

Hafta 01

Doğrusal Programlama ve Yöneylem Araştırması Nedir?

Doç. Dr. Erhan Çene

18/09/2025

Haftalık Ders Planı

Planlanan **taslak** haftalık plan aşağıdaki tabloda verilmiş olup nihai değildir. İhtiyaç halinde değiştirilmesi mümkündür.

Hafta	Tarih	Konu
1	18 Eylül 2025 Perşembe	Yöneylem Araştırması ve Doğrusal Programlamaya Giriş
2	25 Eylül 2025 Perşembe	Doğrusal Programlama: Model Kurma ve Örnekler
3	02 Ekim 2025 Perşembe	Grafikle Çözüm Yöntemi ve Çözüme Uygun Bölge
4	09 Ekim 2025 Perşembe	Simpleks Yönteme Hazırlık: Standart ve Kanonik Formlar
5	16 Ekim 2025 Perşembe	Simpleks Yöntem
6	23 Ekim 2025 Perşembe	Simpleks Yöntem: Büyük M yöntemi
7	30 Ekim 2025 Perşembe	Genel Tekrar ve Soru Çözümü
8	06 Kasım 2025 Perşembe	VİZE
9	13 Kasım 2025 Perşembe	Simpleks Yöntemde Özel Durumlar
10	20 Kasım 2025 Perşembe	Simpleks Yöntem: İki Aşamalı Yöntem
11	27 Kasım 2025 Perşembe	Dualite Kavramı ve Dual Problemin Oluşturulması
12	04 Aralık 2025 Perşembe	Primal-Dual İlişkileri, Dualitenin Ekonomik Yorumu, Dual Simpleks Yöntem
13	11 Aralık 2025 Perşembe	Duyarlılık Analizi
14	18 Aralık 2025 Perşembe	Parametrik Programlama
15	25 Aralık 2025 Perşembe	Soru Çözümü ve Genel Değerlendirme

Kaynak Kitaplar

- Ders notları, sınavlar için yeterlidir.
- TAHA, H. (2017), Yöneylem Araştırması, 6. Basımdan Çeviri, (Çeviren ve Uyarlayanlar: Ş. Alp Baray ve Şakir Esnaf), Literatür Yayınları:43, İstanbul.
- ÖZTÜRK, A. (2014), Yöneylem Araştırması, 15. Baskı, Ekin Yayınevi.
- WINSTON, Wayne L. (2004), Operations Research Applications and Algorithms, Fourth Edition, Thomson Learning, USA
- BRONSON, R. ve NAADIMUTHI, G. (1997), Schaum's Outline of Operations Research, Second Edition, McGraw-Hill.

Karar Verme

Karar Verme

Karar vermenin çok çeşitli tanımları bulunmaktadır.

- “Algılanan ihtiyaçlara özgü **kasıtlı ve düşünceli seçim**” (**Kleindorfer ve diğ., 1993**)
- “Karar Verici’nin mevcut tüm seçenekler arasından **amacına veya amaçlarına en uygun bir veya birkaç seçeneği** seçme sürecine girmesi” (**Evren ve Ülengin, 1992**)
- En genel hali ile karar verme; Karar Verici’nin mevcut seçenekler arasından bir **seçim, sıralama ya da sınıflandırma yapması** ile bir sorunu çözmeye sürecidir.

İyi Bir Karar

İyi Bir Karar

- Karar verme kalitesini ölçecek tek bir ortak ölçü **saptanamamıştır** (Olson ve Courtney, 1992).
- İyi karar verme sanatı **sistemik düşünce** ile oluşur (Hammond ve dig., 1999).
- İyi bir karar;
 - **Mantığa** dayanır.
 - **Tüm mevcut kaynakları** kullanır.
 - **Tüm olası seçenekleri** inceler.
 - **Sayısal** bir yöntem uygular.

Karar Verme Süreci

Karar Verme Süreci 1

- Dar anlamda **karar verme**, çeşitli alternatifler içinde en uygun olanının seçiminin **yapıldığı** bir süreç olarak tanımlanabilir.
- **Karar Verme Süreci**, değişik kaynaklarda farklı aşamalarla sıralanmıştır. Ancak farklı yaklaşımların ortak noktaları dikkate alındığında, söz konusu sürecin aşamalarını aşağıdaki gibi ifade etmek yanlış olmaz.

1. Karar probleminin tanımlanması

- Karar verecek **kişi** veya **kışiler**
- **Amaç**
- **Alternatif eylem biçimleri**
- **Belirsizlik**

Karar Verme Süreci

Karar Verme Süreci 2

2. Karar probleminin modelinin kurulması

Problemin kolayca çözümlenebilmesi için diğer bir deyişle problemi en iyi biçimde temsil edecek ve problemin çözümündeki belirsizlikleri en aza indirecek bir modelin kurulması gereklidir.

Model: Bir sistemin değişen şartlar altındaki davranışlarını incelemek, kontrol etmek ve geleceği hakkında tahminlerde bulunmak amacıyla elemanları arasındaki bağıntıları kelimeler veya matematik terimlerle belirten ifadeler topluluğuna **model** denir.

3. Modelden çözüm elde edilmesi

4. Modelin çözümünün test edilmesi

5. Karar verme ve kararın uygulamaya konulması

İstanbul - Ankara Arası Gezi

Örnek: İstanbul - Ankara Arası Gezi

- Bir iş gezisi nedeniyle **beş** hafta boyunca uçakla **İstanbul (IST) - Ankara (ANK)** arasında gidip geldiğinizi düşünelim.
- Her hafta **pazartesi** günleri, oturmakta olduğunuz İstanbul'dan Ankara'ya gidip **çarşambaları** da geri döndüğünüz bu seyahatleriniz için normal bir gidiş dönüş bilet **400 pb** (para birimi) dir.
- Biletin **hafta sonuna denk gelen tarihleri de kapsaması halinde %20** lik bir indirim yapılmaktadır.
- Ayrıca her iki kentten de alınabilecek **sadece gidiş ve ya dönüş** bilet ise normal gidiş dönüş biletinin **%75** i kadardır.
- Bu durumda söz konusu **beş haftalık periyot** içinde nasıl bir bilet alma politikası izlemeniz gereklidir?

Ne Yapmalı

Bu soruya üç temel bileşene sahip bir karar verme problemi olarak bakabiliriz. Belirlenmesi gereken temel bileşenler şöyle ifade edilebilir.

1. Karar hangi **kısıtlar** altında verilmiştir?

Aynı haftanın **pazartesi** günü Ankara'ya gitmek ve **çarşamba** günü Ankara'dan dönmek.

İstanbul - Ankara Arası Gezi

Örnek: İstanbul - Ankara Arası Gezi

- Bir iş gezisi nedeniyle **beş** hafta boyunca uçakla **İstanbul (IST) - Ankara (ANK)** arasında gidip geldiğinizi düşünelim.
- Her hafta **pazartesi** günleri, oturmakta olduğunuz İstanbul'dan Ankara'ya gidip **çarşambaları** da geri döndüğünüz bu seyahatleriniz için normal bir gidiş dönüş bilet **400 pb** (para birimi) dir.
- Biletin **hafta sonuna denk gelen tarihleri de kapsaması halinde %20** lik bir indirim yapılmaktadır.
- Ayrıca her iki kentten de alınabilecek **sadece gidiş ve ya dönüş** bilet ise normal gidiş dönüş biletinin **%75** i kadardır.
- Bu durumda söz konusu **beş haftalık periyot** içinde nasıl bir bilet alma politikası izlemeniz gereklidir?

Ne Yapmalı

Bu soruya üç temel bileşene sahip bir karar verme problemi olarak bakabiliriz. Belirlenmesi gereken temel bileşenler şöyle ifade edilebilir.

2. Bu kararı değerlendirmede kullanacağımız uygun bir **amaç fonksiyonu** nasıl olmalıdır?

En düşük bilet fiyatını malietetini veren alternatif bulmak.

İstanbul - Ankara Arası Gezi

Örnek: İstanbul - Ankara Arası Gezi

- Bir iş gezisi nedeniyle **beş** hafta boyunca uçakla **İstanbul (IST) - Ankara (ANK)** arasında gidip geldiğinizi düşünelim.
- Her hafta **pazartesi** günleri, oturmakta olduğunuz İstanbul'dan Ankara'ya gidip **çarşambaları** da geri döndüğünüz bu seyahatleriniz için normal bir gidiş dönüş bilet **400 pb** (para birimi) dir.
- Biletin **hafta sonuna denk gelen tarihleri de kapsaması halinde %20** lik bir indirim yapılmaktadır.
- Ayrıca her iki kentten de alınabilecek **sadece gidiş ve ya dönüş** bilet ise normal gidiş dönüş biletinin **%75** i kadardır.
- Bu durumda söz konusu beş haftalık periyot içinde nasıl bir bilet alma politikası izlemeniz gereklidir?

Ne Yapmalı

Bu soruya üç temel bileşene sahip bir karar verme problemi olarak bakabiliriz. Belirlenmesi gereken temel bileşenler şöyle ifade edilebilir.

3. Alternatif kararlar nelerdir?

1. alternatif - Aynı haftanın her pazartesi için gidiş çarşamba dönüş olmak üzere beş tane IST-ANK-IST gidiş dönüş biletini almak

$$\text{Maliyet: } 400 \times 5 = 2000 \text{ pb}$$

İstanbul - Ankara Arası Gezi

Örnek: İstanbul - Ankara Arası Gezi

- Bir iş gezisi nedeniyle **beş** hafta boyunca uçakla **İstanbul (IST) - Ankara (ANK)** arasında gidip geldiğinizi düşünelim.
- Her hafta **pazartesi** günleri, oturmakta olduğunuz İstanbul'dan Ankara'ya gidip **çarşambaları** da geri döndüğünüz bu seyahatleriniz için normal bir gidiş dönüş bilet **400 pb** (para birimi) dir.
- Biletin **hafta sonuna denk gelen tarihleri de kapsaması halinde %20** lik bir indirim yapılmaktadır.
- Ayrıca her iki kentten de alınabilecek **sadece gidiş ve ya dönüş** bilet ise normal gidiş dönüş biletinin **%75** i kadardır.
- Bu durumda söz konusu beş haftalık periyot içinde nasıl bir bilet alma politikası izlemeniz gereklidir?

Ne Yapmalı

Bu soruya üç temel bileşene sahip bir karar verme problemi olarak bakabiliriz. Belirlenmesi gereken temel bileşenler şöyle ifade edilebilir.

- 3. Alternatif kararlar nelerdir?**
- 2. alternatif - İlk pazartesi bir tane IST-ANK, hafta sonlarını da kapsayacak dört tane ANK-IST-ANK, ve son çarşamba da bir tane de ANK-IST biletini almak**

Maliyet:

$$\begin{aligned}
 & 0.75 \times 400 + 4 \times (0.8 \times 400) \\
 & + 0.75 \times 400 = 1880pb
 \end{aligned}$$

İstanbul - Ankara Arası Gezi

Örnek: İstanbul - Ankara Arası Gezi

- Bir iş gezisi nedeniyle **beş** hafta boyunca uçakla **İstanbul (IST) - Ankara (ANK)** arasında gidip geldiğinizi düşünelim.
- Her hafta **pazartesi** günleri, oturmakta olduğunuz İstanbul'dan Ankara'ya gidip **çarşambaları** da geri döndüğünüz bu seyahatleriniz için normal bir gidiş dönüş bilet **400 pb** (para birimi) dir.
- Biletin **hafta sonuna denk gelen tarihleri de kapsaması halinde %20** lik bir indirim yapılmaktadır.
- Ayrıca her iki kentten de alınabilecek **sadece gidiş ve ya dönüş** bilet ise normal gidiş dönüş biletinin **%75** i kadardır.
- Bu durumda söz konusu **beş haftalık periyot** içinde nasıl bir bilet alma politikası izlemeniz gereklidir?

Ne Yapmalı

Bu soruya üç temel bileşene sahip bir karar verme problemi olarak bakabiliriz. Belirlenmesi gereken temel bileşenler şöyle ifade edilebilir.

3. Alternatif kararlar nelerdir?

3. alternatif - Birinci haftanın pazartesini ve sonuncu haftanın Çarşamba'sında kullanılmak üzere hafta sonunu da kapsayan bir tane IST-ANK-IST ve yine hafta sonlarını kapsayan dört tane ANK-IST-ANK bilet almaktır.

$$\text{Maliyet: } 5 \times (0.8 \times 400) = 1600 \text{ pb}$$

İstanbul - Ankara Arası Gezi

Örnek: İstanbul - Ankara Arası Gezi

- Bir iş gezisi nedeniyle **beş** hafta boyunca uçakla **İstanbul (IST) - Ankara (ANK)** arasında gidip geldiğinizi düşünelim.
- Her hafta **pazartesi** günleri, oturmakta olduğunuz İstanbul'dan Ankara'ya gidip **çarşambaları** da geri döndüğünüz bu seyahatleriniz için normal bir gidiş dönüş bilet **400 pb** (para birimi) dir.
- Biletin **hafta sonuna denk gelen tarihleri de kapsaması halinde %20** lik bir indirim yapılmaktadır.
- Ayrıca her iki kentten de alınabilecek **sadece gidiş ve ya dönüş** bilet ise normal gidiş dönüş biletinin **%75** i kadardır.
- Bu durumda söz konusu **beş haftalık periyot** içinde nasıl bir bilet alma politikası izlemeniz gereklidir?

Ne Yapmalı

Bu soruya üç temel bileşene sahip bir karar verme problemi olarak bakabiliriz. Belirlenmesi gereken temel bileşenler şöyle ifade edilebilir.

En uygun alternatif 3 numaralı alternatiftir.

Yöneylem Probleminin Bileşenleri

Yöneylem Probleminin Bileşenleri

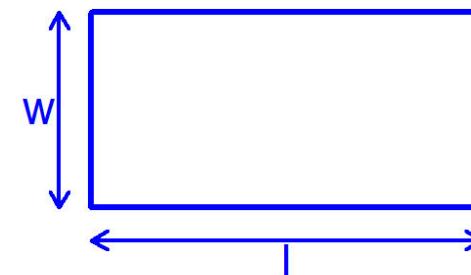
- Bir yöneylem araştırması modeli, **kısıtlar**, **amaç** ve **alternatif** lerden oluşur.
- Genelde karar problemlerinin alternatifleri, bilinmeyen değişkenler olarak karşımıza çıkar.
- Bu değişkenler daha sonra kısıtları ve amaç kriterini oluşturmak üzere uygun matematik fonksiyonlarda kullanılır.
- Nihai sonuç, değişkenler, kısıtlar ve amaç fonksiyonundan oluşan bir **matematiksel model** dir.
- Modelin çözülmesiyle, **hem tüm kısıtları sağlayan, hem de amaç fonksiyonunu optimum kılan (maksimum ya da minimum kılan)** karar değişkenlerinin değerleri elde edilmiş olur.
- Sonuç çözüm **optimum uygun çözüm** adını alır.

Tel Parçası - Dikdörtgen

Örnek: Tel Parçası (1)

- Elimizde L cm uzunlığında bir tel parçası olduğunu varsayalım ve **bu tel parçasıyla çevreleyebileceğimiz en büyük alana sahip dikdörtgenin uzunluk ve genişliğinin ne olacağını bulmak isteyelim.**
- Problemin değişkenleri, dikdörtgenin uzun kenarı olan l uzunluğu ve kısa kenarı olan w uzunluğudur.
- Dolayısıyla dikdörtgenin alanı $A = l \cdot w \text{ cm}^2$ ve dikdörtgenin çevresi $L = 2(l + w) \text{ cm}$ dir.

Dikdörtgen



Değişken, Amaç ve kısıtlar

- Değişkenler l ve w
- Amaç fonksiyonu **Maks. $A = l \cdot w$**
- Kısıt ise $l + w = \frac{L}{2}$ şeklinde olur.

Tel Parçası - Dikdörtgen

Örnek: Tel Parçası (2)

- Elimizde L cm uzunlığında bir tel parçası olduğunu varsayalım ve **bu tel parçasıyla çevreleyebileceğimiz en büyük alana sahip dikdörtgenin uzunluk ve genişliğinin ne olacağını bulmak isteyelim.**
- Problemin değişkenleri, dikdörtgenin uzun kenarı olan l uzunluğu ve kısa kenarı olan w uzunluğudur.
- Dolayısıyla dikdörtgenin alanı $A = l \cdot w \text{ cm}^2$ ve dikdörtgenin çevresi $L = 2(l + w) \text{ cm}$ dir.

Çözüm

- Bu modeli $l + w = \frac{L}{2}$ kısıtını amaç fonksiyonunda kullanarak çözebiliriz.
 $l = \frac{L}{2} - w$ yu yerine koysak,

$$A = \left(\frac{L}{2} - w \right) w = \frac{Lw}{2} - w^2$$

elde edilir.

- A alanının maksimum olduğu yer, A nin eğiminin w ya göre 0 olduğu noktadır. Yani

$$\frac{dA}{dw} = \frac{L}{2} - 2w = 0$$

olmalıdır.

Tel Parçası - Dikdörtgen

Örnek: Tel Parçası (3)

- Elimizde L cm uzunluğunda bir tel parçası olduğunu varsayalım ve **bu tel parçasıyla çevreleyebileceğimiz en büyük alana sahip dikdörtgenin uzunluk ve genişliğinin ne olacağını bulmak isteyelim.**
- Problemin değişkenleri, dikdörtgenin uzun kenarı olan l uzunluğu ve kısa kenarı olan w uzunluğudur.
- Dolayısıyla dikdörtgenin alanı $A = l \cdot w \text{ cm}^2$ ve dikdörtgenin çevresi $L = 2(l + w) \text{ cm}$ dir.

Çözüm

- Bu denklemin çözümü $w = \frac{L}{4}$ olacağından bu nokta maksimumu göstermektedir.
- Kısıt denkleminde w yerine $\frac{L}{4}$ yazıldığında $l = \frac{L}{4}$ bulunur.
- Dolayısıyla en uygun çözüm **karedir**.

Yöneylem Araştırması Teknikleri

Yöneylem Araştırması Teknikleri 1

- Yöneylem Araştırması'ndaki matematiksel modellerde karar değişkenleri **tamsayılı** ya da **sürekli** olabilir. Buna karşılık amaç ve kısıt fonksiyonları **doğrusal (linear)** olabilir ya da **olmayabilir (nonlinear)**.
- Optimizasyon problemleri bu tür modeller sayesinde ortaya çıkmakta ve değişik çözüm yöntemlerinin gelişmesine kaynak oluşturmaktadır.
- Bunların içerisinde en belirgin ve başarıyla kullanılanı **doğrusal programlamadır**.
- Doğrusal programlamada **tüm amaç ve kısıt fonksiyonları doğrusal**, **tüm değişkenler sürekli**dir.

Yöneylem Araştırması Teknikleri

Yöneylem Araştırması Teknikleri 2

- Başka tip modellerin çözümü için geliştirilmiş diğer matematiksel teknikler içinde
 - Dinamik programlama
 - Tamsayılı programlama
 - Doğrusal olmayan (nonlinear) programlama
 - Hedef programlama ve
 - Şebeke programlama
- sayılabilir.

Yöneylem Araştırması Teknikleri

Yöneylem Araştırması Teknikleri 3

- Hemen hemen tüm yöneylem araştırması teknikleri, yapısında **yineleme (tekrarlama)** bulunan **hesaplama algoritmalarıyla** sonuçlandırılır.
- Bu problemin yinelemelerle (iterasyon) çözülmekte olduğunu ve her yeni yineleme sonunda çözümün **optimuma daha yakın** hale getirildiğini ifade etmektedir.
- Bu iterasyonlar günümüzde daha çok **bilgisayar desteğiyle** yapılmaktadır.
- Bazı matematiksel modeller ise, bilinen herhangi bir optimizasyon algoritmasıyla çözülemeyecek kadar karmaşık yapıda olabilir. Böyle durumlarda optimum çözümü aramak yerine, **sezgisel yöntemler** kullanarak sadece iyi bir çözüm arama yoluna gidilir.
- Sezgisel algoritmalar, genellikle optimumu tam bulan algoritmala göre **daha hızlı çalışma avantajına** sahiptir.

Simülasyonla Modelleme

Simülasyonla Modelleme (1)

- Matematiksel gösterimin katılığı, çoğu kez karar problemlerini yeterince tanımlamayı olanaksız hale getirmektedir.
- Bunun tersine, bir model uygun formüle edilse bile çok karmaşık çözüm algoritmalarıyla uğraşmak zorunda kalınabilir.
- Böyle karmaşık sistemlerin modellemesinde kullanılabilecek uygun yaklaşımlardan biri de **simülasyondur**.
- Simülasyonda matematiksel modellemeden farklı olarak, girdi ile çıktı arasındaki ilişkilerin açıklıkla ifade edilmesine gereksinim duyulmamaktadır.

Simülasyonla Modelleme

Simülasyonla Modelleme (2)

- Onun yerine simülasyon, gerçek sistemi **küçük birimler halinde inceler** ve bu birimleri birlikte hareket ettirecek **mantıksal ilişkileri** kullanarak sistemin mevcut davranışını **taklit eder**.
- Girdilerle işleme başlanarak çıktılar realize oluncaya kadar bu birimler arasındaki simülasyon hesaplarına devam edilir.
- Simülasyon sistemleri basit olsa da çok yüklü bilgisayar hesabı gerektirir.
- Simülasyon modelleri aynı sistemin matematiksel modellerine göre çok daha esnektir. Bunun sebebi simülasyon sisteme **basit düzeyden** bakarken, matematiksel model **global** düzeyden bakar.
- Simülasyon esnek olsa da, **zaman** ve **kaynak** açısından maliyetlidir.

Model Kurmada Yöntem

Model Kurmada Yöntem

- Yöneylem araştırmaları uygulamalarındaki temel aşamalar şöyle ifade edilebilir.
- 1) Problemin tanımlanması.
 - 2) Modelin kurulması.
 - 3) Modelin çözülmesi.
 - 4) Modelin geçerliliğinin onaylanması.
 - 5) Çözümün uygulanması.

Problemin tanımlanması

Problemin tanımlanması

- Problemin tanımlanması aşaması ele alınan problemin incelenip izlenerek tanımlanmasını kapsar.
- İnceleme ve araştırma aşamalarının sonucunda karar problemlerinin üç temel elemanın neler olduğu ortaya çıkar.
- Bunlar
 1. Karar alternatiflerinin tanımlanması (alternatif kararların neler olduğu)
 2. Çalışmanın amacının ne olduğu
 3. Modelin kuruluş sisteminin çalışması esnasındaki sınırlırmaların belirlenmesidir.

Model Kurma

Model Kurma

- Model **kurma** aşamasında problem, matematiksel ilişkiler halinde ifade edilir. Başka bir deyişle problem matematik diline tercüme edilir.
- Model **doğrusal programlama** gibi standart bir matematik model halinde ifade edilebiliyorsa, mevcut algoritmalar yardımıyla çözüme ulaşılır.
- Model analitik bir çözüme ulaşmak için çok karmaşık matematiksel ilişkiler içeriyorsa, bu durumda ya **sezgisel yöntemlerle** ya da **simülasyonla** optimum sonuca ulaşılmasına çalışılacaktır.
- Matematiksel modellerin, sezgisel yöntemlerin ve simülasyonun **bir arada kullanıldığı** yöntemler de mevcuttur.

Modelin Çözümü

Modelin Çözümü

- Modelin çözümü bu beş adım arasında en basiti olarak görülür. Çünkü bu aşamada çok iyi bilinen optimizasyon algoritmaları kullanılmaktadır.
- Modelin çözülmesi aşamasının önemli bir yanı da **duyarlılık analizini** de içermesidir.
- Duyarlılık analizi model parametrelerinin **tam olarak tahmin edilemediği durumlarda** bazı parametrelerin değişmesi halinde modelin **ne zaman optimum çözümden uzaklaşacağı** hakkında bilgi verir.
- Başlangıçta model parametrelerinin tahminlerine göre oluşan optimum çözümün **zaman geçikçe nasıl davranışlığını incelenmesi** duyarlılık analizinin konusudur.

Modelin Geçerliliği

Modelin Geçerliliği

- Modelin geçerliliği aşamasında, geliştirilmiş olan modelle sistemin çalışması karşılaştırılır ve modelin beklenen davranışları sergileyip sergilemeyeceği incelenir.
- Biçimsel olarak düşünüldüğünde modelin geçerliliğini anlamak üzere ilk akla gelen davranış, sistemin geçmişteki çıktıları ile modelin çıktılarını karşılaştırarak kontrol etmektir.
- Eğer model, geçmişteki benzer girdiler ile benzer performans üretiyorsa sonuç geçerlidir.
- Ancak sistem ilk kez kuruluyorsa, performansın test edileceği bir geçmiş veri bulunamayacağından bu kez simülasyona başvurulur.

Modelin Uygulanması

Modelin Uygulanması

- Tutarlılığı kanıtlanmış bir modelin çözümünün **uygulanması**, önerilen sistemi uygulayacak olan kişilere anlaşılır bir biçimde verilecek çalışma talimatlarında yer alan model sonuçlarının aktarılmasını içerir.