模型-经济管理-管理学模型-投入产出分析模型【czy】

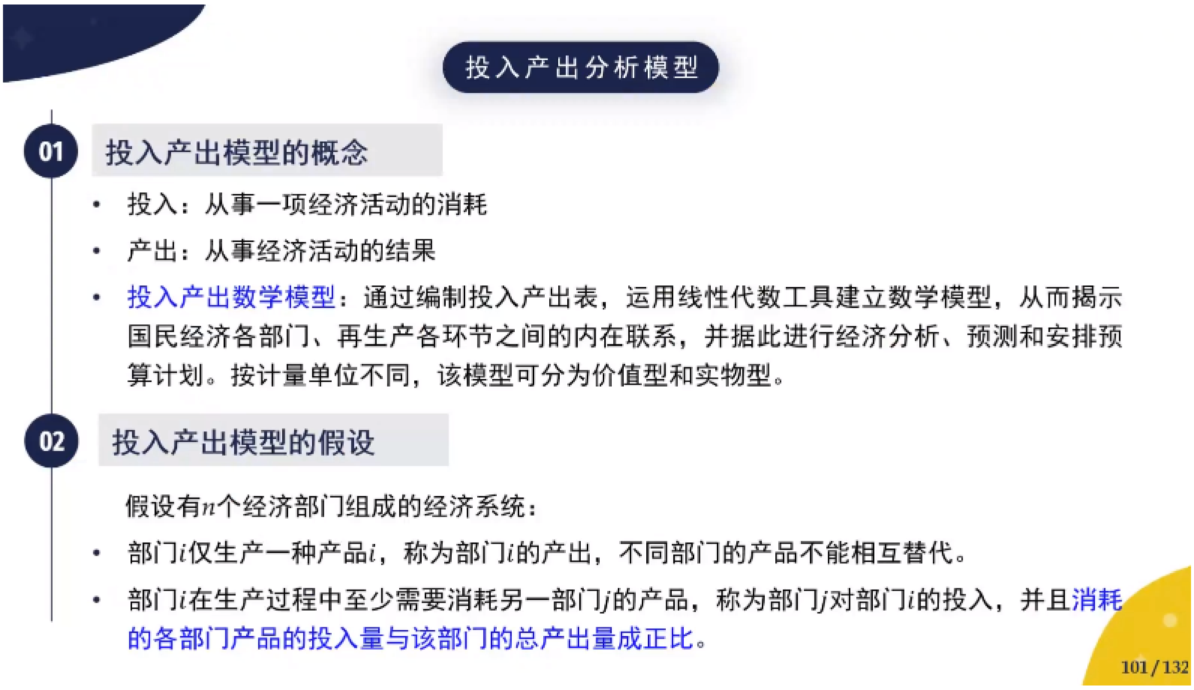
1. 模型名称

投入产出分析模型 （Input-output Analytical Model）

2. 适用范围

研究国民经济各个部门间的平衡，预测国民经济发展的前景

3. 概念和假设



4. 参数和投入产出表

部门i的总产出————$x_i\,(i=1,2,\ldots,n)$

部门i分配给部门j的产品量————$x_{ij}\quad(i,j=1,2,\ldots,n)$

部门j的单位产品对部门i的产品消耗————$a_{ij}\ (i,j=1,2,\ldots,n)$

外部对部门i的需求————$y_i\ (i=1,2,\ldots,n)$

部门j新创造的价值———— $z_j\ (j=1,2,\ldots,n)$

则显然有$x_{ij}=a_{ij}x_j$

03 参数及投入产出表

产出 / 投入		中间产品				最终产出	总产出
		部门 1	部门 2	…	部门 n		
中间投入	部门 1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1n}	y_1	x_1
	部门 2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2n}	y_2	x_2
	…	…	…	…	…	…	…
	部门 n	x_{n1}	x_{n2}	…	x_{nn}	y_n	x_n
新创产值		z_1	z_2	…	z_n		

5. 模型建立

平衡方程组

对每一部门，系统内部各部门消耗+外部需求=总产品

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + y_i = x_i (i = 1, 2, \ldots, n)$$

对系统内各部门产品的消耗+新创价值=总产值

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_j + z_j = x_j (j = 1, 2, \ldots, n)$$

记

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

则分配平衡方程组可以写成矩阵形式

$$x = Ax + y$$

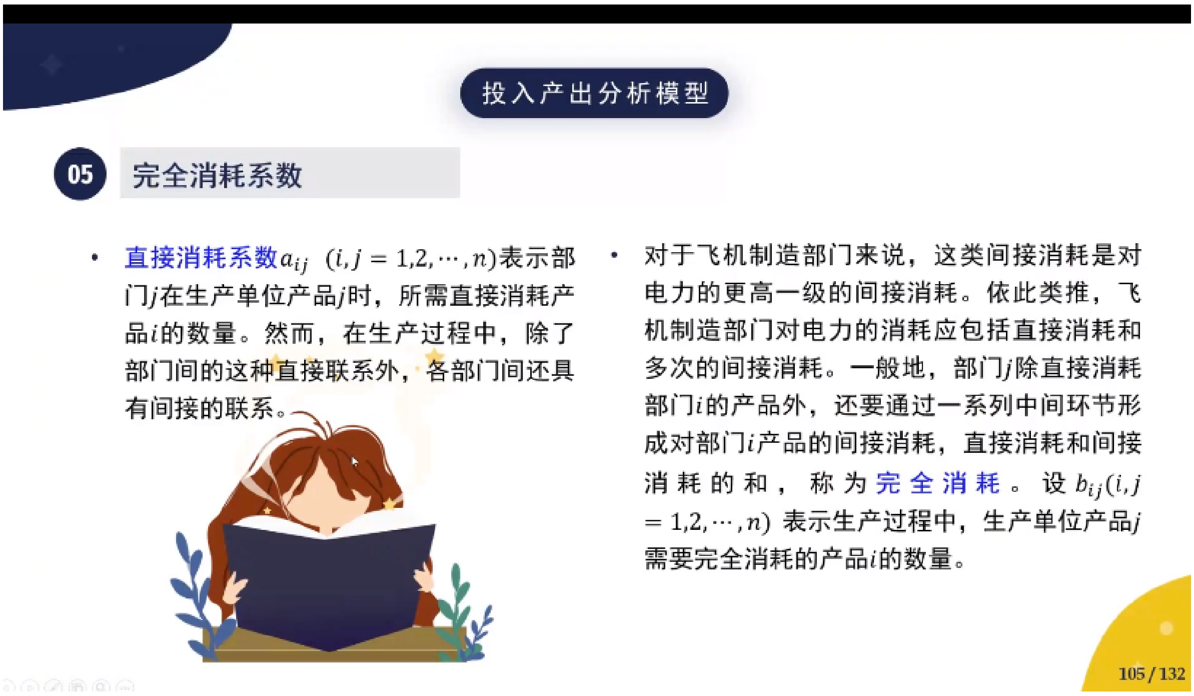
记

$$D = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} a_{i1} & & & \\ & \sum_{i=1}^{n} a_{i2} & & \\ & & \cdots & \\ & & & \sum_{i=1}^{n} a_{in} \end{bmatrix}$$

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \cdots \\ z_n \end{bmatrix}$$

则消耗平衡方程可以写成矩阵形式

$$x = Dx + z$$



根据完全消耗的定义，

有$b_{ij} = a_{ij} + \sum_{k=1}^{n} b_{ik} a_{kj} (i,j = 1,2,\dots,n)$

上式右端第一项直接消耗，第二项为间接消耗，

及矩阵$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix}$

则上式可以写成矩阵形式$B = A + BA$,B为完全消耗矩阵

又由$x = Ax + y$,得$x = (B + E)y$

上式说明，

如果已知完全消耗系数矩阵B和最终产品向量$y \geq 0$，就可以直接计算出总产出向量x