

## Protokol

|                   |  |   |
|-------------------|--|---|
| Instituce         | Vysoká škola chemicko-technologická, Praha |  |
| Fakulta           | Fakulta chemicko-inženýrská                |   |
| Katedra           | Ústav fyzikální chemie (403)               |   |
| Předmět           | Počítačová chemie                          |   |
| Kód předmětu      | B403011                                    |   |
| Kód projektu      | P07-DOPRAVA                                |   |
| Název projektu    | Dopravní zácpa                             |   |
| Datum vypracování | 09. 1. 2025                                |   |
| Jméno a příjmení  | Vít Večerník                               |   |
| Kruh              | 359  |   |

# 1 Úvod

Dopravní inženýrství a teorie dopravy se zabývají matematickým popisem chování různých vozidel na silnici. Jedním z nejvíce studovaných problémů v této oblasti je fantomová dopravní zácpa. Jedná se o situaci, kdy dojde ke zpomalení či zastavení provozu bez jednoznačné vnější příčiny, jako je např. dopravní nehoda či práce na silnici.

Fantomové zácpy vznikají v důsledku nelineárních interakcí mezi jednotlivými řidiči. Jedná se o problém mnoha těles, kde jsou malé změny v rychlosti jednoho vozidla zesíleny reakcemi ostatních vozidel. Pokud je tok dopravy nestabilní, pak i malé přibrzdění vedoucího vozidla donutí řidiče v závěsu brzdit o něco intenzivněji, z důvodu reakčního času a snaze udržet bezpečný odstup. Tento jev se šíří kolonou směrem dozadu a postupně narůstá až k úplnému zastavení vozidel [4]. Výsledkem je tzv. "stop-and-go" vlna, která se prostorem šíří proti směru jízdy vozidel.

## 1.1 Experimentální data

Jev fantomové dopravní zácpy byl experimentálně prokázán v kontrolovaných podmínkách [3]. V klíčovém experimentu bylo na dráhu dlouhou 230 m umístěno 22 vozidel. Každý řidič měl udržovat konstantní rychlosť  $30 \text{ km h}^{-1}$ . Přestože na dráze nebyly žádné překážky. Po krátké době došlo ke spontánnímu narušení plynulosti a vzniku shluku stojících vozidel, který putoval proti směru jízdy. Experiment tedy potvrdil, že zácpы jsou inherentní vlastností dopravního toku při překročení určité kritické hustoty vozidel.

## 1.2 Modely pro simulace dopravy

Pro simulaci tohoto chování se využívají tzv. mikroskopické modely dopravy, které popisují pohyb každého vozidla zvlášť. To je v rozporu s makroskopickými modely, které simulují dopravu jako kontinuum vozidel a pro tento druh simulací se nehodí. Nejčastěji využívanou skupinou jsou modely sledování vozidla (car-following model, CFM). Ty jsou založeny na soustavě obyčejných diferenciálních rovnic, kde zrychlení vozidla je funkcí jeho rychlosti, vzdálenosti od vozidla před ním a rozdílu jejich rychlostí. Každé vozidlo si chce udržet co nejkratší, ale zároveň bezpečnou vzdálenost od předešlého vozidla.

Jedním ze známých CFM je model optimální rychlosti (optimal velocity model, OMV) představený v [1]. Tento model zavádí funkci optimální rychlosti, která závisí výhradně na vzdálenosti mezi vozidly. Přestože se jedná o relativně jednoduchý model, dokáže spolehlivě reprodukovat nestabilitu toku dopravy.

Další známý CFM je model chytrého řidiče (intelligent driver model, IDM) představený v [5]. IDM je pokročilejší model, který bere v úvahu nejen snahu dosáhnout požadované rychlosti, ale také strategii brzdění pro udržení bezpečného odstupu. Produkuje realistické profily zrychlení a je standardem v dopravních simulacích.

Alternativou ke spojitým CFM jsou diskrétní modely celulárních automatů, např. model Nagel-Schreckenberg [2]. Tyto modely rozdělují silnici a čas na diskrétní kroky a zavádí prvek náhody, který vytváří prvotní poruchy v homogenním toku.

## 2 Cíle

Hlavním cílem projektu je vytvořit počítačovou simulaci silničního provozu, která demonstруje vznik fantomové dopravní zácpy vlivem malých náhodných změn jízdy v koloně. Za tímto účelem byly stanoveny dílčí cíle práce:

1. Vytvoření fyzikálního modelu pohybu vozidla, který zahrnuje rovnoměrné zrychlení ke stanovené maximální rychlosti a logiku zpomalování v závislosti na vzdálenosti a rychlosti vozidla vpředu.
2. Zahrnutí lidského faktoru a náhody v podobě reakčního času a náhodných změn rychlosti vozidla o malé hodnoty a implementace simulace v periodických okrajových podmínkách odpovídajích experimentu viz [3].
3. Analýza vzniku kolon za různých počátečních podmínek a parametrů. Potvrzení, že při vhodném nastavení dojde ke spontannímu vzniku fantomové kolony.

## 3 Postup

Model simulace byl implementován v programovacím jazyce Python, konkrétně knihovně *Manim* [6]. Ačkoliv je tato knihovna primárně určena pro tvorbu matematických animací, její schopnost efektivně pracovat s 2D vektorovou grafikou a časovými osami ji činí vhodnou i pro vizualizaci kinematických úloh.

### 3.1 Matematický model

Pohyb každého vozidla v simulaci  $\alpha$  je řízen soustavou diferenciálních rovnic v čase  $t$ . Základem je model IDM [5], který počítá okamžité zrychlení  $\dot{v}_\alpha$  na základě aktuální rychlosti vozidla  $v_\alpha$ , vzdálenosti od vozidla vpředu  $s_\alpha$  a rychlosti přibližování  $\Delta v_\alpha = v_\alpha - v_{\alpha-1}$ . Rovnice zrychlení je dána superpozicí snahy zrychlovat a nutnosti brzdit:

$$\dot{v}_\alpha = a \left[ 1 - \left( \frac{v_\alpha}{v_{\max}} \right)^4 - \left( \frac{s^*(v_\alpha, \Delta v_\alpha)}{s_\alpha} \right)^2 \right] \quad (1)$$

První část rovnice popisuje tendenci řidiče zrychlovat na volné silnici s maximálním zrychlením  $a$  až k cílové rychlosti  $v_{\max}$ . Exponent 4 zajišťuje pozvolný pokles zrychlení, ke kterému dochází až těsně před dosažením maximální rychlosti, což je v souladu s realním chováním.

Druhá část rovnice představuje brzdný člen. Klíčovou roli zde hraje tzv. požadovaná dynamická vzdálenost  $s^*$ , která je definována jako:

$$s^*(v, \Delta v) = s_0 + v \cdot T + \frac{v \cdot \Delta v}{2\sqrt{a \cdot b}} \quad (2)$$

První člen  $s_0$  je představuje minimální odstup v koloně. Člen  $v \cdot T$  udává bezpečnou vzdálenost v závislosti na rychlosti  $v$  a reakčním času řidiče  $T$ . Poslední člen zajišťuje “inteligentní” brzdění, aby nedošlo k prudkému brzdění na poslední chvíli.

### 3.2 Implementace kruhové topologie

Simulace probíhá na kružnici o poloměru  $R = 35\text{ m}$ . Pozice vozidel jsou reprezentovány úhlem  $\theta_\alpha \in [0, 2\pi)$ . Pro výpočet vzdálenosti  $s_\alpha$  mezi vozidlem  $\alpha$  a vozidlem vpředu ( $\alpha - 1$ ) je nutné zohlednit periodicitu kruhu. V kódu je toto implementováno:

$$\Delta\theta = (\theta_{\alpha-1} - \theta_\alpha) \pmod{2\pi} \quad (3)$$

Fyzická vzdálenost je poté dána jako  $s_\alpha = \Delta\theta \cdot R - L_\alpha$ . V této implementaci poslední vozidlo vždy navazuje na první a systém se chová jako nekonečná kolona.

### 3.3 Numerické řešení rovnic

Časový vývoj systému je řešený metodou Eulerovy integrace s časovým krokem  $dt$ . V každém kroku se nejprve vypočítají nová zrychlení pro všechna vozidla na základě jejich aktuálních stavů. Následně jsou aktualizovány rychlosti a pozice:

$$v_\alpha(t + dt) = v_\alpha(t) + \dot{v}_\alpha \cdot dt \quad (4)$$

$$\theta_\alpha(t + dt) = \theta_\alpha(t) + \frac{v_\alpha(t)}{R} \cdot dt \quad (5)$$

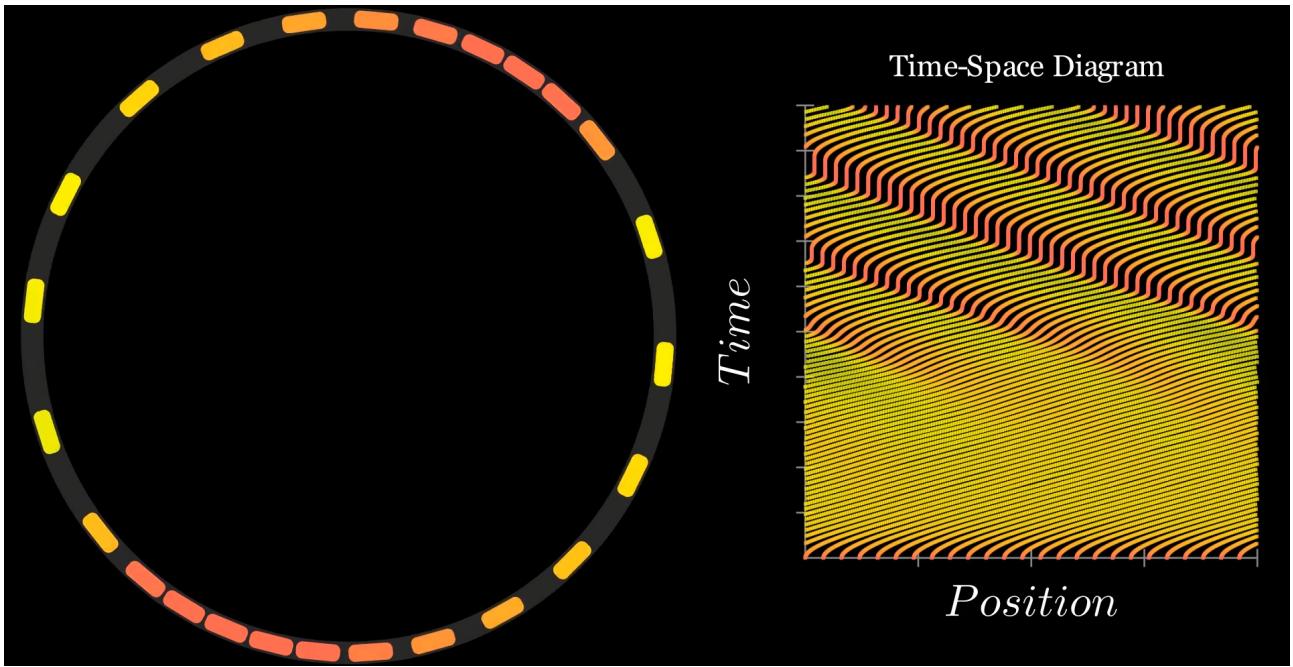
Aby došlo k narušení nestabilní rovnováhy, je do systému zaveden prvek náhody. Bez něj by deterministický model IDM vedl k ustálení všech vozidel na stejně rychlosti a rozestupech. V každém kroku simulace je s pravděpodobností  $P_n$  rychlosť vozidla vynásobena faktorem  $(1 \pm \delta)$ , kde  $\delta$  je míra fluktuace. Tento prvek má za účel simuloval nepozornost řidiče, který má tendenci náhodně mírně zpomalovat či zrychlovat.

## 4 Výsledky

Tabulka 1: Hodnoty paramterů simulace

| Parametr                           | Hodnota              |
|------------------------------------|----------------------|
| Počet aut $N$                      | 25                   |
| Maximální rychlosť $v_{\max}$      | $36\text{ m s}^{-1}$ |
| Maximální zrychlení $a$            | $8\text{ m s}^{-2}$  |
| Brždění $b$                        | $40\text{ m s}^{-2}$ |
| Minimální odstup $s_0$             | 1 m                  |
| Reakční čas $T$                    | 2 s                  |
| Pravděpodobnost nepozornosti $P_n$ | 10 %                 |
| Hodnota fluktuace $\delta$         | 10 %                 |

Simulace byla provedena s parametry viz Tab. 1. Za účelem názorné ukázky a rychlejšího průběhu simulace byly použity parametry zrychlení a brždění přibližně desetkrát vyšší než v [5]. Délka simulace byla 50 s při 60 snímcích za sekundu, což odpovídá 3000 iteracím. Analýzou průběhu simulace byly identifikovány tři fáze vývoje dopravního toku.



Obrázek 1: Simulace v čase  $t = 50$  s

#### 4.1 Rozjezd a stabilní provoz (0 až 15 s)

Na začátku simulace všechna vozidla stojí. Po spuštění se kolona dává do pohybu. Díky členu  $a[1 - (v/v_{\max})^4]$  se vozidla snaží dosáhnout maximální rychlosti. V této fázi je provoz relativně plynulý. Vozidla jsou rovnoměrně rozprostřena a jejich rychlosti rostou. Vozidla byla pro snažší vizualizaci obarvena dle poměru jejich aktuální vůči maximalní rychlosti od červené po zelenou barvu viz Obr. 1.

#### 4.2 Vznik nestability (15 až 25 s)

V tento moment začne systém ztrácet stabilitu vlivem náhodného změny rychlosti jednoho z vozidel. V řídkém provozu by se tato porucha vyhlaďila. V hustém provozu však vozidlo za ním musí reagovat brzděním, aby zachovalo bezpečný odstup  $s^*$  definovaný v rovnici (2). Vzhledem k reakční době a setrvačnosti modelu IDM je toto brzdění o něco prudší než původní zpomalení. Tím se zkrátí odstup pro další vozidlo v řadě, které musí brzdit ještě intenzivněji. Tím dochází k postupné propagaci a znásobení zpomalení pro zbytek dopravy.

#### 4.3 Propagace fantomové zácpy (25 až 50 s)

Malá porucha postupně přejde do stabilní oblasti s téměř nulovou rychlostí. V simulaci je to jasně patrné jako shluk červených stojících vozidel, zatímco na opačné straně okruhu žlutá/zelená vozidla zrychlují.

#### 4.4 Časoprostorový diagram

Vhodným nástrojem pro vizualizaci je také časoprostorový diagram, který je generován v průběhu simulace viz Obr. 1. Osa  $x$  reprezentuje pozici na okruhu (úhel  $\theta_\alpha \in [0, 2\pi)$ ) a osa  $y$  reprezentuje čas  $t$ .

Trajektorie vozidel lze pozorovat jako čáry směřující zleva doprava. V místě zácpy se tyto čáry zahušťují, protože vozidla stojí na místě. Oblast zahuštění se v čase posouvá doleva, tedy proti směru osy  $x$ . To znamená, že samotná dopravní zácpa se pohybuje proti směru jízdy. Rychlosť šíření zácpy  $w$  je konstantná a charakteristická pro dané parametry modelu.

## 5 Závěr

V rámci tohoto projektu byla vytvořena a analyzována simulace fantomové dopravní zácpy s využitím modelu IDM. Simulace byla implementována v jazyce Python s využitím knihovny *Manim* [6], která umožnila jednoduchou a názornou vizualizaci problému viz [7].

Podařilo se úspěšně implementovat periodický model dopravy simulující vznik fantomové zácpy, který zahrnuje fyzikální a psychologické faktory řízení. Simulace potrvdila, že pro vznik fantomové dopravní zácpy není nutný vnější zásah (např. zúžení vozovky). Při dostatečně vysoké hustotě stačí pro vyvolání řetězové reakce minimální náhodná fluktuace rychlosti.

Dále byla demonstrována hlavní vlastnost dopravních vln, tedy zpětná propagace proti směru jízdy s konstantní rychlostí. To odpovídá teoretickým předpokladům a experimentálním datům viz [3].

Simulaci by dále bylo možné rozšířit o více pruhů či kombinaci osobních a nákladních vozidel. To by pravděpodobně vedlo ke komplexnějším dynamickým jevům a větším nestabilitám. Simulace slouží jako důkaz, že plynulost dopravy je silně závislá na disciplíně řidiče a homogenitě jejich chování.

## Reference

- [1] BANDO, M.; K. HASEBE; A. NAKAYAMA; A. SHIBATA a Y. SUGIYAMA, 1995. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation. *Physical Review E*. Online. 51(2), 1035–1042. Dostupné z: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.51.1035>
- [2] NAGEL, Kai a Michael SCHRECKENBERG, 1992. A cellular automaton model for freeway traffic. *Journal de Physique I*. Online. 2, 2221. Dostupné z: <https://doi.org/10.1051/jp1:1992277>
- [3] SUGIYAMA, Yuki; Minoru FUKUI; Macoto KIKUCHI; Katsuya HASEBE; Akihiro NAKAYAMA; Katsuhiro NISHINARI; Shin-ichi TADAKI a Satoshi YUKAWA, 2008. Traffic jams without bottlenecks - experimental evidence for the physical mechanism of the formation of a jam. *New Journal of Physics*. Online. 10, 33001. Dostupné z: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/10/3/033001>
- [4] TREIBER, Martin, 2013. *Traffic Flow Dynamics*. Online. ISBN 978-3-642-32459-8. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-32460-4>
- [5] TREIBER, Martin; Ansgar HENNECKE a Dirk HELBING, 2000. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations. *Physical Review E*. Online. 62(2), 1805–1824. Dostupné z: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.62.1805>
- [6] The Manim Community Developers. (2025). Manim – Mathematical Animation Framework (Version v0.19.1) [Computer software]. <https://www.manim.community/>
- [7] Zdrojový kód simulace: [https://github.com/Eriazen/pchem\\_p07](https://github.com/Eriazen/pchem_p07)