Hafta 04

Simpleks Yönteme Hazırlık: Standart ve Kanonik Formlar

Doç. Dr. Erhan Çene

09/10/2025

İSTANBUL TİCARET ÜNİVERSİTESİ

Doğrusal Programlama: Simpleks Çözüm Yöntemi (1)

Simpleks Çözüm Yöntemi (1)

- Doğrusal programlama problemlerini çözmede yaygınca kullanılan simpleks yöntem ilk kez 1947 yılında G.B. Dantzig tarafından kullanılmıştır.
- Daha sonra Charnes, Cooper vd. ekonomik ve endüstriyel analizler için uygulamalı öncü çalışmalar yapmışlardır.
- Grafik yöntem en fazla üç değişkenli problemlerin çözümünde elverişlidir.
- Gerçek hayat problemlerinde ise değişken sayısı çok daha fazla olacağından, değişken sayısı sınırı olmayan simpleks yöntem tercih edilir.

Doğrusal Programlama: Simpleks Çözüm Yöntemi (2)

Simpleks Çözüm Yöntemi (2)

- Simpleks yöntem tekrarlama (iterasyon) işlemine dayanır.
- Yöntemde önce başlangıç şimpleks tablosu düzenlenir.
- Ardından tekrarlayıcı işlemler ile belirli bir hesap yöntemi yardımıyla optimal çözüme ulaşıncaya kadar adım adım işlemler sürdürülür.
- Bu yöntem hem küçük boyutlu problemlere hem de bilgisayar yardımıyla büyük boyutlu doğrusal programlama problemlerine uygulanabilir.

Standart ve Kanonik Formlar

Standart ve Kanonik Fromlar

- Doğrusal programlama problemleri farklı şekillerde formülize edilebilir. Bu kısımda bu şekillerden iki tanesi olan standart ve kanonik fomlar ile ilgileneceğiz.
- İkilik (Dual) kuramda kanonik form daha kullanışlı olurken, simpleks yöntemde ise standart form daha kullanışlı olmaktadır.
- Şimdi sırasıyla bu iki formu tanımlayalım.

Standart Form

Standart Form

Amaç fonksiyonu ve karar değişkenleri:

$$Z_{enk/enb} = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

Kısıtlayıcı fonksiyonlar ve parametreler:

$$\begin{array}{ccccccc}
a_{11}x_1 + & a_{12}x_2 + & \cdots + & a_{1n}x_n & = & b_1, \\
a_{21}x_1 + & a_{22}x_2 + & \cdots + & a_{2n}x_n & = & b_2, \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\
a_{m1}x_1 + & a_{m2}x_2 + & \cdots + & a_{mn}x_n & = & b_m.
\end{array}$$

İşaret kısıtlaması:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$$

olarak formüle edilen doğrusal programlama modeli aşağıdaki özelliklere sahipse, standart biçimde olduğu söylenir.

Standart Formun Özellikleri

Standart Formun Özellikleri

1. Tüm karar değişkenleri negatif değildir.

2. Amaç fonksiyonu en büyükleme veya en küçükleme tipindedir.

3. Tüm kısıtlayıcı fonksiyonlar (negatif olmama koşulu dışında) $=$ işaretlidir.

4. Kısıtlayıcı fonksiyonların sağ taraf sabitleri negatif değildir.

Kanonik Form

Kanonik Form

Amaç fonksiyonu ve karar değişkenleri:

$$Z_{enb} = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

Kısıtlayıcı fonksiyonlar ve parametreler:

$$\begin{array}{ccccccccc}
a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & \leq & b_1, \\
a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & \leq & b_2, \\
\vdots & & \vdots & & \ddots & & \vdots & & \vdots \\
a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & \leq & b_m.
\end{array}$$

İşaret kısıtlaması:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$$

olarak formüle edilen doğrusal programlama modeli aşağıdaki özelliklere sahipse, kanonik biçimde olduğu söylenir.

Kanonik Formun Özellikleri

Kanonik Formun Özellikleri

1. Tüm karar değişkenleri negatif değildir.

2. Amaç fonksiyonu en büyükleme tipindedir.

3. Tüm kısıtlayıcı fonksiyonlar (negatif olmama koşulu dışında) $\leq$ işaretlidir.

Dönüşümler

Dönüşümler

- Herhangi bir doğrusal programlama problemi standart ve ya kanonik şekilde yazılabilir.
- Bunun için aşağıda bahsedilen çeşitli dönüşümlerden faydalanılır.

1) Optimizasyonun anlamını değiştirme.

2) Eşitsizliğin yönünü değiştirme.

3) Eşitsizliği eşitlik haline getirme.

4) Eşitliği eşitsizliğe dönüştürme.

5) Sınırlandırılmayan Değişkenler.

6) Mutlak değerli kısıtların eşitsizlik biçiminde yazılması.

1) Optimizasyonun Anlamını Değiştirme

Optimizasyonun Anlamını Değiştirme

- Herhangi bir maksimizasyon problemi minimizasyon problemi olarak ve ya bunun karşıtı olarak herhangi bir minimizasyon problemi maksimizasyon problemi olarak yazılabilir.
- Bu işlem amaç fonksiyonundaki her katsayının işareti değiştirilerek sağlanır.
- Örneğin

$$Z_{enb} = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

en büyükleme olarak verilen amaç fonksiyonu, her katsayı -1 ile çarpılarak

$$Z_{enk} = -c_1x_1 - c_2x_2 + \cdots - c_nx_n$$

en küçükleme amacına sahip bir probleme dönüştürülebilir.

- Her iki amaç fonksiyonu için de karar değişkenlerin optimal değerleri aynı olacaktır.

2) Eşitsizliğin yönünü değiştirme

Eşitsizliğin yönünü değiştirme

- Herhangi bir $\leq$ yönündeki eşitsizlik $\geq$ yönüne ve ya bunun karşıtı olarak $\geq$ yönündeki eşitsizlik $\leq$ yönüne değiştirilebilir.
- Bu işlem, eşitsizliğin her iki yanı -1 ile çarpılarak ve eşitsizliğin yönü değiştirilerek yapılır.
- Örneğin

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \leq b$$

şeklinde verilen bir kısıt yerine,

$$-a_1x_1 - a_2x_2 - \cdots - a_nx_n \geq -b$$

kısıtı yazılabilir.

3) Eşitsizliği eşitlik haline getirme (1)

Eşitsizliği eşitlik haline getirme (≤)

- Kısıtlarda eşitsizlikler hem $\leq$ hem de $\geq$ şeklinde olabilir.
  - Eğer eşitsizlik $\leq$ şeklindeyse, eşitsizliğin sol tarafına negatif olmayan bir (s) sayısı eklenerek eşitlik haline getirilir. İşte bu s sayısına aylak değişken denir.
  - Aylak değişken $s \geq 0$ dır ve eşitsizliğin sağ tarafı ile sol tarafı arasındaki farkı ifade eder.
  - Aylak değişken kullanılmayan ve boşa harcanan ya da yitirilen kaynakları gösterir.
  - Örneğin,

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \leq b$$

eşitsizliği $s \geq 0$ olmak üzere

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n + s = b$$

şeklinde yazılabilir.

3) Eşitsizliği eşitlik haline getirme (2)

Eşitsizliği eşitlik haline getirme (≥)

- Kısıtlarda eşitsizlikler hem $\leq$ hem de $\geq$ şeklinde olabilir.
  - Eğer eşitsizlik $\geq$ şeklindeyse, eşitsizliğin sol tarafına negatif olmayan bir (v) sayısı çıkartılarak eşitlik haline getirilir. İşte bu v sayısına artık değişken denir.
  - Artık değişken $v \geq 0$ dır ve eşitsizliğin sol tarafı ile sağ tarafı arasındaki farkı ifade eder.
  - Artık değişken genellikle fazla kaynak ve ya kapasiteyi gösterir.
  - Örneğin,

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \geq b$$

eşitsizliği $v \geq 0$ olmak üzere

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n - v = b$$

şeklinde yazılabilir.

4) Eşitliği eşitsizliğe dönüştürme

Eşitliği eşitsizliğe dönüştürme

- Eşitlik biçimindeki bir kısıtlayıcı fonksiyon biri $\leq$ biri de $\geq$ kısıtlı iki eşitsizlikle açıklanabilir.
- Örneğin,

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n = b$$

eşitliği

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \leq b$$

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \geq b$$

Burada (2) numaralı maddede öğrendiğimiz eşitsizliğin yönünü değiştirmeyi ikinci eşitsizlikte kullanırsak eşitsizlikler

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \leq b$$

$$-a_1x_1 - a_2x_2 - \cdots - a_nx_n \leq -b$$

şeklinde de yazılabilir.

5) Sınırlandırılmayan değişkenler

Sınırlandırılmayan değişkenler

- Şu ana kadar tüm değişkenlerin sadece sıfır ve ya pozitif olduğunu varsaydık $(x_1, x_2, \ldots x_n \geq 0)$. Pratikte ise bu durum her zaman böyle değildir.
- Değişkenlerin değerleriyle ilgili herhangi bir kısıt bulunmayabilir. Bu tür değişkenler sınırlandırılmayan değişkenler olarak adlandırılır.
- Sınırlandırılmayan değişken negatif olmayan iki değişken arasındaki fark olarak açıklanabilir.
- Örneğin, eğer bir x değişkeni sınırlandırılmayan bir değişken ise x yerine $x^+ \geq 0$ ve $x^- \geq 0$ olmak üzere $x^+ - x^-$ ifadesi yazılabilir.
- Optimal çözümlerde x^+ ve x^- nin en çok biri pozitif olacaktır.
- Sınırlandırılmayan işaretteki değişken istediği değeri alabilir.

6) Mutlak değerli kısıtlayıcı fonksiyonların eşitsizlik biçiminde yazılması (1)

Mutlak değerli kısıtlayıcı fonksiyonlar

- Çok sık olmasa da mutlak değer içeren kısıtlayıcı fonksiyonlara rastlanabilir.
- Hangi yöntem uygulanırsa uygulansın bu tür kısıtlayıcılarla çözüme ulaşılamaz. Bu yüzden mutlak değerden kurtulmak gerekir.
- Eğer verilen kısıt

$$|a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n| \leq b$$

ise bu eşitsizlik

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \leq b$$

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \geq -b$$

şeklinde yazılabilir. Yine ikinci eşitsizlikte dönüştürme kullanılırsa eşitsizlik çifti

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \leq b$$

$$-a_1x_1 - a_2x_2 + \cdots - a_nx_n \leq b$$

şeklinde de ifade edilebilir.

6) Mutlak değerli kısıtlayıcı fonksiyonların eşitsizlik biçiminde yazılması (2)

Mutlak değerli kısıtlayıcı fonksiyonlar

- Çok sık olmasa da mutlak değer içeren kısıtlayıcı fonksiyonlara rastlanabilir.
- Hangi yöntem uygulanırsa uygulansın bu tür kısıtlayıcılarla çözüme ulaşılamaz. Bu yüzden mutlak değerden kurtulmak gerekir.
- Eğer verilen kısıt

$$|a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n| \geq b$$

ise bu eşitsizlik

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \leq -b$$

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \geq b$$

şeklinde yazılabilir. Yine ikinci eşitsizlikte dönüştürme kullanılırsa eşitsizlik çifti

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_nx_n \leq -b$$

$$-a_1x_1 - a_2x_2 + \cdots - a_nx_n \leq -b$$

şeklinde de ifade edilebilir.

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form (1)

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form

$$Z_{enk} = -6x_1 + 7x_2 + 7x_3 - x_4$$

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 4x_3 \quad &\geq 30, \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 &\leq 60, \\ 6x_1 + x_3 + x_4 &= 15, \\ |3x_1 + 4x_2| &\leq 80, \end{aligned}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_4 \geq 0, x_3 \quad sınırlandırılmamış$$

şeklinde verilmiş olan doğrusal programlama problemini

a) Standart biçimde

b) Kanonik biçimde

yazınız.

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form (2)

Standart Form (1)

- Genel kural olarak, standart formda tüm kısıtlar eşitlik haline getirilmelidir.
- Değişkenlerin işaret kısıtlaması ise ≥ 0 olacak hale getirilmelidir.
- $\leq$ kısıtları için aylak değişken eklenmeli $\geq$ kısıtları için artık değişken çıkarılmalıdır.
- İşaret sınırı olmayan x_3 değişkeni yerine $(x_3^+ - x_3^-)$ yazılmalıdır.
- Kısıtların sağ tarafındaki sabitler negatif olmamalıdır.

Amaç fonksiyonu standart formda minimum ya da maksimum problemi olabileceği için ilk aşamada değişiklik yapmaya gerek yoktur.

$$Z_{enk} = -6x_1 + 7x_2 + 7x_3 - x_4$$

Kısıtlar için ise

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - 4x_3 &\geq 30 \Rightarrow x_1 + 2x_2 - 4x_3 - v_1 = 30 \\
2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 &\leq 60 \Rightarrow 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 + s_1 = 60 \\
6x_1 + x_3 + x_4 &= 15 \Rightarrow 6x_1 + x_3 + x_4 = 15 \\
|3x_1 + 4x_2| &\leq 80 \Rightarrow 3x_1 + 4x_2 \leq 80 \\
&\Rightarrow 3x_1 + 4x_2 \geq -80
\end{aligned}$$

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form (3)

Standart Form (2)

$$Z_{enk} = -6x_1 + 7x_2 + 7x_3 - x_4$$

- Son eşitsizliğin sağ tarafı ≤ 0 olduğundan, eşitsizlik $-$ ile çarpılarak negatiflik giderilir. Bu sırada eşitsizliğin işaret yönü de değişecektir.

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - 4x_3 &\geq 30 \Rightarrow x_1 + 2x_2 - 4x_3 - v_1 = 30 \\
2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 &\leq 60 \Rightarrow 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 + s_1 = 60 \\
6x_1 + x_3 + x_4 &= 15 \Rightarrow 6x_1 + x_3 + x_4 = 15 \\
|3x_1 + 4x_2| &\leq 80 \Rightarrow 3x_1 + 4x_2 \leq 80 \\
&\Rightarrow -3x_1 - 4x_2 \leq 80
\end{aligned}$$

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form (4)

Standart Form (3)

$$Z_{enk} = -6x_1 + 7x_2 + 7x_3 - x_4$$

- Son iki eşitsizliğe aylak değişkenler eklenirse

$$\begin{array}{lcl}
x_1 + 2x_2 - 4x_3 \geq 30 & \Rightarrow & x_1 + 2x_2 - 4x_3 - v_1 = 30 \\
2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 \leq 60 & \Rightarrow & 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 + s_1 = 60 \\
6x_1 + x_3 + x_4 = 15 & \Rightarrow & 6x_1 + x_3 + x_4 = 15 \\
|3x_1 + 4x_2| \leq 80 & \Rightarrow & 3x_1 + 4x_2 + s_2 = 80 \\
 & \Rightarrow & -3x_1 - 4x_2 + s_3 = 80
\end{array}$$

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form (5)

Standart Form (4)

- Amaç fonksiyon ve kısıtlarda x_3 yerine $(x_3^+ - x_3^-)$ yazılırsa

$$Z_{enk} = -6x_1 + 7x_2 + 7(x_3^+ - x_3^-) - x_4$$

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - 4x_3 - v_1 &= 30 \Rightarrow \\
x_1 + 2x_2 - 4(x_3^+ - x_3^-) - v_1 &= 30 \\
2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 + s_1 &= 60 \Rightarrow \\
2x_1 + 9x_2 + 6(x_3^+ - x_3^-) + x_4 + s_1 &= 60 \\
6x_1 + x_3 + x_4 &= 15 \Rightarrow \\
6x_1 + (x_3^+ - x_3^-) + x_4 &= 15 \\
3x_1 + 4x_2 + s_2 &= 80 \Rightarrow \\
3x_1 + 4x_2 + s_2 &= 80 \\
-3x_1 - 4x_2 + s_3 &= 80 \Rightarrow \\
-3x_1 - 4x_2 + s_3 &= 80
\end{aligned}$$

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form (6)

Standart Form (5)

- Negatif olmama kısıtları da eklenerek standart formun son haline ulaşılır.

$$Z_{enk} = -6x_1 + 7x_2 + 7(x_3^+ - x_3^-) - x_4$$

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - 4(x_3^+ - x_3^-) \quad - v_1 \quad &= 30 \\
2x_1 + 9x_2 + 6(x_3^+ - x_3^-) + x_4 \quad + s_1 \quad &= 60 \\
6x_1 \quad + \quad (x_3^+ - x_3^-) + x_4 \quad &= 15 \\
3x_1 + 4x_2 \quad + s_2 \quad &= 80 \\
-3x_1 - 4x_2 \quad + s_3 \quad &= 80
\end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_4 \geq 0, s_1, s_2, s_3 \geq 0, v_1 \geq 0, x_3^+, x_3^- \geq 0$$

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form (7)

Kanonik Form (1)

- Genel kural olarak, kanonik formda tüm kısıtlar $\leq$ haline getirilmelidir.
- Değişkenlerin işaret kısıtlaması ise ≥ 0 olacak hale getirilmelidir.
- İşaret sınırı olmayan x_3 değişkeni yerine $(x_3^+ - x_3^-)$ yazılmalıdır.
- Amaç fonksiyon maksimumu bulacak şekilde olmalıdır

Amaç fonksiyonunun maksimumu bulacak şekilde yazılması gerektiğinden, amaç fonksiyonu $-$ ile çarpılmalıdır.

$$Z_{enk} = -6x_1 + 7x_2 + 7x_3 - x_4 \Rightarrow Z_{enb} = 6x_1 - 7x_2 - 7x_3 + x_4$$

Kısıtlar için ise ilk adımda $\geq$ olanlar $-$ ile çarpılır, mutlak değer ve $=$ şeklinde olan denklemler biri $\geq$ ve biri $\leq$ olacak şekilde iki parçada ifade edilir.

$$\begin{aligned}
x_1 + 2x_2 - 4x_3 &\geq 30 \Rightarrow -x_1 - 2x_2 + 4x_3 \leq -30 \\
2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 &\leq 60 \Rightarrow 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 \leq 60 \\
6x_1 + x_3 + x_4 &= 15 \Rightarrow 6x_1 + x_3 + x_4 \geq 15 \\
&\Rightarrow 6x_1 + x_3 + x_4 \leq 15 \\
|3x_1 + 4x_2| &\leq 80 \Rightarrow 3x_1 + 4x_2 \leq 80 \\
&\Rightarrow 3x_1 + 4x_2 \geq -80
\end{aligned}$$

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form (8)

Kanonik Form (2)

$$Z_{enb} = 6x_1 - 7x_2 - 7x_3 + x_4$$

- Bu aşamada kısıtlardan $\geq$ işaretine sahip olan iki tanesi $-$ ile çarpılarak $\leq$ haline dönüştürülür, diğer kısıtlar aynı kalır.

$$\begin{aligned}
-x_1 - 2x_2 + 4x_3 \quad &\leq -30 \Rightarrow -x_1 - 2x_2 + 4x_3 &&\leq -30 \\
2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 &\leq 60 \Rightarrow 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 &&\leq 60 \\
6x_1 + x_3 + x_4 &\geq 15 \Rightarrow -6x_1 - x_3 - x_4 &&\leq -15 \\
6x_1 + x_3 + x_4 &\leq 15 \Rightarrow 6x_1 + x_3 + x_4 &&\leq 15 \\
3x_1 + 4x_2 &\leq 80 \Rightarrow 3x_1 + 4x_2 &&\leq 80 \\
3x_1 + 4x_2 &\geq -80 \Rightarrow -3x_1 - 4x_2 &&\leq 80
\end{aligned}$$

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form (9)

Kanonik Form (3)

- Hem amaç fonksiyonunda hem de kısıtlarda, sınırlandırılmamış değişken olan x_3 yerine $(x_3^+ - x_3^-)$ yazılır.

$$Z_{enb} = 6x_1 - 7x_2 - 7(x_3^+ - x_3^-) + x_4$$

$$\begin{array}{lcl}
-x_1 - 2x_2 + 4x_3 \leq -30 & \Rightarrow & -x_1 - 2x_2 + 4(x_3^+ - x_3^-) \leq -30 \\
2x_1 + 9x_2 + 6x_3 + x_4 \leq 60 & \Rightarrow & 2x_1 + 9x_2 + 6(x_3^+ - x_3^-) + x_4 \leq 60 \\
-6x_1 - x_3 - x_4 \leq -15 & \Rightarrow & -6x_1 - (x_3^+ - x_3^-) - x_4 \leq -15 \\
6x_1 + x_3 + x_4 \leq 15 & \Rightarrow & 6x_1 + (x_3^+ - x_3^-) + x_4 \leq 15 \\
3x_1 + 4x_2 \leq 80 & \Rightarrow & 3x_1 + 4x_2 \leq 80 \\
-3x_1 - 4x_2 \leq 80 & \Rightarrow & -3x_1 - 4x_2 \leq 80
\end{array}$$

Örnek 1: Standart ve Kanonik Form (10)

Kanonik Form (4)

- Negatif olmama kısıtları da eklenerek kanonik formun son haline ulaşılır.

$$Z_{enb} = 6x_1 - 7x_2 - 7(x_3^+ - x_3^-) + x_4$$

$$\begin{aligned}
-x_1 - 2x_2 + 4(x_3^+ - x_3^-) \quad &\leq -30 \\
2x_1 + 9x_2 + 6(x_3^+ - x_3^-) + x_4 &\leq \quad 60 \\
-6x_1 \quad - \quad (x_3^+ - x_3^-) - x_4 &\leq -15 \\
6x_1 \quad + \quad (x_3^+ - x_3^-) + x_4 &\leq \quad 15 \\
3x_1 + 4x_2 \quad &\leq \quad 80 \\
-3x_1 - 4x_2 \quad &\leq \quad 80
\end{aligned}$$

Örnek 2: Standart ve Kanonik Form (1)

Örnek 2: Standart ve Kanonik Form

$$Z_{enk} = 2x_1 + 4x_2 - x_3$$

$$\begin{aligned} 5x_1 - x_2 + 4x_3 &\leq 40, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 &\geq 25, \\ x_1 + 2x_3 &= 30, \end{aligned}$$

$$x_1 \quad sınırlandırılmamış, \quad x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

şeklinde verilmiş olan doğrusal programlama problemini

a) Standart biçimde

b) Kanonik biçimde

yazınız.

Örnek 2: Standart ve Kanonik Form (2)

Standart Form (1)

- Genel kural olarak, standart formda tüm kısıtlar eşitlik haline getirilmelidir.
- Değişkenlerin işaret kısıtlaması ise ≥ 0 olacak hale getirilmelidir.
- $\leq$ kısıtları için aylak değişken eklenmeli $\geq$ kısıtları için artık değişken çıkarılmalıdır.
- İşaret sınırı olmayan x_1 değişkeni yerine $(x_1^+ - x_1^-)$ yazılmalıdır.
- Kısıtların sağ tarafındaki sabitler negatif olmamalıdır.

Amaç fonksiyonu standart formda minimum ya da maksimum problemi olabileceği için ilk aşamada değişiklik yapmaya gerek yoktur.

$$Z_{enk} = 2x_1 + 4x_2 - x_3$$

Kısıtlar için ise

$$\begin{aligned}
5x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 40 &\Rightarrow 5x_1 - x_2 + 4x_3 + s_1 = 40 \\
2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \geq 25 &\Rightarrow 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - v_1 = 25 \\
x_1 + 2x_3 = 30 &\Rightarrow x_1 + 2x_3 = 30
\end{aligned}$$

Örnek 2: Standart ve Kanonik Form (3)

Standart Form (2)

- Amaç fonksiyon ve kısıtlarda x_1 yerine $(x_1^+ - x_1^-)$ yazılırsa

$$Z_{enk} = 2(x_1^+ - x_1^-) + 4x_2 - x_3$$

$$\begin{aligned}
5x_1 - x_2 + 4x_3 + s_1 &= 40 \Rightarrow 5(x_1^+ - x_1^-) - x_2 + 4x_3 + s_1 = 40 \\
2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - v_1 &= 25 \Rightarrow 2(x_1^+ - x_1^-) + 2x_2 + 5x_3 - v_1 = 25 \\
x_1 + 2x_3 &= 30 \Rightarrow (x_1^+ - x_1^-) + 2x_3 = 30
\end{aligned}$$

Örnek 2: Standart ve Kanonik Form (4)

Standart Form (3)

- Negatif olmama kısıtları da eklenerek standart formun son haline ulaşılır.

$$Z_{enk} = 2(x_1^+ - x_1^-) + 4x_2 - x_3$$

$$\begin{aligned}
5(x_1^+ - x_1^-) - x_2 + 4x_3 + s_1 \quad &= 40 \\
2(x_1^+ - x_1^-) + 2x_2 + 5x_3 \quad - v_1 &= 25 \\
(x_1^+ - x_1^-) \quad + 2x_3 \quad &= 30
\end{aligned}$$

$$x_2, x_3 \geq 0, s_1 \geq 0, v_1 \geq 0, x_1^+, x_1^- \geq 0$$

Örnek 2: Standart ve Kanonik Form (5)

Kanonik Form (1)

- Genel kural olarak, kanonik formda tüm kısıtlar $\le$ haline getirilmelidir.
- Değişkenlerin işaret kısıtlaması ise ≥ 0 olacak hale getirilmelidir.
- İşaret sınırı olmayan x_1 değişkeni yerine $(x_1^+ - x_1^-)$ yazılmalıdır.
- Amaç fonksiyon maksimumu bulacak şekilde olmalıdır

Amaç fonksiyonunun maksimumu bulacak şekilde yazılması gerektiğinden, amaç fonksiyonu $-$ ile çarpılmalıdır.

$$Z_{enk} = 2x_1 + 4x_2 - x_3 \Rightarrow Z_{enb} = -2x_1 - 4x_2 + x_3$$

Kısıtlar için ise ilk adımda $\ge$ olanlar $-$ ile çarpılır, $=$ şeklinde olan denklemler biri $\ge$ ve biri $\le$ olacak şekilde iki parçada ifade edilir.

$$\begin{aligned}
5x_1 - x_2 + 4x_3 &\le 40 \Rightarrow 5x_1 - x_2 + 4x_3 \le 40 \\
2x_1 + 2x_2 + 5x_3 &\ge 25 \Rightarrow -2x_1 - 2x_2 - 5x_3 \le -25 \\
x_1 + 2x_3 &= 30 \Rightarrow x_1 + 2x_3 \ge 30 \\
&\Rightarrow x_1 + 2x_3 \le 30
\end{aligned}$$

Örnek 2: Standart ve Kanonik Form (6)

Kanonik Form (2)

$$Z_{enb} = -2x_1 - 4x_2 + x_3$$

- Bu aşamada kısıtlardan $\geq$ işaretine sahip olan bir tanesi $-$ ile çarpılarak $\leq$ haline dönüştürülür, diğer kısıtlar aynı kalır.

$$\begin{aligned}
5x_1 - x_2 + 4x_3 &\leq 40 &&\Rightarrow & 5x_1 - x_2 + 4x_3 &\leq 40 \\
-2x_1 - 2x_2 - 5x_3 &\leq -25 &&\Rightarrow & -2x_1 - 2x_2 - 5x_3 &\leq -25 \\
x_1 + 2x_3 &\geq 30 &&\Rightarrow & -x_1 - 2x_3 &\leq -30 \\
x_1 + 2x_3 &\leq 30 &&\Rightarrow & x_1 + 2x_3 &\leq 30
\end{aligned}$$

Örnek 2: Standart ve Kanonik Form (7)

Kanonik Form (3)

- Hem amaç fonksiyonunda hem de kısıtlarda, sınırlandırılmamış değişken olan x_1 yerine $(x_1^+ - x_1^-)$ yazılır.

$$Z_{enb} = -2(x_1^+ - x_1^-) - 4x_2 + x_3$$

$$\begin{aligned}
5x_1 - x_2 + 4x_3 &\leq 40 \Rightarrow 5(x_1^+ - x_1^-) - x_2 + 4x_3 \leq 40 \\
-2x_1 - 2x_2 - 5x_3 &\leq -25 \Rightarrow -2(x_1^+ - x_1^-) - 2x_2 - 5x_3 \leq -25 \\
-x_1 - 2x_3 &\leq -30 \Rightarrow -(x_1^+ - x_1^-) - 2x_3 \leq -30 \\
x_1 + 2x_3 &\leq 30 \Rightarrow (x_1^+ - x_1^-) + 2x_3 \leq 30
\end{aligned}$$

Örnek 2: Standart ve Kanonik Form (8)

Kanonik Form (4)

- Negatif olmama kısıtları da eklenerek kanonik formun son haline ulaşılır.

$$Z_{enb} = -2(x_1^+ - x_1^-) - 4x_2 + x_3$$

$$\begin{aligned}
5(x_1^+ - x_1^-) - x_2 + 4x_3 &\leq 40 \\
-2(x_1^+ - x_1^-) - 2x_2 - 5x_3 &\leq -25 \\
-(x_1^+ - x_1^-) \qquad - 2x_3 &\leq -30 \\
(x_1^+ - x_1^-) \qquad + 2x_3 &\leq 30
\end{aligned}$$

Örnek 3: Standart ve Kanonik Form (1)

Örnek 3: Standart ve Kanonik Form

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &\geq -5, \\ -6x_1 + 7x_2 - 9x_3 &\leq 4, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 &= 10, \end{aligned}$$

$$x_1, x_2 \geq 0, x_3 \quad sınırlandırılmamış$$

şeklinde verilmiş olan doğrusal programlama problemini

a) Standart biçimde

b) Kanonik biçimde

yazınız.

Örnek 3: Standart ve Kanonik Form (2)

Standart Form (1)

- Genel kural olarak, standart formda tüm kısıtlar eşitlik haline getirilmelidir.
- Değişkenlerin işaret kısıtlaması ise ≥ 0 olacak hale getirilmelidir.
- $\leq$ kısıtları için aylak değişken eklenmeli $\geq$ kısıtları için artık değişken çıkarılmalıdır.
- İşaret sınırı olmayan x_3 değişkeni yerine $(x_3^+ - x_3^-)$ yazılmalıdır.
- Kısıtların sağ tarafındaki sabitler negatif olmamalıdır.

Amaç fonksiyonu standart formda minimum ya da maksimum problemi olabileceği için ilk aşamada değişiklik yapmaya gerek yoktur.

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

Kısıtlar için ise birinci kısıtın sağ tarafı negatif olduğundan denklem ilk önce -1 ile çarpılarak $\leq$ haline getirilir ardından aylak değişken eklenir.

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 - x_3 &\geq -5, &\Rightarrow -x_1 - x_2 + x_3 + s_1 &= 5 \\
-6x_1 + 7x_2 - 9x_3 &\leq 4, &\Rightarrow -6x_1 + 7x_2 - 9x_3 + s_2 &= 4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &= 10, &\Rightarrow x_1 + x_2 + 4x_3 &= 10
\end{aligned}$$

Örnek 3: Standart ve Kanonik Form (3)

Standart Form (2)

- Amaç fonksiyon ve kısıtlarda x_3 yerine $(x_3^+ - x_3^-)$ yazılırsa

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5(x_3^+ - x_3^-)$$

$$\begin{aligned}
-x_1 - x_2 + x_3 + s_1 &= 5 \Rightarrow -x_1 - x_2 + (x_3^+ - x_3^-) + s_1 = 5 \\
-6x_1 + 7x_2 - 9x_3 + s_2 &= 4 \Rightarrow -6x_1 + 7x_2 - 9(x_3^+ - x_3^-) + s_2 = 4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &= 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + 4(x_3^+ - x_3^-) = 10
\end{aligned}$$

Örnek 3: Standart ve Kanonik Form (4)

Standart Form (3)

- Negatif olmama kısıtları da eklenerek standart formun son haline ulaşılır.

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3^+ - 5x_3^-$$

$$\begin{aligned}
-x_1 - x_2 + x_3^+ - x_3^- + s_1 &= 5 \\
-6x_1 + 7x_2 - 9x_3^+ + 9x_3^- + s_2 &= 4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3^+ - 4x_3^- &= 10
\end{aligned}$$

$$x_1, x_2 \geq 0, s_1 \geq 0, s_2 \geq 0, x_3^+, x_3^- \geq 0$$

Örnek 3: Standart ve Kanonik Form (5)

Kanonik Form (1)

- Genel kural olarak, kanonik formda tüm kısıtlar $\leq$ haline getirilmelidir.
- Değişkenlerin işaret kısıtlaması ise ≥ 0 olacak hale getirilmelidir.
- İşaret sınırı olmayan x_1 değişkeni yerine $(x_1^+ - x_1^-)$ yazılmalıdır.
- Amaç fonksiyon maksimumu bulacak şekilde olmalıdır

Amaç fonksiyonu maksimum olarak verildiğinden aynı şekilde kalmalıdır.

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

Kısıtlar için ise ilk adımda $\geq$ olanlar $-$ ile çarpılır, $=$ şeklinde olan denklemler biri $\geq$ ve biri $\leq$ olacak şekilde iki parçada ifade edilir.

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 - x_3 &\geq -5 \Rightarrow -x_1 - x_2 + x_3 \leq 5 \\
-6x_1 + 7x_2 - 9x_3 &\leq 4 \Rightarrow -6x_1 + 7x_2 - 9x_3 \leq 4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &= 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 10 \\
&\Rightarrow x_1 + x_2 + 4x_3 \geq 10
\end{aligned}$$

Örnek 3: Standart ve Kanonik Form (6)

Kanonik Form (2)

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

- Bu aşamada kısıtlardan $\geq$ işaretine sahip olan bir tanesi $-$ ile çarpılarak $\leq$ haline dönüştürülür, diğer kısıtlar aynı kalır.

$$\begin{aligned}
-x_1 - x_2 + x_3 &\leq 5 \Rightarrow -x_1 - x_2 + x_3 \leq 5 \\
-6x_1 + 7x_2 - 9x_3 &\leq 4 \Rightarrow -6x_1 + 7x_2 - 9x_3 \leq 4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &\leq 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 10 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &\geq 10 \Rightarrow -x_1 - x_2 - 4x_3 \leq -10
\end{aligned}$$

Örnek 3: Standart ve Kanonik Form (7)

Kanonik Form (3)

- Hem amaç fonksiyonunda hem de kısıtlarda, sınırlandırılmamış değişken olan x_3 yerine $(x_3^+ - x_3^-)$ yazılır.

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5(x_3^+ - x_3^-)$$

$$\begin{aligned}
-x_1 - x_2 + x_3 &\leq 5 \Rightarrow -x_1 - x_2 + (x_3^+ - x_3^-) \leq 5 \\
-6x_1 + 7x_2 - 9x_3 &\leq 4 \Rightarrow -6x_1 + 7x_2 - 9(x_3^+ - x_3^-) \leq 4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &\leq 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + 4(x_3^+ - x_3^-) \leq 10 \\
-x_1 - x_2 - 4x_3 &\leq -10 \Rightarrow -x_1 - x_2 - 4(x_3^+ - x_3^-) \leq -10
\end{aligned}$$

Örnek 3: Standart ve Kanonik Form (8)

Kanonik Form (4)

- Negatif olmama kısıtları da eklenerek kanonik formun son haline ulaşılır.

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3^+ - 5x_3^-$$

$$\begin{aligned}
-x_1 - x_2 + x_3^+ - x_3^- &\leq 5 \\
-6x_1 + 7x_2 - 9x_3^+ - 9x_3^- &\leq 4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3^+ - 4x_3^- &\leq 10 \\
-x_1 - x_2 - 4x_3^+ - 4x_3^- &\leq -10
\end{aligned}$$

Örnek 4: Standart ve Kanonik Form (1)

Örnek 4: Standart ve Kanonik Form

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

$$\begin{aligned} x_1 + \ \ x_2 - \ \ x_3 &= -5, \\ -6x_1 + 7x_2 - 9x_3 &\geq \ \ 4, \\ x_1 + \ \ x_2 + 4x_3 &\leq 10, \end{aligned}$$

$$x_2, x_3 \geq 0, x_1 \quad sınırlandırılmamış$$

şeklinde verilmiş olan doğrusal programlama problemini

a) Standart biçimde

b) Kanonik biçimde

yazınız.

Örnek 4: Standart ve Kanonik Form (2)

Standart Form (1)

- Genel kural olarak, standart formda tüm kısıtlar eşitlik haline getirilmelidir.
- Değişkenlerin işaret kısıtlaması ise ≥ 0 olacak hale getirilmelidir.
- $\leq$ kısıtları için aylak değişken eklenmeli $\geq$ kısıtları için artık değişken çıkarılmalıdır.
- İşaret sınırı olmayan x_3 değişkeni yerine $(x_1^+ - x_1^-)$ yazılmalıdır.
- Kısıtların sağ tarafındaki sabitler negatif olmamalıdır.

Amaç fonksiyonu standart formda minimum ya da maksimum problemi olabileceği için ilk aşamada değişiklik yapmaya gerek yoktur.

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

Kısıtlar için ise birinci eşitliğin sağ tarafı negatif olduğundan denklem ilk önce -1 ile çarpılarak sağ taraf pozitif hale getirilir. $\leq$ kısıtları için aylak değişken eklenir, $\geq$ kısıtları için artık değişken çıkarılır.

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 - x_3 &= -5, \Rightarrow -x_1 - x_2 + x_3 &&= 5 \\
-6x_1 + 7x_2 - 9x_3 &\geq 4, \Rightarrow -6x_1 + 7x_2 - 9x_3 - v_1 &&= 4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &\leq 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + 4x_3 + s_1 &&= 10
\end{aligned}$$

Örnek 4: Standart ve Kanonik Form (3)

Standart Form (2)

- Amaç fonksiyon ve kısıtlarda x_1 yerine $(x_1^+ - x_1^-)$ yazılırsa

$$Z_{enb} = 2(x_1^+ - x_1^-) + 3x_2 + 5x_3$$

$$\begin{aligned}
-x_1 - x_2 + x_3 &= 5, \Rightarrow -(x_1^+ - x_1^-) - x_2 + x_3 &&= 5 \\
-6x_1 + 7x_2 - 9x_3 &\geq 4, \Rightarrow -6(x_1^+ - x_1^-) + 7x_2 - 9x_3 - v_1 &&= 4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &\leq 10 \Rightarrow (x_1^+ - x_1^-) + x_2 + 4x_3 + s_1 &&= 10
\end{aligned}$$

Örnek 4: Standart ve Kanonik Form (4)

Standart Form (3)

- Negatif olmama kısıtları da eklenerek standart formun son haline ulaşılır.

$$Z_{enb} = 2x_1^+ - 2x_1^- + 3x_2 + 5x_3$$

$$\begin{array}{rcl} -x_1^+ + x_1^- - x_2 + x_3 & = & 5 \\ -6x_1^+ + 6x_1^- + 7x_2 - 9x_3 - v_1 & = & 4 \\ x_1^+ - x_1^- + x_2 + 4x_3 + s_1 & = & 10 \end{array}$$

$$x_2, x_3 \geq 0, s_1 \geq 0, v_1 \geq 0, x_1^+, x_1^- \geq 0$$

Örnek 4: Standart ve Kanonik Form (5)

Kanonik Form (1)

- Genel kural olarak, kanonik formda tüm kısıtlar $\leq$ haline getirilmelidir.
- Değişkenlerin işaret kısıtlaması ise ≥ 0 olacak hale getirilmelidir.
- İşaret sınırı olmayan x_1 değişkeni yerine $(x_1^+ - x_1^-)$ yazılmalıdır.
- Amaç fonksiyon maksimumu bulacak şekilde olmalıdır

Amaç fonksiyonu maksimum olarak verildiğinden aynı şekilde kalmalıdır.

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

Kısıtlar için ise ilk adımda $\geq$ olanlar $-$ ile çarpılır, $=$ şeklinde olan denklemler biri $\geq$ ve biri $\leq$ olacak şekilde iki parçada ifade edilir.

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 - x_3 = -5 &\Rightarrow x_1 + x_2 - x_3 \leq -5 \\
&\Rightarrow x_1 + x_2 - x_3 \geq -5 \\
-6x_1 + 7x_2 - 9x_3 \geq 4 &\Rightarrow 6x_1 - 7x_2 + 9x_3 \leq -4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 10 &\Rightarrow x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 10
\end{aligned}$$

Örnek 4: Standart ve Kanonik Form (6)

Kanonik Form (2)

$$Z_{enb} = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3$$

- Bu aşamada kısıtlardan $\geq$ işaretine sahip olan bir tanesi $-$ ile çarpılarak $\leq$ haline dönüştürülür, diğer kısıtlar aynı kalır.

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 - x_3 &\leq -5 \Rightarrow x_1 + x_2 - x_3 \leq -5 \\
x_1 + x_2 - x_3 &\geq -5 \Rightarrow -x_1 - x_2 + x_3 \leq 5 \\
6x_1 - 7x_2 + 9x_3 &\leq -4 \Rightarrow 6x_1 - 7x_2 + 9x_3 \leq -4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &\leq 10 \Rightarrow x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 10
\end{aligned}$$

Örnek 4: Standart ve Kanonik Form (7)

Kanonik Form (3)

- Hem amaç fonksiyonunda hem de kısıtlarda, sınırlandırılmamış değişken olan x_1 yerine $(x_1^+ - x_1^-)$ yazılır.

$$Z_{enb} = 2(x_1^+ - x_1^-) + 3x_2 + 5x_3$$

$$
\begin{aligned}
x_1 + x_2 - x_3 &\le -5 \Rightarrow (x_1^+ - x_1^-) + x_2 - x_3 \le -5 \\
-x_1 - x_2 + x_3 &\le 5 \Rightarrow -(x_1^+ - x_1^-) - x_2 + x_3 \le 5 \\
6x_1 - 7x_2 + 9x_3 &\le -4 \Rightarrow 6(x_1^+ - x_1^-) - 7x_2 + 9x_3 \le -4 \\
x_1 + x_2 + 4x_3 &\le 10 \Rightarrow (x_1^+ - x_1^-) + x_2 + 4x_3 \le 10
\end{aligned}
$$

Örnek 4: Standart ve Kanonik Form (8)

Kanonik Form (4)

- Negatif olmama kısıtları da eklenerek kanonik formun son haline ulaşılır.

$$Z_{enb} = 2x_1^+ - 2x_1^- + 3x_2 + 5x_3^+ - 5x_3^-$$

$$\begin{aligned}
x_1^+ - x_1^- + x_2 - x_3 &\le -5 \\
-x_1^+ + x_1^- - x_2 + x_3 &\le 5 \\
6x_1^+ - 6x_1^- - 7x_2 + 9x_3 &\le -4 \\
x_1^+ - x_1^- + x_2 + 4x_3 &\le 10
\end{aligned}$$

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form (1)

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form

- P_1 ve P_2 gibi iki farklı ürün M_1 ve M_2 gibi iki farklı makineden geçerek üretilebilmektedir.
- Her iki makinenin de her iki makinedeki birim işlem süreleri aynıdır.
- M_1 makinesinin günlük kapasitesi 200 birim, M_2 makinesinin günlük kapasitesi ise 250 birimdir.
- Makineler günlük kapasitelerini sadece P_1, sadece P_2 ya da P_1 ve P_2 nin bir karışımı olarak doldurabilirler.
- Atolye şefi, bu makinelerden birinde yapılan üretimin diğerindekiyle 5 birim yakınlıkta olmasını sağlayacak şekilde dengeli bir üretim planı yapmayı arzulamaktadır.
- P_1 in birim başına karı 10 pb, P_2 nin birim başına karı 15 pb dir.
- Problemi a) Standart biçimde b) Kanonik biçimde yazınız.

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form (2)

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form

- Öncelikle probleme ait karar değişkenlerini, amaç fonksiyonunu ve kısıtları yazarak başlayalım.

Karar değişkenleri:

- $x_{M_1P_1}$ =M_1 makinasında üretilen P_1 miktarı
- $x_{M_1P_2}$ = M_1 makinasında üretilen P_2 miktarı
- $x_{M_2P_1}$ = M_2 makinasında üretilen P_1 miktarı
- $x_{M_2P_2}$ = M_2 makinasında üretilen P_2 miktarı

Maksimize edilmek istenen toplam kar:

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form (3)

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form

Makine üretim kısıtları:

- $x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} \leq 200$
- $x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} \leq 250$

Makine üretimlerinin birbirine yakın olması kısıtı:

- $|(x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2})| \leq 5$ tir.

- Negatif olmama koşulu

- $x_{M_1P_1}, x_{M_1P_2}, x_{M_2P_1}, x_{M_2P_2} \geq 0$

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form (4)

Standart Form (1)

Amaç fonksiyonu standart formda minimum ya da maksimum problemi olabileceği için ilk aşamada değişiklik yapmaya gerek yoktur.

$$Z_{enb} = 10(x_{M_1P_1} + x_{M_2P_1}) + 15(x_{M_1P_2} + x_{M_2P_2})$$

Öncelikle mutlak değer şeklinde verilen eşitsizlik mutlak değerden çıkarılarak iki denklem halinde yazılmalıdır.

$$\begin{aligned} |(x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2})| \leq 5 &\Rightarrow (x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2}) \leq \quad 5 \\ &\Rightarrow (x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2}) \geq -5 \end{aligned}$$

İkinci denklemin sağ tarafı negatif olduğundan $-$ ile çarpılarak pozitif hale getirilmelidir. Bu aşamada $\geq$, $\leq$ e dönüşür.

$$\begin{aligned} (x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2}) \leq \quad 5 &\Rightarrow x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} - x_{M_2P_1} - x_{M_2P_2} \leq 5 \\ (x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2}) \geq -5 &\Rightarrow -x_{M_1P_1} - x_{M_1P_2} + x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} \leq 5 \end{aligned}$$

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form (5)

Standart Form (2)

- Diğer iki denklemin sağ tarafı pozitif olduğundan bir şey yapmaya gerek yoktur. Elde edilen yeni kısıtların tümü $\leq$ olduğundan aylak değişken eklenmesi yeterlidir.

$$
\begin{aligned}
x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} + \quad & \leq 200 \Rightarrow \\
x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} + \quad + s_1 & = 200 \\
x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} & \leq 250 \Rightarrow \\
x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} + s_2 & = 250 \\
x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} - x_{M_2P_1} - x_{M_2P_2} & \leq 5 \Rightarrow \\
x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} - x_{M_2P_1} - x_{M_2P_2} + s_3 & = 5 \\
-x_{M_1P_1} - x_{M_1P_2} + x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} & \leq 5 \Rightarrow \\
-x_{M_1P_1} - x_{M_1P_2} + x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} + s_4 & = 5
\end{aligned}
$$

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form (6)

Standart Form (3)

- Değişken işaret kısıtlarını da eklersek standart form aşağıdaki gibi elde edilir.

$$Z_{enb} = 10x_{M_1P_1} + 10x_{M_2P_1} + 15x_{M_1P_2} + 15x_{M_2P_2}$$

$$\begin{aligned}
x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} + \qquad\qquad + s_1 \qquad\qquad &= 200 \\
x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} \qquad + s_2 \qquad &= 250 \\
x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} - x_{M_2P_1} - x_{M_2P_2} \qquad + s_3 \qquad &= 5 \\
-x_{M_1P_1} - x_{M_1P_2} + x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} \qquad + s_4 &= 5
\end{aligned}$$

$x_{M_1P_1}, x_{M_1P_2}, x_{M_2P_1}, x_{M_2P_2} \geq 0$ ve $s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0$

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form (7)

Kanonik Form (1)

Amaç fonksiyonu zaten maksimum problemi olarak verildiğinden kanonik forma uygundur.

$$Z_{enb} = 10(x_{M_1P_1} + x_{M_2P_1}) + 15(x_{M_1P_2} + x_{M_2P_2})$$

Öncelikle mutlak değer şeklinde verilen eşitsizlik mutlak değerden çıkarılarak iki denklem halinde yazılmalıdır.

$$\begin{aligned} |(x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2})| \leq 5 &\Rightarrow (x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2}) \leq 5 \\ &\Rightarrow (x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2}) \geq -5 \end{aligned}$$

İkinci denklemin sağ tarafı $\geq$ olduğundan $-$ ile çarpılarak $\leq$ e dönüşür.

$$\begin{aligned} (x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2}) &\leq 5 \Rightarrow x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} - x_{M_2P_1} - x_{M_2P_2} \leq 5 \\ (x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2}) - (x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2}) &\geq -5 \Rightarrow -x_{M_1P_1} - x_{M_1P_2} + x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} \leq 5 \end{aligned}$$

Örnek 5: Standart ve Kanonik Form (8)

Kanonik Form (2)

- Diğer iki denklemin sağ tarafı $\leq$ olduğundan bir şey yapmaya gerek yoktur. Elde edilen kısıtların tümü $\leq$ olduğundan kanonik forma uymaktadır.
- Değişken işaret kısıtlarını da eklersek kanonik form aşağıdaki gibi elde edilir.

$$Z_{enb} = 10x_{M_1P_1} + 10x_{M_2P_1} + 15x_{M_1P_2} + 15x_{M_2P_2}$$

$$\begin{aligned}
x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} + \phantom{x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2}} &\leq 200 \\
x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} &\leq 250 \\
x_{M_1P_1} + x_{M_1P_2} - x_{M_2P_1} - x_{M_2P_2} &\leq 5 \\
-x_{M_1P_1} - x_{M_1P_2} + x_{M_2P_1} + x_{M_2P_2} &\leq 5
\end{aligned}$$

$$x_{M_1P_1}, x_{M_1P_2}, x_{M_2P_1}, x_{M_2P_2} \geq 0$$