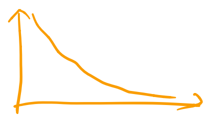
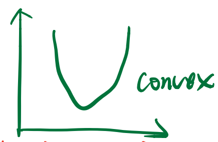
$c^T x \geq L(x,\lambda) \geq \underline{\inf L(x,\lambda)}$ 下界

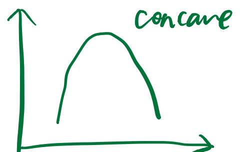


$\inf L(x,\lambda)$：拉格朗日对偶函数.

goal：$\max \inf L(x,\lambda)$

对偶函数始终 concave





$g(\lambda,\nu) = \inf_{x\in D} L(x,\lambda,\nu)$ 逐点求下界，必是 concave

（即使原始问题非凸，其对偶始终是凸）必.

对偶性质：

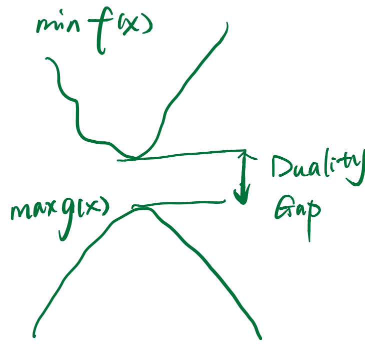
① weak duality

$p^* \Rightarrow$ prime problem

$d^* \Rightarrow$ dual problem

$\Rightarrow d^* \leq p^*$

$g(\lambda,\nu) = \inf L(x,\lambda,\nu) \leq L(x,\lambda,\nu) \leq f_0(x)$



② Strong duality

if $d^* = p^*$

一般不存在

如果原问题是凸的，则通常存在.

互补松弛性:

$$y^Tb = y^TAx$$
$$c^Tx = y^TAx$$
$$\Rightarrow y^Tb = c^Tx$$

原问题目标函数与对偶问题目标函数相同.

KKT for LP:

①原问题可行

②对偶问题可行

③ $L(x,y) = c^Tx - y^T(Ax-b)$

④互补松弛性. ($c^Tx = y^Tb$)

primer: min $ax \le b$
s.t. $x \ge 0$

Dual: max y^Tb
s.t. $y \le 0$
$y^TA \le c$

找 x, y 同时满足:

①原问题可行

②对偶问题可行

③ $c^Tx = y^Tb$

① + ③ ⇒ ② 单纯形算法

② + ③ ⇒ ① 对偶单纯形

① + ② ⇒ ③ 内点法.