

# Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA

## Controle para Sistemas Computacionais – CMC-12

### Lista 1 – Revisão de EDOs e MATLAB

**Professor:** Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Maximo

11 de março de 2022

**Observação:** A entrega da solução dessa lista consiste de resposta a um Google Forms e de submissão de arquivos no Google Classroom. Compacte todos os arquivos a serem submetidos em um único **.zip** (use obrigatoriamente **.zip**, e **não** outra tecnologia de compactação de arquivos) e anexe esse **.zip** no Google Classroom. O arquivo com os passos das soluções de todas as questões (rascunho) deve ser entregue num arquivo chamado **rascunho.pdf** (**não** usar outro formato além de **.pdf**). Para o **.zip**, use o padrão de nome **<login\_ga>\_listaX.zip**. Por exemplo, se seu login é **marcos.maximo**, o nome do arquivo deve ser **marcos.maximo\_lista1.zip**. **Não** crie subpastas, deixe todos os arquivos na “raiz” do **.zip**. Remova todas as impressões do seu código antes de submeter (e.g. lembre de terminar cada linha com ‘;’).

**Questão 1.** Considere as seguintes equações diferenciais (EDOs):

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 0, \quad (1)$$

$$5\ddot{\ddot{y}} + 2x\ddot{y} + y = \sin x, \quad (2)$$

$$\ddot{y}(1 + y) = 1. \quad (3)$$

Quanto à classificação das EDOs acima, pode-se afirmar:

- (a) (1) é linear e homogênea, enquanto (2) é não-linear.
- (b) (1) e (3) são não-lineares.
- (c) (1) é linear e de 2<sup>a</sup> ordem, enquanto (2) é linear e não-homogênea.
- (d) (2) é de 3<sup>a</sup> ordem, enquanto (3) é linear.
- (e) (2) e (3) são lineares.

Dê sua resposta como um caractere atribuído à variável **alternativa** de **questao1.m**.

**Questão 2.** Considere a EDO de um sistema massa-mola-amortecedor forçado:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = f, \quad (4)$$

em que  $m$  é a massa do bloco,  $b$  é a constante de amortecimento,  $k$  é a constante de força da mola e  $f$  é uma força externa. Resolva analiticamente o PVI associado a essa EDO em que  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $b = 1,4 \text{ Ns/m}$ ,  $k = 1 \text{ N/m}$ ,  $f = 1 \text{ N}$ ,  $y(0) = 0$  e  $\dot{y}(0) = 0$ . Apresente como resposta um gráfico do MATLAB com intervalo  $t \in [0, 10] \text{ s}$  em formato .png chamado `questao2.png` (veja meu tutorial de MATLAB caso não saiba como salvar nesse formato). Lembre de colocar os títulos dos eixos no gráfico.

**Questão 3.** Transforme a EDO do sistema massa-mola-amortecedor forçado apresentado em (4) em um sistema de EDOs da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}f, \quad (5)$$

em que  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  e  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  são matrizes e  $\mathbf{x}(t) = [x(t) \ \dot{x}(t)]^T$ . Para submeter a sua resposta, foi fornecido o arquivo de MATLAB `questao3.m` em que há a implementação de uma função chamada `questao3(m, b, k)`, em que os argumentos `m`, `b` e `k` se referem a  $m$ ,  $b$  e  $k$ , respectivamente. Preencha as matrizes  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  usando os símbolos  $m$ ,  $b$  e  $k$  definidos através dos argumentos da função fornecida.

**Questão 4.** Considere a EDO de um pêndulo simples amortecido:

$$ml\ddot{\theta}(t) + b\dot{\theta}(t) + mg\sin\theta(t) = 0, \quad (6)$$

em que  $m$  é a massa,  $l$  é o comprimento de uma haste com massa desprezível,  $b$  é a constante de amortecimento e  $g$  é a aceleração da gravidade. Desenvolva uma função em MATLAB que simula o movimento do pêndulo através de integração numérica da EDO (6). Para isso, use o *template* entregue através do arquivo `questao4.m`. Nesse arquivo, define-se a função `questao4(m, l, b, g, theta0, dtheta0, t)`, em que os argumentos `m`, `l`, `b` e `g` se referem a  $m$ ,  $l$ ,  $b$  e  $g$ , respectivamente. Além disso, `theta0` e `dtheta0` se referem às condições iniciais  $\theta(t_0)$  e  $\dot{\theta}(t_0)$ , respectivamente. Finalmente, o vetor `t` =  $[t_0, t_1, \dots, t_f]^T$  contém os instantes de simulação. Dica: para integrar a EDO numericamente, use a função `ode45` do MATLAB, a qual usa métodos numéricos semelhantes aos que você aprendeu em CCI-22. Caso não saiba usá-la, foi fornecido um “bizu” juntamente com esse roteiro.