模型-概率统计-连续型概率分布-指数分布

1. 模型名称

指数分布（Exponential Distribution）

2. 适用范围

指数分布是独立事件发生的时间间隔。例如婴儿出生的时间间隔、来电的时间间隔、奶粉销售的时间间隔、网站访问的时间间隔，比如旅客进机场的时间间隔、中文维基百科新条目出现的时间间隔。

指数分布的公式可以从泊松分布推断出来。如果下一个婴儿出生要间隔时间t，就等同于t之内没有任何婴儿出生

反过来，事件在时间t之内发生的概率，就是1减去上面的值(即累计分布函数公式)

指数分布的图形大体如下：随着间隔时间变长，时间的发生概率急剧下降，呈现指数式衰减

3. 模型表述

3.1 数学化表述

如果连续型随机变量X具有如下的概率密度函数，

$$f(x;\lambda)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x} & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

其中$\lambda>0$,为常数，则称X服从参数为λ的指数分布，记作

$$X\sim E(\lambda)$$

3.2 累计分布函数

$$F(x;\lambda)=\begin{cases}1-e^{-\lambda x} & for\ x\geq 0\\ 0 & for\ x<0\end{cases}$$

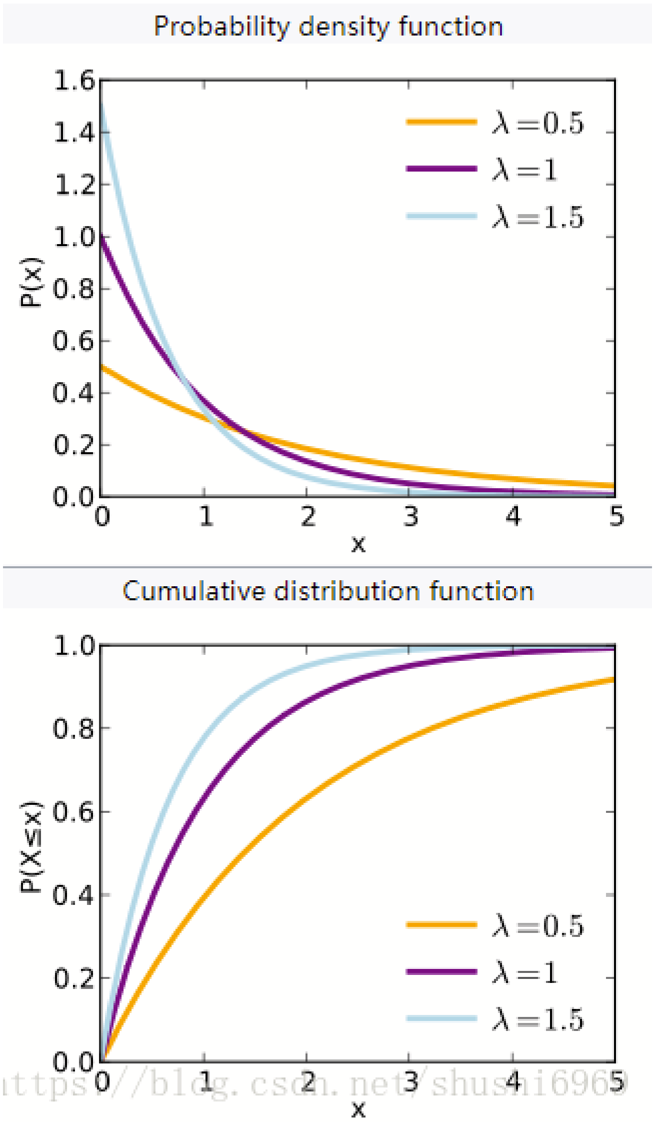
3.3 期望

$$E[X]=\frac{1}{\lambda}$$

3.4 方差

$$Var[X] = \frac{1}{\lambda^2}$$

4. 图示



指数分布示意图

5. 例子

指数分布的公式可以从泊松分布推断出来。如果下一个婴儿出生要间隔时间t，就等同于t之内没有任何婴儿出生

$$P(X > t) = P(N(t) = 0) = \frac{(\lambda t)^0 e^{-\lambda t}}{0!} = e^{-\lambda t}$$

反过来，事件在时间t之内发生的概率，就是1减去上面的值(即累计分布函数公式)

$$P(X \leq t) = 1 - P(X > t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

指数分布的图形大体如下：随着间隔时间变长，时间的发生概率急剧下降，呈现指数式衰减