

Hafta 03

Yöneylem Araştırması I: Ulaştırma Problemleri

Doç. Dr. Erhan Çene

02/10/2025

Ulaştırma Probleminin Tarihçe ve Tanımı

Ulaştırma Probleminin Tarihçe ve Tanımı (1)

- Doğrusal programlama probleminin özel bir biçimi olan **ulaştırma problemi** ve **çözümü** ilk olarak **1941** yılında **Frank L. Hitchcock** tarafından önerilmiş **Tjalling C. Koopmans (1947)** tarafından geliştirilmiştir.
- Konu ile ilgili asıl gelişme simpleks yöntemin ulaştırma problemlerine uygulanmasından sonra olmuştur.
- Ulaştırma probleminin doğrusal programlama problemi biçiminde modellenmesi ve simpleks yöntemle çözülmesi ilk olarak **Dantzig** tarafından gerçekleştirilmiştir.

Ulaştırma Probleminin Tarihçe ve Tanımı

Ulaştırma Probleminin Tarihçe ve Tanımı (2)

- İkinci Dünya Savaşı sırasında Amerika Birleşik Devletleri'nin askeri faaliyetlerini planlamak amacıyla uygulanan ulaşım modeli savaştan sonra da endüstride ulaşım mal ve hizmet dağıtımının planlanması işletmelerin kuruluş yeri seçimi personelin işe yerleştirilmesi gibi hem iktisadi hem de sosyal problemlerin çözümünde yaygın biçimde kullanılmaya başlanmıştır.
- Sunum merkezlerindeki (fabrika depo vb.) malların istem merkezlerine dağıtımının planlanması ulaşım problemi olarak adlandırılır.

Ulaştırma Modellerinin Varsayımları

Ulaştırma Modellerinin Varsayımları (1)

- Doğrusal Programlama Modellerinin varsayımlarına **ek olarak**
 1. Probleme konu olan mal ve hizmetlerin aynı birimle açıklanmaları yani **homojen olmaları** gereklidir. Bu koşula **homojenlik koşulu** denir.
 2. Belirli sayıdaki sunum merkezinde dağıtılmak üzere **bekleyen mal** miktarları ile belirli sayıdaki istem merkezlerinin **bu mala olan istem miktarlarının kesin olarak bilinmesi** gereklidir.

Ayrıca **sunum miktarları toplamı** ile **istem miktarları toplamı eşit olmalı** veya bu eşitlik kuramsal olarak sağlanmalıdır.

Toplam istem ile toplam sunumun eşitliğini ileri süren bu koşula **tutarlılık koşulu** denir.

Tutarlılık koşulunun sağlandığı ulaşım problemlerinin **dengeli** veya **standart** oldukları kabul edilir.

Ulaştırma Modellerinin Varsayımları

Ulaştırma Modellerinin Varsayımları (2)

3. Sunum merkezleri ile istem merkezleri arasında **aktarma yapılması söz konusu değildir**. Bu malların sunum merkezlerinden istem merkezlerine doğrudan taşınması demektir.

Bazı durumlarda malın bulunduğu kaynak noktalarından aktarılacağı esas noktalara doğrudan taşınması ekonomik olmayabilir.

Dağıtım işleminde malların önce bazı transfer noktalarına daha sonra esas istem merkezlerine nakledilmesi daha ekonomik olabilir.

Bu tip ulaşırma problemlerine **aktarmalı** veya **konaklamalı ulaşırma problemi** denir.

4. Herhangi bir sunum merkezinden herhangi bir istem merkezine bir birim mal taşımanın yol açtığı maliyetin **sabit** olması gereklidir. Kısacası taşıma maliyetleri **doğrusal nitelikli amaç fonksiyonunun** özelliklerine uymaktadır.

Ulaştırma Modellerinin Yapısal Görüntüsü

Ulaştırma Modellerinin Yapısal Görüntüsü (1)

Amaç fonksiyonu ve karar değişkenleri:

$$\begin{aligned} Z_{enk/enb} = & c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \cdots + c_{1n}x_{1n} \\ & + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \cdots + c_{2n}x_{2n} \\ & + \dots \\ & + c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \cdots + c_{mn}x_{mn} \end{aligned}$$

Arz (Sunum) Kısıtları:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} &= a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} &= a_2 \\ \vdots &\quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots \quad \vdots \\ x_{m1} + x_{m2} + \cdots + x_{mn} &= a_m \end{aligned}$$

Ulaştırma Modellerinin Yapısal Görüntüsü

Ulaştırma Modellerinin Yapısal Görüntüsü (2)

Talep (İstem) Kısıtları:

$$x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{m1} = b_1$$

$$x_{12} + x_{22} + \cdots + x_{m2} = b_2$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \ddots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$x_{1n} + x_{2n} + \cdots + x_{mn} = b_n$$

İşaret kısıtlaması:

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

Ulaştırma Modellerinin Yapısal Görüntüsü

Ulaştırma Modellerinin Yapısal Görüntüsü (3)

Bu formüllerde

- m : Sunum merkezi sayısı ($i = 1, 2, \dots, m$)
- n : İstem merkezi sayısı ($j = 1, 2, \dots, n$)
- c_{ij} : i sunum merkezinden j istem merkezine bir birim malın taşınması maliyeti
- x_{ij} : i sunum merkezinden j istem merkezine taşınan mal miktarı
- a_i : i sunum merkezinin sunum miktarı
- b_j : j istem merkezinin istem miktarı

Ulaştırma Tablosu

Ulaştırma Modellerinin Yapısal Görüntüsü (3)

- Toplam sunumun toplam isteme eşit olmadığı durumdaki ulaşım modeline **dengeli olmayan ulaşım problemi** denir.
- Ulaşım problemlerinin çözümü için önerilen özel yöntemlerin uygulanabilmeleri **bu eşitliğin sağlanması** bağlıdır.
- Doğrusal programlama ilkelerine göre formüle edilen bir ulaşım problemi çok sık olarak hatta her zaman bir **tablo biçiminde** sunulur.
- **Ulaşım modeli tablosu** veya kısaca **ulaştırma tablosu** adı verilen tablo probleme ilgili tüm bilgileri ve malların sunum merkezlerinden istem merkezlerine nasıl taşıdığını açıkça göstermektedir.

Ulaştırma Tablosu

Ulaştırma Modellerinin Yapısal Görüntüsü (4)

Sunum Merkezi	İstem Merkezi						Sunum Miktarı a_i
	iM_1	iM_2	---	iM_j	---	iM_n	
SM_1	x_{11}	C_{11}	x_{12}	C_{12}	---	x_{1j}	C_{1j}
							x_{1n}
							C_{1n}
							a_1
SM_2	x_{21}	C_{21}	x_{22}	C_{22}	:	x_{2j}	C_{2j}
							x_{2n}
							C_{2n}
							a_2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
SM_i	x_{i1}	C_{i1}	x_{i2}	C_{i2}	---	x_{ij}	C_{ij}
							x_{in}
							C_{in}
							a_i
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
SM_m	x_{m1}	C_{m1}	x_{m2}	C_{m2}	---	x_{mj}	C_{mj}
							x_{mn}
							C_{mn}
							a_m
İstem Miktarı	b_1	b_2	...	b_j	...	b_m	$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$
	b_j						

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (1)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (1)

- Güven AŞ değişik yerlerdeki **dört fabrikasında** deterjan üretmektedir.
- Satışlarını değişik bölgelerde bulunan **dört ana depo** ile sağlayan işletme yönetiminin temel sorunu deterjanın fabrikalardan satış depolarına ulaşımını sağlarken karşılaştığı yüksek tutarlardaki taşıma giderleridir.
- Malların fabrikalardan satış depolarına gönderilirken katlanılması gereken **birim ulaştırma maliyetleri** **bir sonraki sayfadaki tabloda** verilmiştir.
- Öte yandan **fabrika 1, 2, 3 ve 4**'ün aylık **üretim kapasiteleri** sırasıyla **50, 200, 150** ve **300** ton'dur.
- Depoların **istemeleri depo 1, 2, 3 ve 4** için sırasıyla **150, 75, 175** ve **300** ton olarak belirlenmiştir.

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (2)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (2)

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 3	x_{12} 5	x_{13} 7	x_{14} 10	50
Fabrika 2	x_{21} 6	x_{22} 8	x_{23} 13	x_{24} 5	200
Fabrika 3	x_{31} 4	x_{32} 2	x_{33} 6	x_{34} 7	150
Fabrika 4	x_{41} 12	x_{42} 9	x_{43} 4	x_{44} 10	300
Talep	150	75	175	300	700

Buna göre

- a. Problemin **dengeli** olup olmadığını belirtiniz.
- b. Ulaştırma tablosunu düzenleyiniz.
- c. Problemin **matematiksel modelini** kurunuz.

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (3)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (3)

Buna göre

- a. Problemin **dengeli** olup olmadığını belirtiniz.
 - Problemin dengeli olup olmadığını belirlemek için **tutarlılık** koşulunun sağlanıp sağlanmadığının kontrol edilmesi gereklidir.
 - Bunun için öncelikle fabrikaların **üretim miktarları toplamı** (**toplam sunum**) ile depoların ihtiyaç duydukları **ürün miktarları toplamını** (**toplam istem**) hesaplayalım.
 - **Toplam sunum:** $50 + 200 + 150 + 300 = 700$ ton
 - **Toplam istem:** $150 + 75 + 175 + 300 = 700$ ton
 - İstem-sunum **eşitliğinin sağlanması** problemin dengeli olduğunu göstermektedir.

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (4)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (4)

Buna göre b. Ulaştırma tablosunu düzenleyiniz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 3	x_{12} 5	x_{13} 7	x_{14} 10	50
Fabrika 2	x_{21} 6	x_{22} 8	x_{23} 13	x_{24} 5	200
Fabrika 3	x_{31} 4	x_{32} 2	x_{33} 6	x_{34} 7	150
Fabrika 4	x_{41} 12	x_{42} 9	x_{43} 4	x_{44} 10	300
Talep	150	75	175	300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (5)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (5)

c. Problemin matematiksel modelini kurunuz.

Amaç en küçük toplam ulaştırma maliyetini belirlemek olduğuna göre

x_{11} : Fabrika 1'den depo 1'e taşınan deterjan miktarı

x_{12} : Fabrika 1'den depo 2'ye taşınan deterjan miktarı

...

x_{33} : Fabrika 3'ten depo 3'e taşınan deterjan miktarı

x_{43} : Fabrika 4'ten depo 3'e taşınan deterjan miktarı

x_{44} : Fabrika 4'ten depo 4'e taşınan deterjan miktarı

olarak tanımlandığında modelin amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} Z_{enk} = & 3x_{11} + 5x_{12} + 7x_{13} + 10x_{14} \\ & + 6x_{21} + 8x_{22} + 13x_{23} + 5x_{24} \\ & + 4x_{31} + 2x_{32} + 6x_{33} + 7x_{34} \\ & + 12x_{41} + 9x_{42} + 4x_{43} + 10x_{44} \end{aligned}$$

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (6)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan (6)

c. Problemin matematiksel modelini kurunuz.

Her bir fabrikadan gönderilecek deterjan miktarı o fabrikanın üretim miktarına eşit olacağına göre sunum kısıtları

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 50$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 200$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 150$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 300$$

Diger taraftan her satış deposunun ürün gereksiniminin tam olarak karşılanması istendiğinden istem kısıtlayıcıları

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 150$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 75$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 175$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 300$$

İşaret kısıtlaması: Son olarak negatif taşıma olmayacağına göre

$$x_{ij} \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, 4; \quad j = 1, 2, \dots, 4;$$

Çözüm Yöntemleri

Çözüm Yöntemleri

Tablo oluşturulduktan sonra bir sonraki aşama tabloyu çözüme ulaştırmaktır.

Tabloyu çözüme ulaştırmak için **en düşük maliyetle** hangi **fabrikadan** ne kadarlık bir **malzemenin** hangi **depoya** atanacağının belirlenmesi gereklidir.

Bu atamaları yapmak için **5** tane yöntemden bahsedilebilir.

- **Kuzey Batı** Yöntemi
- **Satır** Yaklaşımı
- **Sütun** Yaklaşımı
- **En Düşük Maliyet** Yaklaşımı
- **VAM** Yöntemi

Kuzeybatı Yöntemi

Kuzeybatı Yöntemi

- Kuzeybatı yöntemi sunum ve talepleri tablonun **sol üst köşesinden (kuzeybatısından)** karşılamaya başlar.
- En soldaki sütunun talebi **aşağıya (güneye)** doğru karşılanır.
- Talebin daha fazla karşılanamadığı satırda **sağ tarafa (doğuya)** doğru devam edilir.
- Sunum ve talep dengesi sağlanana kadar işleme devam edilir.

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Kuzeybatı Yöntemi (1)

Kuzeybatı Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini **kuzeybatı yöntemiyle** çözümüz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 3	x_{12} 5	x_{13} 7	x_{14} 10	50
Fabrika 2	x_{21} 6	x_{22} 8	x_{23} 13	x_{24} 5	200
Fabrika 3	x_{31} 4	x_{32} 2	x_{33} 6	x_{34} 7	150
Fabrika 4	x_{41} 12	x_{42} 9	x_{43} 4	x_{44} 10	300
Talep	150	75	175	300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Kuzeybatı Yöntemi (2)

Kuzeybatı Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	0 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	0 (150)	0 (75)	0 (175)	0 (300)	0 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Kuzeybatı Yöntemi (3)

Kuzeybatı Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	50 (150)	0 (75)	0 (175)	0 (300)	50 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Kuzeybatı Yöntemi (4)

Kuzeybatı Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	100 (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	100 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	150 (150)	0 (75)	0 (175)	0 (300)	150 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Kuzeybatı Yöntemi (5)

Kuzeybatı Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	100 (m=6)	75 (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	175 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	150 (150)	75 (75)	0 (175)	0 (300)	225 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Kuzeybatı Yöntemi (6)

Kuzeybatı Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	100 (m=6)	75 (m=8)	25 (m=13)	— (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	150 (150)	75 (75)	25 (175)	0 (300)	250 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Kuzeybatı Yöntemi (7)

Kuzeybatı Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	100 (m=6)	75 (m=8)	25 (m=13)	— (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	150 (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	150 (150)	75 (75)	175 (175)	0 (300)	400 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Kuzeybatı Yöntemi (8)

Kuzeybatı Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	100 (m=6)	75 (m=8)	25 (m=13)	— (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	150 (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	300 (m=10)	300 (300)
Talep	150 (150)	75 (75)	175 (175)	300 (300)	700 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Kuzeybatı Yöntemi (9)

Kuzeybatı Yöntemi (9)

Çözüm

Dağıtım – Kuzeybatı Köşe (NW) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 5575)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	– (m=5)	– (m=7)	– (m=10)	50
Fabrika 2	100 (m=6)	75 (m=8)	25 (m=13)	– (m=5)	200
Fabrika 3	– (m=4)	– (m=2)	150 (m=6)	– (m=7)	150
Fabrika 4	– (m=12)	– (m=9)	– (m=4)	300 (m=10)	300
Talep	150	75	175	300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Kuzeybatı Yöntemi (10)

Kuzeybatı Yöntemi (10)

Kuzeybatı Yöntemiyle bulunan maliyet

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ &= c_{11}x_{11} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{33}x_{33} + c_{44}x_{44} \\ &= 3 \cdot 50 + 6 \cdot 100 + 8 \cdot 75 + 13 \cdot 25 + 6 \cdot 150 + 10 \cdot 300 \\ &= \mathbf{5575} \end{aligned}$$

Satır Yöntemi

Satır Yöntemi

- Satır yöntemi sunum ve talepleri çözmeye en üst satırdan başlayarak aşağıya doğru satır satır çözümler.
 - Arz ve talep dengesi her bir satırda en düşük maliyete sahip olan hücreyle giderilir.
 - Tek bir hücre bunu sağlamıyorsa bu kez en düşük maliyete sahip bir sonraki hücreye geçilir.
 - Bir satırdaki arz ya da bir sütundaki talep giderilene kadar aynı işleme devam edilir.
 - Denge sağlanınca bir sonraki satıra geçilir.
- Tüm satırlar için Sunum ve talep dengesi sağlanana kadar işleme devam edilir.

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (1)

Satır Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini **Satır yöntemiyle** çözünüz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz				
Fabrika 1	x_{11}	3	x_{12}	5	x_{13}	7	x_{14}	10	50
Fabrika 2	x_{21}	6	x_{22}	8	x_{23}	13	x_{24}	5	200
Fabrika 3	x_{31}	4	x_{32}	2	x_{33}	6	x_{34}	7	150
Fabrika 4	x_{41}	12	x_{42}	9	x_{43}	4	x_{44}	10	300
Talep		150		75		175		300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (2)

Satır Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	0 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	0 (150)	0 (75)	0 (175)	0 (300)	0 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (3)

Satır Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	50 (150)	0 (75)	0 (175)	0 (300)	50 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (4)

Satır Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	50 (150)	0 (75)	0 (175)	200 (300)	250 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (5)

Satır Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	75 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	50 (150)	75 (75)	0 (175)	200 (300)	325 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (6)

Satır Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	125 (150)	75 (75)	0 (175)	200 (300)	400 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (7)

Satır Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)
Talep	125 (150)	75 (75)	175 (175)	200 (300)	575 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (8)

Satır Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	100 (m=10)	275 (300)
Talep	125 (150)	75 (75)	175 (175)	300 (300)	675 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (9)

Satır Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	25 (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	100 (m=10)	300 (300)
Talep	150 (150)	75 (75)	175 (175)	300 (300)	700 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (10)

Satır Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Satır-Min (Row Min) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 3600)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150
Fabrika 4	25 (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	100 (m=10)	300
Talep	150	75	175	300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Satır Yöntemi (11)

Satır Yöntemi (11)

Satır Yöntemiyle bulunan maliyet

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ &= c_{11}x_{11} + c_{31}x_{31} + c_{41}x_{41} + c_{32}x_{32} + c_{43}x_{43} + c_{24}x_{24} + c_{44}x_{44} \\ &= 3 \cdot 50 + 4 \cdot 75 + 12 \cdot 25 + 2 \cdot 75 + 4 \cdot 175 + 5 \cdot 200 + 10 \cdot 100 \\ &= \mathbf{3600} \end{aligned}$$

Sütun Yöntemi

Sütun Yöntemi

- Sütun yöntemi sunum ve talepleri çözmeye en sol sütundan başlayarak sağa doğru sütun sütun çözümler.
 - Arz ve talep dengesi her bir sütunda en düşük maliyete sahip olan hücreyle giderilir.
 - Tek bir hücre bunu sağlamıyorsa bu kez en düşük maliyete sahip bir sonraki hücreye geçilir.
 - Bir satırdaki arz ya da bir sütundaki talep giderilene kadar aynı işleme devam edilir.
 - Denge sağlanınca bir sonraki sütuna geçilir.
- Tüm sütunlar için sunum ve talep dengesi sağlanana kadar işleme devam edilir.

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (1)

Sütun Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini **Sütun yöntemiyle** çözünüz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz				
Fabrika 1	x_{11}	3	x_{12}	5	x_{13}	7	x_{14}	10	50
Fabrika 2	x_{21}	6	x_{22}	8	x_{23}	13	x_{24}	5	200
Fabrika 3	x_{31}	4	x_{32}	2	x_{33}	6	x_{34}	7	150
Fabrika 4	x_{41}	12	x_{42}	9	x_{43}	4	x_{44}	10	300
Talep		150		75		175		300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (2)

Sütun Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	0 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	0 (150)	0 (75)	0 (175)	0 (300)	0 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (3)

Sütun Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	50 (150)	0 (75)	0 (175)	0 (300)	50 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (4)

Sütun Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	100 (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	100 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	150 (150)	0 (75)	0 (175)	0 (300)	150 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (5)

Sütun Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	100 (m=4)	50 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	150 (150)	50 (75)	0 (175)	0 (300)	200 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (6)

Sütun Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	25 (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	25 (200)
Fabrika 3	100 (m=4)	50 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	150 (150)	75 (75)	0 (175)	0 (300)	225 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (7)

Sütun Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	25 (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	25 (200)
Fabrika 3	100 (m=4)	50 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)
Talep	150 (150)	75 (75)	175 (175)	0 (300)	400 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (8)

Sütun Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	25 (m=8)	— (m=13)	175 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	100 (m=4)	50 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)
Talep	150 (150)	75 (75)	175 (175)	175 (300)	575 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (9)

Sütun Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	25 (m=8)	— (m=13)	175 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	100 (m=4)	50 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	125 (m=10)	300 (300)
Talep	150 (150)	75 (75)	175 (175)	300 (300)	700 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (10)

Sütun Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Sütun-Min (Col Min) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 3675)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50
Fabrika 2	— (m=6)	25 (m=8)	— (m=13)	175 (m=5)	200
Fabrika 3	100 (m=4)	50 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	125 (m=10)	300
Talep	150	75	175	300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Sütun Yöntemi (11)

Sütun Yöntemi (11)

Sütun Yöntemiyle bulunan maliyet

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ &= c_{11}x_{11} + c_{31}x_{31} + c_{22}x_{22} + c_{32}x_{32} + c_{43}x_{43} + c_{24}x_{24} + c_{44}x_{44} \\ &= 3 \cdot 50 + 4 \cdot 100 + 8 \cdot 25 + 2 \cdot 50 + 4 \cdot 175 + 5 \cdot 175 + 10 \cdot 125 \\ &= \mathbf{3675} \end{aligned}$$

En Düşük Maliyet Yöntemi

En Düşük Maliyet Yöntemi

- En Düşük Maliyet yöntemi sunum ve talepleri çözmeye satır ve ya sütun gözetmeksizin en düşük maliyete sahip hücreyle başlar.
- Adımlar satır ve sütun yönteminin birleşimi gibidir.
- Tüm satır ve sütunlar için sunum ve talep dengesi sağlanana kadar işleme devam edilir.

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (1)

En Düşük Maliyet Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini **En Düşük Maliyet yöntemiyle** çözünüz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 3	x_{12} 5	x_{13} 7	x_{14} 10	50
Fabrika 2	x_{21} 6	x_{22} 8	x_{23} 13	x_{24} 5	200
Fabrika 3	x_{31} 4	x_{32} 2	x_{33} 6	x_{34} 7	150
Fabrika 4	x_{41} 12	x_{42} 9	x_{43} 4	x_{44} 10	300
Talep	150	75	175	300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (2)

En Düşük Maliyet Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	0 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	0 (150)	0 (75)	0 (175)	0 (300)	0 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (3)

En Düşük Maliyet Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	0 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	75 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	0 (150)	75 (75)	0 (175)	0 (300)	75 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (4)

En Düşük Maliyet Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	— (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	75 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	50 (150)	75 (75)	0 (175)	0 (300)	125 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (5)

En Düşük Maliyet Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)
Talep	125 (150)	75 (75)	0 (175)	0 (300)	200 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (6)

En Düşük Maliyet Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)
Talep	125 (150)	75 (75)	175 (175)	0 (300)	375 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (7)

En Düşük Maliyet Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)
Talep	125 (150)	75 (75)	175 (175)	200 (300)	575 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (8)

En Düşük Maliyet Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	100 (m=10)	275 (300)
Talep	125 (150)	75 (75)	175 (175)	300 (300)	675 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (9)

En Düşük Maliyet Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200 (200)
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)
Fabrika 4	25 (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	100 (m=10)	300 (300)
Talep	150 (150)	75 (75)	175 (175)	300 (300)	700 (700)

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (10)

En Düşük Maliyet Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – En Düşük Maliyet (Least Cost) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 3600)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	200 (m=5)	200
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150
Fabrika 4	25 (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	100 (m=10)	300
Talep	150	75	175	300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: En Düşük Maliyet Yöntemi (11)

En Düşük Maliyet Yöntemi (11)

En Düşük Maliyet Yöntemiyle bulunan maliyet

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ &= c_{11}x_{11} + c_{31}x_{31} + c_{41}x_{41} + c_{32}x_{32} + c_{43}x_{43} + c_{24}x_{24} + c_{44}x_{44} \\ &= 3 \cdot 50 + 4 \cdot 75 + 12 \cdot 25 + 2 \cdot 75 + 4 \cdot 175 + 5 \cdot 200 + 10 \cdot 100 \\ &= \mathbf{3600} \end{aligned}$$

VAM Yöntemi (1)

VAM Yöntemi

- Türkçe'deki adını İngilizce **Vogel's Approximation Method** kelimelerinin ilk harflerinden alan bu yöntem **William R. Vogel** tarafından **1958**'de ileri sürülmüştür.
- Yöntemin en önemli özelliği genellikle en iyi çözüme en yakın hatta **en iyi çözümü başlangıçta** vermesidir.

VAM Yöntemi (2)

VAM Yöntemi

- Yöntem aşağıda açıklanan aşamaların **adım adım izlenmesi** ile uygulanır.
 - 1) Birim ulaştırma maliyetlerinin oluşturduğu matrisin her bir satır ve her bir sütunundaki **en düşük maliyetli iki C_{ij}** maliyet katsayısı saptanır.
 - 2) Birinci adımda belirlenen C_{ij} 'ler arasındaki **farklar** hesaplanır.
- Satır C_{ij} 'leri için hesaplanan fark değerleri tabloya eklenen bir **ek satıra** sütun C_{ij} 'leri için hesaplanan fark değerleri tabloya eklenen bir **ek sütuna** yazılır.
- Bu farklar en düşük maliyetli hücrenin kullanılmaması durumunda **katlanılacak fazla harcamayı** yani bir çeşit **cezayı** ifade ettiklerinden bunlara **birim ceza (penaltı) değerleri** de denir.
- Bu nedenle VAM yöntemi **birim penaltı yöntemi** olarak da bilinir.

VAM Yöntemi (3)

VAM Yöntemi

3) İkinci adımda hesaplanan $(m + n)$ fark değerlerinden en büyük olanı saptanır.

4)

- En büyük değerli farkın ortaya çıktığı satır veya sütunun en düşük maliyetli hücresi belirlenir.
- Bu hücreye satır ve sütun koşullarına uygun olarak en yüksek mikardaki dağıtım yapılır.
- Yapılan bu dağıtım miktarı ilgili satır ve sütun toplamlarından çıkartılır.
- Dağıtım yapılan hücrenin işaret ettiği istem merkezinin istemi tam olarak karşılanmış ya da sunum merkezinin sunumu bütünüyle dağıtılmış ise o sunum merkezi veya istem merkezi (duruma göre her ikisi birden) bir sonraki dağıtım işleminde devre dışı bırakılır.

VAM Yöntemi (4)

VAM Yöntemi

- 5) Dağıtım yapılan satır veya sütunun (veya her ikisinin birden) devre dışı bırakılması ve sunum ile istem merkezlerinin sunum-istem miktarlarının yeniden ayarlanmasıyla **yeni bir tablo** düzenlenir.
 - 6) Düzenlenen bu yeni tabloda satır veya sütun sayısı **bire** ininceye deðin **1-5** nolu işlemler sırasıyla izlenerek yinelenir.
- En büyük fark değerleri birbirine **eşit** olabilir. Bu durumda dağıtım işlemi bunlardan herhangi birinin **rasgele seçilmesiyle** sürdürülebilir. Ancak bu durumda en iyi çözüme ulaşmak için **gerekli işlem sayısı artabilir.**

VAM Yöntemi (5)

VAM Yöntemi

Aşağıdaki kurallara uyulması durumunda en büyük fark değerlerinin birbirine eşit olduğu durumda **gerekisiz işlem yapma tehlikesi** ortadan kalkar.

- En büyük fark **iki ya da daha fazla satırda (ya da sütunda)** ortaya çıkarsa en büyük a_i (ya da b_j) değerli satırdaki (ya da sütundaki) **en düşük maliyetli hücre** seçilir.
- En büyük fark bir satır ve bir sütunda aynı anda ortaya çıkarsa ve
 - Söz konusu **satır ile sütunun kesiştiği** yerdeki hücrenin maliyeti **en düşük** ise dağıtım için bu hücre seçilir.
 - Söz konusu hücreye ilişkin maliyet **en düşük değilse** ilgili satır ya da sütunun **en düşük maliyetli** hücresi seçilir.

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (1)

VAM Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini **VAM yöntemiyle** çözünüz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 3	x_{12} 5	x_{13} 7	x_{14} 10	50
Fabrika 2	x_{21} 6	x_{22} 8	x_{23} 13	x_{24} 5	200
Fabrika 3	x_{31} 4	x_{32} 2	x_{33} 6	x_{34} 7	150
Fabrika 4	x_{41} 12	x_{42} 9	x_{43} 4	x_{44} 10	300
Talep	150	75	175	300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (2)

VAM Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	0 (50)	2
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)	1
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)	2
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	— (m=4)	— (m=10)	0 (300)	5
Talep	0 (150)	0 (75)	0 (175)	0 (300)	0 (700)	
Col Δ	1	3	2	2		

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (3)

VAM Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	0 (50)	2
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)	1
Fabrika 3	— (m=4)	— (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	0 (150)	2
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)	1
Talep	0 (150)	0 (75)	175 (175)	0 (300)	175 (700)	
Col Δ	1	3	—	2		

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (4)

VAM Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	0 (50)	7
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)	1
Fabrika 3	— (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	75 (150)	3
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)	2
Talep	0 (150)	75 (75)	175 (175)	0 (300)	250 (700)	
Col Δ	1	—	—	2		

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (5)

VAM Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)	—
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)	1
Fabrika 3	— (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	75 (150)	3
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)	2
Talep	50 (150)	75 (75)	175 (175)	0 (300)	300 (700)	
Col Δ	2	—	—	2		

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (6)

VAM Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)	—
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	0 (200)	1
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)	—
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)	2
Talep	125 (150)	75 (75)	175 (175)	0 (300)	375 (700)	
Col Δ	6	—	—	5		

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (7)

VAM Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)	—
Fabrika 2	25 (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	— (m=5)	25 (200)	—
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)	—
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)	—
Talep	150 (150)	75 (75)	175 (175)	0 (300)	400 (700)	
Col Δ	—	—	—	5		

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (8)

VAM Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)	—
Fabrika 2	25 (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	175 (m=5)	200 (200)	—
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)	—
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	— (m=10)	175 (300)	—
Talep	150 (150)	75 (75)	175 (175)	175 (300)	575 (700)	
Col Δ	—	—	—	—		

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (9)

VAM Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50 (50)	—
Fabrika 2	25 (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	175 (m=5)	200 (200)	—
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150 (150)	—
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	125 (m=10)	300 (300)	—
Talep	150 (150)	75 (75)	175 (175)	300 (300)	700 (700)	
Col Δ	—	—	—	—		

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 3575)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50
Fabrika 2	25 (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	175 (m=5)	200
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150
Fabrika 4	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	125 (m=10)	300
Talep	150	75	175	300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: VAM Yöntemi (11)

VAM Yöntemi (11)

VAM Yöntemiyle bulunan maliyet

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ &= c_{11}x_{11} + c_{21}x_{21} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{43}x_{43} + c_{24}x_{24} + c_{44}x_{44} \\ &= 3 \cdot 50 + 6 \cdot 25 + 4 \cdot 75 + 2 \cdot 75 + 4 \cdot 175 + 5 \cdot 175 + 10 \cdot 125 \\ &= \mathbf{3575} \end{aligned}$$

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: Yöntemlerin Karşılaştırılması

Karşılaştırma

Yöntemlerin Karşılaştırılması

- Kuzeybatı Yöntemi: 5575
- Satır Yöntemi: 3600
- Sütun Yöntemi: 3675
- En Düşük Maliyet Yöntemi: 3600
- VAM Yöntemi: 3575
- En düşük maliyet VAM Yöntemi’nde elde edilmiştir.

MODI Yöntemi (1)

MODI Yöntemi (1)

- Örnekten görüldüğü gibi farklı yöntemler farklı sonuçlar getirebilmektedir.
- Ancak bu yöntemler her zaman optimum değeri bulmamakta daha çok bir **başlangıç değeri** elde edilmesini sağlamaktadır.
- Elde edilen sonucun **en iyi (optimum)** olup olmadığını belirlemek için ise **MODI Yöntemi** kullanılabilir.
- Modi yönteminde yapılması gereken ilk işlem U_i ve V_j olarak gösterilen dual değişken değerlerinin hesaplanmasıdır.

MODI Yöntemi (2)

MODI Yöntemi (2)

- U_i ve V_j değerlerinin hesaplanmasıında **dolu hücrelerden** yararlanılır.
- $U_i + V_j$ toplamının dolu hücrelerdeki C_{ij} katsayısına **eşit** olması gereklidir.
- U_i ve V_j olarak $(m + n)$ bilinmeyene karşılık $(m + n - 1)$ temel değişken dolayısıyla $(m + n - 1)$ denklem vardır.
- Bilinmeyen sayısı denklem sayılarından bir fazla olduğu için U_i ve ya V_j 'lerden keyfi olarak seçilen bir tanesine rasgele bir değer (**genellikle sıfır**) verip kalanlar hesaplanabilir.
- U_i ve V_j değerlerinin belirlenmesinden sonra **boş hücrelerin gizli maliyetlerinin** hesaplanması gereklidir.

MODI Yöntemi (3)

MODI Yöntemi (3)

- **Gizli maliyetler**

$$d_{ij} = C_{ij} - (U_i + V_j)$$

bağıntısından hesaplanır.

- Gizli Maliyet için **üç olası durum** söz konusudur.
 - $d_{ij} > 0$ ise bu hücrenin doldurulması **toplam maliyeti artıracağından** söz konusu hücrenin **boş bırakılmasına** karar verilir.
 - $d_{ij} < 0$ ise bu hücrenin doldurulması **toplam maliyeti azaltacağından** hali hazırda boş olan hücrenin **doldurulmasına** karar verilir.
 - $d_{ij} = 0$ ise bu hücrenin doldurulmasıyla ulaşılacak toplam maliyet bir önceki toplam maliyete **eşit olacağından alternatif çözümlerden** söz edilir.

MODI Yöntemi (4)

MODI Yöntemi (4)

- Gizli maliyetlerden bir ya da birkaçı negatif değerli ise eldeki çözümün **en iyi olmadığı** kararlaştırılır.
- İlk önce hangi negatif değerli boş hücreye dağıtım yapılması gereğine karar verirken **mutlak değerce en büyük negatif** gizli maliyetin hesaplandığı **boş hücreden** başlamak doğru olur.
- Boş hücre seçiminin tamamlanmasından sonra **boş hücre başlangıç noktası** olmak üzere uygun **dolu hücreler kullanılarak kapalı bir çevrim** oluşturulur ve hücreler arasında mal aktarmaları yapılarak yeni bir taşıma programı belirlenir.
- Aktarmalardan sonra elde edilen yeni çözümün temel olup olmadığını belirlenmesinden sonra U_i ve V_j değerleri yeniden hesaplanır.
- Yukarıdaki işlemler en iyi çözüme ulaşılincaya deðin tekrarlanır.

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: MODI Hesabı (1)

VAM Sonucu

VAM Çözümü

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 3575)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	50 (m=3)	– (m=5)	– (m=7)	– (m=10)	50
Fabrika 2	25 (m=6)	– (m=8)	– (m=13)	175 (m=5)	200
Fabrika 3	75 (m=4)	75 (m=2)	– (m=6)	– (m=7)	150
Fabrika 4	– (m=12)	– (m=9)	175 (m=4)	125 (m=10)	300
Talep	150	75	175	300	700

şeklinde idi.

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: MODI Hesabı (2)

u_i ve v_j hesabı

$m = 4$ satır ve $n = 4$ sütun ve $m + n - 1 = 7$ tane temel değişken olduğundan $u_1 = 0$ rastgele değeri belirlenerek diğer u_i , v_j ve R_{ij} ler hesaplanır.

$$v_1 = c_{11} - u_1 = 3 - 0 = 3$$

$$u_2 = c_{21} - v_1 = 6 - 3 = 3$$

$$v_4 = c_{24} - u_2 = 5 - 3 = 2$$

$$u_3 = c_{31} - v_1 = 4 - 3 = 1$$

$$v_2 = c_{32} - u_3 = 2 - 1 = 1$$

$$u_4 = c_{44} - v_4 = 10 - 2 = 8$$

$$v_3 = c_{43} - u_4 = 4 - 8 = -4$$

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: MODI Hesabı (3)

MODI Tablosu

u_i ve v_j hesabı

	Depo 1 $v_1 = 3$	Depo 2 $v_2 = 1$	Depo 3 $v_3 = -4$	Depo 4 $v_4 = 2$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	50 (m=3)	— (m=5)	— (m=7)	— (m=10)	50
Fabrika 2 $u_2 = 3$	25 (m=6)	— (m=8)	— (m=13)	175 (m=5)	200
Fabrika 3 $u_3 = 1$	75 (m=4)	75 (m=2)	— (m=6)	— (m=7)	150
Fabrika 4 $u_4 = 8$	— (m=12)	— (m=9)	175 (m=4)	125 (m=10)	300
Talep	150	75	175	300	700

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: MODI Hesabı (4)

R_{ij} hesabı

Her bir R_{ij} , $R_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$ formülü ile hesaplanır.

$$R_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 = 3 - 0 - 3 = 0$$

$$R_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 = 5 - 0 - 1 = 4$$

$$R_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 = 7 - 0 - (-4) = 11$$

$$R_{14} = c_{14} - u_1 - v_4 = 10 - 0 - 2 = 8$$

$$R_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 = 6 - 3 - 3 = 0$$

$$R_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 = 8 - 3 - 1 = 4$$

$$R_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 = 13 - 3 - (-4) = 14$$

$$R_{24} = c_{24} - u_2 - v_4 = 5 - 3 - 2 = 0$$

$$R_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 4 - 1 - 3 = 0$$

$$R_{32} = c_{32} - u_3 - v_2 = 2 - 1 - 1 = 0$$

$$R_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 = 6 - 1 - (-4) = 9$$

$$R_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 = 7 - 1 - 2 = 4$$

$$R_{41} = c_{41} - u_4 - v_1 = 12 - 8 - 3 = 1$$

$$R_{42} = c_{42} - u_4 - v_2 = 9 - 8 - 1 = 0$$

$$R_{43} = c_{43} - u_4 - v_3 = 4 - 8 - (-4) = 0$$

$$R_{44} = c_{44} - u_4 - v_4 = 10 - 8 - 2 = 0$$

Örnek 1: Güven AŞ deterjan: MODI Hesabı (5)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Depo 1 $v_1 = 3$	Depo 2 $v_2 = 1$	Depo 3 $v_3 = -4$	Depo 4 $v_4 = 2$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	50 $c=3$ R=-	- $c=5$ R=4	- $c=7$ R=11	- $c=10$ R=8	50
Fabrika 2 $u_2 = 3$	25 $c=6$ R=-	- $c=8$ R=4	- $c=13$ R=14	175 $c=5$ R=-	200
Fabrika 3 $u_3 = 1$	75 $c=4$ R=-	75 $c=2$ R=-	- $c=6$ R=9	- $c=7$ R=4	150
Fabrika 4 $u_4 = 8$	- $c=12$ R=1	- $c=9$ R=0	175 $c=4$ R=-	125 $c=10$ R=-	300
Talep	150	75	175	300	700

Tüm $R_{ij} \geq 0$ olduğundan çözüm optimumdur.

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi (1)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi (1)

- Bulaşık makinesi üreticisi Alet AŞ'nin değişik yerlerde **dört fabrikası** vardır.
- İşletme, satışlarını değişik yerlerdeki **dört deposu** ile yapmaktadır.
- İşletme yönetiminin temel sorunu, makineleri depolara **en küçük maliyetle** taşımaktır.
- Fabrikaların **üretim kapasiteleri**, depoların **istem miktarları** ve **birim** **ulaştırma maliyetleri** aşağıdaki **ulaştırma tablosunda** gösterilmiştir.
- Başlangıç çözümünü ve bu çözüme ilişkin toplam ulaşım maliyetini bulunuz.

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi (2)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi (2)

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1		Depo 2		Depo 3		Depo 4		Arz
Fabrika 1	x_{11}	4	x_{12}	3	x_{13}	4	x_{14}	5	40
Fabrika 2	x_{21}	6	x_{22}	8	x_{23}	5	x_{24}	8	60
Fabrika 3	x_{31}	3	x_{32}	4	x_{33}	5	x_{34}	5	40
Fabrika 4	x_{41}	1	x_{42}	2	x_{43}	3	x_{44}	4	50
Talep		55		25		50		60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi (3)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi (3)

Problemin **dengeli** olup olmadığını belirleyelim.

- Problemin dengeli olup olmadığını belirlemek için **tutarlılık** koşulunun sağlanıp sağlanmadığının kontrol edilmesi gereklidir.
- Bunun için öncelikle fabrikaların **üretim miktarları toplamı** (**toplam sunum**) ile depoların ihtiyaç duydukları **ürün miktarları toplamını** (**toplam istem**) hesaplayalım.
 - **Toplam sunum:** $40 + 60 + 40 + 50 = 190$ ton
 - **Toplam istem:** $55 + 25 + 50 + 60 = 190$ ton
- İstem-sunum eşitliğinin sağlanması problemin dengeli olduğunu göstermektedir.

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi (4)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi (4)

c. Problemin matematiksel modelini kurunuz.

Amaç en küçük toplam ulaştırma maliyetini belirlemek olduğuna göre

x_{11} : Fabrika 1'den depo 1'e taşınan bulaşık makinası adeti

x_{12} : Fabrika 1'den depo 2'ye taşınan bulaşık makinası adeti

...

x_{33} : Fabrika 3'ten depo 3'e taşınan bulaşık makinası adeti

x_{43} : Fabrika 4'ten depo 3'e taşınan bulaşık makinası adeti

x_{44} : Fabrika 4'ten depo 4'e taşınan bulaşık makinası adeti

olarak tanımlandığında modelin amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılır.

$$\begin{aligned}
 Z_{enk} = & 4x_{11} + 3x_{12} + 4x_{13} + 5x_{14} \\
 & + 6x_{21} + 8x_{22} + 5x_{23} + 8x_{24} \\
 & + 3x_{31} + 4x_{32} + 5x_{33} + 5x_{34} \\
 & + 1x_{41} + 2x_{42} + 3x_{43} + 4x_{44}
 \end{aligned}$$

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi (5)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi (5)

Her bir fabrikadan gönderilecek bulaşık makinesi adeti o fabrikanın üretim miktarına eşit olacağına göre **sunum kısıtları**

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 40$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 60$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 40$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 50$$

Düzen taraftan her satış deposunun ürün gereksiniminin tam olarak karşılanması istendiğinden **istem kısıtlayıcıları**

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 55$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 25$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 50$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 60$$

İşaret kısıtlaması: Son olarak negatif taşıma olmayacağına göre

$$x_{ij} \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, 4; \quad j = 1, 2, \dots, 4;$$

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (1)

Kuzeybatı Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini **kuzeybatı yöntemiyle** çözünüz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 4	x_{12} 3	x_{13} 4	x_{14} 5	40
Fabrika 2	x_{21} 6	x_{22} 8	x_{23} 5	x_{24} 8	60
Fabrika 3	x_{31} 3	x_{32} 4	x_{33} 5	x_{34} 5	40
Fabrika 4	x_{41} 1	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (2)

Kuzeybatı Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	0 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	0 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (3)

Kuzeybatı Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	40 (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	40 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	40 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (4)

Kuzeybatı Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	40 (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	15 (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	15 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	55 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	55 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (5)

Kuzeybatı Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	40 (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	15 (m=6)	25 (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	40 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	0 (50)	0 (60)	80 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (6)

Kuzeybatı Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	40 (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	15 (m=6)	25 (m=8)	20 (m=5)	— (m=8)	60 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	20 (50)	0 (60)	100 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (7)

Kuzeybatı Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	40 (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	15 (m=6)	25 (m=8)	20 (m=5)	— (m=8)	60 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	30 (m=5)	— (m=5)	30 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	0 (60)	130 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (8)

Kuzeybatı Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	40 (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	15 (m=6)	25 (m=8)	20 (m=5)	— (m=8)	60 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	30 (m=5)	10 (m=5)	40 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	10 (60)	140 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (9)

Kuzeybatı Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	40 (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	15 (m=6)	25 (m=8)	20 (m=5)	— (m=8)	60 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	30 (m=5)	10 (m=5)	40 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	50 (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	60 (60)	190 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (10)

Kuzeybatı Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Kuzeybatı Köşe (NW) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 950)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	40 (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40
Fabrika 2	15 (m=6)	25 (m=8)	20 (m=5)	— (m=8)	60
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	30 (m=5)	10 (m=5)	40
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	50 (m=4)	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Kuzeybatı Yöntemi (11)

Kuzeybatı Yöntemi (11)

Kuzeybatı Yöntemiyle bulunan maliyet

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \\ &= c_{11}x_{11} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{33}x_{33} + c_{34}x_{34} + c_{44}x_{44} \\ &= 4 \cdot 40 + 6 \cdot 15 + 8 \cdot 25 + 5 \cdot 20 + 5 \cdot 30 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 50 \\ &= \mathbf{950} \end{aligned}$$

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (1)

Satır Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini **Satır yöntemiyle** çözünüz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 4	x_{12} 3	x_{13} 4	x_{14} 5	40
Fabrika 2	x_{21} 6	x_{22} 8	x_{23} 5	x_{24} 8	60
Fabrika 3	x_{31} 3	x_{32} 4	x_{33} 5	x_{34} 5	40
Fabrika 4	x_{41} 1	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (2)

Satır Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	0 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	0 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (3)

Satır Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	25 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	0 (55)	25 (25)	0 (50)	0 (60)	25 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (4)

Satır Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	15 (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	15 (55)	25 (25)	0 (50)	0 (60)	40 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (5)

Satır Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	15 (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	— (m=8)	50 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	15 (55)	25 (25)	50 (50)	0 (60)	90 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (6)

Satır Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	15 (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	10 (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	— (m=8)	60 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	25 (55)	25 (25)	50 (50)	0 (60)	100 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (7)

Satır Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	15 (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	10 (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	— (m=8)	60 (60)
Fabrika 3	30 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	30 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	0 (60)	130 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (8)

Satır Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	15 (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	10 (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	— (m=8)	60 (60)
Fabrika 3	30 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	10 (m=5)	40 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	10 (60)	140 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (9)

Satır Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	15 (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	10 (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	— (m=8)	60 (60)
Fabrika 3	30 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	10 (m=5)	40 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	50 (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	60 (60)	190 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (10)

Satır Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Satır-Min (Row Min) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 785)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	15 (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	40
Fabrika 2	10 (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	— (m=8)	60
Fabrika 3	30 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	10 (m=5)	40
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	50 (m=4)	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Satır Yöntemi (11)

Satır Yöntemi (11)

Satır Yöntemiyle bulunan maliyet

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \\ &= c_{11}x_{11} + c_{21}x_{21} + c_{31}x_{31} + c_{12}x_{12} + c_{23}x_{23} + c_{34}x_{34} + c_{44}x_{44} \\ &= 4 \cdot 15 + 6 \cdot 10 + 3 \cdot 30 + 3 \cdot 25 + 5 \cdot 50 + 5 \cdot 10 + 4 \cdot 50 \\ &= \mathbf{785} \end{aligned}$$

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (1)

Sütun Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini **Sütun yöntemiyle** çözünüz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 4	x_{12} 3	x_{13} 4	x_{14} 5	40
Fabrika 2	x_{21} 6	x_{22} 8	x_{23} 5	x_{24} 8	60
Fabrika 3	x_{31} 3	x_{32} 4	x_{33} 5	x_{34} 5	40
Fabrika 4	x_{41} 1	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (2)

Sütun Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	0 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	0 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (3)

Sütun Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	50 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	50 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (4)

Sütun Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	55 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (5)

Sütun Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	25 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	0 (50)	0 (60)	80 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (6)

Sütun Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	15 (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	15 (50)	0 (60)	95 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (7)

Sütun Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	15 (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	35 (m=5)	— (m=8)	35 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	0 (60)	130 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (8)

Sütun Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	15 (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	35 (m=5)	— (m=8)	35 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	35 (m=5)	40 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	35 (60)	165 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (9)

Sütun Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	15 (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	35 (m=5)	25 (m=8)	60 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	35 (m=5)	40 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	60 (60)	190 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (10)

Sütun Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Sütun-Min (Col Min) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 750)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	15 (m=4)	— (m=5)	40
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	35 (m=5)	25 (m=8)	60
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	35 (m=5)	40
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Sütun Yöntemi (11)

Sütun Yöntemi (11)

Sütun Yöntemiyle bulunan maliyet

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \\ &= c_{31}x_{31} + c_{41}x_{41} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{34}x_{34} \\ &= 3 \cdot 5 + 1 \cdot 50 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 15 + 5 \cdot 35 + 8 \cdot 25 + 5 \cdot 35 \\ &= \mathbf{750} \end{aligned}$$

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (1)

En Düşük Maliyet Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini **En Düşük Maliyet yöntemiyle** çözünüz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 4	x_{12} 3	x_{13} 4	x_{14} 5	40
Fabrika 2	x_{21} 6	x_{22} 8	x_{23} 5	x_{24} 8	60
Fabrika 3	x_{31} 3	x_{32} 4	x_{33} 5	x_{34} 5	40
Fabrika 4	x_{41} 1	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (2)

En Düşük Maliyet Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)
Talep	0 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	0 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (3)

En Düşük Maliyet Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	50 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	50 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (4)

En Düşük Maliyet Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	55 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (5)

En Düşük Maliyet Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	25 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	0 (50)	0 (60)	80 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (6)

En Düşük Maliyet Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	15 (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	15 (50)	0 (60)	95 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (7)

En Düşük Maliyet Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	15 (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	35 (m=5)	— (m=8)	35 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	0 (60)	130 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (8)

En Düşük Maliyet Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	15 (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	35 (m=5)	— (m=8)	35 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	35 (m=5)	40 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	35 (60)	165 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (9)

En Düşük Maliyet Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	15 (m=4)	— (m=5)	40 (40)
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	35 (m=5)	25 (m=8)	60 (60)
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	35 (m=5)	40 (40)
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	60 (60)	190 (190)

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (10)

En Düşük Maliyet Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – En Düşük Maliyet (Least Cost) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 750)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	15 (m=4)	— (m=5)	40
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	35 (m=5)	25 (m=8)	60
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	35 (m=5)	40
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: En Düşük Maliyet Yöntemi (11)

En Düşük Maliyet Yöntemi (11)

En Düşük Maliyet Yöntemiyle bulunan maliyet

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ &= c_{31}x_{31} + c_{41}x_{41} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{23}x_{23} + c_{24}x_{24} + c_{34}x_{34} \\ &= 3 \cdot 5 + 1 \cdot 50 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 15 + 5 \cdot 35 + 8 \cdot 25 + 5 \cdot 35 \\ &= \mathbf{750} \end{aligned}$$

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (1)

VAM Yöntemi (1)

Ulaştırma problemini **VAM yöntemiyle** çözünüz.

Başlangıç Tablosu (Birim Maliyetler)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	x_{11} 4	x_{12} 3	x_{13} 4	x_{14} 5	40
Fabrika 2	x_{21} 6	x_{22} 8	x_{23} 5	x_{24} 8	60
Fabrika 3	x_{31} 3	x_{32} 4	x_{33} 5	x_{34} 5	40
Fabrika 4	x_{41} 1	x_{42} 2	x_{43} 3	x_{44} 4	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (2)

VAM Yöntemi (2)

Öncelikle tabloyu aşağıdaki gibi yeniden yazalım.

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)	1
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)	1
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)	1
Fabrika 4	— (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	0 (50)	1
Talep	0 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	0 (190)	
Col Δ	2	1	1	1		

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (3)

VAM Yöntemi (3)

Adım 1

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)	1
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)	1
Fabrika 3	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	0 (40)	1
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)	—
Talep	50 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	50 (190)	
Col Δ	1	1	1	0		

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (4)

VAM Yöntemi (4)

Adım 2

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)	1
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	— (m=5)	— (m=8)	0 (60)	3
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)	1
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)	—
Talep	55 (55)	0 (25)	0 (50)	0 (60)	55 (190)	
Col Δ	—	1	1	0		

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (5)

VAM Yöntemi (5)

Adım 3

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=4)	— (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	0 (40)	2
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	— (m=8)	50 (60)	0
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)	1
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)	—
Talep	55 (55)	0 (25)	50 (50)	0 (60)	105 (190)	
Col Δ	—	1	—	0		

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (6)

VAM Yöntemi (6)

Adım 4

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	25 (40)	—
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	— (m=8)	50 (60)	—
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)	—
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)	—
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	0 (60)	130 (190)	
Col Δ	—	—	—	0		

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (7)

VAM Yöntemi (7)

Adım 5

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	15 (m=5)	40 (40)	—
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	— (m=8)	50 (60)	—
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	— (m=5)	5 (40)	—
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)	—
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	15 (60)	145 (190)	
Col Δ	—	—	—	3		

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (8)

VAM Yöntemi (8)

Adım 6

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	15 (m=5)	40 (40)	—
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	— (m=8)	50 (60)	—
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	35 (m=5)	40 (40)	—
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)	—
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	50 (60)	180 (190)	
Col Δ	—	—	—	—		

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (9)

VAM Yöntemi (9)

Adım 7

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz	Row Δ
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	15 (m=5)	40 (40)	—
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	10 (m=8)	60 (60)	—
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	35 (m=5)	40 (40)	—
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50 (50)	—
Talep	55 (55)	25 (25)	50 (50)	60 (60)	190 (190)	
Col Δ	—	—	—	—		

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (10)

VAM Yöntemi (10)

Çözüm

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 720)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	— (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	15 (m=5)	40
Fabrika 2	— (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	10 (m=8)	60
Fabrika 3	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	35 (m=5)	40
Fabrika 4	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: VAM Yöntemi (11)

VAM Yöntemi (11)

VAM Yöntemiyle bulunan maliyet

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ &= c_{31}x_{31} + c_{41}x_{41} + c_{12}x_{12} + c_{23}x_{23} + c_{14}x_{14} + c_{24}x_{24} + c_{34}x_{34} \\ &= 3 \cdot 5 + 1 \cdot 50 + 3 \cdot 25 + 5 \cdot 50 + 5 \cdot 15 + 8 \cdot 10 + 5 \cdot 35 \\ &= \mathbf{720} \end{aligned}$$

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: Yöntemlerin Karşılaştırılması

Karşılaştırma

Yöntemlerin Karşılaştırılması

- Kuzeybatı Yöntemi: 950
- Satır Yöntemi: 785
- Sütun Yöntemi: 750
- En Düşük Maliyet Yöntemi: 750
- VAM Yöntemi: 720
- En düşük maliyet VAM Yöntemi’nde elde edilmiştir.

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: MODI Hesabı (1)

VAM Sonucu

VAM Çözümü

Dağıtım – Vogel Yaklaşımı (VAM) (Başlangıç) (Toplam Maliyet = 720)

	Depo 1	Depo 2	Depo 3	Depo 4	Arz
Fabrika 1	– (m=4)	25 (m=3)	– (m=4)	15 (m=5)	40
Fabrika 2	– (m=6)	– (m=8)	50 (m=5)	10 (m=8)	60
Fabrika 3	5 (m=3)	– (m=4)	– (m=5)	35 (m=5)	40
Fabrika 4	50 (m=1)	– (m=2)	– (m=3)	– (m=4)	50
Talep	55	25	50	60	190

şeklinde idi.

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: MODI Hesabı (2)

u_i ve v_j hesabı

$m = 4$ satır ve $n = 4$ sütun ve $m + n - 1 = 7$ tane temel değişken olduğundan $u_1 = 0$ rastgele değeri belirlenerek diğer u_i , v_j ve R_{ij} ler hesaplanır.

$$v_2 = c_{12} - u_1 = 3 - 0 = 3$$

$$v_4 = c_{14} - u_1 = 5 - 0 = 5$$

$$u_2 = c_{24} - v_4 = 8 - 5 = 3$$

$$u_3 = c_{34} - v_4 = 5 - 5 = 0$$

$$v_3 = c_{23} - u_2 = 5 - 3 = 2$$

$$v_1 = c_{31} - u_3 = 3 - 0 = 3$$

$$u_4 = c_{41} - v_1 = 1 - 3 = -2$$

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: MODI Hesabı (3)

MODI Tablosu

u_i ve v_j hesabı

	Depo 1 $v_1 = 3$	Depo 2 $v_2 = 3$	Depo 3 $v_3 = 2$	Depo 4 $v_4 = 5$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	— (m=4)	25 (m=3)	— (m=4)	15 (m=5)	40
Fabrika 2 $u_2 = 3$	— (m=6)	— (m=8)	50 (m=5)	10 (m=8)	60
Fabrika 3 $u_3 = 0$	5 (m=3)	— (m=4)	— (m=5)	35 (m=5)	40
Fabrika 4 $u_4 = -2$	50 (m=1)	— (m=2)	— (m=3)	— (m=4)	50
Talep	55	25	50	60	190

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: MODI Hesabı (4)

R_{ij} hesabı

Her bir R_{ij} , $R_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$ formülü ile hesaplanır.

$$R_{11} = c_{11} - u_1 - v_1 = 4 - 0 - 3 = 1$$

$$R_{12} = c_{12} - u_1 - v_2 = 3 - 0 - 3 = 0$$

$$R_{13} = c_{13} - u_1 - v_3 = 4 - 0 - 2 = 2$$

$$R_{14} = c_{14} - u_1 - v_4 = 5 - 0 - 5 = 0$$

$$R_{21} = c_{21} - u_2 - v_1 = 6 - 3 - 3 = 0$$

$$R_{22} = c_{22} - u_2 - v_2 = 8 - 3 - 3 = 2$$

$$R_{23} = c_{23} - u_2 - v_3 = 5 - 3 - 2 = 0$$

$$R_{24} = c_{24} - u_2 - v_4 = 8 - 3 - 5 = 0$$

$$R_{31} = c_{31} - u_3 - v_1 = 3 - 0 - 3 = 0$$

$$R_{32} = c_{32} - u_3 - v_2 = 4 - 0 - 3 = 1$$

$$R_{33} = c_{33} - u_3 - v_3 = 5 - 0 - 2 = 3$$

$$R_{34} = c_{34} - u_3 - v_4 = 5 - 0 - 5 = 0$$

$$R_{41} = c_{41} - u_4 - v_1 = 1 - (-2) - 3 = 0$$

$$R_{42} = c_{42} - u_4 - v_2 = 2 - (-2) - 3 = 1$$

$$R_{43} = c_{43} - u_4 - v_3 = 3 - (-2) - 2 = 3$$

$$R_{44} = c_{44} - u_4 - v_4 = 4 - (-2) - 5 = 1$$

Örnek 2: Alet AŞ Bulaşık makinesi: MODI Hesabı (5)

R_{ij}

R_{ij} hesabı ve optimum kontrolü

	Depo 1 $v_1 = 3$	Depo 2 $v_2 = 3$	Depo 3 $v_3 = 2$	Depo 4 $v_4 = 5$	Arz
Fabrika 1 $u_1 = 0$	– c=4	25 c=3	– c=4	15 c=5	40
	R=1	R=–	R=2	R=–	
Fabrika 2 $u_2 = 3$	– c=6	– c=8	50 c=5	10 c=8	60
	R=0	R=2	R=–	R=–	
Fabrika 3 $u_3 = 0$	5 c=3	– c=4	– c=5	35 c=5	40
	R=–	R=1	R=3	R=–	
Fabrika 4 $u_4 = -2$	50 c=1	– c=2	– c=3	– c=4	50
	R=–	R=1	R=3	R=1	
Talep	55	25	50	60	190

Tüm $R_{ij} \geq 0$ olduğundan çözüm optimumdur.