

- 1. 模型名称
- 2. 适用范围
- 3. 概念和假设
- 4. 参数和投入产出表
- 5. 模型建立

## 模型-经济管理-管理学模型-投入产出分析模型【czy】

### 1. 模型名称

投入产出分析模型 (Input-output Analytical Model)

### 2. 适用范围

研究国民经济各个部门间的平衡，预测国民经济发展的前景

### 3. 概念和假设

投入产出分析模型

01

投入产出模型的概念

- 投入：从事一项经济活动的消耗
- 产出：从事经济活动的结果
- 投入产出数学模型**：通过编制投入产出表，运用线性代数工具建立数学模型，从而揭示国民经济各部门、再生产各环节之间的内在联系，并据此进行经济分析、预测和安排预算计划。按计量单位不同，该模型可分为价值型和实物型。

02

投入产出模型的假设

假设有 $n$ 个经济部门组成的经济系统：

- 部门 $i$ 仅生产一种产品 $i$ ，称为部门 $i$ 的产出，不同部门的产品不能相互替代。
- 部门 $i$ 在生产过程中至少需要消耗另一部门 $j$ 的产品，称为部门 $j$ 对部门 $i$ 的投入，并且**消耗**的各部门产品的投入量与该部门的总产出量成正比。

### 4. 参数和投入产出表

部门的总产出——— $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$

部门分配给部门的产品量——— $x_{ij} (i, j = 1, 2, \dots, n)$

部门的单位产品对部门的产品消耗——— $a_{ij} (i, j = 1, 2, \dots, n)$

外部对部门的需求——— $y_i (i = 1, 2, \dots, n)$

部门新创造的价值——— $z_j (j = 1, 2, \dots, n)$

则显然有 $x_{ij} = a_{ij} x_j$

产出 投入		中间产品				最终 产出	总产出
		部门 1	部门 2	...	部门 n		
中间投入	部门 1	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1n}$	$y_1$	$x_1$
	部门 2	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2n}$	$y_2$	$x_2$
	...	...	...	...	...	...	...
	部门 n	$x_{n1}$	$x_{n2}$	...	$x_{nn}$	$y_n$	$x_n$
新创产值		$z_1$	$z_2$	...	$z_n$		

5. 模型建立

平衡方程组

对每一部门，系统内部各部门消耗+外部需求=总产品

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + y_i = x_i(i = 1, 2, \dots, n)$$

对系统内各部门产品的消耗+新创价值=总产值

$$\sum_{i=1}^n a_{ij}x_j + z_j = x_j(j = 1, 2, \dots, n)$$

记

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

则分配平衡方程组可以写成矩阵形式

$$x = Ax + y$$

记

$$D = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n a_{i1} & & & \\ & \sum_{i=1}^n a_{i2} & & \\ & & \cdots & \\ & & & \sum_{i=1}^n a_{in} \end{bmatrix}$$

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_n \end{bmatrix}$$

则消耗平衡方程可以写成矩阵形式

$$x = Dx + z$$

## 投入产出分析模型

### 05 完全消耗系数

- **直接消耗系数**  $a_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) 表示部门  $j$  在生产单位产品  $i$  时, 所需直接消耗产品  $i$  的数量。然而, 在生产过程中, 除了部门间的这种直接联系外, 各部门间还具有间接的联系。
- 对于飞机制造部门来说, 这类间接消耗是对电力的更高一级的间接消耗。依此类推, 飞机制造部门对电力的消耗应包括直接消耗和多次的间接消耗。一般地, 部门  $j$  除直接消耗部门  $i$  的产品外, 还要通过一系列中间环节形成对部门  $i$  产品的间接消耗, 直接消耗和间接消耗的和, 称为 **完全消耗**。设  $b_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) 表示生产过程中, 生产单位产品  $j$  需要完全消耗的产品  $i$  的数量。



根据完全消耗的定义,

$$b_{ij} = a_{ij} + \sum_{k=1}^n b_{ik} a_{kj} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

上式右端第一项直接消耗, 第二项为间接消耗,

$$\text{及矩阵 } B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix}$$

则上式可以写成矩阵形式  $B = A + BA$ ,  $B$  为完全消耗矩阵

又由  $x = Ax + y$ , 得  $x = (B + E)y$

上式说明,

**如果已知完全消耗系数矩阵  $B$  和最终产品向量  $y \geq 0$ , 就可以直接计算出总产出向量  $x$**