Hafta 05

Simpleks Yöntem

Doç. Dr. Erhan Çene

16/10/2025

Simpleks Çözüm Yöntemi (1)

Simpleks Çözüm Yöntemi (1)

- Simpleks yöntemin en basit versiyonu tüm kısıtların $\leq$ biçiminde verildiği durum için uygulanır.
- Kısıtların $=$ ya da $\geq$ olarak da verildiği durumlarda ise simpleks yöntemin farklı varyasyonları kullanılır.
- Yapay başlangıç yöntemleri olarak da anılan bu yöntemler arasında M Yöntemi ve İki Aşamalı Yöntem sayılabilir.
- Geçtiğimiz hafta, standart ve kanonik formlar arasından standart formun simpleks yöntemde tercih edildiğinden bahsetmiştik.
- Bu yüzden bir doğrusal programlama probleminin simpleks yöntemle çözülmesi istendiğinde ilk önce standart forma getirilmesi gerekmektedir.

Simpleks Çözüm Yöntemi (2)

Simpleks Çözüm Yöntemi $(\leq)$ (1)

- İlk önce tüm kısıtların $\leq$ biçiminde verildiği durumu ele alalım.

$$Z_{enb} = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$$

$$\begin{array}{lllll}
a_{11}x_1 + & a_{12}x_2 + & \cdots + & a_{1n}x_n & \leq b_1, \\
a_{21}x_1 + & a_{22}x_2 + & \cdots + & a_{2n}x_n & \leq b_2, \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
a_{m1}x_1 + & a_{m2}x_2 + & \cdots + & a_{mn}x_n & \leq b_m.
\end{array}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$$

Simpleks Çözüm Yöntemi (3)

Simpleks Çözüm Yöntemi $(\leq)$ (2)

Bu problem standart forma çevrilirse,

- Amaç fonksiyonu aylak değişkenlerin katsayısı 0 olacak şekilde yazılır.

$$Z_{enb} = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n + 0s_1 + 0s_2 + \cdots + 0s_m$$

Simpleks Çözüm Yöntemi (4)

Simpleks Çözüm Yöntemi $(\leq)$ (3)

- Aylak değişkenlerin eklendikleri kısıtlayıcı fonksiyonlardaki katsayılarının $+1$, diğer fonksiyonlardaki katsayıların 0 olduğu görülebilir.

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n + 1s_1 + 0s_2 + \cdots + 0s_m &= b_1, \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n + 0s_1 + 1s_2 + \cdots + 0s_m &= b_2, \\
\vdots \qquad \vdots \quad \ddots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \quad & \quad \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n + 0s_1 + 0s_2 + \cdots + 1s_m &= b_m.
\end{aligned}
$$

- Hem karar değişkenleri, hem de tüm aylak değişkenler sıfırdan büyük olmalıdır.

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0, s_1, s_2, \ldots s_m \geq 0$$

Simpleks Çözüm Yöntemi (5)

Standart Formun Matris Gösterimi - Amaç Fonksiyonu

Amaç fonksiyonunun matrissel gösterimi:

$$Z_{enb} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & \dots & C_n & s_1 & s_2 & \dots & s_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Simpleks Çözüm Yöntemi (6)

Standart Formun Matris Gösterimi - Kısıtlar

Kısıtlayıcı fonksiyonların matrissel gösterimi:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Başlangıç Çözüm Tablosu (1)

Başlangıç Çözüm Tablosu (1)

- Standart biçimin oluşturulmasından sonra en iyi çözümün araştırılması işlemine geçilebilir.
- Simpleks yöntemin ardışık tekrarları başlangıç çözüm tablosu adı verilen bir tablonun düzenlenmesinden sonra başlar.
- Başlangıç çözüm tablosu, aşağıdaki tablo esaslarına göre düzenlenir.

Simpleks Başlangıç Çözüm Tablosu

	2 $\Downarrow$		3 $\Downarrow$				4 $\Downarrow$				5 $\Downarrow$
7 $\Rightarrow$	C_j		c_1	c_2	...	c_n	0	0	...	0	
1 $\Rightarrow$	**TDV**		x_1	x_2	...	x_n	s_1	s_2	...	s_m	**ÇV**
	0	s_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	b_1
	0	s_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	b_2
	...		...	...	...	...	...	...	...	...	$\vdots$
	0	s_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	b_m
6 $\Rightarrow$	Z_j		0	0	...	0	0	0	...	0	0
8 $\Rightarrow$	$Z_j - C_j$		$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	0	0	...	0	$-$

Başlangıç Çözüm Tablosu (2)

Başlangıç Çözüm Tablosu (2)

- 1. Değişkenler Satırı: Tablonun ilk satırıdır. Standart biçimin tüm değişkenleri önce karar değişkenleri, sonra diğer değişkenler olmak üzere bu satırda gösterilir.
- 2. Temel değişkenler sütunu: Tablonun ilk sütunudur. Tablodaki çözüme karşılık gelen temel çözümün değişkenleri ile bu değişkenlerin amaç fonksiyonu katsayılarını gösterir. Başlangıçta temel çözüm değişkenleri aylak değişkenlerdir.

Simpleks Başlangıç Çözüm Tablosu

	$2 \Downarrow$		$3 \Downarrow$				$4 \Downarrow$				$5 \Downarrow$
$7 \Rightarrow$	C_j		c_1	c_2	...	c_n	0	0	...	0	
$1 \Rightarrow$	TDV		x_1	x_2	...	x_n	s_1	s_2	...	s_m	ÇV
	0	s_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	b_1
	0	s_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	b_2
	...		...	...	...	...	...	...	...	...	$\vdots$
	0	s_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	b_m
$6 \Rightarrow$	Z_j		0	0	...	0	0	0	...	0	0
$8 \Rightarrow$	$Z_j - C_j$		$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	0	0	...	0	$-$

Başlangıç Çözüm Tablosu (3)

Başlangıç Çözüm Tablosu (3)

- 3. Gövde: Problemin orijinal karar değişkenlerinin kısıtlayıcı fonksiyonlardaki katsayılarından (a_{ij}, $i = 1, 2, \ldots, m$; $j = 1, 2, \ldots, n$) oluşan $m \times n$ boyutlu matristir.
- 4. Birim matris: Aylak değişkenlerin kısıtlayıcı fonksiyon katsayılarının oluşturduğu $m \times m$ birim matristir.

Simpleks Başlangıç Çözüm Tablosu

	$2 \Downarrow$		$3 \Downarrow$				$4 \Downarrow$				$5 \Downarrow$
$7 \Rightarrow$	C_j		c_1	c_2	...	c_n	0	0	...	0	
$1 \Rightarrow$	**TDV**		x_1	x_2	...	x_n	s_1	s_2	...	s_m	**ÇV**
	0	s_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	b_1
	0	s_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	b_2
	...		...	...	...	...	...	...	...	...	$\vdots$
	0	s_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	b_m
$6 \Rightarrow$	Z_j		0	0	...	0	0	0	...	0	0
$8 \Rightarrow$	$Z_j - C_j$		$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	0	0	...	0	$-$

Başlangıç Çözüm Tablosu (4)

Başlangıç Çözüm Tablosu (4)

- 5. Çözüm vektörü: Temeldeki değişkenlerin çözüm değerlerini gösteren $m \times 1$ boyutlu sütun vektördür. Başlangıçta, kısıtlayıcı fonksiyonların sağ taraf sabitlerinden oluşur.
- 6. Z_j satırı: Mevcut iterasyon sırasında, temelde bulunan değişkenlerin amaç fonksiyonu katsayıları ile x_j sütunundaki katsayıların karşılıklı çarpımlarının toplamından oluşur.

Buna göre örneğin,

$$Z_1 = 0(a_{11}) + \cdots + 0(a_{m1}) = 0$$

olur.

Simpleks Başlangıç Çözüm Tablosu

	$2 \Downarrow$		$3 \Downarrow$				$4 \Downarrow$				$5 \Downarrow$
$7 \Rightarrow$	C_j		c_1	c_2	...	c_n	0	0	...	0	
$1 \Rightarrow$	TDV		x_1	x_2	...	x_n	s_1	s_2	...	s_m	ÇV
	0	s_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	b_1
	0	s_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	b_2
	...		...	...	...	...	...	...	...	...	$\vdots$
	0	s_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	b_m
$6 \Rightarrow$	Z_j		0	0	...	0	0	0	...	0	0
$8 \Rightarrow$	$Z_j - C_j$		$-C_1$	$-C_2$	...	$-C_n$	0	0	...	0	$-$

Başlangıç Çözüm Tablosu (5)

Başlangıç Çözüm Tablosu (5)

- 7. Amaç Satırı: Tüm değişkenlerin amaç fonksiyonundaki değerlerini gösteren bir satırdır. Başlangıçta, aylak değişkenlerin katsayıları 0 olacaktır.
- 8. $Z_j - C_j$ satırı: Tablonun son satırıdır. Elemanları, Z_j ile o sütunla ilgili değişkenin amaç fonksiyonu katsayısı arasındaki farka eşittir. $Z_j - C_j$ farkları x_j değişkeninin temele alınmasının amaç fonksiyonunda yol açacağı değişikliği ters işaretle gösterir.

Simpleks Başlangıç Çözüm Tablosu

	$2 \Downarrow$		$3 \Downarrow$				$4 \Downarrow$				$5 \Downarrow$
$7 \Rightarrow$	C_j		c_1	c_2	$\dots$	c_n	0	0	$\dots$	0	
$1 \Rightarrow$	TDV		x_1	x_2	$\dots$	x_n	s_1	s_2	$\dots$	s_m	ÇV
	0	s_1	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1n}	1	0	$\dots$	0	b_1
	0	s_2	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2n}	0	1	$\dots$	0	b_2
	$\dots$		$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\vdots$
	0	s_m	a_{m1}	a_{m2}	$\dots$	a_{mn}	0	0	$\dots$	1	b_m
$6 \Rightarrow$	Z_j		0	0	$\dots$	0	0	0	$\dots$	0	0
$8 \Rightarrow$	$Z_j - C_j$		$-C_1$	$-C_2$	$\dots$	$-C_n$	0	0	$\dots$	0	$-$

Simpleks Yöntemin Adımları (1)

Tabloya girecek değişkenin belirlenmesi

- Başlangıç tablosu oluşturulduktan sonra uygulanacak ilk adım, karı en fazla arttıracak ya da maliyeti en fazla azaltacak değişkenin belirlenerek tabloya sokulmasıdır.
- Bu aşamayı anahtar sütunun seçilmesi adımı olarak tanımlayabiliriz.
- Anahtar sütun seçilirken simpleks tablonun $z_j - c_j$ satırına bakılır.
- Eğer amaç karın maksimizasyonu (maksimizasyon problemi) ise $z_j - c_j$ satırında yer alan negatif değerler içerisinde mutlak değerce en yüksek olan seçilir ve bu elemanın yer aldığu sütun anahtar sütun olur.
- Eğer amaç maliyetin minimizasyonu (minimizasyon problemi) ise $z_j - c_j$ satırında yer alan en yüksek pozitif değerli eleman seçilir ve bu elemanın yer aldığu sütun anahtar sütun olur.

Simpleks Yöntemin Adımları (2)

Tablodan çıkacak değişkenin belirlenmesi

- Bir sonraki adımda, anahtar sıra ve tablodan çıkarılacak değişken belirlenir.
- Bunun için çözüm sütununda yer alan elemanlar, anahtar sütunda yer alan elemanlara bölünerek $\frac{b_j}{a_{ji}}$ oranına ulaşılır.
- Bölme işlemi yapılırken, paydasında sıfır ve negatif sayılar bulunan oranlar dikkate alınmaz.
- Oranlar içerisinde en düşük olanı seçilir ve onun karşılığı olan satır anahtar sıra olur.
- Anahtar sırada, temel değişkenler sütununda yer alan değişken çözümden çıkarılır.
- Anahtar sıra ile anahtar sütunun kesiştiği yerdeki eleman anahtar sayı olur.

Simpleks Yöntemin Adımları (3)

Tablodaki yeni değerlerin belirlenmesi

- Temele girecek değişkenin yeni değerleri

$$\begin{pmatrix} Temele \quad Girecek \\ Değişkenin \quad Değeri \end{pmatrix} = \frac{Anahtar \quad Satır \quad Değerleri}{Anahtar \quad Sayı}$$

- Temele girecek değişken dışındaki değişkenlerin yeni değerleri

$$\begin{pmatrix} Temel \quad Dışı \\ Değişkenin \\ Değeri \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Eski \\ Satır \\ Değerleri \end{pmatrix} - \left[\begin{pmatrix} Temel \\ Sayı \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} Temel \\ Sıra \\ Elemanı \end{pmatrix} \right]$$

Simpleks Yöntemin Adımları (4)

Optimal Çözüme Ulaşma

- Simpleks yöntem ile problemin çözümünde optimuma ulaşılıp ulaşılmadığını anlamak için değerleri güncellenen tabloda, $z_j - c_j$ satırına bakılır.
- Maksimizasyon amaçlı problemlerde çözümün optimal olabilmesi için tüm $z_j - c_j$ değerleri sıfıra eşit ve ya sıfırdan küçük $(z_j - c_j \geq 0)$ olmalıdır.
- Minimizasyon amaçlı problemlerde çözümün optimal olabilmesi için tüm $z_j - c_j$ değerleri sıfıra eşit ve ya sıfırdan büyük $(z_j - c_j \leq 0)$ olmalıdır.

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (1)

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (1)

- Bir sanayi işletmesi bakır, alüminyum ve çinko metallerinin farklı alaşımlarını kullanarak A ve B gibi iki çeşit ürün üretmektedir.
- İşletmenin elinde 20 ton bakır, 30 ton alüminyum ve 40 ton çinko vardır.
- Bir birim A ve bir birim B'nin üretiminde kullanılan bakır, alüminyum ve çinko miktarları (ton) ile A ve B'nin bir biriminden elde edilen karlar (TL) yandaki tabloda gösterilmiştir.

Ürün	Hammadde			Kâr
	Bakır	Alüminyum	Çinko	
A	6	3	1	2
B	4	1	1	3

- Bu bilgileri ve tablodaki verileri kullanarak problemin doğrusal programlama modelini kurunuz ve işletmenin karını en büyükleyen üretim miktarlarını simpleks yöntemle bulunuz.

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (2)

Örnek 1: Amaç Fonksiyonu, Kısıtlar ve Standart Form

x_1 = Satılan A miktarı

x_2 = Satılan B miktarı

$$Z_{max} = 2x_1 + 3x_2$$

$6x_1 + 4x_2 \leq 20$ (Bakır kısıtı)

$3x_1 + x_2 \leq 30$ (Alüminyum kısıtı)

$x_1 + x_2 \leq 40$ (Çinko kısıtı)

$x_1 , x_2 \geq 0$

Standart Form:

$$Z_{max} = 2x_1 + 3x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

$$\begin{aligned} 6x_1 + 4x_2 + 1s_1 + 0s_2 + 0s_3 &= 20, \\ 3x_1 + x_2 + 0s_1 + 1s_2 + 0s_3 &= 30, \\ x_1 + x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 1s_3 &= 40 \end{aligned}$$

$x_1 , x_2 \geq 0$ ve $s_1 , s_2, s_3 \geq 0$

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (3)

Örnek 1: Simpleks Başlangıç Tablosu (1) - Amaç ve Kısıt Katsayıları

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	2	3	0	0	0	0	
$0\ s1$	6	4	1	0	0	20	
$0\ s2$	3	1	0	1	0	30	
$0\ s3$	1	1	0	0	1	40	
Zj							
$Zj - Cj$						—	

- Simpleks tablo oluşturulurken ilk aşamada, amaç fonksiyonunun katsayıları C_j satırına, her bir kısıtın katsayıları ise satırlara sırasıyla yerleştirilir.
- Simpleks yönteme ilk adımda giren temel değişkenler aylak değişkenler olan s_1, s_2 ve s_3 tür. Aylak değişkenlerin başlangıç değeri 0 dır

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (4)

Örnek 1: Simpleks Başlangıç Tablosu (2) - Z_j değerlerinin hesaplanması

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	b	$\frac{bj}{aj*}$
C_j	2	3	0	0	0	0	
$0\ s1$	6	4	1	0	0	20	
$0\ s2$	3	1	0	1	0	30	
$0\ s3$	1	1	0	0	1	40	
Z_j	0	0	0	0	0	0	
$Z_j - C_j$	-2	-3	0	0	0	0	

- Başlangıç tablosundaki Z_j satır elemanları, bulundukları sütundaki katsayılarla temel değişkenlerin amaç fonksiyonu katsayılarının karşılıklı çarpımlarının toplamı olarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.
  - $Z_1 = 0 \cdot 6 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 1 = 0$
  - $Z_2 = 0 \cdot 4 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 = 0$
  - $Z_3 = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0$
  - $Z_4 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0$
  - $Z_5 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0$
  - $Z_6 = 0 \cdot 20 + 0 \cdot 30 + 0 \cdot 10 = 0$

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (5)

Örnek 1: Simpleks Başlangıç Tablosu (3) - $Z_j - C_j$ ve anahtar sütun

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	2	3	0	0	0	0	
0 $s1$	6	4	1	0	0	20	
0 $s2$	3	1	0	1	0	30	
0 $s3$	1	1	0	0	1	40	
Z_j	0	0	0	0	0	0	
$Z_j - C_j$	-2	-3	0	0	0	0	

- İkinci aşamada her bir $Z_j - C_j$ hesaplanır.
  - $Z_{x_1} - C_{x_1} = 0 - 2 = -2$,
    $Z_{x_2} - C_{x_2} = 0 - 3 = -3$,
    $Z_{s_1} - C_{s_1} = 0 - 0 = 0$,
    $Z_{s_2} - C_{s_2} = 0 - 0 = 0$ ve
    $Z_{s_3} - C_{s_3} = 0 - 0 = 0$ olur.
  - Problem bir maksimizasyon problemi olduğundan, negatif değerler arasından mutlak değerce en büyük değere sahip olan sütun anahtar sütun olarak seçilir.
  - -3 değerinin bulunduğu sütun anahtar sütun dur.
  - x_2 bir sonraki iterasyonda temel çözümde yer alacaktır.

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (6)

Örnek 1: Simpleks Başlangıç Tablosu (4) - Anahtar Satır ve Anahtar Sayı

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	2	3	0	0	0	0	
$0\ s_1$	6	4	1	0	0	20	5
$0\ s_2$	3	1	0	1	0	30	30
$0\ s_3$	1	1	0	0	1	40	40
Z_j	0	0	0	0	0	0	
$Z_j - C_j$	-2	-3	0	0	0	0	

- Üçüncü aşamada her bir $\frac{b_j}{a_{ji}}$ değerleri hesaplanır.
  - $\frac{b_1}{a_{12}} = \frac{20}{4} = 5,\ \frac{b_2}{a_{22}} = \frac{30}{1} = 30,\ \frac{b_3}{a_{32}} = \frac{40}{1} = 40$
  - Bu değerler arasından en düşük olan 5 değerinin bulunduğu s_1 satırı anahtar sıra olur.
  - Anahtar sütun ve anahtar sıranın kesiştiği değer olan 4 anahtar sayı olur.
  - s_1 değişkeni bir sonraki adım öncesi temel değişkenlerden çıkarılacaktır.

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (7)

Örnek 1: Anahtar sıra değerlerinin güncellenmesi

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	2	3	0	0	0	0	
3 $x2$	1.50	1	0.25	0	0	5	
0 $s2$	3	1	0	1	0	30	
0 $s3$	1	1	0	0	1	40	
Z_j							
$Z_j - C_j$						—	

- Anahtar satırın yeni değerleri, anahtar sayı 1 olacak şekilde güncellenir.
- Anahtar sayı 4 olduğundan anahtar satırdaki değerler dörde bölünmelidir.
- $a^*_{1j} = \frac{a_{1j}}{4} \Rightarrow a^*_{11} = \frac{6}{4} = 1.5,$ $a^*_{12} = \frac{4}{4} = 1, a^*_{13} = \frac{1}{4} = 0.25,$ $a^*_{14} = \frac{0}{4} = 0, a^*_{15} = \frac{0}{4} = 0,$ $a^*_{16} = \frac{20}{4} = 5$ olur.
- s_1 temel değişkenlikten çıkarken, x_2 temel değişken olur.

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (8)

Örnek 1: Diğer satır değerlerinin güncellenmesi (1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	2	3	0	0	0	0	
3 $x2$	1.50	$\boxed{1}$	0.25	0	0	5	
0 $s2$	1.50	0	−0.25	1	0	25	
0 $s3$	−0.50	0	−0.25	0	1	35	
Z_j							
$Z_j - C_j$						—	

- Diğer satır değerleri, anahtar sütun değerleri 0 olacak şekilde güncellenir.
- Bu işlem, anahtar satır değerlerinin bir sabitle çarpılarak diğer satırlarla toplanmasıyla elde edilir.
- Örneğin, s_2 temel değişkenin, x_2 sütunuyla kesişiminin 0 olması için x_2 satırı -1 ile çarpılıp s_2 satırı ile toplanmalıdır.
- $a^*_{2j} = a_{2j} - 1 \cdot a_{1j} \Rightarrow$
  $a^*_{21} = a_{21} - 1 \cdot a_{11} = 3 - 1 \cdot 1.5 = 1.5$
  $a^*_{22} = a_{22} - 1 \cdot a_{12} = 1 - 1 \cdot 1 = 0$
  $a^*_{23} = a_{23} - 1 \cdot a_{13} = 0 - 1 \cdot 0.25 = -0.25$
  $a^*_{24} = a_{24} - 1 \cdot a_{14} = 1 - 1 \cdot 0 = 1$
  $a^*_{25} = a_{25} - 1 \cdot a_{15} = 0 - 1 \cdot 0 = 0$
  $a^*_{26} = a_{26} - 1 \cdot a_{16} = 30 - 1 \cdot 5 = 25$

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (9)

Örnek 1: Diğer satır değerlerinin güncellenmesi (2)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	2	3	0	0	0	0	
$3\ x2$	1.50	$\boxed{1}$	0.25	0	0	5	
$0\ s2$	1.50	0	-0.25	1	0	25	
$0\ s3$	-0.50	0	-0.25	0	1	35	
Zj							
$Zj - Cj$						—	

- Aynı işlem, s_3 için yine x_2 satırı -1 ile çarpılıp s_3 satırı ile toplanarak yapılabilir.
- Bu kez matris gösterimi ile işlemi yaparsak

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 40 \end{pmatrix} - 1 \times \begin{pmatrix} 1.5 \\ 1 \\ 0.25 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \\ -0.25 \\ 0 \\ 1 \\ 35 \end{pmatrix}$$

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (10)

Örnek 1: Z_j ve $Z_j - C_j$ nin güncellenmesi

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	2	3	0	0	0	0	
$3\,x2$	1.50	1	0.25	0	0	5	
$0\,s2$	1.50	0	−0.25	1	0	25	
$0\,s3$	−0.50	0	−0.25	0	1	35	
Zj	4.50	3	0.75	0	0	$\boxed{15}$	
$Zj - Cj$	2.50	0	0.75	0	0	15	

- Temel değişkenlerdeki satırlar ve güncellenen matristeki değerler çapraz çarpılıp toplanarak,
  $Z_1 = 3 \cdot 1.5 + 0 \cdot 1.5 + 0 \cdot (-0.5) = 4.5$
  $Z_2 = 3 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 3$
  $Z_3 = 3 \cdot 0.25 + 0 \cdot (-0.25) + 0 \cdot (-0.25)$
  $= 0.75$
  $Z_4 = 3 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0$
  $Z_5 = 3 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0$
  $Z_6 = 3 \cdot 5 + 0 \cdot 25 + 0 \cdot 35 = 15$
- Yeni z_i ler kullanılarak $z_j - c_j$ ler de hesaplanırsa,
  $Z_{x_1} - C_{x_1} = 4.5 - 2 = 2.5,$
  $Z_{x_2} - C_{x_2} = 3 - 3 = 0,$
  $Z_{s_1} - C_{s_1} = 0.75 - 0 = 0.75,$
  $Z_{s_2} - C_{s_2} = 0 - 0 = 0$ ve
  $Z_{s_3} - C_{s_3} = 0 - 0 = 0$ olur.

Örnek 1: Sanayi İşletmesi (11)

Örnek 1: Optimalliğin Kontrolü

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	$s3$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	2	3	0	0	0	0	
$3\,x2$	1.50	1	0.25	0	0	5	
$0\,s2$	1.50	0	-0.25	1	0	25	
$0\,s3$	-0.50	0	-0.25	0	1	35	
Zj	4.50	3	0.75	0	0	$\boxed{15}$	
$Zj - Cj$	2.50	0	0.75	0	0	15	

- $z_j - c_j$ değerlerinin tamamı ≥ 0 olduğundan çözüm optimuma ulaşmıştır.
- Eğer herhangi bir $z_j - c_j$ değeri ≤ 0 olsaydı, iterasyon aynı şekilde devam edecekti.
- Son durumda $Z = 15$ amaç fonksiyonu için bulunabilecek en büyük değerdir. Çözüm optimuma ulaşmıştır.
- Bu çözümde $x_1 = 0$, $x_2 = 5$, $s_1 = 0$, $s_2 = 25$ ve $s_3 = 35$'dir.
- Bu durumda, işletme B'den 5 birim üretirken A'dan hiç üretmeyecek, böylece en yüksek kârı 15 TL olacaktır.

Örnek 2: Simpleks Yöntem (1)

Örnek 2: Standart Form

Aşağıdaki doğrusal programlama problemini simpleks yöntemle çözünüz.

$$Z_{max} = 10x_1 + 22x_2 + 18x_3$$

$$x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 24$$

$$2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 46$$

$$3x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 60$$

$$4x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 120$$

$$x_1 , x_2, x_3 \geq 0$$

Standart Form:

$$\begin{aligned} Z_{max} &= 10x_1 + 22x_2 + 18x_3 \\ &+ 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 + 0s_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1+4x_2+3x_3+1s_1 + 0s_2 + 0s_3 + 0s_4 &= 24, \\ 2x_1+2x_2+4x_3+0s_1 + 1s_2 + 0s_3 + 0s_4 &= 46, \\ 3x_1+5x_2+6x_3+0s_1 + 0s_2 + 1s_3 + 0s_4 &= 60 \\ 4x_1+8x_2+3x_3+0s_1 + 0s_2 + 1s_3 + 1s_4 &= 120 \end{aligned}$$

$x_1, x_2 , x_3 \geq 0$ ve $s_1 , s_2, s_3, s_4 \geq 0$

Örnek 2: Simpleks Yöntem (2)

Örnek 2: Başlangıç Tablosu

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	10	22	18	0	0	0	0	0	
0 $s1$	1	4	3	1	0	0	0	24	
0 $s2$	2	2	4	0	1	0	0	46	
0 $s3$	3	5	6	0	0	1	0	60	
0 $s4$	4	8	3	0	0	0	1	120	
Z_j									
$Z_j - C_j$								—	

Örnek 2: Simpleks Yöntem (3)

Örnek 2: Z_j ve $Z_j - C_j$ (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	10	22	18	0	0	0	0	0	
0 $s1$	1	4	3	1	0	0	0	24	
0 $s2$	2	2	4	0	1	0	0	46	
0 $s3$	3	5	6	0	0	1	0	60	
0 $s4$	4	8	3	0	0	0	1	120	
Zj	0	0	0	0	0	0	0	0	
$Zj - Cj$	-10	-22	-18	0	0	0	0	0	

Örnek 2: Simpleks Yöntem (4)

Örnek 2: Anahtar Sütun (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	10	22	18	0	0	0	0	0	
$0\ s1$	1	4	3	1	0	0	0	24	
$0\ s2$	2	2	4	0	1	0	0	46	
$0\ s3$	3	5	6	0	0	1	0	60	
$0\ s4$	4	8	3	0	0	0	1	120	
Zj	0	0	0	0	0	0	0	0	
$Zj - Cj$	-10	-22	-18	0	0	0	0	0	

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 2: Simpleks Yöntem (5)

Örnek 2: Anahtar Satır (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{bj}{aj^*}$
C_j	10	22	18	0	0	0	0	0	
0 s_1	1	4	3	1	0	0	0	24	6
0 s_2	2	2	4	0	1	0	0	46	23
0 s_3	3	5	6	0	0	1	0	60	12
0 s_4	4	8	3	0	0	0	1	120	15
Z_j	0	0	0	0	0	0	0	0	
$Z_j - C_j$	-10	-22	-18	0	0	0	0	0	

- -22 en düşük değer olduğundan x_2 anahtar sütun, en düşük oran 6 olduğundan s_1 anahtar satırdır.

- Anahtar sayı 4 olduğundan s_1 satırı 0.25 ile çarpılır.
- Temel değişkenlerden s_1 çözümden çıkarken, x_2 çözüme girer.
- Anahtar satır sırasıyla -2, -5 ve -8 ile çarpılarak, s_2, s_3 ve s_4 ile toplanır.

Örnek 2: Simpleks Yöntem (6)

Örnek 2: Anahtar Satır İçin Yeni Değer (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	10	22	18	0	0	0	0	0	
22 $x2$	0.25	1	0.75	0.25	0	0	0	6	
0 $s2$	2	2	4	0	1	0	0	46	
0 $s3$	3	5	6	0	0	1	0	60	
0 $s4$	4	8	3	0	0	0	1	120	
Zj									
$Zj - Cj$								—	

Anahtar satır için değerlerin hesaplanması x_2

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 24 \end{pmatrix} \times 0.25 = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 1 \\ 0.75 \\ 0.25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Örnek 2: Simpleks Yöntem (7)

Örnek 2: Diğer Satırlar İçin Yeni Değer (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	10	22	18	0	0	0	0	0	
22 $x2$	0.25	$\boxed{1}$	0.75	0.25	0	0	0	6	
0 $s2$	1.50	0	2.50	−0.50	1	0	0	34	
0 $s3$	1.75	0	2.25	−1.25	0	1	0	30	
0 $s4$	2	0	−3	−2	0	0	1	72	
Z_j									
$Z_j - C_j$								—	

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması s_2

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 46 \end{pmatrix} - 2 \times \begin{pmatrix} 0.25 \\ 1 \\ 0.75 \\ 0.25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 0 \\ 2.5 \\ -0.5 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 34 \end{pmatrix}$$

Örnek 2: Simpleks Yöntem (8)

Örnek 2: Diğer Satırlar İçin Yeni Değer (İter 1)

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması s_3

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 60 \end{pmatrix} - 5 \times \begin{pmatrix} 0.25 \\ 1 \\ 0.75 \\ 0.25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.75 \\ 0 \\ 2.25 \\ -1.25 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 30 \end{pmatrix}$$

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması s_4

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 120 \end{pmatrix} - 8 \times \begin{pmatrix} 0.25 \\ 1 \\ 0.75 \\ 0.25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 72 \end{pmatrix}$$

Örnek 2: Simpleks Yöntem (9)

Örnek 2: Simpleks Adım Sonu (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{bj}{aj*}$
C_j	10	22	18	0	0	0	0	0	
22 $x2$	0.25	1	0.75	0.25	0	0	0	6	
0 $s2$	1.50	0	2.50	−0.50	1	0	0	34	
0 $s3$	1.75	0	2.25	−1.25	0	1	0	30	
0 $s4$	2	0	−3	−2	0	0	1	72	
Z_j	5.50	22	16.50	5.50	0	0	0	132	
$Z_j - C_j$	−4.50	0	−1.50	5.50	0	0	0	132	

- $Z_j - C_j$ değerlerinde ≤ 0 değerler olduğu için henüz optimuma ulaşılmadı.
- 132 optimum değer değil.
- İterasyona devam edilmeli.

Örnek 2: Simpleks Yöntem (10)

Örnek 2: Anahtar Satır, Sütun ve Anahtar Değer (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{bj}{aj^*}$
Cj	10	22	18	0	0	0	0	0	
22 $x2$	0.25	1	0.75	0.25	0	0	0	6	24
0 $s2$	1.50	0	2.50	-0.50	1	0	0	34	22.67
0 $s3$	1.75	0	2.25	-1.25	0	1	0	30	17.14
0 $s4$	2	0	-3	-2	0	0	1	72	36
Zj	5.50	22	16.50	5.50	0	0	0	132	
$Zj - Cj$	-4.50	0	-1.50	5.50	0	0	0	132	

- -4.5 en düşük değer olduğundan x_1 anahtar sütun, en düşük oran 17.11 olduğundan s_3 anahtar satırdır.

- Anahtar sayı 1.75 olduğundan s_3 satırı 1.75 e bölünmelidir.
- Temel değişkenlerden s_3 çözümden çıkarken, x_1 çözüme girer.
- Anahtar satır sırasıyla -0.25, -1.5 ve -2 ile çarpılarak, x_2, s_2 ve s_4 ile toplanır.

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 2: Simpleks Yöntem (11)

Örnek 2: Anahtar Satır İçin Yeni Değerler (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	10	22	18	0	0	0	0	0	
$22\ x2$	0.25	1	0.75	0.25	0	0	0	6	
$0\ s2$	1.50	0	2.50	-0.50	1	0	0	34	
$10\ x1$	1	0	1.29	-0.71	0	0.57	0	17.14	
$0\ s4$	2	0	-3	-2	0	0	1	72	
Z_j									
$Z_j - C_j$								—	

Anahtar satır için değerlerin hesaplanması x_1

$$\begin{pmatrix} 1.75 \\ 0 \\ 2.25 \\ -1.25 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 30 \end{pmatrix} \div 1.75 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1.285 \\ -0.714 \\ 0 \\ 0.571 \\ 0 \\ 17.142 \end{pmatrix}$$

Örnek 2: Simpleks Yöntem (12)

Örnek 2: Diğer Satırlar İçin Yeni Değer (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	10	22	18	0	0	0	0	0	
$22\ x2$	0	1	0.43	0.43	0	-0.14	0	1.71	
$0\ s2$	0	0	0.57	0.57	1	-0.86	0	8.29	
$10\ x1$	$\boxed{1}$	0	1.29	-0.71	0	0.57	0	17.14	
$0\ s4$	0	0	-5.57	-0.57	0	-1.14	1	37.71	
Zj									
$Zj - Cj$								—	

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması x_2

$$\begin{pmatrix} 0.25 \\ 1 \\ 0.75 \\ 0.25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} - 0.25 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1.285 \\ -0.714 \\ 0 \\ 0.571 \\ 0 \\ 17.142 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0.428 \\ 0.428 \\ 0 \\ -0.142 \\ 0 \\ 1.714 \end{pmatrix}$$

Örnek 2: Simpleks Yöntem (13)

Örnek 2: Diğer Satırlar İçin Yeni Değer (İter 2)

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması s_2

$$\begin{pmatrix} 1.5 \\ 0 \\ 2.5 \\ -0.5 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 34 \end{pmatrix} - 1.5 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1.285 \\ -0.714 \\ 0 \\ 0.571 \\ 0 \\ 17.142 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.571 \\ 0.571 \\ 1 \\ -0.857 \\ 0 \\ 8.285 \end{pmatrix}$$

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması s_4

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 72 \end{pmatrix} - 2 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1.285 \\ -0.714 \\ 0 \\ 0.571 \\ 0 \\ 17.142 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5.571 \\ -0.571 \\ 0 \\ -1.142 \\ 1 \\ 37.714 \end{pmatrix}$$

Örnek 2: Simpleks Yöntem (14)

Örnek 2: Simpleks Adım Sonu (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	b	$\frac{bj}{aj^*}$
C_j	10	22	18	0	0	0	0	0	
22 $x2$	0	1	0.43	0.43	0	−0.14	0	1.71	
0 $s2$	0	0	0.57	0.57	1	−0.86	0	8.29	
10 $x1$	1	0	1.29	−0.71	0	0.57	0	17.14	
0 $s4$	0	0	−5.57	−0.57	0	−1.14	1	37.71	
Z_j	10	22	22.29	2.29	0	2.57	0	209.14	
$Z_j - C_j$	0	0	4.29	2.29	0	2.57	0	209.14	

- $z_j - c_j$ değerlerinin tamamı ≥ 0 olduğundan çözüm optimuma ulaşmıştır.

- Son durumda $Z = 209.142$ amaç fonksiyonu için bulunabilecek en büyük değerdir. Çözüm optimuma ulaşmıştır.
- Bu çözümde $x_1 = 17.142$, $x_2 = 1.714$, $x_3 = 0$, $s_1 = 0$, $s_2 = 8.285$, $s_3 = 0$ ve $s_4 = 37.714$'dir.

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (1)

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (1)

- Bir marangoz işletmesinde masa ve sandalye üretilmektedir.
- Bir masa yapımı için 30 metre tahta ve 5 saat işgücüne gerek vardır. Bir sandalye yapımı için de 20 metre tahta ve 10 saat işgücü kullanılmaktadır.
- İşletmenin elinde 300 metre tahta ve 110 saat işgücü vardır.
- Ayrıca bir masanın satışından elde edilen kar 6 tl ve bir sandalye satışından elde edilen kar 8 tl olsun.
- Marangozun amacı satış karını maksimum yapmak olduğuna göre marangoz ne kadar masa ve sandalye üretmelidir.

x_1 = Satılan masa miktarı

x_2 = Satılan sandalye miktarı

$Z_{max} = 6x_1 + 8x_2$

$30x_1 + 20x_2 \leq 300$ (Tahta kısıtı)

$5x_1 + 10x_2 \leq 110$ (İş gücü kısıtı)

$x_1 , x_2 \geq 0$

Standart Form:

$Z_{max} = 6x_1 + 8x_2 + 0s_1 + 0s_2$

$$30x_1+20x_2+1s_1 + 0s_2 =300,$$
$$5x_1+10x_2+0s_1 + 1s_2 = 110$$

$x_1 , x_2 \geq 0$ ve $s_1 , s_2 \geq 0$

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (2)

Örnek 3: Başlangıç Tablosu

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	6	8	0	0	0	
$0\ s1$	30	20	1	0	300	
$0\ s2$	5	10	0	1	110	
Zj						
$Zj - Cj$					—	

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (3)

Örnek 3: Z_j ve $Z_j - C_j$ (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	6	8	0	0	0	
$0\ s1$	30	20	1	0	300	
$0\ s2$	5	10	0	1	110	
Zj	0	0	0	0	0	
$Zj - Cj$	-6	-8	0	0	0	

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (4)

Örnek 3: Anahtar Sütun (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	6	8	0	0	0	
$0\ s1$	30	20	1	0	300	
$0\ s2$	5	10	0	1	110	
Zj	0	0	0	0	0	
$Zj - Cj$	-6	-8	0	0	0	

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (5)

Örnek 3: Anahtar Satır (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	6	8	0	0	0	
0 $s1$	30	20	1	0	300	15
0 $s2$	5	10	0	1	110	11
Zj	0	0	0	0	0	
$Zj - Cj$	-6	-8	0	0	0	

- -8 en düşük değer olduğundan x_2 anahtar sütun, en düşük oran 10 olduğundan s_2 anahtar satırdır.

- Anahtar sayı 10 olduğundan s_2 satırı 0.10 ile çarpılır.
- Temel değişkenlerden s_2 çözümden çıkarken, x_2 çözüme girer.
- Anahtar satır -20 ile çarpılarak, s_1 ile toplanır.

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (6)

Örnek 3: Anahtar Satır İçin Yeni Değer (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	6	8	0	0	0	
$0\, s1$	30	20	1	0	300	
$8\, x2$	0.50	1	0	0.10	11	
Zj						
$Zj - Cj$					—	

Anahtar satır için değerlerin hesaplanması x_2

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ 0 \\ 1 \\ 110 \end{pmatrix} \times 0.10 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0 \\ 0.1 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (7)

Örnek 3: Diğer Satırlar İçin Yeni Değer (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	6	8	0	0	0	
$0\ s1$	20	0	1	-2	80	
$8\ x2$	0.50	$\boxed{1}$	0	0.10	11	
Z_j						
$Z_j - C_j$					—	

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması s_1

$$\begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 1 \\ 0 \\ 300 \end{pmatrix} - 20 \times \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0 \\ 0.1 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \\ 80 \end{pmatrix}$$

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (8)

Örnek 3: Simpleks Adım Sonu (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	6	8	0	0	0	
$0\,s1$	20	0	1	-2	80	
$8\,x2$	0.50	$\boxed{1}$	0	0.10	11	
Z_j	4	8	0	0.80	$\boxed{88}$	
$Z_j - C_j$	-2	0	0	0.80	88	

- $Z_j - C_j$ değerlerinde ≤ 0 değerler olduğu için henüz optimuma ulaşılmadı.
- 88 optimum değer değil.
- İterasyona devam edilmeli.

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (9)

Örnek 3: Anahtar Satır, Sütun ve Anahtar Değer (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	6	8	0	0	0	
$0\ s1$	20	0	1	-2	80	4
$8\ x2$	0.50	1	0	0.10	11	22
Z_j	4	8	0	0.80	88	
$Z_j - C_j$	-2	0	0	0.80	88	

- -2 en düşük değer olduğundan x_1 anahtar sütun, en düşük oran 4 olduğundan s_1 anahtar satırdır.

- Anahtar sayı 20 olduğundan s_1 satırı 20 ye bölünmelidir.
- Temel değişkenlerden s_1 çözümden çıkarken, x_1 çözüme girer.
- Anahtar satır -0.50 ile çarpılarak, x_2 ile toplanır.

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (10)

Örnek 3: Anahtar Satır İçin Yeni Değerler (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	6	8	0	0	0	
$6\,x1$	1	0	0.05	-0.10	4	
$8\,x2$	0.50	1	0	0.10	11	
Zj						
$Zj - Cj$					—	

Anahtar satır için değerlerin hesaplanması x_1

$$\begin{pmatrix} 20 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \\ 80 \end{pmatrix} \div 20 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0.05 \\ -0.10 \\ 4 \end{pmatrix}$$

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (11)

Örnek 3: Diğer Satırlar İçin Yeni Değer (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	6	8	0	0	0	
$6\,x1$	$\boxed{1}$	0	0.05	-0.10	4	
$8\,x2$	0	1	-0.02	0.15	9	
Z_j						
$Z_j - C_j$					—	

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması x_2

$$\begin{pmatrix} 0.50 \\ 1 \\ 0 \\ 0.10 \\ 11 \end{pmatrix} - 0.50 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0.05 \\ -0.10 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -0.02 \\ 0.15 \\ 9 \end{pmatrix}$$

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 3: Marangoz İşletmesi (12)

Örnek 3: Simpleks Adım Sonu (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	6	8	0	0	0	
$6\,x1$	1	0	0.05	−0.10	4	
$8\,x2$	0	1	−0.02	0.15	9	
Z_j	6	8	0.10	0.60	96	
$Z_j - C_j$	0	0	0.10	0.60	96	

- $z_j - c_j$ değerlerinin tamamı ≥ 0 olduğundan çözüm optimuma ulaşmıştır.

- Son durumda $Z = 96$ amaç fonksiyonu için bulunabilecek en büyük değerdir. Çözüm optimuma ulaşmıştır.
- Bu çözümde $x_1 = 4$, $x_2 = 9$, $s_1 = 0$ ve $s_2 = 0$ 'dir.

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (1)

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (1)

- Bir işletme x_1, x_2 ve x_3 gibi üç farklı ürün üretirken emek ve hammadde gibi iki üretim faktörü kullanmaktadır.
- İşletmenin elinde 40 kg hammadde ile 20 saat emek işgücü vardır.
- Üretilen ürünlerin kara katkıları birim başına x_1 için 2 TL, x_2 için 6 TL ve x_3 için de 5 TL dir.
- İşletmenin üretim teknoloji katsayısı matrisi aşağıdaki gibidir.

$$A = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \\ \end{array}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{c} Hammadde \\ Emek \end{array}$$

- İşletmenin amacı karını en yükseğe çıkarmak olduğuna göre işletmenin en yüksek karı ve en uygun üretim birleşimi ne olur?
- A matrisi şunu ifade eder.
  - 1 birim X_1 üretilirken, 1 kg hammadde ve 1 saat işgücü,
  - 1 birim X_2 üretilirken, 1 kg hammadde ve 2 saat işgücü,
  - 1 birim X_3 üretilirken, 1 kg hammadde ve 0 saat işgücü, kullanılmaktadır.

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (2)

Örnek 4: Kısıtlar ve Standart Form

$Z_{max} = 2x_1 + 6x_2 + 5x_3$

$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 40$ (Hammadde kısıtı)

$1x_1 + 2x_2 \leq 20$ (İş gücü kısıtı)

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Standart Form:

$Z_{max} = 2x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 0s_1 + 0s_2$

$1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1s_1 + 0s_2 = 40,$

$1x_1 + 2x_2 + 0x_3 + 0s_1 + 1s_2 = 20$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$ ve $s_1, s_2 \geq 0$

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (3)

Örnek 4: Başlangıç Tablosu

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	b	$\dfrac{bj}{aj*}$
Cj	2	6	5	0	0	0	
$0\ s1$	1	1	1	1	0	40	
$0\ s2$	1	2	0	0	1	20	
Zj							
$Zj - Cj$						—	

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (4)

Örnek 4: Z_j ve $Z_j - C_j$ (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	2	6	5	0	0	0	
$0\ s1$	1	1	1	1	0	40	
$0\ s2$	1	2	0	0	1	20	
Zj	0	0	0	0	0	0	
$Zj - Cj$	-2	-6	-5	0	0	0	

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (5)

Örnek 4: Anahtar Sütun (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	2	6	5	0	0	0	
$0\ s_1$	1	1	1	1	0	40	
$0\ s_2$	1	2	0	0	1	20	
Z_j	0	0	0	0	0	0	
$Z_j - C_j$	-2	$\boxed{-6}$	-5	0	0	0	

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (6)

Örnek 4: Anahtar Satır (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	2	6	5	0	0	0	
0 s_1	1	1	1	1	0	40	40
0 s_2	1	2	0	0	1	20	10
Z_j	0	0	0	0	0	0	
$Z_j - C_j$	-2	-6	-5	0	0	0	

- -6 en düşük değer olduğundan x_2 anahtar sütun, en düşük oran 10 olduğundan s_2 anahtar satırdır.

- Anahtar sayı 2 olduğundan s_2 satırı 0.50 ile çarpılır.
- Temel değişkenlerden s_2 çözümden çıkarken, x_2 çözüme girer.
- Ardından anahtar satır -1 ile çarpılarak s_1 ile toplanır.

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (7)

Örnek 4: Anahtar Satır İçin Yeni Değer (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
C_j	2	6	5	0	0	0	
$0\, s1$	1	1	1	1	0	40	
$6\, x2$	0.50	$\boxed{1}$	0	0	0.50	10	
Z_j							
$Z_j - C_j$						—	

Anahtar satır için değerlerin hesaplanması x_2

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 20 \end{pmatrix} \times 0.5 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0.5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (8)

Örnek 4: Diğer Satırlar İçin Yeni Değer (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	2	6	5	0	0	0	
$0\ s1$	0.50	0	1	1	-0.50	30	
$6\ x2$	0.50	$\boxed{1}$	0	0	0.50	10	
Z_j							
$Z_j - C_j$						—	

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması s_1

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 40 \end{pmatrix} - 1 \times \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0.5 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ -0.5 \\ 30 \end{pmatrix}$$

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (9)

Örnek 4: Simpleks Adım Sonu (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	2	6	5	0	0	0	
$0\ s1$	0.50	0	1	1	-0.50	30	
$6\ x2$	0.50	1	0	0	0.50	10	
Zj	3	6	0	0	3	60	
$Zj - Cj$	1	0	-5	0	3	60	

- $Z_j - C_j$ değerlerinde ≤ 0 değerler olduğu için henüz optimuma ulaşılmadı.
- 60 optimum değer değil.
- İterasyona devam edilmeli.

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (10)

Örnek 4: Anahtar Satır, Sütun ve Anahtar Değer (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	2	6	5	0	0	0	
$0\ s1$	0.50	0	1	1	-0.50	30	30
$6\ x2$	0.50	1	0	0	0.50	10	
Z_j	3	6	0	0	3	60	
$Z_j - C_j$	1	0	-5	0	3	60	

- -5 en düşük değer olduğundan x_3 anahtar sütun, en düşük oran 30 olduğundan s_1 anahtar satırdır.

- Anahtar sayı 1 olduğundan ve x_3 sütunundaki diğer değer zaten 0 olduğundan herhangi bir işlem yapmaya gerek yoktur.
- Sadece temel değişkenlerden s_1 çözümden çıkarken, x_3 çözüme girer.

Örnek 4: Üretim Teknoloji Matrisi (11)

Örnek 4: Simpleks Adım Sonu (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$x3$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	2	6	5	0	0	0	
$5\,x3$	0.50	0	1	1	−0.50	30	
$6\,x2$	0.50	1	0	0	0.50	10	
Zj	5.50	6	5	5	0.50	210	
$Zj - Cj$	3.50	0	0	5	0.50	210	

- $z_j - c_j$ değerlerinin tamamı ≥ 0 olduğundan çözüm optimuma ulaşmıştır.

- Son durumda $Z = 210$ amaç fonksiyonu için bulunabilecek en büyük değerdir. Çözüm optimuma ulaşmıştır.
- Bu çözümde $x_2 = 10$, $x_3 = 30$, $x_1 = 0$, $s_1 = 0$ ve $s_2 = 0$'dir.

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 5: Başka Bir İşletme (1)

Örnek 5: Başka Bir İşletme (1)

- Bir işletme x_1 ve x_2 gibi iki ürün üretmekte ve her x_1 ürünü satışından 5 TL ve her x_2 ürünü satışından 8 TL kar etmektedir.
- İşletme bir birim x_1 üretiminde 2 birim A üretim faktörü ile 3 birim B üretim faktörü kullanmaktadır.
- Öte yandan, bir birim x_2 üretiminde 4 birim A üretim faktörü ile 2 birim B üretim faktörü kullanmaktadır.
- İşletmenin elinde üretim faktörü A dan 40 birim, üretim faktörü B den de 60 birim bulunmaktadır.
- İşletmenin maksimum karını ve bu karı sağlamak için x_1 ve x_2 den kaç birim üretmesi gerektiğini bulunuz.

$Z_{max} = 5x_1 + 8x_2$

$2x_1 + 4x_2 \leq 40$ (A hammadde kısıtı)

$3x_1 + 2x_2 \leq 60$ (B hammadde kısıtı)

$x_1 , x_2 \geq 0$

Standart Form:

$Z_{max} = 5x_1 + 8x_2 + 0s_1 + 0s_2$

$$2x_1+4x_2+1s_1 + 0s_2 = 40,$$
$$3x_1+2x_2+0s_1 + 1s_2 = 60$$

$x_1 , x_2 \geq 0$ ve $s_1 , s_2 \geq 0$

Örnek 5: Başka Bir İşletme (2)

Örnek 5: Başlangıç Tablosu

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	5	8	0	0	0	
$0\ s1$	2	4	1	0	40	
$0\ s2$	3	2	0	1	60	
Zj						
$Zj - Cj$					—	

Örnek 5: Başka Bir İşletme (3)

Örnek 3: Z_j ve $Z_j - C_j$ (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	5	8	0	0	0	
$0\ s1$	2	4	1	0	40	
$0\ s2$	3	2	0	1	60	
Zj	0	0	0	0	0	
$Zj - Cj$	-5	-8	0	0	0	

Örnek 5: Başka Bir İşletme (4)

Örnek 5: Anahtar Sütun (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	5	8	0	0	0	
0 $s1$	2	4	1	0	40	
0 $s2$	3	2	0	1	60	
Zj	0	0	0	0	0	
$Zj - Cj$	-5	-8	0	0	0	

Örnek 5: Marangoz İşletmesi (5)

Örnek 5: Anahtar Satır (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	5	8	0	0	0	
0 $s1$	2	4	1	0	40	10
0 $s2$	3	2	0	1	60	30
Zj	0	0	0	0	0	
$Zj - Cj$	-5	-8	0	0	0	

- -8 en düşük değer olduğundan x_2 anahtar sütun, en düşük oran 10 olduğundan s_1 anahtar satırdır.

- Anahtar sayı 4 olduğundan s_1 satırı 0.25 ile çarpılır.
- Temel değişkenlerden s_1 çözümden çıkarken, x_2 çözüme girer.
- Anahtar satır -2 ile çarpılarak, s_2 ile toplanır.

Örnek 5: Başka Bir İşletme (6)

Örnek 5: Anahtar Satır İçin Yeni Değer (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
C_j	5	8	0	0	0	
$8\,x2$	0.50	1	0.25	0	10	
$0\,s2$	3	2	0	1	60	
Z_j						
$Z_j - C_j$					—	

Anahtar satır için değerlerin hesaplanması x_2

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \\ 40 \end{pmatrix} \times 0.25 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.25 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Örnek 5: Başka Bir İşletme (7)

Örnek 5: Diğer Satırlar İçin Yeni Değer (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	5	8	0	0	0	
$8\,x2$	0.50	$\boxed{1}$	0.25	0	10	
$0\,s2$	2	0	-0.50	1	40	
Z_j						
$Z_j - C_j$					—	

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması s_1

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 60 \end{pmatrix} - 2 \times \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.25 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -0.5 \\ 1 \\ 40 \end{pmatrix}$$

Örnek 5: Başka Bir İşletme (8)

Örnek 5: Simpleks Adım Sonu (İter 1)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj^*}$
C_j	5	8	0	0	0	
$8\ x2$	0.50	$\boxed{1}$	0.25	0	10	
$0\ s2$	2	0	-0.50	1	40	
Z_j	4	8	2	0	$\boxed{80}$	
$Z_j - C_j$	-1	0	2	0	80	

- $Z_j - C_j$ değerlerinde ≤ 0 değerler olduğu için henüz optimuma ulaşılmadı.
- 80 optimum değer değil.
- İterasyona devam edilmeli.

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Örnek 5: Başka Bir İşletme (9)

Örnek 5: Anahtar Satır, Sütun ve Anahtar Değer (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	5	8	0	0	0	
$8\,x2$	0.50	1	0.25	0	10	20
$0\,s2$	2	0	-0.50	1	40	20
Z_j	4	8	2	0	80	
$Z_j - C_j$	-1	0	2	0	80	

- -1 en düşük değer olduğundan x_1 anahtar sütun dur.
- Burada her iki oran birbirine eşit ve 20 dir. Bu örnek için x_2 anahtar satır olsun.

- Anahtar sayı 0.50 olduğundan x_2 satırı 2 ile çarpılmalıdır.
- Temel değişkenlerden x_2 çözümden çıkarken, x_1 çözüme girer.
- Anahtar satır -2 ile çarpılarak, s_2 satırı ile toplanır.

Örnek 5: Başka Bir İşletme (10)

Örnek 5: Anahtar Satır İçin Yeni Değerler (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	5	8	0	0	0	
5 $x1$	1	2	0.50	0	20	
0 $s2$	2	0	−0.50	1	40	
Zj						
$Zj - Cj$					—	

Anahtar satır için değerlerin hesaplanması x_1

$$\begin{pmatrix} 0.50 \\ 1 \\ 0.25 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} \times 2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0.50 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix}$$

Örnek 5: Başka Bir İşletme (11)

Örnek 5: Diğer Satırlar İçin Yeni Değer (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{b_j}{a_j*}$
C_j	5	8	0	0	0	
$5\ x1$	1	2	0.50	0	20	
$0\ s2$	0	-4	-1.50	1	0	
Z_j						
$Z_j - C_j$					—	

Diğer satırlar için değerlerin hesaplanması s_2

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -0.5 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix} - 2 \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0.50 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -1.5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Örnek 5: Başka Bir İşletme (12)

Örnek 5: Simpleks Adım Sonu (İter 2)

TDV	$x1$	$x2$	$s1$	$s2$	b	$\frac{bj}{aj*}$
Cj	5	8	0	0	0	
$5\ x1$	1	2	0.50	0	20	
$0\ s2$	0	-4	-1.50	1	0	
Zj	5	10	2.50	0	100	
$Zj - Cj$	0	2	2.50	0	100	

- $z_j - c_j$ değerlerinin tamamı ≥ 0 olduğundan çözüm optimuma ulaşmıştır.

- Son durumda $Z = 100$ amaç fonksiyonu için bulunabilecek en büyük değerdir. Çözüm optimuma ulaşmıştır.
- Bu çözümde $x_1 = 5$, $x_2 = 0$, $s_1 = 0$ ve $s_2 = 0$ 'dır.