

Relatório do Laboratório 1 - Simulação de Sistema de *Cruise Control*

Eric Guerra Ribeiro

31 de março de 2022

1 Identificação do Sistema

Este relatório objetiva estudar o sistema de *cruise control*. Ele se trata de um carro que sofre resistência do ar e é modelado pela Eq. 1.

$$m\dot{v} + bv = u \quad (1)$$

Primeiramente, se testou esse modelo comparando uma simulação com dados experimentais, com $u = f = 500 \text{ N}$. Para isso, estimou-se os parâmetros m , b a partir dos dados experimentais. Com isso, se encontrou $m = 1000 \text{ kg}$, $b = 50 \text{ Ns/m}$.

O gráfico da Figura 1 mostra a comparação entre os dados experimentais e os resultantes da simulação. Perceba que o resultado foi muito próximo, indistinguível visualmente. Portanto, o modelo utilizado é adequado para o sistema estudado.

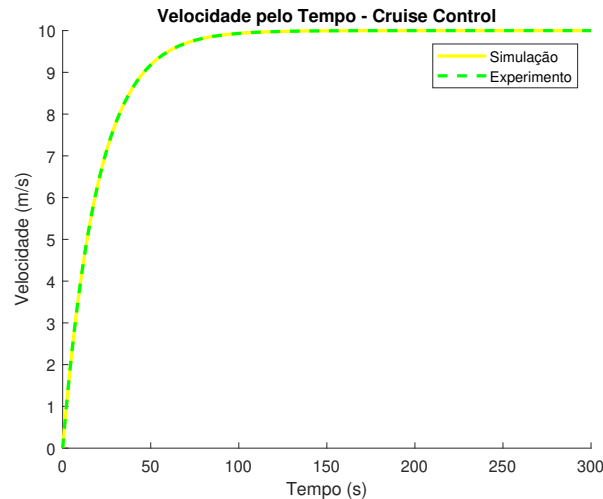


Figura 1: Velocidade pelo tempo no experimento (em verde) e na simulação (em amarelo).

2 Controle em Malha Aberta

No controle de malha aberta, utilizamos a dedução de Eq.2, então para atingir uma velocidade v_r , utilizamos Eq.3. Nesse caso, a resolução do sistema fica como Eq.4. De Eq.4 percebe-se que a constante de tempo do sistema é dada por Eq.5.

$$v_{\infty} = \frac{f}{b} \quad (2)$$

$$u = bv_r \quad (3)$$

$$v(t) = v_r \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right) \quad (4)$$

$$\tau = \frac{m}{b} \quad (5)$$

2.1 Velocidades de Referência

A Figura 2 mostra as simulações para diferentes velocidades de referência. Como indicado pela Eq.5, o tempo para atingir a velocidade desejada independe dessa velocidade, dependendo apenas de parâmetros do carro.

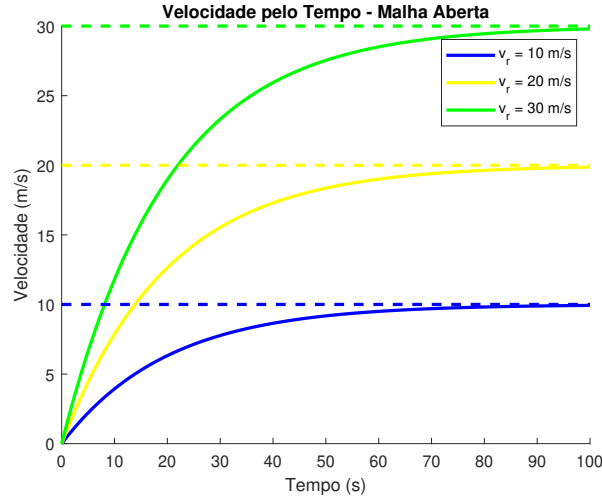


Figura 2: Velocidade pelo tempo em simulações de diferentes velocidades de referência.

2.2 Tempo Mínimo

Apesar da constante de tempo não depender da velocidade desejada, ao aumentarmos essa velocidade, também se aumenta a aceleração no início. Então uma estratégia para o tempo mínimo, é usar a maior força possível no começo da aceleração e depois, ao atingir a velocidade alvo, reduzir para que a velocidade permaneça no desejado. A Eq. 6 mostra a expressão de tempo mínimo seguindo essa estratégia. Assim, para a entrada u para o sistema de controle é dada por Eq.7. A Figura 3 mostra o gráfico da simulação usando a estratégia de tempo mínimo e a usual, com $f_{max} = 2000 \text{ N}$. Perceba que a estratégia de tempo mínimo causou uma redução muito significativa na duração de tempo de aceleração, de cerca de 100 s para cerca de 5.8 s.

$$t_{min} = \frac{m}{b} \ln \left(\frac{f_{max}}{f_{max} - bv_r} \right) \quad (6)$$

$$u(t) = \begin{cases} f_{max} & 0 \leq t \leq t_{min} \\ bv_r & t_{min} < t \end{cases} \quad (7)$$

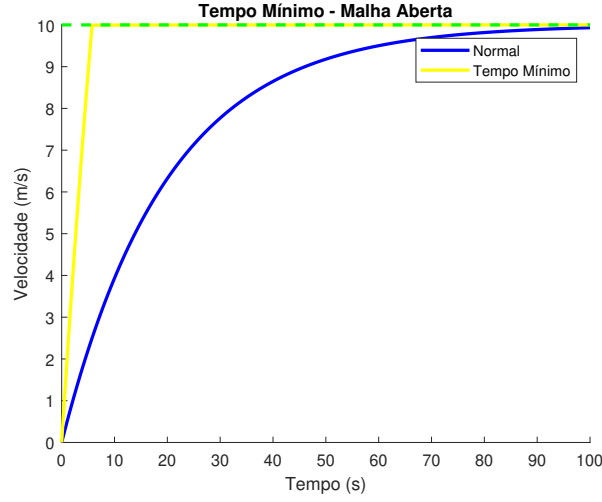


Figura 3: Velocidade pelo tempo em simulação com estratégia usual e de tempo mínimo.

2.3 Perturbação

Um dos problemas de malha aberta, é a suscetibilidade à perturbações. Para estudar esse efeito, foram feitas simulações com perturbações de $d = 100\text{ N}$, $d = 200\text{ N}$ e $d = 300\text{ N}$. Nesses casos, $f = u + d$, então pelas equações 2 e 3 $v_\infty = 12\text{ m/s}$, $v_\infty = 14\text{ m/s}$, $v_\infty = 16\text{ m/s}$, respectivamente. O gráfico da Figura 4 mostra os resultados da simulação que correspondem com os valores previstos teoricamente.

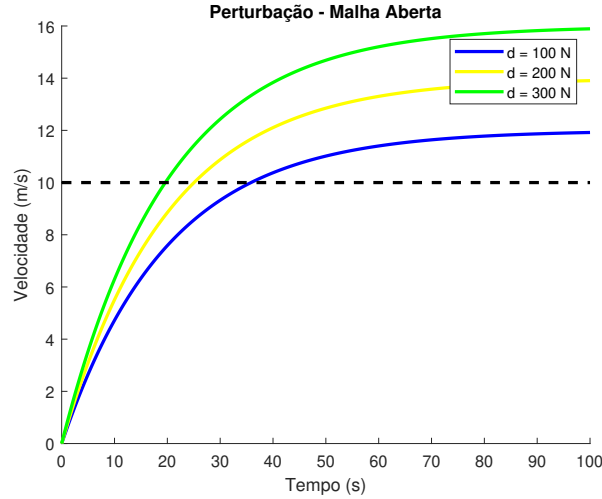


Figura 4: Velocidade pelo tempo em simulação com perturbação d .

2.4 Massa

Ao aumentar a massa do carro, por exemplo por adicionar um passageiro, pela Eq.5 a constante de tempo aumenta, aumentando o tempo necessário para chegar a velocidade de referência. Para comprovar isso, se simulou com e sem um passageiro de 100 kg (aumenta τ em 10%). O gráfico disso é mostrado na Figura 5. Perceba que a diferença foi pequena, porque τ não aumentou tanto, mas perceptível, sendo com o passageiro mais devagar.

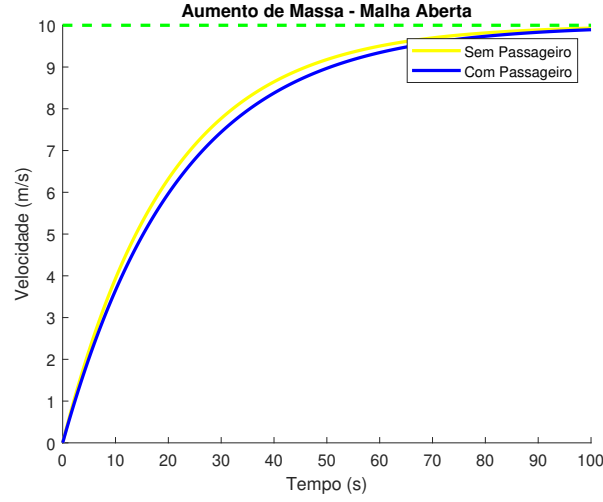


Figura 5: Velocidade pelo tempo em simulação com e sem acréscimo de massa.

2.5 Erro de Modelo

Supondo que o b mudou depois do projeto do controlador para $b + \Delta b$ ($\Delta b = 10 \text{ Ns/m}$), podemos analisar outra falha de malha aberta: erro de modelo. Nesse caso, há dois efeitos: a constante de tempo diminui e a velocidade de referência não atingida, pois $v_\infty = \frac{bv_r}{b+\Delta b} = 8.33 \text{ m/s}$. A Figura 6 mostra o gráfico da simulação com e sem mudança de b . Conforme o esperado, v_∞ realmente não foi a de referência e foi por volta de 8.3 m/s . Todavia, a diferença entre as constantes de tempo não foi suficientemente grande para se notar alguma diferença visualmente (τ foi de 20 s para 16.7 s).

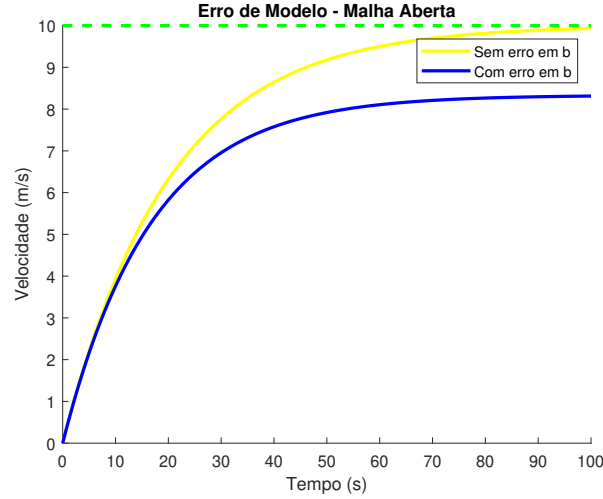


Figura 6: Velocidade pelo tempo em simulação com e sem aumento em b (gerando erro de modelo).

3 Controle em Malha Fechada

No controle de malha fechada, realimenta-se a velocidade no controlador de forma que seu esforço é dado por Eq.8, em que $b_c v_r$ é o termo *feedforward* tal que quando $b_c = b$, $v_\infty = v_r$. Já K_p é uma

constante que pode ser escolhida de forma que o sistema assuma a constante de tempo desejada, de acordo com Eq.9. Em caso geral, temos Eq.10.

$$u(t) = b_c v_r + K_p(v_r - v(t)) \quad (8)$$

$$K_p = \frac{m}{\tau} - b \quad (9)$$

$$v_\infty = \frac{b_c + K_p}{b + K_p} v_r = \left(1 + \frac{b_c - b}{m} \tau\right) v_r \quad (10)$$

3.1 Velocidades de Referência

A Figura 7 mostra as simulações para diferentes velocidades de referência, com K_p tal que $\tau = 10$ s. Assim comparando com a Fig.2, temos que é atingido a velocidade de referência duas vezes mais rápido (de fato, no caso de malha aberta $\tau = 20$ s). Isso mostra como que se pode modificar melhor a dinâmica do sistema com malha fechada em relação à malha aberta, cuja constante de tempo estava sujeita apenas a propriedades físicas do sistema.

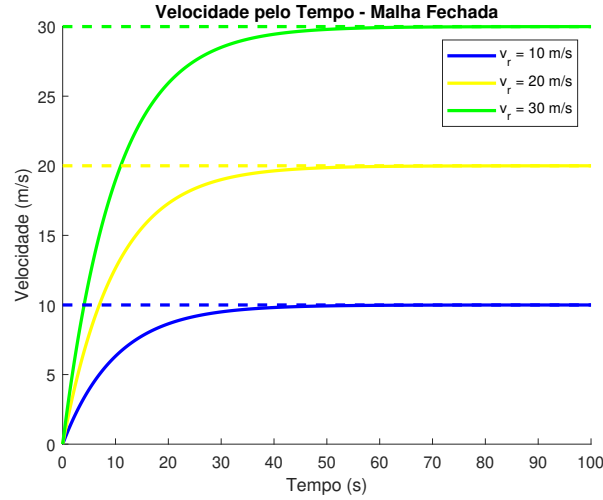


Figura 7: Velocidade pelo tempo em simulações de diferentes velocidades de referência.

3.2 Feedforward

Para analisar a importância do termo de *feedforward*, se fez uma simulação com $b_c = 0$. Assim, por Eq.10, temos que a velocidade atingida nesse caso é $v_\infty = 5$ m/s. A Figura 8 mostra o gráfico dessa simulação e como esperado a velocidade final foi de 5 m/s.

3.3 Perturbação

Para estudar o efeito da perturbação, foram feitas simulações com perturbações de $d = 100$ N, $d = 200$ N e $d = 300$ N. Nesses casos, a velocidade em regime permanente é dada por Eq.11. Assim, se espera que as velocidades sejam 11 m/s, 12 m/s e 13 m/s, respectivamente. A Figura 9 mostra o gráfico da simulação, corroborando com os valores esperados pela teoria. Comparando com a Fig.4, percebe-se que a malha fechada é melhor em mitigar perturbações externas do que a malha aberta.

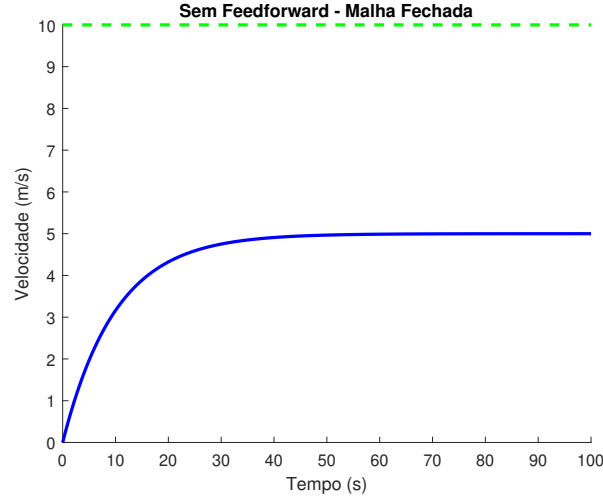


Figura 8: Velocidade pelo tempo em simulação sem *feedforward*.

$$v_{\infty} = \frac{b_c + K_p}{b + K_p} v_r + \frac{d}{b + K_p} = \left(1 + \frac{b_c - b}{m} \tau\right) v_r + \frac{d\tau}{m} \quad (11)$$

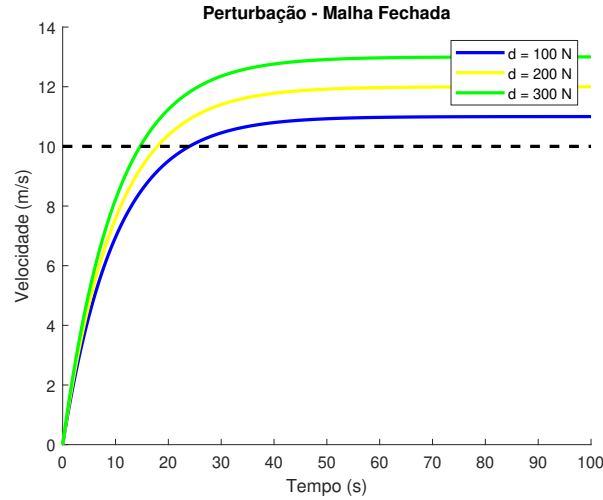


Figura 9: Velocidade pelo tempo em simulação com perturbação d .

3.4 Erro de Modelo

Supondo que o b mudou depois do projeto do controlador para $b + \Delta b$ ($\Delta b = 10 \text{ Ns/m}$), podemos analisar a influência do erro de modelo na malha fechada. Nesse contexto, o b_c seria igual ao b original, enquanto o $b + \Delta b$ seria o coeficiente de arrasto do carro. Assim como em malha aberta, há dois efeitos: a constante de tempo diminui (pois o K_p calculado é o errado) e a velocidade de referência não atingida, pois $v_{\infty} = \left(1 - \frac{\Delta b}{m} \tau\right) v_r = 9 \text{ m/s}$. A Figura 10 mostra o gráfico da simulação com e sem mudança de b . Conforme o esperado, v_{∞} realmente não foi a de referência e foi por volta de 9 m/s . Todavia, a diferença entre as constantes de tempo não foi suficientemente grande para se notar alguma

diferença visualmente (τ foi de 10 s para $\frac{1}{\frac{1}{\tau} + \frac{\Delta b}{m}} = 9.09$ s). Novamente, ao comparar com malha aberta (Fig.6) vemos que o erro permanente foi menor, indicando maior robustez da malha fechada.

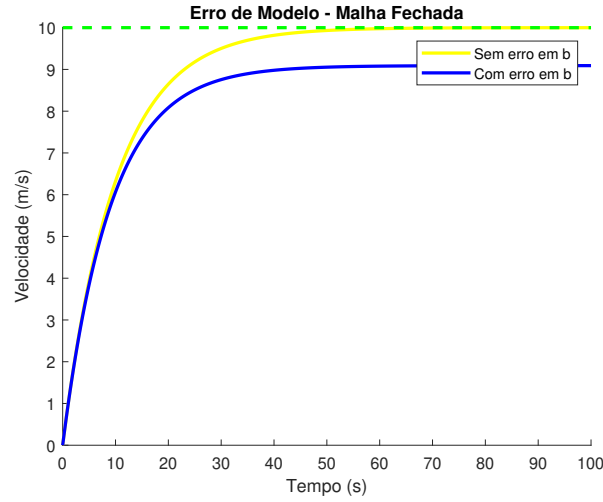


Figura 10: Velocidade pelo tempo em simulação com e sem aumento em b (gerando erro de modelo).

3.5 Esforço de Controle

Também se analisou o esforço de controle, que corresponde a força provida ao sistema pelo sistema de controle. A Figura 11 mostra o gráfico do esforço pelo tempo. Assim, como na estratégia de tempo mínimo (Eq.7) a força provida inicialmente é bem alta para acelerar rapidamente o carro, mas depois cai para o valor constante que mantém o carro na velocidade desejada. A principal diferença é que na malha fechada isso é feito de maneira mais contínua e gradual, o que aumenta o tempo de aceleração e deixa o carro mais confortável de usar por ter menos *jerk*.

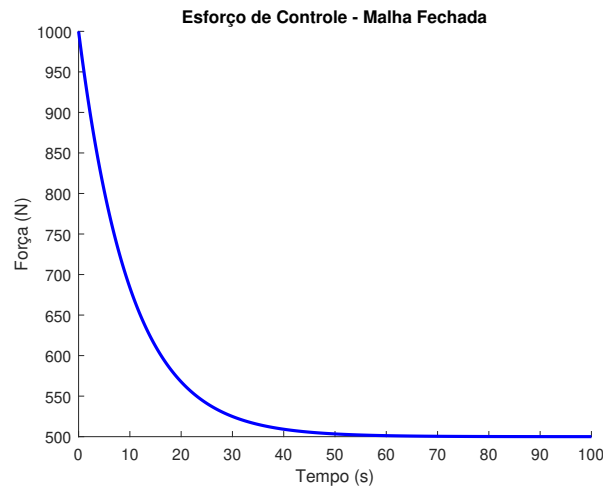


Figura 11: Força provida pelo sistema de controle pelo tempo.