

## Zadanie numeryczne 08

Autor: Eryk Stępień

20.01.2023

### Spis treści:

1. Problem
2. Program
  1. Użyte narzędzia
  2. Kompilacja i uruchomienie
  3. Opis działania programu
3. Analiza wyników działania programu
  1. Funkcja  $F(X)$
  2. Funkcja  $G(X)$

# 1. Problem

Zadany jest zbiór punktów zilustrowany poniżej. Punkty te modelujemy za pomocą funkcji

$$F(x) = a * x^2 + b * \sin(x) + c * \cos(5x) + d * \exp(-x).$$

- a) Znajdź wartości współczynników a-d które najlepiej opisują te dane w sensie metody najmniejszych kwadratów. Rezultat przedstaw graficznie. Rozwiązując to zadanie nie można korzystać z procedur bibliotecznych służących do aproksymacji. Poza tym, użycie procedur z zakresu algebry liniowej jest dozwolone.
- b) Zaproponuj inną funkcję  $G(x)$  (która zależy od kilku parametrów) i wygeneruj zbiór punktów w postaci  $(x, G(x) + \delta y)$ , gdzie  $\delta y$  to losowe zaburzenia. Powtórz dopasowanie z pkt. (a) dla swoich danych i sprawdź, czy udało się odtworzyć wartości ustalonych wcześniej parametrów. Poeksperymentuj zmieniając ilość wygenerowanych punktów i wielkość zaburzeń.

## 2. Program

### 2.1 Użyte narzędzia

Program został napisany w języku Python 3.10. Przy zastosowaniu środowiska PyCharm 2023.2.2.

Korzysta on z następujących bibliotek:

- Numpy
- Matplotlib.pyplot

### 2.2 Kompilacja i uruchomienie

W celu kompilacji należy wywołać poniższą komendę w terminalu:

*Python NUM8.py*

### 2.3 Opis działania programu

Program w pierwszej kolejności pobiera współrzędne  $x$  i  $y$  z pliku danych. Wartości te są argumentami funkcji znajdującej parametry. Jest to metoda najmniejszych kwadratów realizowana za pomocą SVD.

Program wyświetla obliczone parametry oraz tworzy wykres funkcji z obliczonymi parametrami oraz punktami o współrzędnych pobranych z pliku danych.

Ten sam proces jest wykonywany dla funkcji:

$$G(x) = a * (x - \sin(x))^2 + b * \exp(\sin(x)) + c * \sin(x) + d * x$$

Wartości  $y$  są jednak zaburzone poprzez dodanie  $\delta$  wynoszącego losową liczbę o rozkładzie normalnym i odchyleniu standardowym 0.0001.

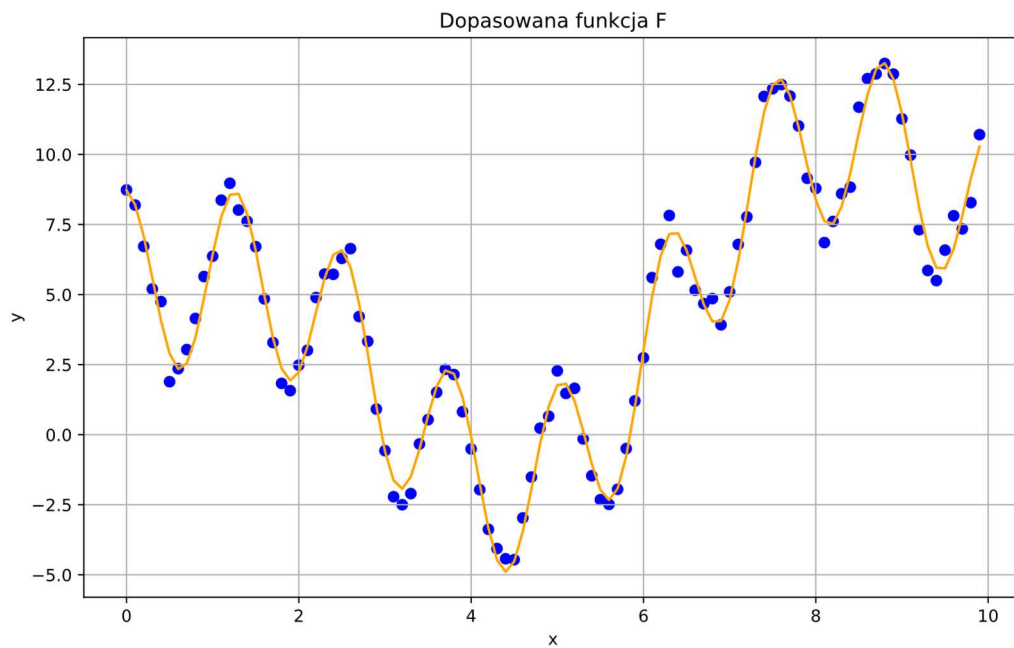
### 3. Analizowanie wyników działania programu

#### 3.1 Funkcja $F(x)$

Funkcja *findParameters* obliczająca szukane parametry zwraca szukane współczynniki a-b. Są one następujące:

Parametry funkcji F: [0.10093369 4.02305946 3.08874327 5.63283974]

Za ich pomocą możemy stworzyć aproksymację dla danych



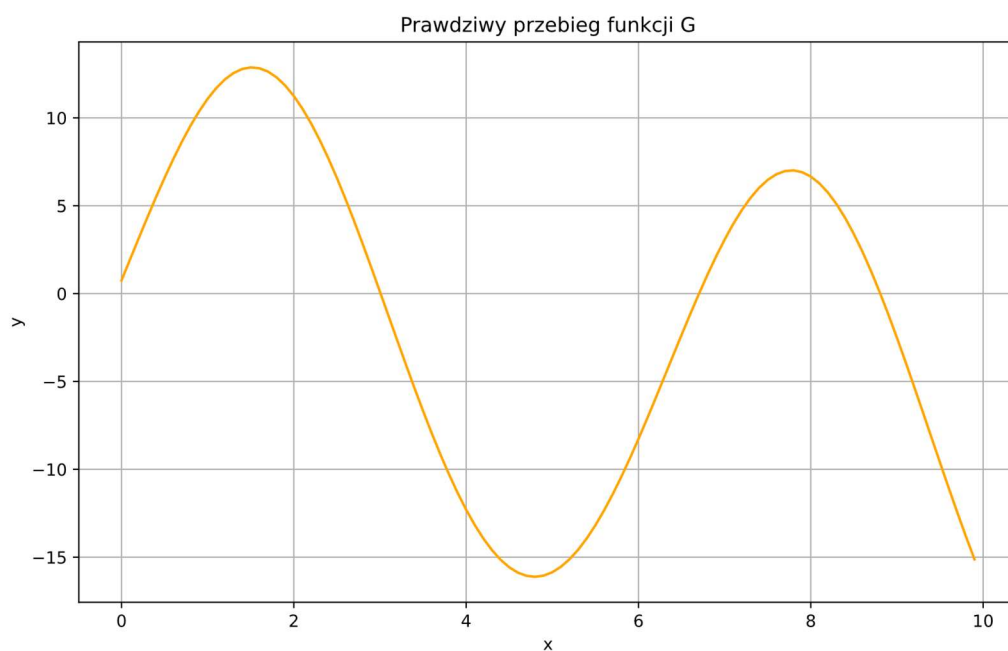
Zgodnie z zasadami aproksymacji nie otrzymujemy funkcji dokładnie przechodzącej przez podane punkty. Inaczej byśmy mogli mówić o interpolacji. Zadowolamy się „prostą” funkcją przechodzącą dostatecznie blisko wszystkich punktów.

## 3.2 Funkcja G(x)

Prawdziwe parametry funkcji G(x) wynoszą

$$\begin{cases} a = -0.025 \\ b = 0.75 \\ c = 12 \\ d = -0.75 \end{cases}$$

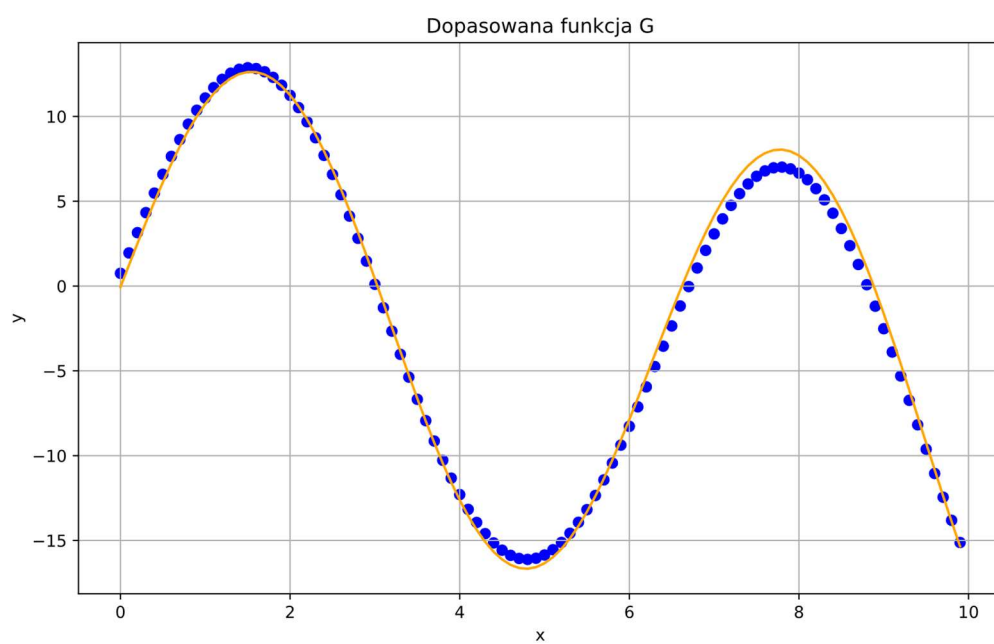
Rzeczywisty przebieg funkcji:



Dla zaburzonej wartości  $y$  szukamy parametrów wykorzystując tę samą metodę jak w przypadku  $F(x)$ . W rezultacie otrzymujemy następujące parametry a-d:

*Parametry funkcji G: [-0.05795469 -0.05837879 13.28509217 -0.30502357]*

Generujemy wykres zawierający zbiór punktów  $(x, G(x) + \delta y)$  i obrazujący przebieg funkcji  $G(x)$  dla znalezionych parametrów.



Ponownie, funkcja nie przechodzi dokładnie przez zbiór punktów. Zadowolamy się tym, że funkcja znajduje się wystarczająco blisko punktów.