

# 《消防救援问题》

## 摘要

本文通过自行定义分析、ARMA 模型、多项式拟合、神经网络拟合、spearman 相关系数以及 Floyd 算法等数学方法及模型，并用 Excel、MATLAB、SPSS 等工具进行计算和求解，解决了消防救援中的一些问题。

对于问题一，为保证消防队员值班人数能基本满足出警需要，定义：每个时间段的值班人数应该不低于近五年内各时间段的最高出警次数。利用 Excel 对原始数据进行拆分，根据月份划分找到对应月份的对应时间段内最大出警次数，之后依据定义标准以及每个时间段内安排不少于 5 人值班的要求，对每年 2 月、5 月、8 月、11 月中第一天的三个时间段内值班人数进行安排。综合考虑后，得到对应时间段内值班人数安排表，例如 2 月第一天的三个时间段分别应安排 5 人、8 人、11 人值班。

对于问题二，统计后可以发现 2016-2019 年每个月的出警次数存在较为明显的周期性变化，故选用季节性时间序列模型对其进行模拟预测。首先根据序列进行差分、定阶等运算得到模型 ARMA (3, 1)；利用 ARMA (3, 1) 模型对 2020 年数据进行预测并与实际数据进行对比，发现预测结果与实际数据存在偏差但整体走向及峰值出现时间较为吻合。为提高模型的可靠性，继而使用 SPSS 软件进行二次建模预测。之后通过对比两次预测值的相对误差，选择用 SPSS 预测模型对 2021 年出警次数进行预测。得到 2021 年 12 个月份的出警次数预测依次为：62、79、68、42、165、102、52、38、44、31、39、50。

对于问题三，本文首先对已经给出的数据进行处理，得到各类型事件在 1-12 月每月发生的平均次数。为能够确定每类事件发生次数的最优模型，利用 MATLAB 分别建立多项式拟合模型以及神经网络拟合模型，以 12 个月份为自变量，以各类型事件在对应月发生的平均次数为因变量，对上述关系进行拟合。通过对比两种模型的拟合度，确定出每类事件的发生次数与月份关系的最优模型。发现事件 1、事件 6 的发生次数与月份关系用神经网络拟合更好，而事件 2、事件 3、事件 4、事件 5 及事件 7 等发生次数的最优模型则是多项式拟合更佳。

对于问题四，本文分两个角度考虑：事件对区域的相关性、事件与事件之间的相关性。在事件与区域的相关性分析中，将同一事件在各地区的发生密度波动情况通过方差表现出来，得到不同相关性并发现方差最大的为事件 7 与区域 P 的 2.17，这表明事件类型 7 与区域 P 相关性最强。通过计算各类事件 spearman 相关系数进行事件与事件之间的相关性分析，并发现事件 1 与事件 7 的相关系数最大，为 0.7893，得到事件类型 1 和 7 之间的相关性最强的结论。

对于问题五，整合各区域在 2016—2020 年不同事件的数量及其事件密度，并计算出人口密度；在 Excel 中利用相关系数计算功能，得到各类事件密度与人口密度的相关系数。事件①到⑦的相关系数依次为：0.999794、0.99934、0.99974、0.99955、0.99936、0.99967、0.99976，均十分接近 1，具有明显的正向趋势。说明该区域事件①到⑦发生的事件密度与人口密度呈现明显的正相关。

对于问题六，本文选择主要采用 Floyd 算法，根据数据得到其初始距离矩阵之后求得距离矩阵，得到任一区域到其他各个区域的最短距离。之后计算距离矩阵中每一区域到其他各区域的最短距离的平均值，排序后再辅以灾害事件发生频率、人口密度等实际因素进行选址，得到消防建设选址区域 P。

**关键词：**季节性时间序列 神经网络拟合 多项式拟合 spearman 相关系数 Floyd

## 一、问题重述

随着我国经济高速发展，城市空间环境复杂性急剧上升，各种事故灾害频发，安全风险不断增大，消防救援队承担的任务也呈现多样化、复杂化的趋势。为了更高效地完成任务、更好地服务于城市发展，该地消防救援队还需解决如下问题：

问题一：将每天分为三个时间段（0:00–8:00 为时段 I，8:00–16:00 为时段 II，16:00–24:00 为时段 III）且规定每个时间段不少于 5 人值班。在消防队每天有 30 人可安排值班的限制条件下，建立数学模型确定消防队在每年 2 月、5 月、8 月、11 月中第一天的三个时间段各应安排多少人值班。

问题二：以该地 2016 年 1 月 1 日至 2019 年 12 月 31 日的数据为基础，以月份为单位，建立合理的消防救援队出警次数的预测模型；以 2020 年 1 月 1 日至 2020 年 12 月 31 日的数据作为预测模型的验证数据集，评价模型的准确性和稳定性，并对 2021 年各月份的消防救援出警次数进行预测。

问题三：依据 7 种类别事件的发生时间，建立各类事件发生次数与月份关系的多种数学模型，以拟合度最优为评价标准，确定每类事件发生次数的最优模型。

问题四：根据给出的各区域间的线路和距离，建立数学模型，分析该地区 2016–2020 年各类事件密度在空间上的相关性，并且给出不同区域相关性最强的事件类别。

问题五：建立数学模型，分析该地各类事件密度与人口密度之间的关系。

问题六：在区域 J 和区域 N 各已有一个消防站的基础上，综合考虑多个主次因素，确定一个新消防站的建设区域。

## 二、问题假设

- 1、假设现有数据完全真实可靠。
- 2、一年内有完整的 52 周。
- 3、从 2016—2020 年各区域人口数量基本不变、各区域面积没有变化。
- 4、消防站的选址因素只考虑距离、灾害事故发生率、人口密度的影响与限制。

## 三、符号说明

符号	意义
$X_t$	$t$ 月时的出警次数
$W_t$	ARMA(p, q) 时间序列
$D(i, j)$	距离矩阵 D 中从 i 到 j 的最短距离

## 四、问题分析

### 4.1 问题一的分析

为保证安全以及能够及时地能进行消防救援，可以定义：每个时间段的值班人数应该不低于近五年各时间段的最高出警次数。

利用 Excel 自带的函数拆分原始数据以探索其规律。再综合考虑各年年数据，并将 2、5、8、11 这四个月份作为分界点进行重新分组整理，得到对应月份段内对

应时间段最高出警次数。根据每个时段最低安排 5 人的要求，同时结合上述定义对值班人数进行安排。

当出现剩余可安排人数无法完全覆盖最高出警次数情况时，则按照最高出警次数比例安排剩余人员；当各时间段内实现最高出警次数覆盖之后，若还有剩余警力，则出于人力成本考虑，不予安排。即可得到值班安排表。

#### 4.2 问题二的分析

通过附件 1 中的各项数据可以统计得到 2016—2020 年每个月的出警情况。同时，据此统计可以清晰地发现出警次数存在较为明显的周期性变化（如图 1 所示），故选用季节性时间序列模型对其进行模拟，并利用模型预测 2020 年的数据，并与实际进行对比以检验模型是否合理。合理即可对 2021 年各月份的消防救援出警次数进行预测。

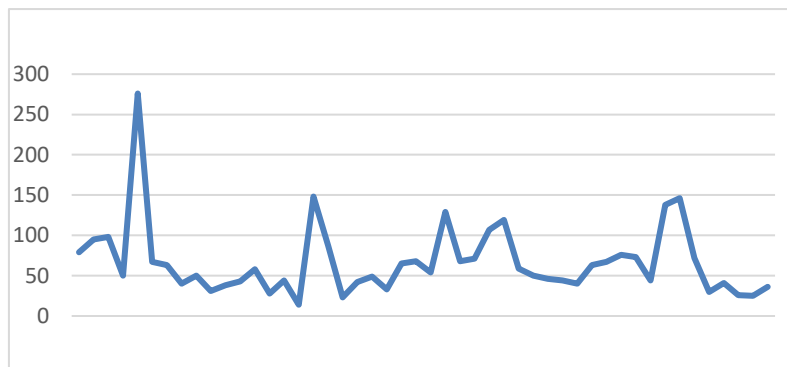


图 1 2016—2019 年每月出警次数统计图

#### 4.3 问题三的分析

问题三中为了得到各类事件与月份之间的关系，可以先找到各月各类事件类型在 2016—2020 年这五年内的平均发生次数，再通过 MATLAB 多项式拟合以及神经网络拟合模型构建它们之间的数学关系，最后通过各自拟合度的对比，确定出各事件发生次数的最优模型。

#### 4.4 问题四的分析

问题四中各类事件在空间上的相关性可以理解为在各类事件在不同区域的相关性。要求不同区域相关性最强的事件类别，可以分为事件对区域的相关性最强和事件与事件之间的相关性最强两类。根据问题中提出的事件密度的概念，事件对区域的相关性最强即是求解在不同区域发生的事件密度相差最大的事件，不同区域事件与事件之间的相关性可以通过各类事件在各地区的发生密度，计算两两之间的相关系数，求解相关性最强的事件类别。

#### 4.5 问题五的分析

问题五可以理解为问题四的延伸，可以利用问题四事件密度的数据，将其整合为各区域在 2016—2020 年不同事件的数量及其事件密度，并利用附件 1 中的数据，计算出人口密度；进而，在 Excel 中利用软件自带的相关系数计算功能，计算出其相关系数，并根据相关系数值判断事件密度与人口密度的相关性。

#### 4.6 问题六的分析

问题六要求解决选址问题，最重要的选址因素是距离，本文选择主要采用弗洛伊德算法（Floyd）解决此处的多源最短路径问题。首先通过建立 Floyd 模型求出最终的距离矩阵，对某一区域到其他区域的最短路径的平均值进行计算并进行大小排列。再根据最短路径的平均值排序选出在 J 和 N 区域以外的较为适合的建设区域，最后依据待选区域的灾害事故发生频率及人口密度进行最终选址的确定。

## 五、模型的建立与求解

### 5.1 问题一模型的建立与求解

#### 5.1.1 问题一模型的分析与建立

为保证安全以及能够及时地能进行消防救援，本文定义：每个时间段的值班人数应该不低于近五年各时间段的最高出警次数。本题的解法基于此定义进行。

利用 Excel 软件中自带的年份(YEAR)、月份(MONTH)、日期 DATE)、小时(HOUR)函数将原始数据进行拆分。

在从中选取 2016-2020 年 2、5、8、11 月的第一天中 0:00-8:00（时间段 I）、8:00-16:00（时间段 II）、16:00-24:00（时间段 III）的出警次数，并整理出五年中这四个月的最高出警次数。

表 1 最高出警次数统计表

时间	时间段	最大出警次数
2 月 1 日	I	0
	II	4
	III	3
5 月 1 日	I	1
	II	5
	III	5
8 月 1 日	I	1
	II	1
	III	2
11 月 1 日	I	0
	II	1
	III	1

由表 1 可知，当只考虑 2、5、8、11 月的第一天时，会出现最高出警次数均不大于 5 次的情况，不符合题目本意及人数安排依据。因此，本文选择综合考虑各年全年的数据，并以 2、5、8、11 这四个月份作为分界点进行重新分组，即：2-4 月、5 月-7 月、8 月-10 月、11 月-次年 1 月。据此得到新的最大出警次数统计表（表 2）：

表 2 各月最高出警次数统计表

月份	时间段	最大出警次数
2-4 月	I	3
	II	8
	III	11
5-7 月	I	4
	II	26
	III	23
8-10 月	I	3
	II	6
	III	4
11-次年 1 月	I	3

	II	6
	III	7

### 5.1.2 问题一模型的求解

得到最高出警次数的合理统计后，依据每个时间段的值班人数应该不低于近五年各时间段的最高出警次数的定义标准，以及每个时间段内安排不少于 5 人值班的要求，对每年 2 月、5 月、8 月、11 月中第一天的三个时间段内值班人数进行安排。

当出现剩余可安排人数无法完全覆盖最高出警次数情况时，则按照最高出警次数比例安排剩余人员；当各时间段内实现最高出警次数覆盖之后，若还有剩余警力，则出于人力成本考虑，不予安排。综上，得到如下 2 月、5 月、8 月、11 月中第一天的三个时间段内值班人数安排表（表 3）：

表 3 值班人数安排表

时间	时间段	最大出警次数	值班人员安排数目
2 月 1 日	I	3	5
	II	8	8
	III	11	11
5 月 1 日	I	4	5
	II	26	13
	III	23	12
8 月 1 日	I	3	5
	II	6	6
	III	4	5
11 月 1 日	I	3	5
	II	6	6
	III	7	7

### 5.2 问题二模型的建立与求解

#### 5.2.1 季节性时间序列预测模型的建立与求解

##### 1、ARMA 模型建立与求解

根据图 1 所示，消防出警次数大致呈现以 12 个月为一个周期的周期性规律，我们用  $X_t$  表示  $t$  月时的出警次数。

对于周期  $s$  的序列，先进行差分运算，即：

$$\nabla_s X_t = (1 - B^s) X_t,$$

$$\nabla_s^d = (1 - B^s) X_t,$$

首先进行时间序列模型定阶。因为数据呈现下降趋势，又体现出 12 个月的季节性，故对数据做下列差分运算：

$$W_t = \nabla \nabla_{12} X_t$$

对  $W_t$  进行 ARMA 模型拟合。用选取的  $p, q$  的各种阶数进行试算，用 AIC 和 BIC 准则进行定阶，确定选取  $p = 3, q = 1$ 。

建立模型并进行预测的得到的模型为：

$$(1-0.7058)(1-B)(1-B^{12})X_t = (1+0.7882)\varepsilon_t$$

预测得到 2020 年出警次数，并与 2020 年实际出警次数对比，结果如表 4、图 2：

表 4 2020 年实际出警次数与预测次数对比表 1

月份	2020 年实际	2020 年预测	月份	2020 年实际	2020 年预测
1 月	28	64	7 月	25	11
2 月	23	63	8 月	29	20
3 月	28	70	9 月	36	9
4 月	46	109	10 月	25	8
5 月	62	130	11 月	51	17
6 月	55	97	12 月	62	29

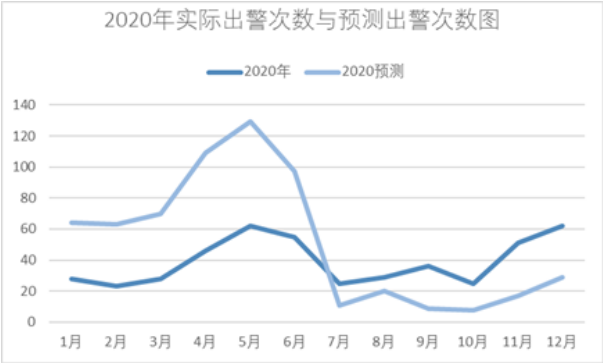


图 2 2020 年实际出警次数与预测次数对比图

发现预测出的数据与实际值相差较大，为探究误差值主要是由模型导致还是因为 2020 年实际数据与前四年数据特征存在较大不同，因此利用 SPSS 软件进行二次建模预测。

2、SPSS 时间序列模型建立与求解

将统计数据导入 SPSS 软件，绘制出其序列图（图 3）。

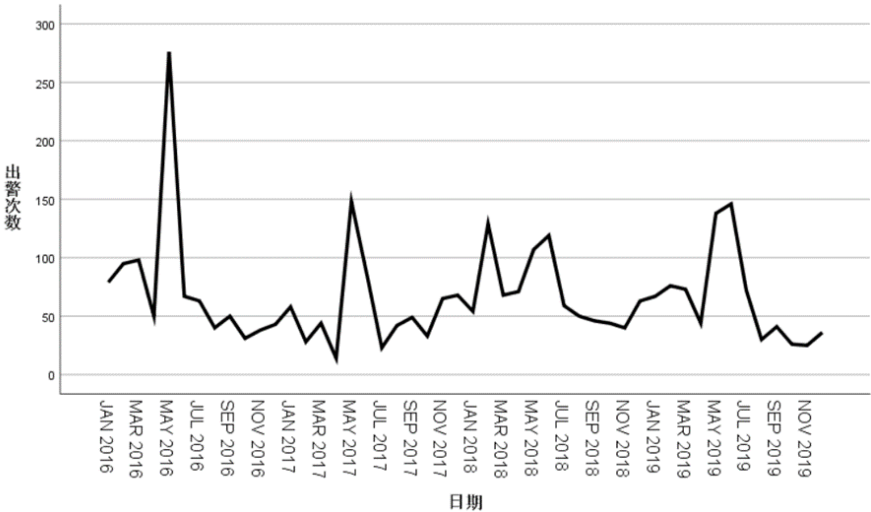


图 3 2016-2019 年各月出警次数序列图

根据序列图可以发现，序列的波动随着季节更替在进行，且波动幅度不一，在此本文选择乘法模型继续进行。

进行季节性分解：

通过 SPSS 做出 ERR、SAS、STC、出警次数与日期的序列图（图 4），再单独做出 SAF 与日期的序列图（图 5），效果如下（ERR 表示的误差分析；SAS 表示的是季节因素校正后序列；SAF 表示的季节因子；STC 表示的是长期趋势和循环变动序列）：

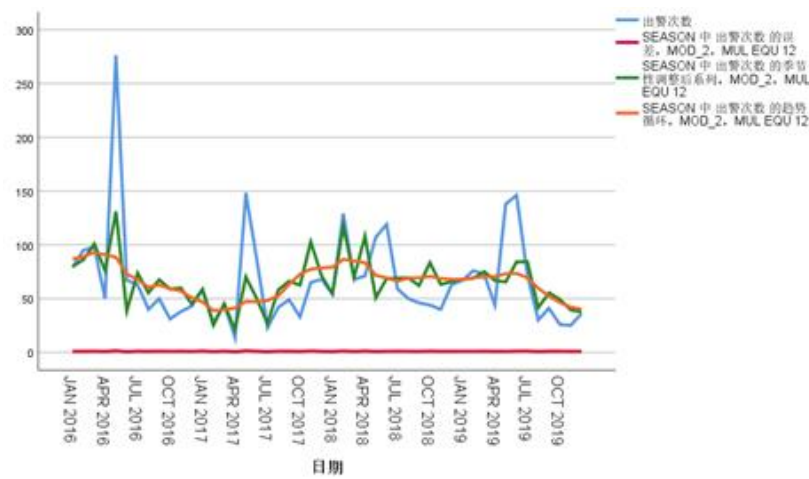


图 4 ERR、SAS、STC、出警次数与日期序列图

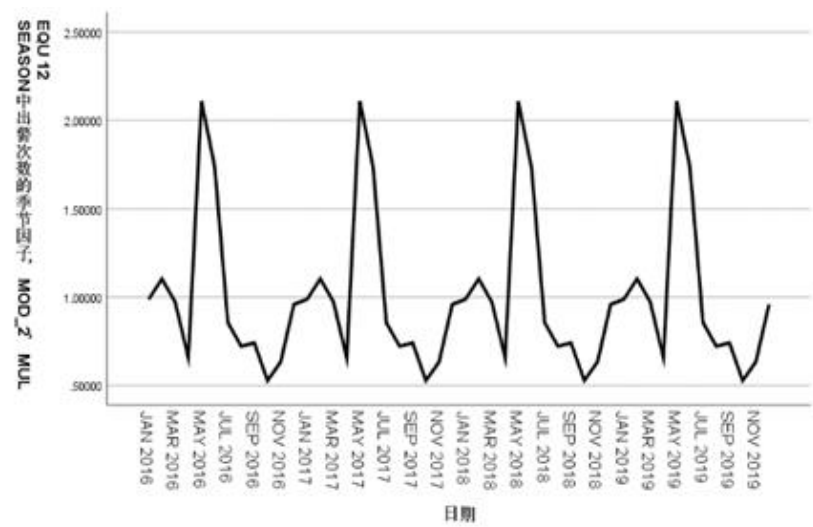


图 5 SAF 与日期序列图

此时，在 SPSS 中创建传统模型进行预测，预测结果如下所示（表 5）：

表 5 2020 年实际出警次数与预测次数对比表 2

月份	2020 实际	2020 预测	月份	2020 实际	2020 预测
1 月	28	62	7 月	25	52
2 月	23	79	8 月	29	38
3 月	28	68	9 月	36	44
4 月	46	42	10 月	25	31

5 月	62	165	11 月	51	39
6 月	55	102	12 月	62	50

得到以上两种预测结果后，做出两种预测方法的预测结果与实际情况的折线图（图 6）：

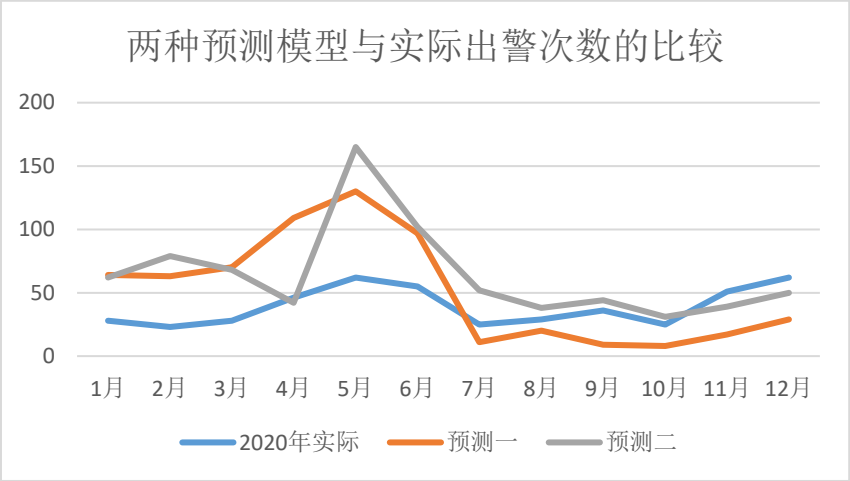


图 6 2020 年实际出警次数与两次预测次值对比图

对于两种模型建立后得出的预测结果，我们利用相对误差来进行模型的选择决策和模型的稳定性、准确性判断：

$$\text{相对误差} = \left| \frac{x_i - \bar{x}_i}{\bar{x}} \right| (i=1, 2, L, 12)$$

其中， $\bar{x}_i$  表示 2016—2019 年的第  $i$  个月的平均出警次数， $x_i$  表示预测出来的第  $i$  个月的出警次数。

相对误差计算结果表如下：

表 6 相对误差数值表

月份	2020 实际	历年平均值	预测一 (ARMA)	预测二 (SPSS)	预测一相对误差	预测二相对误差
1 月	28	64.5	64	62	0.55814	0.03876
2 月	23	82	63	79	0.48780	0.03659
3 月	28	70.75	70	68	0.59364	0.03887
4 月	46	44.75	109	42	1.40782	0.06145
5 月	62	167.25	130	165	0.40658	0.01345
6 月	55	104.75	97	102	0.40095	0.02625
7 月	25	54.25	11	52	0.25806	0.04147
8 月	29	40.5	20	38	0.22222	0.06173
9 月	36	46.5	9	44	0.58065	0.05376
10 月	25	33.5	8	31	0.50746	0.07463
11 月	51	42	17	39	0.80952	0.07143
12 月	62	52.5	29	50	0.62857	0.04762

两者预测方法的平均相对误差依次为：0. 57179、0. 04717。因此我们选择模型



二(SPSS 预测)作为最终的结果。

对于 2021 年的预测结果如下：

表 7 2021 年预测出警次数

月份	预测值（次）
2021 年 1 月	62
2021 年 2 月	79
2021 年 3 月	68
2021 年 4 月	42
2021 年 5 月	165
2021 年 6 月	102
2021 年 7 月	52
2021 年 8 月	38
2021 年 9 月	44
2021 年 10 月	31
2021 年 11 月	39
2021 年 12 月	50

5.2.2 季节性时间序列预测模型分析

通过观察可以发现，对于 2020 年来说，该年各月份数据的季节性特征与往年相比并不是特别显著，这可能是导致无论是预测一模型还是预测二模型在 2020 年前半年的数据差值比较大。

此处，本文根据 2020 年实际社会因素等原因做出一些可能的解释：原因一（主要原因）：疫情影响。2020 年，我国爆发了新冠肺炎疫情，大部分人群长时间居家隔离，大幅度减少了外出的工作、生活等频率，这可能减少了一些人为因素导致的消防救援事件，导致 2020 年实际出警次数与根据往年情况预测的出警次数造成的较大差值；原因二（次要原因）：全社会消防素质的提升。随着全社会防火防灾知识的宣传、人群消防意识的提升以及以往发生的重大火灾事故的经验总结与教训，社会中的消防救援事件随之减少，消防出警次数自然也会降低。

5.3 问题三模型的建立与求解

5.3.1 模型准备

利用 Excel 对数据进行筛选处理，得到 2016.1.1—2020.12.31 内每类事件在相同月份里的出警次数，取均值得到某类型事件在 1-12 月每月发生的平均次数。例如：事件类型 1 在 1 月份的平均发生次数为 10.6 次（未取整），事件类型 2 在 3 月份的平均发生次数为 1.8 次（未取整）。

表 8 1-12 月各事件发生次数平均值统计表

	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
事件1	10.6	9.2	7.4	5.8	8.8	8.6	5	3.4	4.2	2.8	6.4	9.6
事件2	1.8	2	1.8	2	3	1.4	2.2	1.2	1.6	1	2.4	2
事件3	11.2	17.2	12	4.8	43.8	12	2.6	0.6	1.4	1.4	7.2	9.2
事件4	6.4	5.2	3.6	4.4	4	7	3.4	3.8	4	3.4	5	6.4
事件5	0.2	0.4	0.4	1.2	0.8	1.6	1.2	2.2	0	0	0	0
事件6	4.4	4.6	3.4	1.8	5	7.4	6.4	4.6	7.8	3	2.4	4
事件7	22.6	31	33.6	25.2	80.6	57	27.4	22.4	25.4	20.2	20.4	23.2

5.3.2 MATLAB 多项式拟合模型

采用 MATLAB 拟合工具箱对数据进行拟合，选择多项式拟合（Polynomial），具

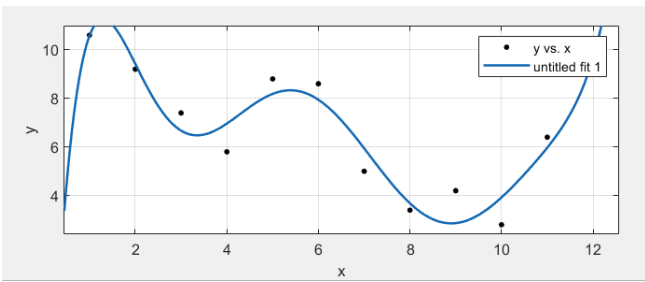
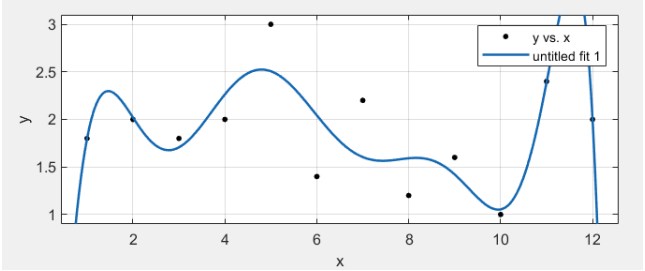
体拟合结果如下。  
各事件发生次数与月份关系的拟合多项式：

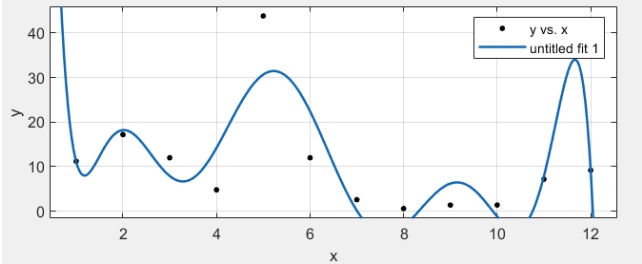
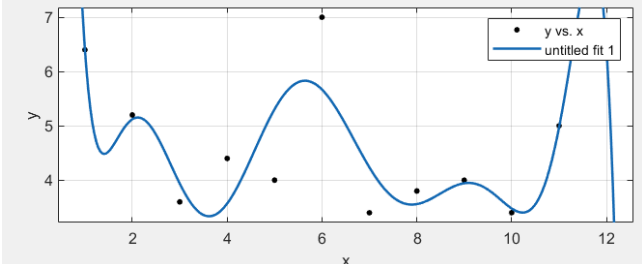
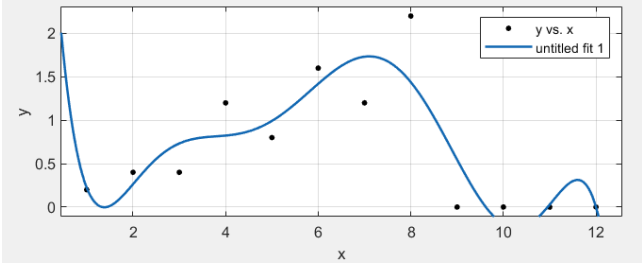
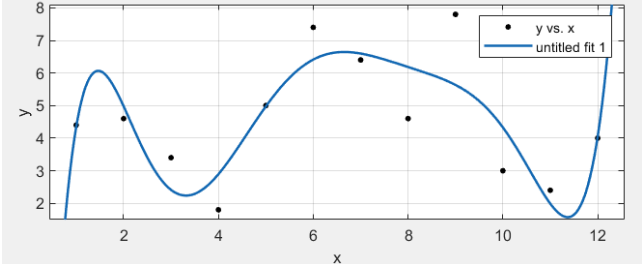
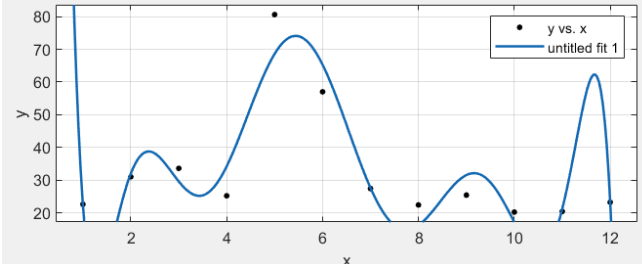
表 9 各事件类型与月份关系拟合多项式

事件类型	拟合多项式
事件 1	$f(x) = 0.0002743x^7 - 0.01332x^6 + 0.2603x^5 - 2.608x^4 + 14.13x^3 - 40.04x^2 + 51.92x - 13.07$
事件 2	$f(x) = -0.0000691x^9 + 0.0003438x^8 - 0.006938x^7 + 0.07187x^6 - 0.3872x^5 + 0.8288x^4 + 1.33x^3 - 10.02x^2 + 16.81x - 6.833$
事件 3	$f(x) = -0.0004585x^9 + 0.02606x^8 - 0.6259x^7 + 8.266x^6 - 65.49x^5 + 319x^4 - 942.6x^3 + 1608x^2 - 1422x - 506$
事件 4	$f(x) = 0.002614x^8 - 0.646x^7 + 0.8835x^6 - 7.306x^5 + 37.49x^4 - 118x^3 + 217.5x^2 - 211.5x + 87.43$
事件 5	$f(x) = -0.0001077x^7 + 0.004765x^6 - 0.08424x^5 + 0.7622x^4 - 3.765x^3 + 10x^2 - 12.72x + 6.018$
事件 6	$f(x) = 0.0003355x^7 - 0.01562x^6 + 0.2962x^5 - 2.93x^4 + 15.98x^3 - 46.53x^2 + 64.06x - 26.52$
事件 7	$f(x) = -0.0009455x^9 + 0.05491x^8 - 1.353x^7 + 18.42x^6 - 151.5x^5 + 772.6x^4 - 2416x^3 + 4416x^2 - 4219x + 1604$

各事件发生次数与月份关系的拟合效果图及拟合度：

表 10 多项式拟合效果图及拟合度

事件类型	拟合效果图	拟合度
事件 1		0.9067
事件 2		0.6037

事件 3		0.7127
事件 4		0.7171
事件 5		0.7407
事件 6		0.6764
事件 7		0.8905

从以上结果来看，多项式拟合的整体效果不错，拟合度都在 0.5 以上，且部分拟合效果的拟合度可以高达 0.9 附近，例如事件 1（0.9067）及事件 7（0.8905）。但是一些拟合多项式的阶数较高，且有些多项式达到 9 阶以后拟合度仍然不是特别理想。

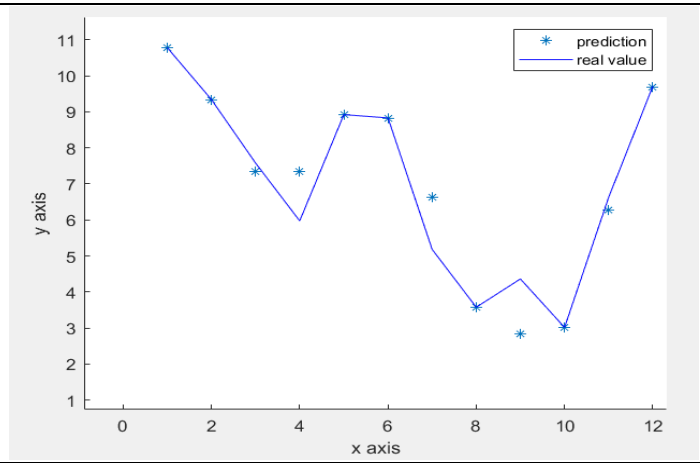
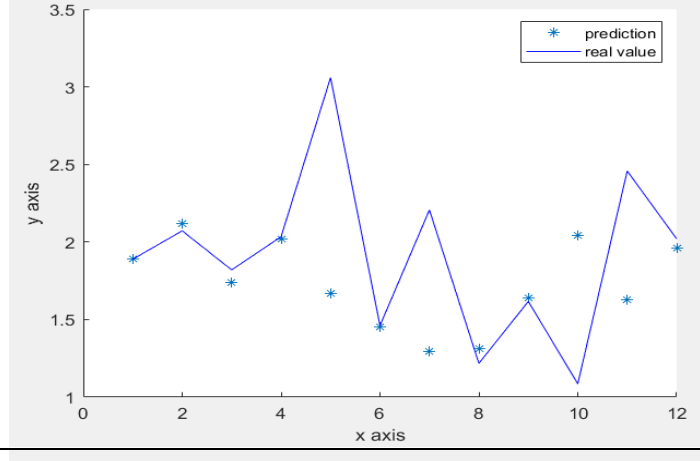
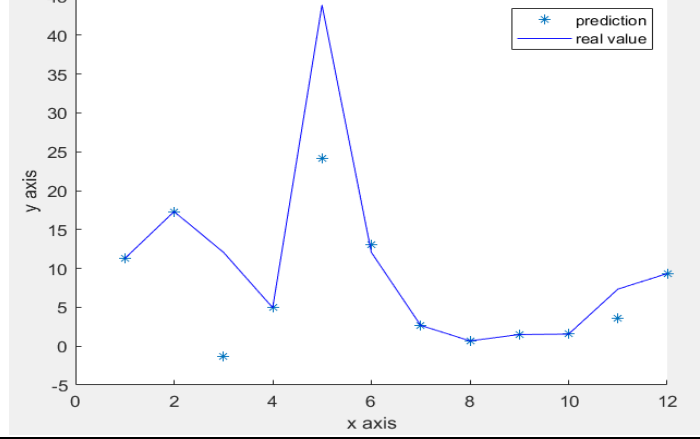
### 5.3.3 神经网络拟合模型

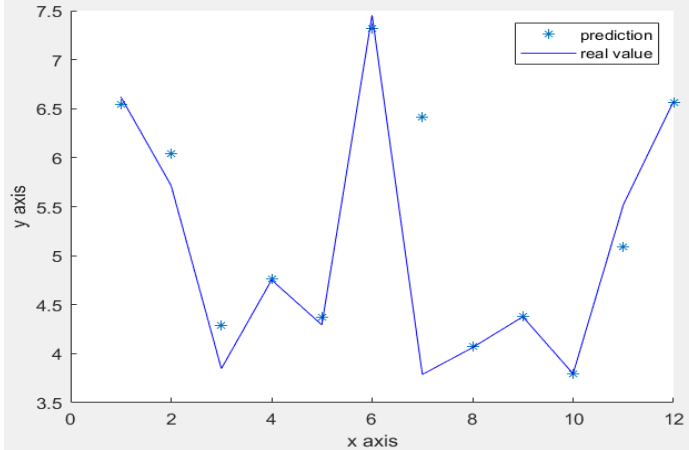
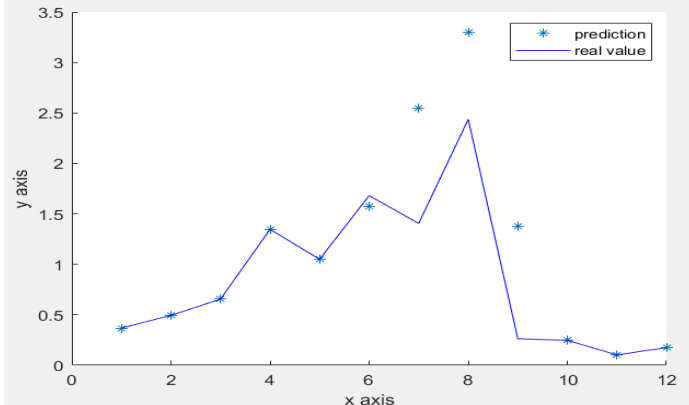
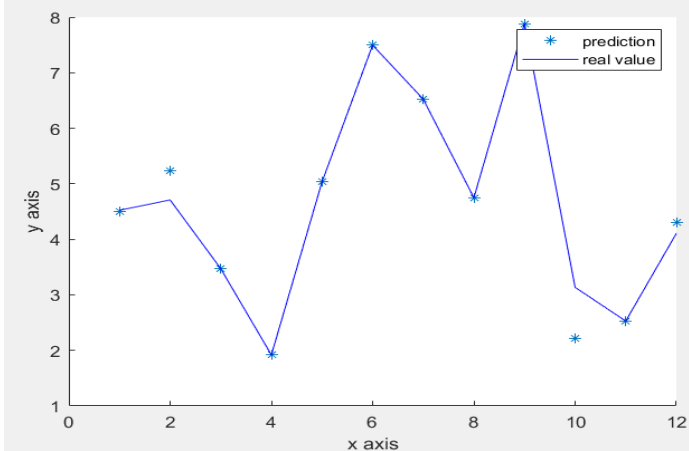
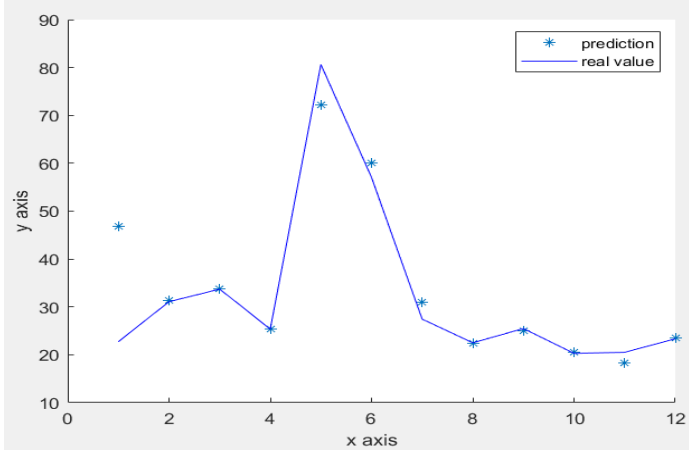
神经网络通常用于分类任务，也可以用于回归拟合任务。使用一个含有隐层的神经网络可以很轻松地拟合出非线性曲线。

在通过 MATLAB 编程实现时，对目标值加入噪声，之后进行数据归一化，创建测试数据集及神经网络，最后完成拟合。

以下为通过神经网络拟合模型进行的拟合结果以及拟合度：

表 11 神经网络拟合效果图及拟合度

事件类型	拟合效果图	拟合度																																							
事件 1	 <table border="1"><caption>Data for Event 1</caption><thead><tr><th>x axis</th><th>prediction</th><th>real value</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>10.8</td><td>10.8</td></tr><tr><td>2</td><td>9.4</td><td>9.4</td></tr><tr><td>3</td><td>7.4</td><td>7.4</td></tr><tr><td>4</td><td>7.4</td><td>6.1</td></tr><tr><td>5</td><td>8.9</td><td>8.9</td></tr><tr><td>6</td><td>8.9</td><td>8.8</td></tr><tr><td>7</td><td>6.7</td><td>5.2</td></tr><tr><td>8</td><td>3.7</td><td>3.7</td></tr><tr><td>9</td><td>2.9</td><td>4.4</td></tr><tr><td>10</td><td>3.1</td><td>3.1</td></tr><tr><td>11</td><td>6.3</td><td>6.3</td></tr><tr><td>12</td><td>9.7</td><td>9.7</td></tr></tbody></table>	x axis	prediction	real value	1	10.8	10.8	2	9.4	9.4	3	7.4	7.4	4	7.4	6.1	5	8.9	8.9	6	8.9	8.8	7	6.7	5.2	8	3.7	3.7	9	2.9	4.4	10	3.1	3.1	11	6.3	6.3	12	9.7	9.7	0.9144
x axis	prediction	real value																																							
1	10.8	10.8																																							
2	9.4	9.4																																							
3	7.4	7.4																																							
4	7.4	6.1																																							
5	8.9	8.9																																							
6	8.9	8.8																																							
7	6.7	5.2																																							
8	3.7	3.7																																							
9	2.9	4.4																																							
10	3.1	3.1																																							
11	6.3	6.3																																							
12	9.7	9.7																																							
事件 2	 <table border="1"><caption>Data for Event 2</caption><thead><tr><th>x axis</th><th>prediction</th><th>real value</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>1.9</td><td>1.9</td></tr><tr><td>2</td><td>2.1</td><td>2.1</td></tr><tr><td>3</td><td>1.7</td><td>1.8</td></tr><tr><td>4</td><td>2.0</td><td>2.0</td></tr><tr><td>5</td><td>1.7</td><td>3.1</td></tr><tr><td>6</td><td>1.5</td><td>1.5</td></tr><tr><td>7</td><td>1.3</td><td>2.2</td></tr><tr><td>8</td><td>1.3</td><td>1.3</td></tr><tr><td>9</td><td>1.6</td><td>1.6</td></tr><tr><td>10</td><td>2.0</td><td>1.1</td></tr><tr><td>11</td><td>1.6</td><td>2.4</td></tr><tr><td>12</td><td>1.9</td><td>2.0</td></tr></tbody></table>	x axis	prediction	real value	1	1.9	1.9	2	2.1	2.1	3	1.7	1.8	4	2.0	2.0	5	1.7	3.1	6	1.5	1.5	7	1.3	2.2	8	1.3	1.3	9	1.6	1.6	10	2.0	1.1	11	1.6	2.4	12	1.9	2.0	0.2500
x axis	prediction	real value																																							
1	1.9	1.9																																							
2	2.1	2.1																																							
3	1.7	1.8																																							
4	2.0	2.0																																							
5	1.7	3.1																																							
6	1.5	1.5																																							
7	1.3	2.2																																							
8	1.3	1.3																																							
9	1.6	1.6																																							
10	2.0	1.1																																							
11	1.6	2.4																																							
12	1.9	2.0																																							
事件 3	 <table border="1"><caption>Data for Event 3</caption><thead><tr><th>x axis</th><th>prediction</th><th>real value</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>11.5</td><td>11.5</td></tr><tr><td>2</td><td>17.5</td><td>17.5</td></tr><tr><td>3</td><td>-1.0</td><td>12.0</td></tr><tr><td>4</td><td>5.0</td><td>5.0</td></tr><tr><td>5</td><td>24.0</td><td>43.0</td></tr><tr><td>6</td><td>13.0</td><td>13.0</td></tr><tr><td>7</td><td>3.0</td><td>3.0</td></tr><tr><td>8</td><td>1.0</td><td>1.0</td></tr><tr><td>9</td><td>2.0</td><td>2.0</td></tr><tr><td>10</td><td>2.0</td><td>2.0</td></tr><tr><td>11</td><td>4.0</td><td>7.0</td></tr><tr><td>12</td><td>9.0</td><td>9.0</td></tr></tbody></table>	x axis	prediction	real value	1	11.5	11.5	2	17.5	17.5	3	-1.0	12.0	4	5.0	5.0	5	24.0	43.0	6	13.0	13.0	7	3.0	3.0	8	1.0	1.0	9	2.0	2.0	10	2.0	2.0	11	4.0	7.0	12	9.0	9.0	0.6457
x axis	prediction	real value																																							
1	11.5	11.5																																							
2	17.5	17.5																																							
3	-1.0	12.0																																							
4	5.0	5.0																																							
5	24.0	43.0																																							
6	13.0	13.0																																							
7	3.0	3.0																																							
8	1.0	1.0																																							
9	2.0	2.0																																							
10	2.0	2.0																																							
11	4.0	7.0																																							
12	9.0	9.0																																							

事件 4		0.6269
事件 5		0.4667
事件 6		0.9688
事件 7		0.8137

神经网络拟合模型的拟合结果部分较为理想，比如事件 1、事件 6 的拟合度都

高于 0.9，甚至事件 6 达到 0.9688 的拟合效果。但是也有不理想情况，比如事件 2 及事件 5 的拟合度分别只有 0.2500、0.4667。

5.3.4 拟合度对比分析

将两种模型对各事件发生次数与月份的关系拟合的拟合度进行对比，如下表(表 12)：

表 12 拟合度对比表

	事件1	事件2	事件3	事件4	事件5	事件6	事件7
多项式拟合度	0.9067	0.6037	0.7127	0.7171	0.7407	0.6764	0.8905
神经网络拟合度	0.9144	0.2500	0.6457	0.6269	0.4667	0.9688	0.8137

从拟合度对比上来看，多项式拟合模型的拟合情况整体较优，但个别事件与月份关系的拟合度低于神经网络拟合模型的拟合度。

为始每类事件发生次数与月份关系的模型最优模型，应各自取拟合度较高的拟合模型。即事件 1、事件 6 的发生次数与月份关系应该用神经网络拟合模型体现，而事件 2、事件 3、事件 4、事件 5 及事件 7 等发生次数的最优模型则应该是多项式拟合模型。

5.4 问题四模型的建立与求解

根据事件密度的概念，利用 EXCLE 对数据进行筛选处理，统计得到 7 类事件分别在 A, B, C……M, N, P15 个区域的事件密度，问题中各类事件在空间上的相关性可以从事件对区域的相关性和事件对事件的相关性两方面进行分析，在两个分类下进一步寻找不同区域相关性最强的事件类别：

1、事件对区域的相关性分析：

在统计得到的事件类型与地区事件密度表格中，事件对区域的相关性会体现在事件密度的差异上。事件对区域的相关性最强，假设一类事件对某一地区的相关性强，从数据上表现在这类事件在该地区的发生密度大，在其它地区的发生密度较小，即在同一事件各地区的发生密度会出现波动，一些数据对平均值的偏离较大，利用方差来描述波动的程度，方差越大，事件对区域的相关性就越强。求解结果如下：

表 13 各地区事件密度统计表

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	P	平均数	方差
类型1	0.004	0.003	0.003	0.005	0.004	0.006	0.003	0.003	9E-04	0.005	0.003	8E-04	0.002	0.003	0.337	0.026	0.104
类型2	0.001	5E-04	2E-04	0.002	7E-04	2E-04	3E-04	0.001	2E-04	0.003	4E-04	3E-04	1E-03	0.001	0.096	0.007	0.008
类型3	0.005	0.003	0.003	0.006	0.011	0.006	0.006	0.002	0.002	0.007	0.005	0.003	0.008	0.006	0.452	0.035	0.186
类型4	0.004	0.001	0.002	0.003	0.002	0.002	0.003	0.002	9E-04	0.003	0.001	0.002	0.002	0.001	0.246	0.018	0.056
类型5	2E-04	0	4E-04	5E-04	3E-04	5E-04	5E-04	4E-04	0	3E-04	0	5E-04	5E-04	0	0.037	0.003	0.001
类型6	6E-04	3E-04	0	5E-04	5E-04	2E-04	3E-04	0	2E-04	0.002	3E-04	9E-04	1E-03	2E-04	0.448	0.03	0.187
类型7	0.019	0.011	0.012	0.021	0.024	0.02	0.02	0.012	0.009	0.019	0.016	0.007	0.02	0.01	1.54	0.117	2.17

表 14 各类型事件方差值

	类型 1	类型 2	类型 3	类型 4	类型 5	类型 6	类型 7
方差	0.103667	0.008473	0.18635	0.05557	0.001227	0.186964	2.169881

结果分析：从求解得到的表格中对比事件在各地区的事件密度与平均密度，可以看出各类事件在不同区域空间的相关性，相比均值波动越大，则对该地区的相关性越强。综合对比分析几类事件的方差和在各地区的事件密度，类型 7 的方差最大，且在 P 地的事件密度与平均事件密度远远大于其它区域，所以事件类型 7 对区域的相关性最强，与之相关性最强的是区域 P。

2、事件与事件之间的相关性分析：

通过求解各类事件之间的相关系数可以分析事件与事件之间的相关性，首先通

过 MATLAB 中的使用 Lilliefors 检验对 7 组数据进行正态分布检验，Lilliefors 检验返回结果 h 是 1 或 0，其中 0 表示符合正态分布，1 表示不符和，通过检验，这几组数据都不符合正态分布，选择将数据转换为几组列向量计算各类事件之间的斯皮尔曼 spearman 相关系数进行比较。在相关系数表中 (i, j) 表示第 i 列向量与第 j 列向量之间的相关系数。求解得到的相关系数表：

1.0000	0.5786	0.5464	0.6036	0.3784	0.3467	0.7893
0.5786	1.0000	0.5750	0.5821	0.2126	0.5630	0.4821
0.5464	0.5750	1.0000	0.3500	0.4451	0.6828	0.7571
0.6036	0.5821	0.3500	1.0000	0.6919	0.5022	0.5286
0.3784	0.2126	0.4451	0.6919	1.0000	0.3986	0.6343
0.3467	0.5630	0.6828	0.5022	0.3986	1.0000	0.4844
0.7893	0.4821	0.7571	0.5286	0.6343	0.4844	1.0000

结果分析：通过比较矩阵对角线下部分的相关系数，可以得到各类事件在区域空间上的相关性，矩阵对角线为变量和自身的相关系数永远为 1，位置 (7, 1) 的相关系数最大为 0.7893，即事件类型 1 和事件类型 7 在不同区域之间的相关性最大。此外，事件类型 7 和事件类型 3 之间的相关性略低于事件类型 1 和 7，事件类型 4 和事件类型 1 以及事件类型 3 和 6 之间也有较强的相关性，类型 5 和类型 2 之间的相关系数最低。

5.5 问题五模型的建立与求解

5.5.1 问题五模型的建立与求解

利用附件 1 计算得到人口密度：

表 15 各地区人口密度

编号	人口 (万人)	面积 (km <sup>2</sup> )	人口密度 (万人/ km <sup>2</sup> )
A	6.62	90	0.073574
B	8.76	120	0.073014
C	5.56	88	0.063149
D	6.07	75	0.080953
E	9.24	111	0.08325
F	6.58	85	0.077503
G	7.73	113	0.068407
H	6.09	93	0.065443
I	7.76	125	0.062043
J	5.40	74	0.072973
K	8.79	132	0.066559
L	5.86	128	0.045798
M	9.80	119	0.082361
N	7.50	89	0.084175
P	15.90	10	1.606061

同时，汇总每一区域七种事件的出警次数，并分别各事件在不同区域的事件密度做自变量，该区域人口密度做应变量，用 Excel 做相关性分析，结果如下：

表 16 事件类型 1 分析结果

事件①					
编号	人口密度	事件密度	编号	人口密度	事件密度
A	0.07357444	0.00406	I	0.0620432	0.000923
B	0.07301417	0.003045	J	0.07297297	0.005198
C	0.06314886	0.002622	K	0.06655909	0.002914
D	0.08095333	0.004872	L	0.04579766	0.000751
E	0.08325045	0.004872	M	0.08236134	0.002424
F	0.07750294	0.004167	N	0.08417508	0.002806
G	0.06840708	0.004371	P	1.60606061	0.339938
H	0.06544301	0.003846			

事件①	列 1	列 2
列 1	1	
列 2	0.999794	1

表 17 事件类型 2 分析结果

事件②					
编号	人口密度	事件密度	编号	人口密度	事件密度
A	0.073574	0.001282	I	0.062043	0.000154
B	0.073014	0.000481	J	0.072973	0.003378
C	0.063149	0.000219	K	0.066559	0.000437
D	0.080953	0.002308	L	0.045798	0.0003
E	0.08325	0.000855	M	0.082361	0.00097
F	0.077503	0.00016	N	0.084175	0.001079
G	0.068407	0.000437	P	1.606061	0.097125
H	0.065443	0.001538			

事件②	列 1	列 2
列 1	1	
列 2	0.99934	1

表 18 事件类型 3 分析结果

事件③					
编号	人口密度	事件密度	编号	人口密度	事件密度
A	0.073574	0.004701	I	0.062043	0.001538
B	0.073014	0.002564	J	0.072973	0.007277
C	0.063149	0.003059	K	0.066559	0.004662
D	0.080953	0.00641	L	0.045798	0.003456
E	0.08325	0.013462	M	0.082361	0.00808
F	0.077503	0.004006	N	0.084175	0.006475
G	0.068407	0.007212	P	1.606061	0.456488
H	0.065443	0.002821			



事件③	列 1	列 2
列 1	1	
列 2	0.999744	1

表 19 事件类型 4 分析结果

事件④					
编号	人口密度	事件密度	编号	人口密度	事件密度
A	0.073574	0.00406	I	0.062043	0.000923
B	0.073014	0.001122	J	0.072973	0.003119
C	0.063149	0.001967	K	0.066559	0.001457
D	0.080953	0.003333	L	0.045798	0.002103
E	0.08325	0.001923	M	0.082361	0.001939
F	0.077503	0.001442	N	0.084175	0.001295
G	0.068407	0.004152	P	1.606061	0.24864
H	0.065443	0.002821			

事件④	列 1	列 2
列 1	1	
列 2	0.999551	1

表 20 事件类型 5 分析结果

事件⑤					
编号	人口密度	事件密度	编号	人口密度	事件密度
A	0.073574	0.000214	I	0.062043	0
B	0.073014	0	J	0.072973	0.00026
C	0.063149	0.000437	K	0.066559	0
D	0.080953	0.000513	L	0.045798	0.000451
E	0.08325	0.000427	M	0.082361	0.000485
F	0.077503	0.000321	N	0.084175	0
G	0.068407	0.000656	P	1.606061	0.036908
H	0.065443	0.000513			

事件⑤	列 1	列 2
列 1	1	
列 2	0.999365	1

表 21 事件类型 6 分析结果

事件⑥					
编号	人口密度	事件密度	编号	人口密度	事件密度
A	0.073574	0.000641	I	0.062043	0.000154
B	0.073014	0.000321	J	0.072973	0.002079
C	0.063149	0	K	0.066559	0.000291

D	0.080953	0.000513	L	0.045798	0.000901
E	0.08325	0.000641	M	0.082361	0.00097
F	0.077503	0.00016	N	0.084175	0.000216
G	0.068407	0.000437	P	1.606061	0.452603
H	0.065443	0			

事件⑥	列 1	列 2
列 1	1	
列 2	0.99967	1

表 22 事件类型 7 分析结果

事件⑦					
编号	人口密度	事件密度			
A	0.073574	0.01859	I	0.062043	0.007538
B	0.073014	0.011218	J	0.072973	0.018971
C	0.063149	0.011801	K	0.066559	0.016463
D	0.080953	0.021282	L	0.045798	0.007212
E	0.08325	0.029701	M	0.082361	0.020039
F	0.077503	0.014263	N	0.084175	0.009497
G	0.068407	0.025568	P	1.606061	1.555944
H	0.065443	0.015385			

事件⑦	列 1	列 2
列 1	1	
列 2	0.999759	1

通过上述计算，可以得出：事件①到⑦的相关系数依次为：0.999794、0.99934、0.99974、0.99955、0.99936、0.99967、0.99976，均十分接近 1，具有明显的正向趋势。即：该地事件①到⑦的事件密度与人口密度呈现明显的正相关。

## 5.6 问题六模型的建立与求解

### 5.6.1 Floyd 模型的建立

消防站的选址中距离是最重要的。出于这一考虑，首先主要依据 Floyd 算法建立模型，求解各区域间最短距离的距离矩阵。

建立距离矩阵 D，用于存储任意两区域之间的最短距离。该算法的中心思想是：如果从一个区域到另一个区域的路径中，可以经过某一个区域进行中转，就进行比较从这个点中转和不中转的距离，存储距离较小的情况，同时将更新的内容记录到距离矩阵。

假设中转节点为 K， $D(i, j)$  表示从 i 到 j 的最短距离， $D(i, K) + D(K, j)$  表示 i 到 j 从 K 中转的距离，有以下不等式：

$$D(i, K) + D(K, j) < D(i, j)$$

如果等式成立，那么 D(i, j) 进行更新：

$$D(i,j)=D(i,K)+D(K,j)$$

这样就更新了矩阵，将更短的距离存入距离矩阵中。

经过多重循环计算后得出最终的距离矩阵 D。（以上应用的是 Floyd 算法的基础模型，本文不再举例赘述）

之后利用距离矩阵 D 计算某一区域到其他各区域的最短距离的均值：

$$Average=\frac{1}{14}\sum_{j=1}^{15}d(i,j)$$

$d(i,j)$  表示距离矩阵 D 中从 i 到 j 的最短距离。此处距离总和除以 14 而不是 15，因为 i 区域与其本身距离为 0，也就是当消防站建设在 i 地时不考虑 i 区域内出警距离。

接下来将最短距离均值按降序排列，加之考虑事故灾害发生率、人口密度，选择出除 N 和 J 区域外最合适的消防站选址，问得以解决。

5.6.2 模型求解

假设距离矩阵为 D。首先根据题目中所给出的各区域之间的路线以及距离列出 Floyd 算法中的初始距离矩阵 a。

在算法中进行三重循环，第一重循环是遍历中转点，第二重和第三重循环则是遍历任意两个点之间的距离。

通过 MATLAB 实现算法模型的求解，得到结果并整理后生成如下距离矩阵：

表 23 各地区距离矩阵

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	P
I	48.90	60.00	55.60	47.90	60.70	53.30	35.80	9.00	0.00	35.20	25.70	21.30	40.70	42.10	39.40
H	39.90	51.00	46.60	38.90	51.70	44.30	26.80	0.00	9.00	26.20	16.70	12.30	31.70	33.10	31.70
E	25.70	19.30	11.10	14.30	0.00	7.40	29.20	51.70	60.70	25.50	35.00	39.40	28.60	18.60	22.80
B	11.10	0.00	8.20	12.80	19.30	17.60	33.40	51.00	60.00	25.50	34.30	38.70	19.30	22.80	21.30
C	19.10	8.20	0.00	7.70	11.10	9.40	28.30	46.60	55.60	20.40	29.90	34.30	22.00	17.70	16.20
L	27.60	38.70	34.30	26.60	39.40	32.00	14.50	12.30	21.30	13.90	4.40	0.00	19.40	20.80	18.10
A	0.00	11.10	19.10	11.40	25.70	18.30	30.70	39.90	48.90	17.80	23.20	27.60	8.20	21.40	19.90
G	30.70	33.40	28.30	20.60	29.20	21.80	0.00	26.80	35.80	12.90	13.40	14.50	22.50	10.60	16.50
F	18.30	17.60	9.40	6.90	7.40	0.00	21.80	44.30	53.30	18.10	27.60	32.00	21.20	11.20	15.40
K	23.20	34.30	29.90	22.20	35.00	27.60	13.40	16.70	25.70	9.50	0.00	4.40	15.00	16.40	13.70
M	8.20	19.30	22.00	14.30	28.60	21.20	22.50	31.70	40.70	9.60	15.00	19.40	0.00	16.50	13.80
D	11.40	12.80	7.70	0.00	14.30	6.90	20.60	38.90	47.90	12.70	22.20	26.60	14.30	10.00	8.50
N	21.40	22.80	17.70	10.00	18.60	11.20	10.60	33.10	42.10	6.90	16.40	20.80	16.50	0.00	5.90
P	19.90	21.30	16.20	8.50	22.80	15.40	16.50	30.40	39.40	4.20	13.70	18.10	13.80	5.90	0.00
J	17.80	25.50	20.40	12.70	25.50	18.10	12.90	26.20	35.20	0.00	9.50	13.90	9.60	6.90	4.20

之后利用距离矩阵 D 计算任一区域到其他各区域的最短距离的均值：

$$Average=\frac{1}{14}\sum_{j=1}^{15}d(i,j)$$

计算后并进行排序得到如下顺序（表 23），并且统计了各区域人口密度的顺序（表 25）及所有数据中各区域的事故发生量排序（表 24）：

表 23 各区域到其他区域的最短距离均值排序

区域	I	H	E	B	C	L	A	G
平均	41.114	32.850	27.807	26.807	23.321	23.093	23.086	22.643
区域	F	K	M	D	N	P	J	
平均	21.750	20.500	20.200	18.200	18.142	17.578	17.028	

表 24 各区域事故发生量排序

区域	P	E	M	G	K	A	J	D
事故发生数	1642	246	217	197	181	158	156	154
区域	F	B	H	L	N	C	I	
事故发生数	154	118	106	102	100	93	74	

表 25 各区域人口密度排序

区域排序	人口 (万人)	面积 (km <sup>2</sup> )	密度 (万人/平方千米)
P	15.9	9.9	1.606060606
N	7.5	89.1	0.084175084
E	9.2408	111	0.08325045
M	9.801	119	0.082361345
D	6.0715	75	0.080953333
F	6.58	84.9	0.077502945
A	6.6217	90	0.073574444
B	8.7617	120	0.073014167
J	5.4	74	0.072972973
G	7.73	113	0.06840708
K	8.7858	132	0.066559091
H	6.0862	93	0.065443011
C	5.5571	88	0.063148864
I	7.7554	125	0.0620432
L	5.8621	128	0.045797656

以最重要的距离为出发点。从（表 23）中可以看出从全局来说，区域 J 到各区域的最短距离的平均值是最短的，其次与之距离差别较小的分别为区域 P、区域 N、区域 D。

所以，在区域 J 与区域 N 已经建立消防站的前提下，我们在新建消防站的时候就可以从区域 P 与区域 D 中选择。

综合考虑后，本文选择在 P 处建设新的消防站，理由如下：

首先，区域 P 相较于区域 D 来说，其最短距离的平均值更低，说明从整体上来说，P 点能更均衡的覆盖到其他区域且距离相对合适；其次，从灾害事件发生的统计次数来说，区域 P 的事件数远远超过其他任何区域，说明区域 P 本身就需要巨大的消防资源，在 P 点建立消防站能更好、更快地解决本区域内大量的灾害事故事件；最后，区域 P 的人口密度也相对更大，在消防事件多且人口密度大的情况下，从实际出发，在此区域建设消防站能更好的保护人民生命财产安全。

## 六、模型的评价与推广

### 6.1 问题一模型的评价

本文问题一采取的是较为简单的数据分析和自定义标准分析法，在解决问题时简单易懂，避免了简单问题复杂化；并且依靠于统计数据，有一定的可靠性和合理性。基本上能满足警力按实际需求情况合理分配的需求，而且考虑了人力成本，基

本合理。

但无法避免的是，这种较为简单的分配模型不具备更深层次的分析能力，单凭最高出警次数分配值班人数在一定程度上可以说较为极端化，因个别个例导致的数值最大情况有可能导致警力的浪费与不足。

## 6.2 问题二模型的评价

问题二运用季节性时间序列预测模型，可以较好地满足周期性变化这一特点。分别利用两种方法进行预测，但迫于能力、时间和经验的问题，两个预测结果并不能完好的与 2020 年的实际数据贴合。因此，本文也对这个现象做出了两点解释，但并没有对其作出针对新冠疫情影响条件下的相关的修正。

## 6.3 问题三模型的评价

问题三的模型中主要利用多项式拟合和神经网络拟合，得到了事件发生次数与月份关系的相对较优的模型，找到了其关系，多项式拟合也给出了表达式，神经网络拟合模型也能支持对数据进行更细化的分析。

但是本文在处理过程中，对数据进行了筛选及平均等处理，这可能导致一些较为关键的数据特征出现一些遗失，从而使拟合偏差较大。尤其在神经网络拟合模型中，这种处理方法导致的数据点较少可能是神经网络拟合模型部分拟合效果较差的重要影响因素。

## 6.4 问题四模型的评价与推广

问题四的求解中根据对问题的不同理解，从事件-区域和事件-事件两个方面进行了求解，运用到了 spearman 相关系数，可以较方便的解决问题，缺点是问题的解决不够细致，如果时间充沛还可以分析求解在每一个地区的相关系数最强的事件。

关于推广，可以知道：当需要处理的数据不符合连续数据，正态分布，线性关系其中任意条件时，以及处理两个定序数据我们都可以很好的使用 spearman 相关系数对数据进行处理分析，它是衡量两个变量依赖性的非参数指标，它利用原始数据的排序位置进行求解，对原始变量的分布不做要求，没有皮尔森相关系数的限制，适用范围更广。

## 6.5 问题五模型的评价

问题五利用了 Excel 本身强大的数据处理功能，可以极大地简化相关性的计算。同时根据计算得出的相关系数，可以很直接的判断事件①到⑦的相关系数依次为：0.999794、0.99934、0.99974、0.99955、0.99936、0.99967、0.99976，均十分接近 1，具有明显的正向趋势。说明了该地事件①到⑦的事件密度与人口密度呈现明显的正相关。

## 6.6 问题六模型的评价与推广

该问主要采用 Floyd 算法和一些综合考虑的思想。该模型的优点是可以根据实际信息准确的给出最终的距离矩阵和路由矩阵，是解决多源最短路径问题的好方法。我们最终通过这一模型较为精准的得到了各区域距离消防站的最短距离，而且辅以其他简单方法得到了我们所需要的选址。虽然我们在解决本文问题时未使用其同时可以求出的路由矩阵，但当我们知道最短路径的起点、终点以及中途各中转点时，该模型的路由矩阵就可以为我们提供清晰的线路。

缺点是该算法在寻求最短路径及路由方式时，只是单一的根据各区域间的路径及距离进行计算，而不考虑其他任何因素，这明显是与实际不符的。在实际中，我们往往追求整体的优化程度和整体的技术经济性，该算法在寻求线路及选址时没有考虑到这些。

对于这一缺陷的优化，可以采用对距离以及其他不同影响因素赋予权重的方法。

在以距离矩阵为基础进行选址时，充分考虑其他因素的影响，采用分配权重进行计算分析而非理论分析，最终的选址结果可能会更符合实际的需求。除此以外，也可以考虑使用其他选址模型进行此问题的求解。

七、参考文献

[1] 姜启源等. 数学模型（第五版）. 北京：高等教育出版社，2018： P21-25  
[2] 卓金武等. MATLAB 在数学建模中的应用. 北京：北京航空航天大学出版社, 2011： P37-57  
[3] 贺鹏, 殷亚君. 最短路径算法浅析[J]. 甘肃科技, 2010, (02) :42-43+33.  
[4] 司守奎, 孙玺菁, 数学建模算法与应用（第二版）, 国防工业出版社, 2013. 8 167 页  
[5] 张文彤, SPSS 统计分析基础教程（第三版）, 高等教育出版社, 2017. 4 325 页  
[6] 贺鹏, 殷亚君. 最短路径算法浅析[J]. 甘肃科技, 2010, (02) :42-43+33.  
[7] [https://blog.csdn.net/qg\\_29831163/article/details/89448959](https://blog.csdn.net/qg_29831163/article/details/89448959)  
[8][https://blog.csdn.net/qg\\_39545674/article/details/108694515?ops\\_request\\_misc=&request\\_id=&biz\\_id=102&utm\\_term=%E5%A4%9A%E9%A1%B9%E5%BC%8F%E6%8B%9F%E5%90%88%E7%9A%84%E8%AE%BA%E6%96%87&utm\\_medium=distribute.pc\\_search\\_result.none-task-blog-2~all~sobaiduweb~default-1-108694515.nonecase&spm=1018.2226.3001.4187](https://blog.csdn.net/qg_39545674/article/details/108694515?ops_request_misc=&request_id=&biz_id=102&utm_term=%E5%A4%9A%E9%A1%B9%E5%BC%8F%E6%8B%9F%E5%90%88%E7%9A%84%E8%AE%BA%E6%96%87&utm_medium=distribute.pc_search_result.none-task-blog-2~all~sobaiduweb~default-1-108694515.nonecase&spm=1018.2226.3001.4187)

八、附录

8.1 附录清单

- 附录一：2016-2019 每月出警次数
- 附录二：问题二 p、q 值定阶试算
- 附录三：问题二 spss 预测表格
- 附录四：神经网络拟合算法
- 附录五：求解问题四正态分布检验的 Matlab 命令
- 附录六：求解问题四 spearman 相关性系数的 Matlab 程序
- 附录七：问题六模型的 MATLAB 程序

8.2 支撑材料文件清单列表

- 问题 2、问题 5 数据处理.xls
- 问题 3 源代码及数据处理.xls
- 问题 4 源代码.rar
- 问题 4 数据处理.xls
- 问题 6 数据处理.xls

8.3 附录正文

附录一:2016-2019 每月出警次数（仅展示前 100 个数据，其余内容可见于支撑材料）

序号	接警日期	接警时间点	接警年	接警月	接警日	接警时
1	2020/12/31	22:54:00	2020	12	31	22
2	2020/12/31	22:23:00	2020	12	31	22
3	2020/12/31	12:13:00	2020	12	31	12
4	2020/12/30	23:51:00	2020	12	30	23

5	2020/12/30	21:56:00	2020	12	30	21
6	2020/12/30	16:20:00	2020	12	30	16
7	2020/12/30	12:07:00	2020	12	30	12
8	2020/12/30	8:19:00	2020	12	30	8
9	2020/12/30	6:23:00	2020	12	30	6
10	2020/12/30	2:36:00	2020	12	30	2
11	2020/12/29	17:36:00	2020	12	29	17
12	2020/12/29	10:58:00	2020	12	29	10
13	2020/12/29	10:33:00	2020	12	29	10
14	2020/12/29	4:00:00	2020	12	29	4
15	2020/12/29	3:30:00	2020	12	29	3
16	2020/12/28	18:54:00	2020	12	28	18
17	2020/12/28	17:54:00	2020	12	28	17
18	2020/12/28	11:20:00	2020	12	28	11
19	2020/12/27	17:13:00	2020	12	27	17
20	2020/12/26	21:52:00	2020	12	26	21
21	2020/12/26	19:05:00	2020	12	26	19
22	2020/12/26	18:42:00	2020	12	26	18
23	2020/12/26	11:02:00	2020	12	26	11
24	2020/12/25	14:42:00	2020	12	25	14
25	2020/12/25	13:00:00	2020	12	25	13
26	2020/12/24	21:58:00	2020	12	24	21
27	2020/12/24	21:03:00	2020	12	24	21
28	2020/12/24	15:33:00	2020	12	24	15
29	2020/12/23	14:30:00	2020	12	23	14
30	2020/12/23	12:01:00	2020	12	23	12
31	2020/12/21	16:31:00	2020	12	21	16
32	2020/12/20	21:30:00	2020	12	20	21
33	2020/12/19	16:13:00	2020	12	19	16
34	2020/12/19	13:18:00	2020	12	19	13
35	2020/12/18	9:44:00	2020	12	18	9
36	2020/12/17	17:30:00	2020	12	17	17
37	2020/12/17	16:46:00	2020	12	17	16
38	2020/12/15	21:22:00	2020	12	15	21
39	2020/12/15	15:47:00	2020	12	15	15
40	2020/12/15	15:40:00	2020	12	15	15
41	2020/12/15	13:29:00	2020	12	15	13
42	2020/12/15	9:08:00	2020	12	15	9
43	2020/12/14	23:32:00	2020	12	14	23
44	2020/12/14	8:12:00	2020	12	14	8
45	2020/12/13	22:48:00	2020	12	13	22
46	2020/12/13	10:02:00	2020	12	13	10
47	2020/12/12	15:06:00	2020	12	12	15

48	2020/12/10	0:05:00	2020	12	10	0
49	2020/12/9	21:29:00	2020	12	9	21
50	2020/12/9	19:51:00	2020	12	9	19
51	2020/12/9	17:29:00	2020	12	9	17
52	2020/12/8	8:03:00	2020	12	8	8
53	2020/12/7	14:20:00	2020	12	7	14
54	2020/12/6	5:56:00	2020	12	6	5
55	2020/12/5	15:19:00	2020	12	5	15
56	2020/12/5	13:35:00	2020	12	5	13
57	2020/12/5	13:31:00	2020	12	5	13
58	2020/12/5	5:40:00	2020	12	5	5
59	2020/12/3	6:11:00	2020	12	3	6
60	2020/12/1	13:00:00	2020	12	1	13
61	2020/12/1	11:26:00	2020	12	1	11
62	2020/12/1	9:55:00	2020	12	1	9
63	2020/11/30	4:00:00	2020	11	30	4
64	2020/11/29	7:06:00	2020	11	29	7
65	2020/11/28	18:24:00	2020	11	28	18
66	2020/11/24	21:59:00	2020	11	24	21
67	2020/11/22	7:41:00	2020	11	22	7
68	2020/11/19	14:16:00	2020	11	19	14
69	2020/11/19	1:05:00	2020	11	19	1
70	2020/11/19	0:47:00	2020	11	19	0
71	2020/11/16	18:42:00	2020	11	16	18
72	2020/11/16	14:38:00	2020	11	16	14
73	2020/11/14	19:40:00	2020	11	14	19
74	2020/11/14	16:45:00	2020	11	14	16
75	2020/11/14	15:43:00	2020	11	14	15
76	2020/11/14	14:30:00	2020	11	14	14
77	2020/11/14	13:00:00	2020	11	14	13
78	2020/11/14	9:40:00	2020	11	14	9
79	2020/11/14	8:12:00	2020	11	14	8
80	2020/11/13	18:33:00	2020	11	13	18
81	2020/11/13	12:22:00	2020	11	13	12
82	2020/11/13	11:55:00	2020	11	13	11
83	2020/11/13	4:26:00	2020	11	13	4
84	2020/11/12	22:48:00	2020	11	12	22
85	2020/11/12	18:04:00	2020	11	12	18
86	2020/11/12	12:37:00	2020	11	12	12
87	2020/11/12	7:51:00	2020	11	12	7
88	2020/11/12	1:29:00	2020	11	12	1
89	2020/11/11	19:22:00	2020	11	11	19
90	2020/11/11	18:50:00	2020	11	11	18



91	2020/11/11	18:42:00	2020	11	11	18
92	2020/11/11	18:14:00	2020	11	11	18
93	2020/11/11	17:36:00	2020	11	11	17
94	2020/11/11	12:43:00	2020	11	11	12
95	2020/11/11	10:56:00	2020	11	11	10
96	2020/11/11	10:31:00	2020	11	11	10
97	2020/11/11	3:35:00	2020	11	11	3
98	2020/11/10	0:42:00	2020	11	10	0
99	2020/11/9	15:14:00	2020	11	9	15
100	2020/11/9	12:34:00	2020	11	9	12

附录二：p、q 值定阶试算

p+q	1+1	2+3	3+4	1+3	3+1	5+2	4+1	2+1	4+3	4+4
1	78	83	59	80	64	96	67	67	49	29
2	59	79	90	61	63	68	63	63	60	59
3	34	24	13	28	30	89	36	36	59	53
4	127	107	129	125	109	97	107	107	80	76
5	135	132	134	130	130	196	136	136	155	152
6	61	75	63	59	57	66	59	59	79	76
7	19	27	11	14	11	59	13	13	-1	-2
8	30	20	35	28	20	1	21	21	21	13
9	15	1	9	10	9	70	13	13	51	52
10	14	15	17	12	8	-2	10	10	-3	-9
11	25	36	20	21	17	53	19	19	10	8
12	-11	-8	-8	-13	-19	-33	-16	-16	18	12

附录三：spss 预测表格

出警次数	YEAR	MONTH	DATE	ERR_1	SAS_1	SAF_1	STC_1	预测_出警次数_模型_1	预测_出警次数_模型_1_A
79	2016	1	Jan-16	0.92036	80.01779	0.98728	86.94229	71	
95	2016	2	Feb-16	0.96793	86.13251	1.10295	88.9863	89	
98	2016	3	Mar-16	1.0831	100.8086	0.97214	93.07431	79	
50	2016	4	Apr-16	0.83822	76.0234	0.65769	90.69576	55	
276	2016	5	May-16	1.47921	130.9134	2.10826	88.50211	177	

67	2016	6	Jun-16	0.52941	38.61516	1.73507	72.94038	124	
63	2016	7	Jul-16	1.0917	73.69312	0.8549	67.50315	68	
40	2016	8	Aug-16	0.91287	55.3815	0.72226	60.66749	54	
50	2016	9	Sep-16	1.07649	67.54233	0.74028	62.74299	58	
31	2016	10	Oct-16	0.99484	58.77685	0.52742	59.08199	44	
38	2016	11	Nov-16	1.05212	60.0501	0.6328	57.07507	52	
43	2016	12	Dec-16	0.88448	44.84104	0.95894	50.6979	61	
58	2017	1	Jan-17	1.25288	58.74724	0.98728	46.88975	71	
28	2017	2	Feb-17	0.65223	25.38642	1.10295	38.92259	87	
44	2017	3	Mar-17	1.1376	45.261	0.97214	39.78624	70	
14	2017	4	Apr-17	0.51735	21.28655	0.65769	41.14556	41	
148	2017	5	May-17	1.48441	70.19993	2.10826	47.29132	161	
87	2017	6	Jun-17	1.06416	50.14208	1.73507	47.11899	97	
23	2017	7	Jul-17	0.55831	26.90384	0.8549	48.18758	46	
42	2017	8	Aug-17	1.10563	58.15057	0.72226	52.59481	30	
49	2017	9	Sep-17	1.0458	66.19148	0.74028	63.29272	37	
33	2017	10	Oct-17	0.86027	62.5689	0.52742	72.7318	25	
65	2017	11	Nov-17	1.32824	102.7173	0.6328	77.3333	34	
68	2017	12	Dec-17	0.90258	70.91142	0.95894	78.56533	48	
54	2018	1	Jan-18	0.6909	54.69571	0.98728	79.16598	62	
129	2018	2	Feb-18	1.35121	116.9589	1.10295	86.55893	79	
68	2018	3	Mar-18	0.8228	69.94882	0.97214	85.01323	73	

71	2018	4	Apr-18	1.29405	107.9532	0.65769	83.42296	46	
107	2018	5	May-18	0.70895	50.75265	2.10826	71.58863	171	
119	2018	6	Jun-18	0.99164	68.58514	1.73507	69.16325	102	
59	2018	7	Jul-18	1.04293	69.01419	0.8549	66.17313	53	
50	2018	8	Aug-18	1.00168	69.22687	0.72226	69.1108	40	
46	2018	9	Sep-18	0.89631	62.13894	0.74028	69.32731	47	
44	2018	10	Oct-18	1.18073	83.4252	0.52742	70.65544	34	
40	2018	11	Nov-18	0.92072	63.21063	0.6328	68.65324	44	
63	2018	12	Dec-18	0.96682	65.69734	0.95894	67.95232	54	
67	2019	1	Jan-19	0.99946	67.86319	0.98728	67.89989	67	
76	2019	2	Feb-19	0.99189	68.90601	1.10295	69.46962	84	
73	2019	3	Mar-19	1.07239	75.09212	0.97214	70.02327	72	
44	2019	4	Apr-19	0.94842	66.90059	0.65769	70.5391	46	
138	2019	5	May-19	0.89561	65.4567	2.10826	73.08634	168	
146	2019	6	Jun-19	1.14705	84.14647	1.73507	73.35899	103	
72	2019	7	Jul-19	1.21303	84.22071	0.8549	69.42986	57	
30	2019	8	Aug-19	0.6958	41.53612	0.72226	59.69582	44	
41	2019	9	Sep-19	1.05708	55.38471	0.74028	52.39413	49	
26	2019	10	Oct-19	1.0646	49.29671	0.52742	46.30559	35	
25	2019	11	Nov-19	0.93807	39.50665	0.6328	42.1149	43	
36	2019	12	Dec-19	0.93807	37.54134	0.95894	40.01955	52	
	2020	1	Jan-20						62

	2020	2	Feb-20						79
	2020	3	Mar-20						68
	2020	4	Apr-20						42
	2020	5	May-20						165
	2020	6	Jun-20						102
	2020	7	Jul-20						52
	2020	8	Aug-20						38
	2020	9	Sep-20						44
	2020	10	Oct-20						31
	2020	11	Nov-20						39
	2020	12	Dec-20						50
	2021	1	Jan-21						62
	2021	2	Feb-21						79
	2021	3	Mar-21						68
	2021	4	Apr-21						42
	2021	5	May-21						165
	2021	6	Jun-21						102
	2021	7	Jul-21						52
	2021	8	Aug-21						38
	2021	9	Sep-21						44
	2021	10	Oct-21						31
	2021	11	Nov-21						39

	2021	12	Dec-21						50
--	------	----	--------	--	--	--	--	--	----

#### 附录四：神经网络拟合算法

```

X=[]
Y=[]%excel 导入
n = 0.1 * rand(1, length(x));
y = y + n;
% figure();
% plot(x, y, 'b-');
[x_, ps] = mapminmax(x);
data_input = x_;
data_target = y;
% figure();
% plot(data_input, data_target, 'b-');
data_test = linspace(1,12,60);
data_true = sin(data_test);
data_t = mapminmax('apply', data_test, ps);
% figure();
% plot(data_t, data_true, 'b-');
hidden_layer_size = 10;
net = feedforwardnet(hidden_layer_size);
[net, tr] = train(net, data_input, data_target);
data_y = sim(net, data_t);
% data_y = net(data_t);
figure();
e = 0.5 * (data_true - data_y) .^ 2;
plot(e);
xlabel('x axis');
ylabel('y axis');
legend('error');
figure();
hold on;
plot(data_test, data_y, '*');
plot(x, y, 'b');
xlabel('x axis');
ylabel('y axis');
legend('prediction', 'real value');

```

#### 附录五：求解问题四正态分布检验的 Matlab 命令

```

x=[0.018589744    0.011217949    0.011800699    0.021282051    0.024081774
0.020135747 0.019911504 0.012406948 0.009076923 0.018970894 0.016462704
0.007211538 0.020038785 0.009507347 1.540384615]
h = lillietest(x)

```

返回：h = 1

其它类型数据的检验同上

附录六：求解问题四 spearman 相关性系数的 Matlab 程序

```
X=[0.004059829      0.003044872  0.002622378  0.004871795  0.004331254
0.005882353 0.003403676 0.003101737 0.000923077 0.005197505 0.002913753
0.000751202 0.002424047 0.002808989 0.336538462
0.004700855 0.001282051 0.000480769 0.000218531 0.002307692 0.000693001
0.000226244 0.000340368 0.001240695 0.000153846 0.003378378 0.000437063
0.000300481 0.000969619 0.00108038  0.096153846
0.002564103 0.003059441 0.006410256 0.010914761 0.005656109 0.005616065
0.002274607 0.001538462 0.007276507 0.004662005 0.003455529 0.008080155
0.006482282 0.451923077
0.004059829 0.001121795 0.001966783 0.003333333 0.001559252 0.002036199
0.003233492 0.002274607 0.000923077 0.003118503 0.001456876 0.002103365
0.001939237 0.001296456 0.246153846
0.000213675 0      0.000437063 0.000512821 0.0003465      0.000452489
0.000510551 0.000413565 0      0.000259875 0      0.000450721 0.000484809 0
0.036538462
0.000641026 0.000320513 0      0.000512821 0.000519751 0.000226244
0.000340368 0      0.000153846 0.002079002 0.000291375 0.000901442
0.000969619 0.000216076 0.448076923
0.018589744 0.011217949 0.011800699 0.021282051 0.024081774 0.020135747
0.019911504 0.012406948 0.009076923 0.018970894 0.016462704 0.007211538
0.020038785 0.009507347 1.540384615]';
corr(X,'type','Spearman')
```

附录七：问题六模型的 MATLAB 程序

```

>> a=[0,11.1,inf,11.4,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,8.2,inf,inf;...
11.1,0,8.2,12.8,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf;
inf,8.2,0,7.7,11.1,9.4,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf;...
11.4,12.8,7.7,0,inf,6.9,inf,inf,inf,12.7,inf,inf,14.3,10.0,8.5;...
inf,inf,11.1,inf,0,7.4,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf;...
inf,inf,9.4,6.9,74,0,inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,11.2,inf;
inf,inf,inf,inf,inf,inf,0,inf,inf,12.9,13.4,14.5,inf,10.6,inf;...
inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,0,9.0,inf,inf,12.3,inf,inf,inf;...
inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,9.0,0,inf,inf,inf,inf,inf,inf;...
inf,inf,inf,12.7,inf,inf,12.9,inf,inf,0,9.5,inf,9.6,6.9,4.2;...
inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,13.4,inf,inf,9.5,0,4.4,15.0,inf,inf;...
inf,inf,inf,inf,inf,inf,inf,14.5,12.3,inf,inf,4.4,0,inf,inf,inf;...
8.2,inf,inf,14.3,inf,inf,inf,inf,inf,9.6,15.0,inf,0,inf,inf;...
inf,inf,inf,10.0,inf,11.2,10.6,inf,inf,6.9,inf,inf,inf,0,5.9;
inf,inf,inf,8.5,inf,inf,inf,inf,inf,4.2,inf,inf,inf,5.9,0];

>> n=size(a,1);

>> D=a;

>> path=zeros(n,n);

>> for i=1:n
    for j=1:n
        if D(i,j)~=inf
            path(i,j)=j;
        end
    end
end

>> for k=1:n
    for i=1:n;
        for j=1:n
            if D(i,k)+D(k,j)<D(i,j)
                D(i,j)=D(i,k)+D(k,j);
                path(i,j)=path(i,k);
            end
        end
    end
end

```