Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA
Sistemas de Controle Contínuos e Discretos – CMC-12
Lista 4 – Transformada de Laplace e Função de Transferência

Professor: Marcos Ricardo Omena de Albuquerque Maximo

1 de abril de 2022

Instruções:

- A entrega da solução dessa lista consiste de submissão de arquivos no Google Classroom.
- Compacte todos os arquivos a serem submetidos em um único `.zip` (use obrigatoriamente `.zip`, e **não** outra tecnologia de compactação de arquivos) e anexe esse `.zip` no Google Classroom.
- O arquivo com os passos das soluções de todas as questões (rascunho) deve ser entregue num arquivo chamado `rascunho.pdf` (**não** usar outro formato além de `.pdf`).
- Para o `.zip`, use o padrão de nome <login_ga>_listaX.zip. Por exemplo, se seu login é `marcos.maximo` e você está entregando a lista 1, o nome do arquivo deve ser `marcos.maximo_lista1.zip`. **Não** crie subpastas, deixe todos os arquivos na "raiz" do `.zip`.
- Favor remover todas as impressões e traçados de gráficos usados para depuração antes de entregar sua solução.

Questão 1. Encontre a inversa da seguinte expressão no domínio s:

$$F(s) = \frac{3s+5}{s^3+4s^2+5s+2}. \tag{1}$$

Forneça sua resposta como uma função anônima do MATLAB, que representa $f(t)$ e deve ser retornado pela função `questao1()`, definida no arquivo `questao1.m`. Sua função anônima deve receber uma única variável como argumento, que representa o tempo. Exemplo, se a inversa encontrada fosse

$$f(t) = 2 - e^{-t} + e^{-2t}, \tag{2}$$

então a função anônima seria: `f = @(t) 2 - exp(-t) + exp(-2 * t)`. **Observação:** pode considerar que a função recebe apenas valores $t \geq 0$.

Questão 2. Considere o sistema massa-mola-amortecedor forçado

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = u(t), \tag{3}$$

em que $x(t)$ é a posição do bloco, $m = 1\ kg$ é a massa do bloco, $b = 6\ Ns/m$ é uma constante de amortecimento, $k = 18\ N/m$ é a constante de força da mola. Usando transformada de Laplace, resolva um problema de valor inicial (PVI) considerando essa dinâmica, entrada $u(t) = 18 \cdot 1(t)\ N$ (i.e. degrau com amplitude 18 N) e condições iniciais $x(0) = 1$ e $\dot{x}(0) = 3$. Forneça sua resposta como uma função anônima do MATLAB, que representa $f(t)$ e deve ser retornado pela função `questao2()`, definida no arquivo `questao2.m`

Questão 3. Considere um motor elétrico como discutido em sala de aula e apresentado na Figura 1. Determine a função de transferência $G(s) = \Theta(s)/V(s)$, que relaciona a tensão de entrada com a posição angular do motor.

Forneça sua resposta como uma função de transferência do MATLAB, obtida através dos comandos `tf` ou `zpk`. A implementação deve ser realizada no arquivo entregue `questao3.m`. Use parâmetros conhecidos de modelagem de motor elétrico: J é a inércia, b é a constante de amortecimento, R é a resistência, L é a indutância, K_t é a constante de torque. No caso, **não** despreze o efeito do indutor L.

Dica: obtenha o sistema de equações diferenciais ordinárias (EDOs) que descreve a dinâmica do motor elétrico, use transformada de Laplace nas equações e então obtenha a função de transferência $G(s) = \Theta(s)/V(s)$.

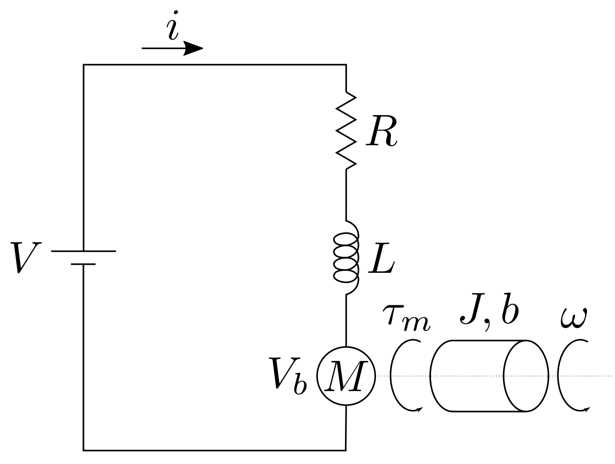

Figura 1: Motor elétrico.

Questão 4. Deseje-se verificar o comportamento do controlador de posição de um carro autônomo quando submetido a uma referência rampa unitária $x_r(t) = t$. Para isso, solicita-se que você implemente uma função para simular essa situação, assumindo que o carro parte do repouso (i.e. condições iniciais nulas). Considere que o controlador é do tipo P+V com malhas aninhadas, conforme mostrado na Figura 2, de modo que a dinâmica do sistema em malha fechada é

$$m\ddot{x} + (b + K_v)\,\dot{x} + K_pK_vx = K_pK_vx_r, \tag{4}$$

em que m é a massa do carro, b é uma constante de amortecimento devido à resistência do ar, K_p é o ganho proporcional e K_v é o ganho de velocidade. Implemente sua simulação no arquivo `questao4.m`. Nesse arquivo, define-se a função `x = questao4(m, b, Kp, Kv, t)`, em que argumentos `m`, `b`, `Kp` e `Kv` referem-se a m, b, K_p e K_v, respectivamente. Além disso, `t` representa o vetor $\mathbf{t} = [t_0, t_1, ..., t_f]^T$, que contém os instantes de tempo da simulação, e `x` é $\mathbf{x} = [x(t_0), x(t_1), ..., x(t_f)]^T$, que guarda as posições do carro nos instantes de tempo considerados em `t`.

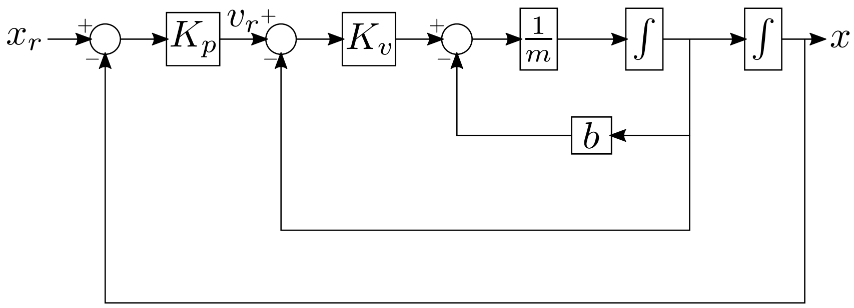

Figura 2: Diagrama de blocos com malhas aninhadas de posição e velocidade para controlar a posição de um carro autônomo.