

相对稀缺性对我国商品价格长期均衡格局的影响 ——以豆类期货为例

张任飞¹ 马宇哲²

(1.北京工商大学 经济学院, 北京 100048; 2.中国财政科学研究院 研究生部, 北京 100142)

【摘 要】为了更好地刻画多商品价格的长期均衡状态,将商品间的经济联系和相对稀缺程度引入分析框架,在传统库存理论的基础上分别构建多商品均衡理论模型和两因素实证模型。通过理论模型的求解,发现商品便利收益率是单个商品与相关商品价格水平比的增函数,该命题是传统库存理论的延伸。同时,在多商品的框架下能够将商品间协同运动的来源分解成两部分:一是商品价格瞬时变动的短期影响;二是由多商品均衡经济关系导致的长期反馈效应。通过构建多商品两因素实证模型,阐释了具有经济联系的商品间价格反馈机制的运作机理,对我国大豆类商品的实证结果也印证了理论模型的主要结论。

【关键词】相对稀缺性 经济联系 协同运动 多商品均衡

【中图分类号】F726 【文献标识码】A 【文章编号】1006-2025(2018)01-0018-08

一、引言

随着后金融危机时期各国经济缓慢复苏,大宗商品市场逐渐走出低谷,呈现出价格回升的趋势。通过对大宗商品市场价格走势的长期追踪,发现不同类别商品以及同种类别不同品种的商品间存在错综复杂的经济联系,导致相关商品价格呈现出同涨同跌的趋同性或此消彼长的差异性。

传统基于正常现货溢价理论和库存理论的研究均将视角聚焦在单个商品价格行为上,但商品间的内生关系和经济联系所导致的上述趋同或差异行为很少有学者关注。笔者从传统的库存理论入手,将大宗商品间的经济联系(主要是生产关系)引入分析框架,通过构

建相对稀缺性指标来梳理商品期、现价格与便利收益率的关系,着重对具有生产关系商品呈现出高度相关的价格协同性以及长期反馈效应作出经济学解释。

我国普遍存在具有经济联系的期货品种,如大豆、豆油与豆粕,焦煤、焦炭,工业金属等,但国内对于这些商品期货相关理论的研究仍较为滞后。笔者基于多商品和相对稀缺性视角下的理论能够为研究库存理论及多商品价格均衡提供新的视角,以弥补国内在这一领域的空白,完善我国商品期货的定价机制。

二、文献综述

商品期货定价一直以来是期货研究中一个关键问题。目前描述期货价格行为有两大理论:一是风险溢价

【收稿日期】2017-08-28

【基金项目】本文系北京市教委科研计划重点项目“省域期货生态环境效率评价与优化研究——基于京、沪、浙等地的比较”(编号:SZ20171001107)。

【作者简介】张任飞(1992.2-),男,汉,河南郑州,北京工商大学经济学院 2014 级产业经济学硕士研究生,主要研究方向为期货市场;马宇哲(1992.9-),女,汉,河南商丘,中国财政科学研究院 2015 级会计学硕士研究生,主要研究方向为财务管理。

理论(Risk premium);二是库存理论(Storage theory)。风险溢价理论认为:如果大多数套保者持有基础资产长头寸,他们会通过持有期货短头寸来进行套保,故期货价格将低于预期未来的即期价格,从而呈现出向下偏斜的期限结构(现货溢价),此时承担风险溢价的投机者将获得平均正利润。随后学者们认为即使风险溢价存在,该溢价是否连续并持续存在仍然存疑。为此,人们在研究期货价格的过程中逐渐将目光转向 Kaldor(卡尔多,1939)于1939年提出的“便利收益率”概念及以此为基础的库存理论,以期更好地解释市场中普遍存在的期货溢价和现货溢价同时发生且持续存在的期限结构。

(一)库存理论基础

库存理论认为对于大多数商品来说,持有现货资产会带来一定的收益,被称为便利收益。这是由于在遭遇供给冲击时,持有商品存货能够在不调整生产计划的情况下获得额外的好处(Brennan,1958)。Brennan & Schwartz(布伦南和施瓦茨,1985)将便利收益率定义为持有库存带来的隐形收益或隐形报酬,这种报酬无法被直接观测到。实证方面,Brennan(1991)和 Pindyck(平狄克,1993)直接使用库存数据,发现对于金属和其他一些大宗商品来说,便利收益率确实是库存水平的递减凸函数。

(二)基于库存理论的期货价格动态模型

基于库存理论的均衡模型以便利收益率为基础,通过对内生变量动态刻画以期更加精确地描述期货价格和期限结构。早期的文献中学者们将便利收益率视作与即期价格正相关的确定性函数,而将即期价格表示为满足几何布朗运动的随机过程,如 Brennan & Schwartz(1985)。到了1989年,Gibson & Schwartz(吉布森和施瓦茨,1989)指出便利收益率并不与即期价格完全相关,建议将其看成一个具有均值回归特性的随机变量。之后,Schwartz(1997)将利率作为内生变量引入模型,从而构建了刻画即期价格、便利收益率以及利率随机行为的三因素模型。

(三)传统库存理论延伸

根据库存理论,期货与现货的价格差异(基差)取决于以下三个因素:一是融资利息;二是便利收益率;三是持有库存的风险溢价(仓储费用),可以直观的用公式表示为: $F_{t,T}=S_t e^{(r+u-\delta)(T-t)}$ 。其中, $F_{t,T}$ 和 S_t 分别对应 t 时刻的期货和现货价格, r 为无风险利率, δ 为便利收益率, u 为储存费率, T 为期货合约到期时间。将上式两边取对数可以得到即期价格与便利收益率的关系,即:

$$\delta=(\ln S_t - \ln F_{t,T})/(T-t)+(r+u) \quad (1)$$

如果仅考虑单一商品的市场并将即期价格作为商品绝对稀缺性的衡量指标,传统库存理论可以表述为:便利收益率是即期价格的增函数;即期价格的增量变动与便利收益率正相关。也就是说传统库存理论对于便利收益率和相关价格行为的分析是将单个商品的即期价格作为绝对稀缺性指标内化在模型构建中,却忽视了不同商品间即期价格变动对于特定商品价格动态的影响。

事实上,大宗商品间存在纷繁复杂的经济联系,单个商品的供需冲击不仅影响到单个商品价格期限结构,而且会将该冲击传导到与其具有特定经济关系的其他商品上,从而赋予了商品间相互关联的价格动态和均衡关系。因此,笔者将商品间的相对价格变动作为影响其价格动态的指标引入分析框架,该指标被定义为商品的即期对数价格比: $R_{ij}=S_i/S_j$ 。其中, S_i 、 S_j 分别表示商品和即期对数价格, R_{ij} 用来衡量商品间的相对稀缺程度。将相对稀缺性和商品间的经济联系引入分析框架后的理论是传统库存理论的延伸。

三、多商品均衡模型的构建

通过将相对稀缺性指标引入分析框架,在传统库存理论的基础上提出一个新命题:考虑相对稀缺性后单个商品的便利收益率是该商品与其他相关商品价格水平比的增函数。这就意味着持有库存所获得的好处并不仅仅与即期价格相关,同时也取决于商品间即期价格衡量的相对稀缺程度。

(一)多商品均衡模型的构建

考虑一个两期、具有生产关系(大豆、豆粕)的两商品均衡:假设0期大豆和豆粕的价格分别为15元和20元,由于种种原因,1期两商品价格分别涨至21元和22元。如果仅观察豆粕市场,传统库存理论认为1期豆粕的便利收益率要高于0期(1期价格更高)。但如果将两个市场都考虑在内,通过比较相对稀缺性指标(价格比),可以清楚看到0期豆粕相对于大豆更加稀缺($20/15 > 22/21$)。简单来说,商品间相对稀缺度的变更会直接作用于各期商品的便利收益率,从而影响其预期价格。

笔者在借鉴 Casassus, Collin-Dufresne & Routledge(科林和劳特利奇,2006)单商品均衡模型的基础上提出一个基于生产关系的多商品均衡模型,该模型存在一个资本部门(K_t)和两个可储存的商品部门(大豆、豆粕,库存分别为 $Q_{1,t}$ 和 $Q_{2,t}$)。其中,假设模型中存在无限存量的大豆,但需要花费 $I_{1,t}$ 单位的投资。同样,压榨豆

粕需要 q_i 单位大豆的投入以及 I_{2i} 单位的投资。一位无限期存续的代表性消费者通过消费两种标准消费品以及作为计价物 (Numeraire) 的资本品来攫取效用, 消费者最大化效用的优化问题可表示为:

$$\max_{\{C_{k,t}, C_{1,t}, C_{2,t}, q_{1,t}, q_{2,t}\}} \int_0^{\infty} e^{-\theta t} u[C_{k,t}, C_{1,t}, C_{2,t}] dt \quad (2)$$

其中, A 为可行的策略集, 效用函数方程 $u[C_{k,t}, C_{1,t}, C_{2,t}]$ 满足标准条件。相应的, 资本品、大豆、豆粕库存的动态约束条件为:

$$dK_t = (\alpha_k K_t - C_{k,t} - I_{1,t} - I_{2,t}) dt + \sigma_k K_t dW_{k,t}^P \quad (3)$$

$$dQ_{1,t} = (f_1[I_{1,t}, Q_{1,t}] - q_{1,t} - C_{1,t}) dt \quad (4)$$

$$dQ_{2,t} = (f_2[I_{2,t}, q_{2,t}, Q_{2,t}] - C_{2,t}) dt \quad (5)$$

其中, $f_1[I_1, Q_1]$ 是大豆的生产率, $f_2[I_2, q_2, Q_2]$ 是豆粕的生产率, 两者均为凹函数并单调递增。由于传统库存理论认为消费者能够从持有库存中获益, 特别假设生产函数与商品库存正相关: $\frac{\partial^2 f_i}{\partial q_i \partial Q_i} > 0$ 且 $\frac{\partial^2 f_i}{\partial I_i \partial Q_i} > 0$ 。该式表示消费者从要素的边际生产能力中获取的收益随着商品库存的积累而提高, 可以认为该生产体系存在规模经济效应。

令 $J_t = J[K_t, Q_{1,t}, Q_{2,t}, t]$ 为优化问题(2)-(5)对应 $t=0$ 时刻的间接效用函数。相应的, 令 $j[K_t, Q_{1,t}, Q_{2,t}] = e^{-\theta t} J[K_t, Q_{1,t}, Q_{2,t}, t]$ 对应上述问题在 $t=1$ 时刻的效用函数, 即:

$$j[K_t, Q_{1,t}, Q_{2,t}] = \sup_{\{C_{k,t}, C_{1,t}, C_{2,t}, q_{1,t}, q_{2,t}\}} \int_0^{\infty} e^{-\theta t} u[C_{k,t}, C_{1,t}, C_{2,t}] dt \quad (6)$$

基于模型的基础设定, 效用函数 $j[\cdot]$ 并非时间 t 的函数, 该问题可通过 Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程求解。即:

$$\sup_{\{C_{k,t}, C_{1,t}, C_{2,t}, q_{1,t}, q_{2,t}\}} \{u[C_{k,t}, C_{1,t}, C_{2,t}] + D_j - \theta j\} = 0 \quad (7)$$

其中 D 为伊藤算子 (Itô operator), 其表达形式为:

$$D_j = (\alpha_k K - C_k - I_1 - I_2) \frac{\partial j}{\partial K} + (f_1[I_1, Q_1] - q_1 - C_1) \frac{\partial j}{\partial Q_1} + (f_2[I_2, q_2, Q_2] - C_2) \frac{\partial j}{\partial Q_2} + \frac{1}{2} \sigma_k^2 K^2 \frac{\partial^2 j}{\partial K^2} \quad (8)$$

求解均衡可以得到优化方程的一阶条件为:

$$\frac{\partial f_2}{\partial q} = \frac{u_1}{u_2}, \frac{\partial f_1}{\partial I_1} = \frac{u_k}{u_1}, \frac{\partial f_2}{\partial I_2} = \frac{u_k}{u_2} \quad (9)$$

其中, $u_k = \frac{\partial j}{\partial K}$, $u_1 = \frac{\partial j}{\partial Q_1}$ 且 $u_2 = \frac{\partial j}{\partial Q_2}$ 。由于商品的定义便

利收益率被定义为持有该商品存货能够获得好处, 这一概念类似于持有金融证券获得的收益。从这个意义上讲, 在一个商品均衡模型中便利收益率可以看作将商品作为计价物的利息收益。借鉴 Richard & Sundaresan (理查德, 1981) 以及 Casassus, Collin-Dufresne & Routledge (2006) 的研究, 通过定价核 ξ 和商品价格

S_i 将商品 i 的便利收益率 δ_i 表示为: $E[d(\xi S_i) + \xi \delta_i S_i dt] = 0$ 。

令 $\chi_i = \xi S_i$, 则 $E\left[\frac{d\chi_i}{\chi_i}\right] = -\delta_i dt$ 。借鉴金融资产定价理论, 在均衡条件下商品这一资产的价格应当满足以下条件 (Casassus, Liu 和 Tang (2013)):

$$e^{-\theta t} u_{k,t} S_{i,t} = E_t^P \left[\int_t^T e^{-\theta v} u_{k,v} \delta_{i,v} S_{i,v} dv + e^{-\theta T} u_{k,T} S_{i,T} \right], i=1,2. \quad (10)$$

其中, S_i 为均衡的商品价格。由于两商品均为消费品, 其均衡价格应当等于两者对于计价物商品的边际替代率, 即: $S_i = \frac{u_1}{u_k}$ 。通过该式替换掉(10)中的商品价格可以得到如下欧拉方程:

$$e^{-\theta t} u_{i,t} = E_t^P \left[\int_t^T e^{-\theta v} u_{i,v} \delta_{i,v} dv + e^{-\theta T} u_{i,T} \right], i=1,2. \quad (11)$$

为了获取便利收益率, 构建一个现实世界的风险测度 (P-Martingale):

$$M_{i,t} = \int_0^t e^{-\theta v} u_{i,v} \delta_{i,v} dv + e^{-\theta T} u_{i,T}, i=1,2. \quad (12)$$

并令 $E_t^P[dM_{i,t}] = 0$ 可以得到:

$$\delta_{i,t} dt = -E_t^P \left[\frac{d(e^{-\theta t} u_{i,t})}{e^{-\theta t} u_{i,t}} \right], i=1,2. \quad (13)$$

由此可得 $\chi_i = \xi S_i = e^{-\theta t} u_{i,t}$, 即定价核 $\xi = \frac{e^{-\theta t} u_{i,t}}{S_i}$, $i=1,2$ 。进

一步分析, 对 $e^{-\theta t} u_{i,t}$ 应用伊藤引理 (Itô's lemma), 随后将式(7)的 HJB 方程对 Q_i 求微分并替换上式中的高阶偏导, 能够得到以下结论: 大豆和豆粕的便利收益率可表示为:

$$\delta_{i,t} = \frac{\partial f_{i,t}}{\partial Q_{i,t}}, i=1,2. \quad (14)$$

式(14)表明单个商品的便利收益率取决于该商品所在部门的边际生产率水平, 这是由于便利收益率是持有商品库存的收益, 而边际生产率恰恰对应储存商品并延期消费所得到的收益, 两者是等价的。由于之前假设 $\frac{\partial^2 f_2}{\partial q \partial Q_2} > 0$, 结合式(14)和上述不等式条件, 可以推出:

$$\frac{\partial \delta_{2,t}}{\partial \left(\frac{S_{2,t}}{S_{1,t}}\right)} = \frac{\partial \delta_{2,t}}{\partial q_{2,t}} \cdot \frac{\partial q_{2,t}}{\partial \left(\frac{S_{2,t}}{S_{1,t}}\right)} > 0, \text{ 且 } \frac{\partial \delta_{2,t}}{\partial \left(\frac{S_{2,t}}{S_{1,t}}\right)} = 0 \quad (15)$$

式(15)表明豆粕的便利收益率与相对稀缺程度正相关, 意味着当前增加相对稀缺性指标 $\frac{S_{2,t}}{S_{1,t}}$ 将提高豆粕的便利收益率, 但对大豆的便利收益率没有影响。这一机理恰恰源于大豆与豆粕的生产关系: 当豆粕的相对稀缺程度增加, 越来越多的大豆将被压榨为豆粕, 而高的豆粕产量预期将降低其预期价格, 从而提升其当前的便利收益率。

(二) 科布道格拉斯生产函数的应用

为了更清晰地理解上述模型得出有关便利收益率与商品价格稀缺性的结论, 将抽象的生产函数设定为标准科布道格拉斯函数, 即:

$$\begin{aligned} f_1[I_1; Q_1] &= \alpha_1(Q_1)I_1^{\beta_1} \\ f_2[I_2; Q_2] &= \alpha_2(Q_2)I_2^{\beta_2}Q_2^\gamma \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $0 < \beta_i, \gamma < 1$ 。将生产函数直接代入式(14)计算得到在科布道格拉斯经济中, 大豆和豆粕的便利收益率可以表示为:

$$\begin{aligned} \delta_{1,t} &= \alpha'_1 (\alpha_{1,t} \beta_1 \bar{S}_{1,t})^{\frac{\beta_1}{1-\beta_1}} \\ \delta_{2,t} &= \alpha'_2 (\alpha_{2,t} \beta_2 \bar{S}_{2,t})^{\frac{\beta_2}{1-\beta_2-\gamma}} \left(\alpha_{2,t} \gamma \frac{\bar{S}_{2,t}}{\bar{S}_{1,t}} \right)^{\frac{\gamma}{1-\beta_2-\gamma}} \end{aligned} \quad (17)$$

从式(17)中可以发现以下几点: 首先, 豆粕的生产函数包含 q_t 单位大豆的投入, 其所占份额为 γ ; 其次, 作为上游商品, 大豆的便利收益率 $\delta_{1,t}$ 仅仅取决于其同期的即期价格 $S_{1,t}$, 即该商品的绝对稀缺性。而下游商品豆粕的便利收益率 $\delta_{2,t}$ 则不仅仅取决于其即期价格 $S_{2,t}$, 还取决于大豆与豆粕间的相对稀缺程度指标 $S_{2,t}/S_{1,t}$; 第三, 对于具有生产关系的商品来说, 相对稀缺性指标对于下游商品便利收益率的作用体现在上游商品的投入份额 γ 上。当 $\gamma > 0$, 大豆价格对于豆粕便利收益率的反馈效应将一直存在。而当投入份额 $\gamma = 0$ 时, 对于下游商品豆粕来说, 只有绝对稀缺性——即豆粕的即期价格才会影响到该商品的便利收益率。

四、多商品两因素模型的构建

基于上文均衡模型以及科布道格拉斯函数应用后得出的结论, 能够将便利收益率的来源识别为两个部分: 短期内当库存水平存在调整粘性时即期价格的瞬时变动对便利收益率的影响; 在长期, 由于经济关系导致库存水平随着商品的相对稀缺程度做调整, 由此形成商品间动态均衡状态是便利收益率的长期来源。

(一) 基于相对稀缺性的多商品两因素模型

在深入剖析便利收益率和相对稀缺性对商品间价格长期均衡的影响, 可以通过对各个状态变量的动态描述构建实证模型。为此, 首先构造一个风险中性世界 (Q) , 并假设经济系统中存在两种具有经济关系的商品(如大豆-豆粕), 则:

$$x_{i,t} = \log(S_{i,t}), i=1,2. \quad (18)$$

其中, $S_{i,t}$ 为 i 种商品的即期价格, 借鉴 Gibson & Schwartz (1990)、Schwartz (1997)、Schwartz (1998)、Cortazar & Schwartz (2003) 等多因素模型, 对数即期价格 $x_{i,t}$ 服从以下高斯过程:

$$dx_{i,t} = (\mu_i^Q - \delta_{i,t})dt + \sigma_i dW_{i,t}^Q, i=1,2. \quad (19)$$

其中, $\delta_{i,t}$ 表示 i 种商品的便利收益率, σ_i 为商品收益的瞬时波动率。无套利假设条件下 $\mu_i^Q = r - \frac{1}{2}\sigma_i^2$, 其中 r 为无风险利率, 假定为常数, $W_{i,t}^Q (i=1,2)$ 描述彼此相关的布朗运动。根据上文对商品间相对稀缺程度的描述, 相对稀缺性指标被定义为两商品的即期价格比: $R_{j,i} = S_j/S_i$ 。对等式两边取对数得到 $\ln R_{j,i} = \ln S_j - \ln S_i = x_{j,t} - x_{i,t}$ 。表示 j 相对于商品 i 的稀缺程度。基于均衡模型的理论框架, 便利收益率 $\delta_{i,t}$ 可以被识别为短期即期价格和长期相对稀缺性指标的函数, 进而可以表示为:

$$\delta_{i,t} = m_i^Q x_{i,t} + \sum_{j=1, j \neq i}^n c_{ij}^Q (x_{j,t} - x_{i,t}) + \eta_{i,t} - \sum_{j=1, j \neq i}^n b_{ij} \eta_{j,t} \quad (20)$$

其中, c_{ij}^Q 表示商品 j 的便利收益率在多大程度上依赖于该商品与其他商品的相对稀缺程度, $\eta_{i,t} (i=1,2)$ 为影响商品便利收益率的潜在变量, 用来捕捉便利收益率均值回复和季节性等性质, m_i^Q 和 b_{ij} 为常数。定义 $a_{ij}^Q = -m_i^Q + \sum_{j=1, j \neq i}^n c_{ij}^Q$ 且 $a_{ij}^Q \equiv c_{ij}^Q$, 上式可以简化为:

$$\delta_{i,t} = \sum_{j=1}^n a_{ij}^Q x_{j,t} + \eta_{i,t} - \sum_{j=1, j \neq i}^n b_{ij} \eta_{j,t} \quad (21)$$

在风险中性条件下, 潜在变量 $\eta_{i,t}$ 可以被定义为:

$$d\eta_{i,t} = (\chi_i^Q - \kappa_i \eta_{i,t})dt + \sigma_{\eta,i} dW_{\eta,i,t}^Q \quad (22)$$

其中, χ_i^Q 为常数, κ_i 用来测量潜在变量均值回复的速度。令 $Y_t = (x_{1,t}, x_{2,t}, \eta_{1,t}, \eta_{2,t})'$, 则上述模型可以写成以下的向量形式:

$$dY_t = (U^Q(t) + \Psi^Q Y_t)dt + dZ_t^Q \quad (23)$$

其中, $U^Q(t) = (\mu_1^Q, \mu_2^Q, \theta_1^Q, \theta_2^Q)'$, $\Psi^Q = \begin{pmatrix} A^Q & B \\ 0 & \kappa \end{pmatrix}$, $Z_t^Q = (\sigma_1 W_{1,t}^Q, \sigma_2 W_{2,t}^Q)'$ 为一个成比例的布朗运动向量。并且:

$$A^Q = -\begin{pmatrix} a_{1,1}^Q & a_{1,2}^Q \\ a_{2,1}^Q & a_{2,2}^Q \end{pmatrix} \quad B = -\begin{pmatrix} -1 & b_{1,2} \\ b_{2,1} & -1 \end{pmatrix} \quad \kappa = \begin{pmatrix} -\kappa_1 & 0 \\ 0 & -\kappa_2 \end{pmatrix}, \text{即:}$$

$$d \begin{pmatrix} x_{1,t} \\ x_{2,t} \\ \eta_{1,t} \\ \eta_{2,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_{1,t}^Q \\ \mu_{2,t}^Q \\ \theta_{1,t}^Q \\ \theta_{2,t}^Q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -a_{1,1}^Q & -a_{1,2}^Q & -1 & b_{1,2} \\ -a_{2,1}^Q & -a_{2,2}^Q & b_{2,1} & -1 \\ 0 & 0 & -\kappa_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\kappa_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_{1,t} \\ x_{2,t} \\ \eta_{1,t} \\ \eta_{2,t} \end{pmatrix} dt + d \begin{pmatrix} \sigma_{1,t} W_{1,t}^Q \\ \sigma_{2,t} W_{2,t}^Q \\ \sigma_{3,t} W_{3,t}^Q \\ \sigma_{4,t} W_{4,t}^Q \end{pmatrix} \quad (24)$$

由于在风险中性测度下, 期货价格为预期即期价格的无偏估计, 即 $F_{i,t} = E_t^Q[x_{i,t}]$ 。则直觉上可以看出矩阵 Ψ^Q 中的参数 a_{ij}^Q 将对商品预期即期价格的协同运动有很大影响。基于式(22), 将风险中性条件下即期价格变动的期望如下:

$$E_t^Q[dx_{i,t}] = \left(r - \frac{1}{2}\sigma_i^2 - \sum_{j=1}^n a_{ij}^Q x_{j,t} - \eta_{i,t} + \sum_{j=1, j \neq i}^n b_{ij} \eta_{j,t} \right) dt \quad (25)$$

当 $i \neq j$ 时, 参数 a_{ij}^Q 将商品 i 的预期即期价格与商品 j 的价格和便利收益率联系到了一起, 通过衡量商

品间的反馈效应,该参数刻画出了商品价格长期协同运动的来源。具体而言,基于参数 a_{ij}^0 可将对数价格 $x_{1,t}$ 与 $x_{2,t}$ 做以下分类:

当 a_{ij}^0 与 a_{ji}^0 同时小于 0,对于 $x_{1,t}$ 的正向冲击将对 $x_{2,t}$ 提供一个正的增量,反过来该增量将通过反馈效应重新传导至 $x_{1,t}$,使得其正向冲击得到加强,从而驱动 $x_{1,t}$ 与 $x_{2,t}$ 同向变动;当 a_{ij}^0 与 a_{ji}^0 同时大于 0,反馈效应将使 $x_{1,t}$ 与 $x_{2,t}$ 反向变动;特别的,当 a_{ij}^0 与 a_{ji}^0 一个大于 0、一个小于 0,很难判断 $x_{1,t}$ 与 $x_{2,t}$ 的运动方向。

(二)从两因素模型到向量误差修正模型(VECM)

在经济计量中,变量间的长期均衡关系常常用协整关系或误差修正模型(ECMs)刻画。其中,Engle & Granger(恩格尔和格兰杰,1987)证明了当时间序列非平稳,误差修正模型与协整模型具有一致性。由此,能够从计量经济学的角度找到商品间普遍存在的长期均衡关系,可以表示为以下的协整关系: $x_2=cx_1+d$ 。将

$\mu_i=r-\frac{1}{2}\sigma_i^2$ 代入式(24)得到:

$$dx_1=(r-\frac{1}{2}\sigma_1^2-(a_{11}x_1+a_{12}x_2)-\eta_1+b_{12}\eta_2)dt+\sigma_1W_1$$

$$dx_2=(r-\frac{1}{2}\sigma_2^2-(a_{21}x_1+a_{22}x_2)-\eta_2+b_{21}\eta_1)dt+\sigma_2W_2$$

该对数价格表达式和误差修正模型中的刻画方程较为类似,对式(26)稍作变形得到:

$$dx_1=[r-\frac{1}{2}\sigma_1^2-a_{12}(x_2-cx_1-d)-(a_{12}c+a_{11})x_1-\eta_1+b_{12}\eta_2-a_{12}d]dt+\sigma_1W_1$$

其中, $x_2=cx_1+d$ 为上面所描述的 x_1 与 x_2 间的长期均衡关系,可以通过协整检验得到。当 $a_{12}\neq 0$, x_1 与 x_2 间存在一个误差修正关系,即 $ECM_1=x_2-cx_1-d$ 。当 $a_{12}<0$ 时,长期经济关系中正的误差修正将对 x_1 产生一个正向反馈效应,从而使 x_1 、 x_2 同向变动;当 $a_{12}>0$ 时,负的反反馈效应将使 x_1 、 x_2 反向变动。此外,当式(26)中方框中的参数均为 0,上述模型无法捕捉变量间的误差修正或协整关系。若将 dx_2 做同样的变形,就可以得到一个向量误差修正系统(VECM)(x_1,x_2)^T,即:

$$\begin{cases} dx_1=[r-\frac{1}{2}\sigma_1^2-a_{12}ECM_1-(a_{12}c+a_{11})x_1-\eta_1+b_{12}\eta_2-a_{12}d]dt+\sigma_1W_1 \\ dx_2=[r-\frac{1}{2}\sigma_2^2-a_{21}ECM_2-(a_{21}c+a_{22})x_2-\eta_2+b_{21}\eta_1-a_{21}d]dt+\sigma_2W_2 \end{cases}$$

其中, $ECM_2=x_1-ex_2-f$ 。上述分析奠定了本文实证部分的理论基础。

五、实证模型的参数估计与检验

(一)生产性期货品种选取与数据描述

1.大豆与豆粕期货

由于国内大豆产业链上的商品能够很好地满足本文所描述的经济关系,笔者选取大连商品交易所价格

关联更为紧密的大豆、豆粕进行实证分析。笔者从 Wind 数据库中采集了 2009 年 1 月 5 日~2017 年 3 月 6 日内大豆-豆粕期货所有的历史合约数据,每个商品共计 1984 个观测值。在数据处理中将距离到期日最近一个月交割的期货价格 $F_{t,T}$ 作为商品即期价格 $S_{t,T}$ 的代理指标,并将数据库中每个商品的活跃期货价格时间序列作为连续期货价格的代理性指标。大豆、豆粕的即期和期货价格走势如图 1 所示。

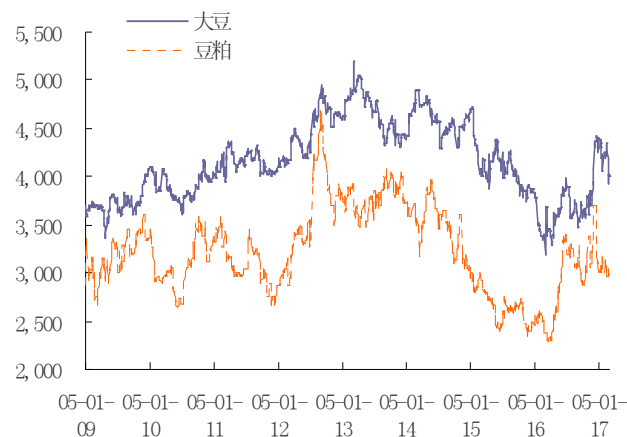


图 1 大豆-豆粕商品即期和期货价格走势

2.便利收益率测算

由于便利收益率并非真实存在,在现实中也无法直接观测。因此,笔者借鉴 Gibson & Schwartz(1990)和 Bessembinder et al(1995)提出的通过商品期货价格期限结构推导出商品隐含便利收益率的思想,从持有成本模型出发推算商品的便利收益率。持有成本理论认为期货价格和现货价格满足以下关系:

$$F_{t,T}=S_t e^{(r+u-\delta)(T-t)} \quad (29)$$

其中, $F_{t,T}$ 和 S_t 分别对应 t 时刻的期货和现货价格, r 为无风险利率, δ 为便利收益率, u 为储存费率,对上式两边取对数得到:

$$\ln F_{t,T}-\ln S_t-r(T-t)-u(T-t)=-\delta(T-t) \quad (30)$$

式(30)左侧就是便利收益率的度量。由于仓储费用 u 一般假定为常数,在研究中可以忽略,上式可以写成:

$$\delta=r-\frac{1}{T-t} \ln\left(\frac{F_{t,T}}{S_t}\right) \quad (31)$$

其中,无风险利率 r 选取的是 3 个月期的 SHIBOR,利率和便利收益率均为年化数据。经测算大豆和豆粕的便利收益率 cy_1 、 cy_2 如图 2 所示。

(二)两因素模型参数性质检验

上文构建的基于相对稀缺性的两因素模型是以



图2 大豆与豆粕隐含便利收益率走势

Gibson & Schwartz (1990)、Schwartz (1997)、Schwartz (1998)、Cortazar & Schwartz (2003) 提出的模型为蓝本,即:

$$dS=(\mu-\delta)Sdt+\sigma_s SdZ_s$$

$$d\delta=[(\alpha-\delta)]dt+\sigma_\delta dZ_\delta$$

该两因素模型刻画了商品即期价格和便利收益率的随机变动,同时也考虑了便利收益率均值回归的特性。下面就通过一系列的检验来验证大豆和豆粕价格序列是否满足上述模型设定。检验模型如下:

$$(a) \ln(S_t/S_{t-1})=a+b\ln(S_{t-1})+\varepsilon_t \quad (32)$$

$$(b) \ln(S_t/S_{t-1})=a+b\delta_{t-1}+\varepsilon_t \quad (33)$$

$$(c) \Delta\delta_t=c+d\delta_{t-1}+e_t \quad (34)$$

其中,方程(a)和方程(c)分别验证即期价格和便利收益率是否存在均值回复;方程(b)用来检验即期价格是否与便利收益率存在一定的经济关系。方程(b)、(c)是两因素模型的主要刻画方程,但注意到各个变量之间并不存在内在联系,其扰动项之间可能存在相干性。因此,在对两因素方程系统进行估计的时候采取似不相关回归(SUR),方程估计结果如表1所示。

表1 即期价格和便利收益率的性质检验

	截距项	系数	调整R ²	DW
大豆				
即期价格是否为均值回复(a)	0.0501**	-0.00601**	0.003	1.989117
方程(b)的SUR估计	0.000919	-0.000242	0.001	-
方程(c)的SUR估计	0.0104*	-0.00256*	0.001	-
豆粕				
即期价格是否为均值回复(a)	0.0499**	-0.00619**	0.003	1.978544
方程(b)的SUR估计	0.00233**	-0.000587**	0.002	-
方程(c)的SUR估计	0.0168**	-0.00402**	0.002	-

注:括号中为标准误,*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

方程(a)回归系数显著且均为负数,表明大豆和豆粕即期价格确实存在均值回复的特性。联立方程(b)、(c)并通过似不相关回归,估计结果表明大豆和豆粕的便利收益率遵循均值回转的过程,并且豆粕的即期价格变化与便利收益率显著相关。然而,估计结果显示大豆即期价格的变化似乎与其自身便利收益率相关性不大,但基本可以认为大豆与豆粕价格与便利收益率序列符合两因素模型的设定。

(三)协整关系与VECM模型

由于在经济计量中,变量间的长期均衡关系常常用协整关系或误差修正模型刻画。因此,笔者通过平稳性检验、协整分析等验证大豆与豆粕价格是否存在上述效应。首先通过ADF分别验证两组即期价格对数序列、即期价格对数差分数列是否平稳,结果如表2所示。

表2 大豆-豆粕即期价格对数及差分序列平稳性检验

变量	ADF检验值	P值	5%临界值	是否平稳
x ₁	-2.512	0.1126	-2.860	I(1)
x ₂	-2.496	0.1166	-2.860	I(1)
dx ₁	-44.579	0.0000	-2.860	I(0)
dx ₂	-44.374	0.0000	-2.860	I(0)

可以看到,在5%的显著性水平下大豆和豆粕的对数价格均不平稳,即一阶单整I(1)序列,其一阶差分序列均为I(0)的平稳序列,满足建立协整模型的前提条件。其次,对大豆和豆粕对数价格序列进行EG-ADF检验,从而判断x₁与x₂是否存在协整关系,检验结果如表3所示。

表3 大豆-豆粕对数价格E-G协整检验结果

变量	Test Statistic	1%临界值	5%临界值	10%临界值
Z(t)	-3.550	-3.902	-3.339	-3.047

结果表明经过E-G两步法估计后的残差在5%的置信水平下满足平稳性检验,因而可以确定大豆和豆粕的即期价格存在一定的协整关系,由于经济系统中只包含两个变量,因而最多存在一个线性无关的协整向量。随后VAR表示法检验该系统所对应的滞后阶数,大多数信息准则指标显示应选择滞后一阶(表4打*号者)。

通过以上检验,可以使用Johansen的极大似然估计法估计该系统的向量误差修正模型(VECM):

$$dx_{1t}=9.50e^{-06}-0.0116ECM_1$$

$$dx_{2t}=2.83e^{-05}-0.00391ECM_{1t}$$

表 4 VECM 模型滞后阶数选取

lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	3459.7				0.000104	-3.49263	-3.49056	-3.48698
1	11768.2	16617*	4	0.000	2.4e-08*	-11.881*	-11.8748*	-11.8641*
2	11770.3	4.1524	4	0.386	2.4e-08*	-11.8791	-11.8687	-11.8508
3	11772.4	4.2833	4	0.369	2.4e-08*	-11.8772	-11.8627	-11.8377
4	11774.9	4.9588	4	0.292	2.4e-08*	-11.8756	-11.857	-11.8248

其中协整方程为: $ECM_{1t}=x_{1t}-2.89-0.67x_{2t}$ 。大多数研究农产品经济关系的文献已经证实了农产品价格走势的确存在协整关系,该关系可以分解为一个长期的误差修正项和一个短期的价格差分项。对于大豆-豆粕这一商品,上述模型误差修正项的系数显著不为 0,意味着两者价格的确存在反馈效应和长期的互动关系。由于模型并不存在解释变量的差分项作为滞后项,故该模型无法揭示出两者明显的短期关联。

(四)两因素模型的实证结果分析

首先将两因素模型中对数即期价格的离散形式表示如下:

$$\Delta x_{1t}=x_{1t}-x_{1,t-1}=\left[r_1-\frac{1}{2}\sigma_1^2-a_{12}ECM_{1,t-1}-(a_{12}c+a_{11})x_{1,t-1}-\eta_{1,t}+b_{12}\eta_{2,t}-a_{12}d\right] \quad (35)$$

$$\Delta x_{2t}=x_{2t}-x_{2,t-1}=\left[r_2-\frac{1}{2}\sigma_2^2-a_{21}ECM_{2,t-1}-(a_{21}e+a_{22})x_{2,t-1}-\eta_{2,t}+b_{21}\eta_{1,t}-a_{21}f\right]$$

其中,协整方程 $ECM_{1t}=x_{1t}-2.89-0.67x_{2t}$, $ECM_{2t}=x_{2t}+4.31-1.49x_{1t}$ 。 $\eta_{1,t}$ 与 $\eta_{2,t}$ 分别为刻画便利收益率均值回复特性的潜在变量。由于在上文已经验证大豆与豆粕的便利收益率存在均值回复特性,可以由 $\delta_{i,t}-\delta_{i,t-1}=\chi_i-\kappa_i\delta_{i,t-1}+\varepsilon_i$ 表示,移项得到 $\delta_{i,t}=\chi_i+(1-\kappa_i)\delta_{i,t-1}+\varepsilon_i$ ($i=1,2$)。在这里直接使用便利收益率的滞后一阶项 $\delta_{i,t-1}$ 作为潜在变量 $\eta_{i,t}$ 的刻画指标并代入式(35)可得:

$$\Delta x_{1t}=\left[r_1-a_{12}d-\frac{1}{2}\sigma_1^2+b_{12}\chi_2-\chi_1-a_{12}ECM_{1,t-1}-(a_{12}c+a_{11})x_{1,t-1}+b_{12}(1-\kappa_2)\delta_{2,t-1}-(1-\kappa_1)\delta_{1,t-1}+\varepsilon_1\right] \quad (36)$$

$$\Delta x_{2t}=\left[r_2-a_{21}f-\frac{1}{2}\sigma_2^2+b_{21}\chi_1-\chi_2-a_{21}ECM_{2,t-1}-(a_{21}e+a_{22})x_{2,t-1}+b_{21}(1-\kappa_1)\delta_{1,t-1}-(1-\kappa_2)\delta_{2,t-1}+\varepsilon_2\right]$$

对式(36)的回归结果如表 5 所示。

参数代入得到:

$$\Delta x_{1,t}=[-0.113+0.003r_{1,t-1}+0.004ECM_{1,t-1}-0.014x_{1,t-1}+0.0009\delta_{2,t-1}-0.005\delta_{1,t-1}]$$

$$\Delta x_{2,t}=[-0.09+0.004r_{2,t-1}+0.016ECM_{2,t-1}-0.012x_{2,t-1}-0.008\delta_{2,t-1}+0.003\delta_{1,t-1}]$$

相应的,通过参数间的数量关系可以得到各个参数具体数值如表 6 所示。

从表 6 的模型估计结果可以看出, $a_{1,1}$ 与 $a_{2,2}$ 在 5% 的显著性水平下显著为负,表明大豆和豆粕价格的确存在均值回复的特性。此外,实证模型显示出相对稀缺

性的衡量参数 $a_{1,2}$ 与 $a_{2,1}$ 均显著为负,表示豆粕的便利收益率的确与豆粕对于大豆的相对稀缺性程度正相关。在量级上,实证结果显示 $a_{2,1}$ 的量级(-0.0164)要远远超出 $a_{1,2}$ (-0.00406),说明从大豆到豆粕的单向价格反馈效应要显著高于相反方向的反馈效应。特别的,从向量误差修正的角度来说,在一个由生产关系商品组成的经济系统中, $a_{1,2}$ 与 $a_{2,1}$ 均小于零说明长期经济关系中正的误差修正将对 x_1 产生一个正向的反馈效应,从而使 x_1 、 x_2 呈现出同向变动的协同效应。

表 5 两因素模型估计结果

VARIABLES	dx1	dx2
r	0.00339*** (0.00123)	0.00414*** (0.00123)
ECM ₁	-0.00406* (0.00236)	
ECM ₂		-0.0164** (0.00649)
x ₁	0.01399*** (0.00364)	
x ₂		0.0118*** (0.00367)
L.cy ₁	-0.00541*** (0.00093)	0.00327** (0.00140)
L.cy ₂	0.00091 (0.00073)	-0.00797*** (0.00109)
Constant	-0.11303*** (0.0296)	-0.0901*** (0.0287)
Observations	1,983	1,983
R-squared	0.023	0.036

注:括号中为标准误,*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

表 6 大豆-豆粕商品对参数估计结果

参数	估计	标准差	参数	估计	标准差
a _{1,1}	-0.00794	0.00364	θ ₁	0.01399	0.00364
a _{1,2}	-0.00406	0.00236	θ ₂	0.0118	0.00367
a _{2,1}	-0.0164	0.00649	k ₁	0.00256	-
a _{2,2}	-0.000812	0.00367	k ₂	0.00402	-
b _{1,2}	0.00009	0.00073	c	1.49	-
b _{2,2}	0.00328	0.00140	e	0.67	-

六、研究结论与展望

笔者在传统库存理论的基础上将衡量商品间相对稀缺程度的指标引入分析框架,在此基础上构建一个基于生产部门的多商品均衡模型。通过模型求解发现单个商品的便利收益率取决于该商品所在部门的边际

生产率水平,这是由两者在均衡模型中的内涵所决定。通过模型一阶条件的变换得到一个非常重要的命题:对于具有生产关系的商品对,下游商品的便利收益率与相对稀缺性指标正相关。但由于两者的单向价格传导链条,上游商品的便利收益率并不受相对稀缺性指标变动的影响。通过将生产函数具化为标准 Cobb-Douglas 生产函数,可以将便利收益率的来源识别成短期和长期两部分。

在理论模型推论的基础上,将商品的便利收益率定义为对数价格比以及刻画其特殊性质的潜在变量的函数,在风险中性条件下构建了多商品两因素实证模型。通过模型推导,找到了具有经济联系的商品间价格趋向长期稳定态势的关键因素,该均衡状态是由衡量商品间价格反馈效应的参数来刻画;若两参数均为负,能够观察到商品间价格的协同运动;若两参数均为正,则商品价格会出现一定程度的背离;而当参数一正一负,很难对商品价格走势进行识别。

最后,笔者将经济联系更为紧密、价格走势更为接近的大豆-豆粕作为研究生产经济关系的实证对象。首先通过似不相关回归(SUR)发现大豆和豆粕的即期价格和便利收益率存在一定的关系并呈现出明显的均值

回复特性。随后经过一系列检验构建两商品的 VECM 模型,结果表明大豆-豆粕商品对的确存在长期价格均衡。最后,在现实测度下对上文构建的两因素实证模型进行了检验,发现衡量两者价格反馈效应的参数均显著小于零,并且下游商品豆粕的参数在量级上远远大于上游商品大豆的量级,该参数估计结果与理论模型的推论完全一致。

【参考文献】

- [1] Kaldor N. Speculation and Economic Stability[J]. Review of Economic Studies, 1939(1):1-27.
- [2] Brennan M J. The Supply of Storage[J]. American Economic Review, 1958(1):50-72.
- [3] Brennan M J, Schwartz E S. Evaluating Natural Resource Investments[J]. The Journal of Business, 1985(2):135-157.
- [4] Robert S. Pindyck. Investments of uncertain cost[J]. Journal of Financial Economics, 1993(1):53-76.
- [5] Brennan M J, Schwartz E S. Evaluating Natural Resource Investments[J]. The Journal of Business, 1985(2):135-157.
- [6] Gibson R, Schwartz E S. Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims[J]. The Journal of Finance, 1990(3):959-976.
- [7] Schwartz E S. The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging [J]. The Journal of Finance, 1997(3):923-973.

Impact of Relative Scarcity on the Long-run Pattern of Commodity Price of China

——Taken Bean Futures as Example

ZHANG Ren-fei¹ MA Yu-zhe²

(1.School of Economics Beijing Technology and Business University, Beijing 100048;

2.Graduate School Chinese Academy of Fiscal Science Beijing 100142)

【Abstract】In order to describe the long-run balance status of commodity price, this paper introduces the economic relation and relative scarcity degree between commodities into analysis framework, and builds multi-commodity equilibrium theory model and double factor empirical mode based on traditional inventory theory, respectively. By solving theory model, this paper discovers that the commodity convenience yield is the increasing function of single commodity versus related commodity price level ratio, the program is the extension of traditional inventory theory. Meanwhile, under the multi-commodity framework, the resource of synergic movement among commodities can be divided into two parts, one is the short run impact of instantaneous changing commodity price, and the other one is long run feedback effect resulted from multi-commodity equilibrium economic relations. By building multi-commodity double factors empirical model, this paper states the operation mechanism inter-commodity price feedback mechanism with economic relations, and the empirical results of China's soybean type commodity also proves the major conclusion of theory model.

【Keywords】relative scarcity economic relation synergic movement multi-commodity equilibrium