

Zadanie numeryczne 02

Autor: Eryk Stępień

22.10.2023

Spis treści:

1. Problem
2. Program
 1. Użyte narzędzia
 2. Kompilacja i uruchomienie
 3. Opis działania programu
3. Analiza wyników
 1. Dla wektora b
 2. Dla zaburzonego wektora b
 3. Podsumowanie

1. Problem

Zadane są dwie macierze A_1, A_2 oraz wektor b .

Używając wybranego pakietu algebry komputerowej lub biblioteki numerycznej, rozwiąż równania macierzowe $A_i y = b$ dla $i = 1, 2$. Ponadto, rozwiąż analogiczne równania z zaburzonym wektorem wyrazów wolnych, $A_{1i} y = b + \Delta b$. Zaburzenie Δb wygeneruj jako losowy wektor o małej normie euklidesowej (np. $\|\Delta b\| \approx 10^{-6}$). Przeanalizuj jak wyniki dla macierzy manierze A_1 i A_2 zależą od Δb i zinterpretuj zaobserwowane różnice.

2. Program

2.1 Użyte narzędzia

Program został napisany w języku Python 3.10. Przy zastosowaniu środowiska PyCharm 2023.2.2. Korzysta on z następujących bibliotek:

- Numpy
- Scipy.linalg

2.2 Kompilacja i uruchomienie

W celu kompilacji należy wywołać poniższą komendę w terminalu:

```
python NUM2.py
```

2.3 Opis działania programu

Program tworzy zadane w poleceniu macierze poprzez funkcję `numpy.array`. Transpozycja wektora b realizowana jest poprzez `.T`. Następnie rozwiązywane są równania $A_i y = b$ przy użyciu funkcji `scipy.linalg.solve(Ai, b)`. Zaburzenie wektora realizowane jest poprzez funkcję `numpy.random.normal` a następnie transponowane przy użyciu `.reshape(-1,1)`. Przy użyciu `.solve()` program rozwiązuje równania dla zaburzonego wektora. Program następnie wyświetla zaburzony wektor oraz rozwiązania czterech równań. Na końcu program wyświetla współczynniki uwarunkowania dla macierzy A_1 i A_2 .

3. Analiza wyników

3.1 Dla wektora b

Program, korzystając z funkcji bibliotecznych oblicza rozwiązania następującego równania: $A_i y = b$ dla $i = 1, 2$.

```
A1y = b
y1:
[[ 0.22508493]
 [-0.00602226]
 [ 1.84183182]
 [-5.15344244]
 [-0.2176225 ]]
```

```
A2y = b
y2:
[[ 0.57747172]
 [-1.27378458]
 [ 1.67675008]
 [-4.8157949 ]
 [ 0.20156347]]
```

3.2 Dla zaburzonego wektora b

Przykładowy wektor zaburzony:

```
ZABURZENIE WEKTORA b
[[-1.95205243e-06]
 [ 1.05952151e-06]
 [-2.13860717e-06]
 [-1.42366828e-06]
 [ 8.71042707e-07]]
```

Dla powyższego wektora otrzymujemy następujące rozwiązania równań, $A_1 y = b + \Delta b$:

```
A1y = b + delta_b
y1_delta:
[[-1584.69439948]
 [ 5701.97048907]
 [ 744.32499202]
 [-1523.78061665]
 [-1885.577781  ]]
```



```
A2y = b + delta_b
y2_delta:
[[ 0.57747081]
 [-1.27378378]
 [ 1.67674936]
 [-4.8157956 ]
 [ 0.20156408]]
```

3.3 Podsumowanie

Różnica rozwiązań przy małej zmianie współczynnika skutkuje w przypadku macierzy A_1 dużą zmianą rozwiązań. Równanie to jest, więc źle uwarunkowane. Natomiast dla macierzy A_2 wyniki z zaburzeniem są niemal identyczne. W tym przypadku mamy do czynienia z prawidłowo uwarunkowanym działaniem.

Współczynnik uwarunkowania dla A_1 wynosi około: 20545906602.2395 a dla A_2 około 4.