
Kaynak 2	**15** (c=5)	– (c=2)	– (c=3)	– (c=6)	**15**
Kaynak 3	**10** (c=6)	– (c=4)	– (c=4)	– (c=7)	**10**
Kaynak 4	**5** (c=3)	**16** (c=2)	**24** (c=3)	– (c=4)	**45**
Talep	**30**	**16**	**24**	**20**	**90**

Elde edilen tablodan, kar hesaplanabilir.

Örnek 4: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım (5)

Maliyet

Optimum Kar Hesabı

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{21}x_{21} + c_{31}x_{31} + c_{41}x_{41} + c_{42}x_{42} + c_{43}x_{43} + c_{14}x_{14} \\
&= 5 \cdot 15 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 16 + 3 \cdot 24 + 5 \cdot 20 \\
&= \mathbf{354}
\end{aligned}
$$

olarak elde edilir.

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi (1)

Örnek 5: Maks Amaçlı

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — Kuzeybatı Köşe (NW)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 6	x_{12} 1	x_{13} 7	x_{14} 5	35
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 4	x_{23} 3	x_{24} 6	25
Kaynak 3	x_{31} 7	x_{32} 6	x_{33} 5	x_{34} 9	30
Talep	15	10	20	12	57

Yandaki ulaştırma problemini, amaç fonksiyonunu maksimum olarak kabul ederek kuzeybatı, satır maksimum, sütun maksimum, en yüksek kar, ve VAM yöntemleriyle çözünüz. VAM yöntemi için MODI düzenlemesi uygulayınız.

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi (2)

Örnek 5: Maks Amaçlı

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — Kuzeybatı Köşe (NW)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 6	x_{12} 1	x_{13} 7	x_{14} 5	**35**
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 4	x_{23} 3	x_{24} 6	**25**
Kaynak 3	x_{31} 7	x_{32} 6	x_{33} 5	x_{34} 9	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**57**

Arz ve talep toplamlarına bakıldığında arz toplamının 90, talep toplamının 57 olduğu görülür.

Dengeli olmayan bir ulaştırma problemidir. Kar katsayıları 0, arz toplamı $90 - 57 = 33$ olan bir gölge sütun eklenmelidir.

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi (3)

Örnek 5: Maks Amaçlı

Adım 1 — initial: NW corner (öncesi) (Toplam Maliyet = 0)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**0** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**0** (15)	**0** (10)	**0** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**0** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi (4)

Örnek 5: Maks Amaçlı

Adım 1

Adım 1 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Maliyet = 90)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**15** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**15** (15)	**0** (10)	**0** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**15** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (4)

Kuzeybatı Yöntemi (4)

Adım 2

Adım 2 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Maliyet = 100)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	**10** (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**25** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**0** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**25** (90)

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (5)

Kuzeybatı Yöntemi (5)

Adım 3

Adım 3 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Maliyet = 170)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	**10** (c=1)	**10** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**10** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**35** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (6)

Kuzeybatı Yöntemi (6)

Adım 4

Adım 4 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Maliyet = 200)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	**10** (c=1)	**10** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	**10** (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**10** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**45** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (7)

Kuzeybatı Yöntemi (7)

Adım 5

Adım 5 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Maliyet = 272)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	**10** (c=1)	**10** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	**10** (c=3)	**12** (c=6)	– (c=0)	**22** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**57** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (8)

Kuzeybatı Yöntemi (8)

Adım 6

Adım 6 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Maliyet = 272)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	**10** (c=1)	**10** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	**10** (c=3)	**12** (c=6)	**3** (c=0)	**25** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**3** (33)	**60** (90)

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (9)

Kuzeybatı Yöntemi (9)

Adım 7

Adım 7 — initial: NW corner (sonrası) (Toplam Maliyet = 272)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	**10** (c=1)	**10** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	**10** (c=3)	**12** (c=6)	**3** (c=0)	**25** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	**30** (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**33** (33)	**90** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (10)

Kuzeybatı Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Kuzeybatı Köşe (NW) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 272)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	**10** (c=1)	**10** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35**
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	**10** (c=3)	**12** (c=6)	**3** (c=0)	**25**
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	**30** (c=0)	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**33**	**90**

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Kuzeybatı Yöntemi (11)

Kuzeybatı Yöntemi (11)

Kuzeybatı Yöntemiyle bulunan kar

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{25}x_{25} + c_{35}x_{35} \\
&= 6 \cdot 15 + 1 \cdot 10 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 10 + 6 \cdot 12 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 30 \\
&= \mathbf{272}
\end{aligned}
$$

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (1)

Satır Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini Satır yöntemiyle çözünüz.

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — Satır-Max (Row Max)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 6	x_{12} 1	x_{13} 7	x_{14} 5	**35**
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 4	x_{23} 3	x_{24} 6	**25**
Kaynak 3	x_{31} 7	x_{32} 6	x_{33} 5	x_{34} 9	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**57**

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (2)

Satır Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

Adım 1 — initial: Row-max (öncesi) (Toplam Maliyet = 0)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**0** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**0** (15)	**0** (10)	**0** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**0** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (3)

Satır Yöntemi (3)

Adım 1

Adım 1 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 140)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**20** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**0** (15)	**0** (10)	**20** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**20** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (4)

Satır Yöntemi (4)

Adım 2

Adım 2 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 230)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**15** (15)	**0** (10)	**20** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**35** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (5)

Satır Yöntemi (5)

Adım 3

Adım 3 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 302)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	**12** (c=6)	– (c=0)	**12** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**15** (15)	**0** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**47** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (6)

Satır Yöntemi (6)

Adım 4

Adım 4 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 342)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	**10** (c=4)	– (c=3)	**12** (c=6)	– (c=0)	**22** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**57** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (7)

Satır Yöntemi (7)

Adım 5

Adım 5 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 342)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	**10** (c=4)	– (c=3)	**12** (c=6)	**3** (c=0)	**25** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**3** (33)	**60** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (8)

Satır Yöntemi (8)

Adım 6

Adım 6 — initial: Row-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 342)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	**10** (c=4)	– (c=3)	**12** (c=6)	**3** (c=0)	**25** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	**30** (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**33** (33)	**90** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (9)

Satır Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Satır-Max (Row Max) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 342)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35**
Kaynak 2	– (c=5)	**10** (c=4)	– (c=3)	**12** (c=6)	**3** (c=0)	**25**
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	**30** (c=0)	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**33**	**90**

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Satır Yöntemi (10)

Satır Yöntemi (10)

Satır Yöntemiyle bulunan kar

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{22}x_{22} + c_{13}x_{13} + c_{24}x_{24} + c_{25}x_{25} + c_{35}x_{35} \\
&= 6 \cdot 15 + 4 \cdot 10 + 7 \cdot 20 + 6 \cdot 12 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 30 \\
&= \mathbf{342}
\end{aligned}
$$

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (1)

Sütun Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini Sütun yöntemiyle çözünüz.

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — Sütun-Max (Col Max)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 6	x_{12} 1	x_{13} 7	x_{14} 5	**35**
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 4	x_{23} 3	x_{24} 6	**25**
Kaynak 3	x_{31} 7	x_{32} 6	x_{33} 5	x_{34} 9	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**57**

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (2)

Sütun Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

Adım 1 — initial: Col-max (öncesi) (Toplam Maliyet = 0)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**0** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**0** (15)	**0** (10)	**0** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**0** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (3)

Sütun Yöntemi (3)

Adım 1

Adım 1 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 105)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**0** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**15** (30)
Talep	**15** (15)	**0** (10)	**0** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**15** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (4)

Sütun Yöntemi (4)

Adım 2

Adım 2 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 165)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**0** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**25** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**0** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**25** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (5)

Sütun Yöntemi (5)

Adım 3

Adım 3 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 305)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**20** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**25** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**45** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (6)

Sütun Yöntemi (6)

Adım 4

Adım 4 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 350)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**20** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**5** (c=9)	– (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**5** (12)	**0** (33)	**50** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (7)

Sütun Yöntemi (7)

Adım 5

Adım 5 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 392)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**20** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	**7** (c=6)	– (c=0)	**7** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**5** (c=9)	– (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**57** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (8)

Sütun Yöntemi (8)

Adım 6

Adım 6 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 392)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	**15** (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	**7** (c=6)	– (c=0)	**7** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**5** (c=9)	– (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**15** (33)	**72** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (9)

Sütun Yöntemi (9)

Adım 7

Adım 7 — initial: Col-max (sonrası) (Toplam Maliyet = 392)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	**15** (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	**7** (c=6)	**18** (c=0)	**25** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**5** (c=9)	– (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**33** (33)	**90** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (10)

Sütun Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Sütun-Max (Col Max) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 392)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	**15** (c=0)	**35**
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	**7** (c=6)	**18** (c=0)	**25**
Kaynak 3	**15** (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**5** (c=9)	– (c=0)	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**33**	**90**

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Sütun Yöntemi (11)

Sütun Yöntemi (11)

Sütun Yöntemiyle bulunan kar

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\
&= c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{13}x_{13} + c_{24}x_{24} + c_{34}x_{34} + c_{15}x_{15} + c_{25}x_{25} \\
&= 7 \cdot 15 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 20 + 6 \cdot 7 + 9 \cdot 5 + 0 \cdot 15 + 0 \cdot 18 \\
&= \mathbf{392}
\end{aligned}
$$

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (1)

En Yüksek Kar Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini En Yüksek Kar yöntemiyle çözünüz.

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — En Yüksek Kâr (Most Profit)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 6	x_{12} 1	x_{13} 7	x_{14} 5	**35**
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 4	x_{23} 3	x_{24} 6	**25**
Kaynak 3	x_{31} 7	x_{32} 6	x_{33} 5	x_{34} 9	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**57**

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (2)

En Yüksek Kar Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

Adım 1 — initial: Most-profit (öncesi) (Toplam Maliyet = 0)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**0** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)
Talep	**0** (15)	**0** (10)	**0** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**0** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (3)

En Yüksek Kar Yöntemi (3)

Adım 1

Adım 1 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Maliyet = 108)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**0** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**12** (30)
Talep	**0** (15)	**0** (10)	**0** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**12** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (4)

En Yüksek Kar Yöntemi (4)

Adım 2

Adım 2 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Maliyet = 213)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**0** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**27** (30)
Talep	**15** (15)	**0** (10)	**0** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**27** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (5)

En Yüksek Kar Yöntemi (5)

Adım 3

Adım 3 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Maliyet = 353)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**20** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**27** (30)
Talep	**15** (15)	**0** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**47** (90)

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (6)

En Yüksek Kar Yöntemi (6)

Adım 4

Adım 4 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Maliyet = 371)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**20** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	**3** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**3** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**50** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (7)

En Yüksek Kar Yöntemi (7)

Adım 5

Adım 5 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Maliyet = 399)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**20** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	**7** (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**7** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	**3** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**57** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (8)

En Yüksek Kar Yöntemi (8)

Adım 6

Adım 6 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Maliyet = 399)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	**15** (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	**7** (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**7** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	**3** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**15** (33)	**72** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (9)

En Yüksek Kar Yöntemi (9)

Adım 7

Adım 7 — initial: Most-profit (sonrası) (Toplam Maliyet = 399)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	**15** (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	**7** (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	**18** (c=0)	**25** (25)
Kaynak 3	**15** (c=7)	**3** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**33** (33)	**90** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (10)

En Yüksek Kar Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – En Yüksek Kâr (Most Profit) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 399)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	**15** (c=0)	**35**
Kaynak 2	– (c=5)	**7** (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	**18** (c=0)	**25**
Kaynak 3	**15** (c=7)	**3** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**33**	**90**

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi En Yüksek Kar Yöntemi (11)

En Yüksek Kar Yöntemi (11)

En Yüksek Kar Yöntemiyle bulunan kar

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\
&= c_{31}x_{31} + c_{22}x_{22} + c_{32}x_{32} + c_{13}x_{13} + c_{34}x_{34} + c_{15}x_{15} + c_{25}x_{25} \\
&= 7 \cdot 15 + 4 \cdot 7 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 20 + 9 \cdot 12 + 0 \cdot 15 + 0 \cdot 18 \\
&= \mathbf{399}
\end{aligned}
$$

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (1)

VAM Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini VAM yöntemiyle çözünüz.

Birim Kâr Tablosu (x_{ij} + kâr + Arz/Talep) — Vogel Yaklaşımı (VAM)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Arz
Kaynak 1	x_{11} 6	x_{12} 1	x_{13} 7	x_{14} 5	35
Kaynak 2	x_{21} 5	x_{22} 4	x_{23} 3	x_{24} 6	25
Kaynak 3	x_{31} 7	x_{32} 6	x_{33} 5	x_{34} 9	30
Talep	15	10	20	12	57

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (2)

VAM Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

Adım 1 — initial: VAM tie Δ*=3 → union(rows, cols) then global max (öncesi) (Toplam Maliyet = 0)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**0** (35)	1
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)	1
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	– (c=9)	– (c=0)	**0** (30)	2
Talep	**0** (15)	**0** (10)	**0** (20)	**0** (12)	**0** (33)	**0** (90)	
Δ (sütun)	1	2	2	3	0		

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (3)

VAM Yöntemi (3)

Adım 1

Adım 1 — initial: VAM tie Δ*=3 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Maliyet = 108)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	– (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**0** (35)	1
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)	1
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**12** (30)	1
Talep	**0** (15)	**0** (10)	**0** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**12** (90)	
Δ (sütun)	1	2	2		0		

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (4)

VAM Yöntemi (4)

Adım 2

Adım 2 — initial: VAM tie Δ*=2 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Maliyet = 248)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	– (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**20** (35)	5
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)	1
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**12** (30)	1
Talep	**0** (15)	**0** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**32** (90)	
Δ (sütun)	1	2			0		

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (5)

VAM Yöntemi (5)

Adım 3

Adım 3 — initial: VAM tie Δ*=5 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Maliyet = 338)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)	
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)	4
Kaynak 3	– (c=7)	– (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**12** (30)	6
Talep	**15** (15)	**0** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**47** (90)	
Δ (sütun)		2			0		

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (6)

VAM Yöntemi (6)

Adım 4

Adım 4 — initial: VAM tie Δ*=6 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Maliyet = 398)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)	
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	– (c=0)	**0** (25)	0
Kaynak 3	– (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**22** (30)	0
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**0** (33)	**57** (90)	
Δ (sütun)					0		

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (7)

VAM Yöntemi (7)

Adım 5

Adım 5 — initial: VAM tie Δ*=0 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Maliyet = 398)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz	Δ (satır)
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)	
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	**25** (c=0)	**25** (25)	
Kaynak 3	– (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**22** (30)	0
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**25** (33)	**82** (90)	
Δ (sütun)					0		

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (8)

VAM Yöntemi (8)

Adım 6

Adım 6 — initial: VAM tie Δ*=0 → union(rows, cols) then global max (sonrası) (Toplam Maliyet = 398)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35** (35)
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	**25** (c=0)	**25** (25)
Kaynak 3	– (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	**8** (c=0)	**30** (30)
Talep	**15** (15)	**10** (10)	**20** (20)	**12** (12)	**33** (33)	**90** (90)

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (9)

VAM Yöntemi (9)

Çözüm

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 398)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35**
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	**25** (c=0)	**25**
Kaynak 3	– (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	**8** (c=0)	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**33**	**90**

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemiyle bulunan kar

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{32}x_{32} + c_{13}x_{13} + c_{34}x_{34} + c_{25}x_{25} + c_{35}x_{35} \\
&= 6 \cdot 15 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 20 + 9 \cdot 12 + 0 \cdot 25 + 0 \cdot 8 \\
&= \mathbf{398}
\end{aligned}
$$

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi Yöntemlerin Karşılaştırılması

Karşılaştırma

Yöntemlerin Karşılaştırılması

- Kuzeybatı Yöntemi: 272
- Satır Yöntemi: 342
- Sütun Yöntemi: 392
- En Yüksek Kar Yöntemi: 399
- VAM Yöntemi: 398
- En yüksek kar, en yüksek kar yöntemiyle elde edilmiştir.

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: Başlangıç (1)

VAM Sonucu

VAM Çözümü

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 398)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	– (c=0)	**35**
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	**25** (c=0)	**25**
Kaynak 3	– (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	**8** (c=0)	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**33**	**90**

şeklinde idi. Dikkat ederseniz burada, sadece 6 tane temel değişken bulunmaktadır. Bu da bozulmaya işaret etmektedir. Bu soru için joker hücreyi x_{14} seçelim.

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (1)

u_i ve v_j hesabı

x_{12} joker hücre de hesaba katıldığında, $m = 4$ satır ve $n = 4$ sütun ve $m + n - 1 = 7$ tane temel değişken olduğundan $u_1 = 0$ rastgele değeri belirlenerek diğer u_i ve v_j ler hesaplanır.

$$
\begin{aligned}
v_1 &= c_{11} - u_1 = 6 - 0 = 6 \\
v_3 &= c_{13} - u_1 = 7 - 0 = 7 \\
v_5 &= c_{15} - u_1 = 0 - 0 = 0 \\
u_2 &= c_{25} - v_5 = 0 - 0 = 0 \\
u_3 &= c_{35} - v_5 = 0 - 0 = 0 \\
v_2 &= c_{32} - u_3 = 6 - 0 = 6 \\
v_4 &= c_{34} - u_3 = 9 - 0 = 9
\end{aligned}
$$

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (2)

u_i ve v_j

u_i ve v_j hesabı

	Hedef 1 $v_1=6$	Hedef 2 $v_2=6$	Hedef 3 $v_3=7$	Hedef 4 $v_4=9$	Hedef 5 $v_5=0$	Arz
Kaynak 1 $u_1=0$	**15** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	**0** (c=0)	**35**
Kaynak 2 $u_2=0$	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	**25** (c=0)	**25**
Kaynak 3 $u_3=0$	– (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	**8** (c=0)	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**33**	**90**

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (3)

R_{ij} hesabı

Her bir R_{ij}, $R_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$ formülü ile hesaplanır.

$$
\begin{aligned}
R_{11} &= c_{11} - u_1 - v_1 = 6 - 0 - 6 = 0 \\
R_{12} &= c_{12} - u_1 - v_2 = 1 - 0 - 6 = -5 \\
R_{13} &= c_{13} - u_1 - v_3 = 7 - 0 - 7 = 0 \\
R_{14} &= c_{14} - u_1 - v_4 = 5 - 0 - 9 = -4 \\
R_{15} &= c_{15} - u_1 - v_5 = 0 - 0 - 0 = 0 \\
R_{21} &= c_{21} - u_2 - v_1 = 5 - 0 - 6 = -1 \\
R_{22} &= c_{22} - u_2 - v_2 = 4 - 0 - 6 = -2 \\
R_{23} &= c_{23} - u_2 - v_3 = 3 - 0 - 7 = -4
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_{24} &= c_{24} - u_2 - v_4 = 6 - 0 - 9 = -3 \\
R_{25} &= c_{25} - u_2 - v_5 = 0 - 0 - 0 = 0 \\
R_{31} &= c_{31} - u_3 - v_1 = 7 - 0 - 6 = 1 \\
R_{32} &= c_{32} - u_3 - v_2 = 6 - 0 - 6 = 0 \\
R_{33} &= c_{33} - u_3 - v_3 = 5 - 0 - 7 = -2 \\
R_{34} &= c_{34} - u_3 - v_4 = 9 - 0 - 9 = 0 \\
R_{35} &= c_{35} - u_3 - v_5 = 0 - 0 - 0 = 0
\end{aligned}
$$

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (4)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5
Kaynak 1 u_1=0	15 c=6 R=–	– c=1 R=-5	20 c=7 R=–	– c=5 R=-4	0 c=0 R=–
Kaynak 2 u_2=0	– c=5 R=-1	– c=4 R=-2	– c=3 R=-4	– c=6 R=-3	25 c=0 R=–
Kaynak 3 u_3=0	– c=7 R=1	10 c=6 R=–	– c=5 R=-2	12 c=9 R=–	8 c=0 R=–

R_{ij} ler arasında sıfırdan büyük değerler olduğundan optimum değildir. En büyük R_{ij} değeri 1 olup, bu değerin bulunduğu hücre x_{31} pivot elemandır.

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (5)

Çevrimin oluşturulması

Çevrimin oluşturulması

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5
Kaynak 1	15 c=6 (15→15)	c=1	20 c=7	c=5	0 c=0 (0→0)
Kaynak 2	c=5	c=4	c=3	c=6	25 c=0
Kaynak 3	0 c=7 (0→0)	10 c=6	c=5	12 c=9	8 c=0 (8→8)

Negatif işaretli hücreler arasında negatif değerli olan 8 ve 15 arasından daha küçük olan 8 seçilir.

Çevrimdeki hücrelerin işaretine göre 8 hücre değerlerine eklenerek ya da çıkarılarak hücreler güncellenir.

Pivot eleman x_{31} e $+$ işareti ile başladıktan sonra, x_{11} e $-$, x_{15} e $+$ ve x_{35} e $-$ işareti verilerek çevrim tamamlanır.

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 1. Adım (6)

Güncellenmiş Çevrim

Çevrimin oluşturulması

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5
Kaynak 1	7 c=6 (15→7)	c=1	20 c=7	c=5	8 c=0 (0→8)
Kaynak 2	c=5	c=4	c=3	c=6	25 c=0
Kaynak 3	8 c=7 (0→8)	10 c=6	c=5	12 c=9	0 c=0 (8→0)

$X_{31} = 0 + 8 = 8$, $X_{11} = 15 - 7 = 8$, $X_{15} = 0 + 8 = 8$ ve $X_{35} = 8 - 8 = 0$ şeklinde güncellenir.

Diğer hücre değerleri aynı kalır.

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım Başlangıç

MODI 1. Adım Sonucu

MODI 1. Adım Sonucu

	Hedef 1 $v_1=6$	Hedef 2 $v_2=5$	Hedef 3 $v_3=7$	Hedef 4 $v_4=8$	Hedef 5 $v_5=0$	Arz
Kaynak 1 $u_1=0$	**7** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	**8** (c=0)	**35**
Kaynak 2 $u_2=0$	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	**25** (c=0)	**25**
Kaynak 3 $u_3=1$	**8** (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**33**	**90**

şeklinde olur.

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım (1)

u_i, v_j ve R_{ij} hesabı

Joker hücre değiştiği için u_i ve v_j değerleri de aynı R_{ij} değerleri gibi tekrar hesaplanmalıdır.

$$
\begin{aligned}
v_1 &= c_{11} - u_1 = 6 - 0 = 6 \\
v_3 &= c_{13} - u_1 = 7 - 0 = 7 \\
v_5 &= c_{15} - u_1 = 0 - 0 = 0 \\
u_2 &= c_{25} - v_5 = 0 - 0 = 0 \\
u_3 &= c_{31} - v_1 = 7 - 6 = 1 \\
v_2 &= c_{32} - u_3 = 6 - 1 = 5 \\
v_4 &= c_{34} - u_3 = 9 - 1 = 8
\end{aligned}
$$

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım (2)

u_i, v_j ve R_{ij} hesabı

$$R_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 = 6 - 0 - 6 = 0$$
$$R_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 = 1 - 0 - 5 = -4$$
$$R_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 = 7 - 0 - 7 = 0$$
$$R_{14} = c_{14} - u_1 - v_4 = 5 - 0 - 8 = -3$$
$$R_{15} = c_{15} - u_1 - v_5 = 0 - 0 - 0 = 0$$
$$R_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 = 5 - 0 - 6 = -1$$
$$R_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 = 4 - 0 - 5 = -1$$
$$R_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 = 3 - 0 - 7 = -4$$
$$R_{24} = c_{24} - u_2 - v_4 = 6 - 0 - 8 = -2$$
$$R_{25} = c_{25} - u_2 - v_5 = 0 - 0 - 0 = 0$$
$$R_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 7 - 1 - 6 = 0$$
$$R_{32} = c_{32} - u_3 - v_2 = 6 - 1 - 5 = 0$$
$$R_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 = 5 - 1 - 7 = -3$$
$$R_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 = 9 - 1 - 8 = 0$$
$$R_{35} = c_{35} - u_3 - v_5 = 0 - 1 - 0 = -1$$

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım (3)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5
Kaynak 1 $u_1=0$	7 c=6 R=–	– c=1 R=-4	20 c=7 R=–	– c=5 R=-3	8 c=0 R=–
Kaynak 2 $u_2=0$	– c=5 R=-1	– c=4 R=-1	– c=3 R=-4	– c=6 R=-2	25 c=0 R=–
Kaynak 3 $u_3=1$	8 c=7 R=–	10 c=6 R=–	– c=5 R=-3	12 c=9 R=–	– c=0 R=-1

Tüm R_{ij} değerleri sıfırdan küçük ya da eşit olduğundan optimuma ulaşılmıştır.

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım (4)

MODI 2. Adım Sonucu

MODI 2. Adım Sonucu

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (MODI (u–v)) (Toplam Maliyet = 406)

	Hedef 1	Hedef 2	Hedef 3	Hedef 4	Hedef 5	Arz
Kaynak 1	**7** (c=6)	– (c=1)	**20** (c=7)	– (c=5)	**8** (c=0)	**35**
Kaynak 2	– (c=5)	– (c=4)	– (c=3)	– (c=6)	**25** (c=0)	**25**
Kaynak 3	**8** (c=7)	**10** (c=6)	– (c=5)	**12** (c=9)	– (c=0)	**30**
Talep	**15**	**10**	**20**	**12**	**33**	**90**

Elde edilen tablodan, kar hesaplanabilir.

Örnek 5: Maks Amaçlı Ulaşım Problemi MODI Hesabı: 2. Adım (5)

Maliyet

Optimum Kar Hesabı

$$
\begin{aligned}
Z &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \\
&= c_{11}x_{11} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{13}x_{13} + c_{34}x_{34} + c_{15}x_{15} + c_{25}x_{25} \\
&= 6\cdot 7 + 7\cdot 8 + 6\cdot 10 + 7\cdot 20 + 9\cdot 12 + 0\cdot 8 + 0\cdot 25 \\
&= \mathbf{406}
\end{aligned}
$$

olarak elde edilir.