

TD 7 : GRAPHES ET ARBRES

Exercice 1. Donner l'union des graphes A et C de l'exercice 4.

Exercice 2. Écrire la matrice d'incidence associée au graphe $G = (V, E)$ tel que $V = \{1, 2, 3, 4\}$ et $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$, avec $e_1 = \{1, 2\}$, $e_2 = \{2, 3\}$, $e_3 = \{3, 1\}$, $e_4 = \{4, 1\}$ et $e_5 = \{4, 4\}$.

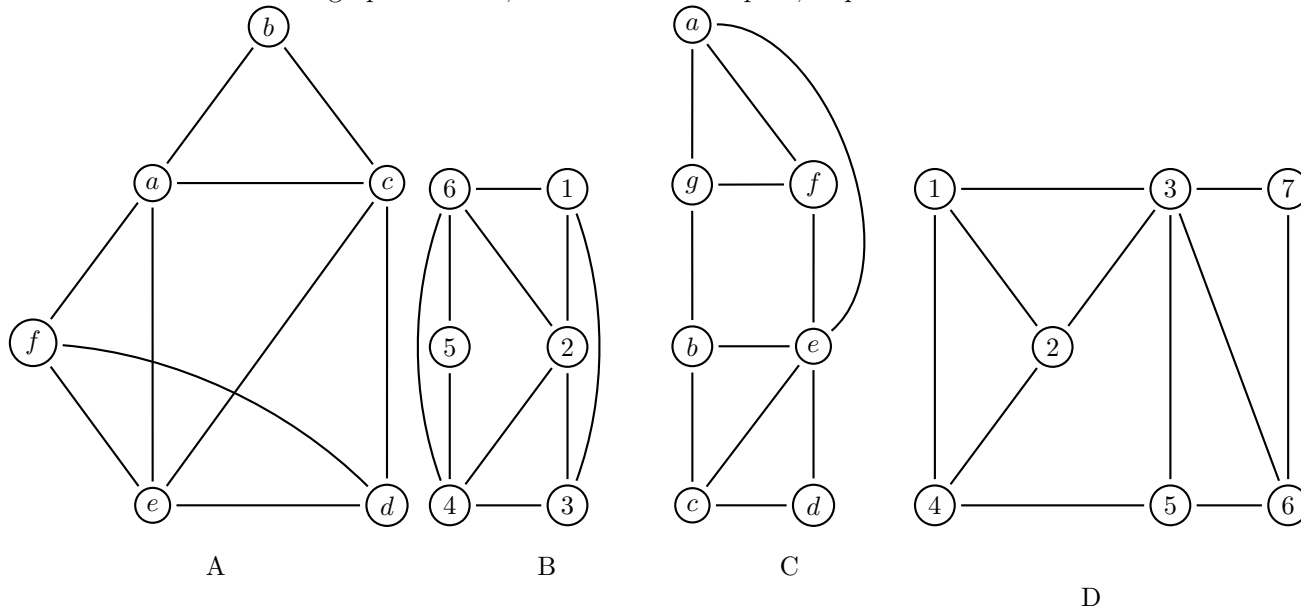
1. Que vaut la somme des éléments d'une colonne.
2. Que représente la somme des éléments d'une ligne.
3. En déduire que dans un graphe non orienté $G = (V, E)$, on a

$$\sum_{x \in V} d(x) = 2|E|$$

Exercice 3. Soit $G = (V, E)$ le graphe non orienté défini par :
 $V = \{a, b, c, d, e\}$ et $E = \{\{a, c\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}\}$.

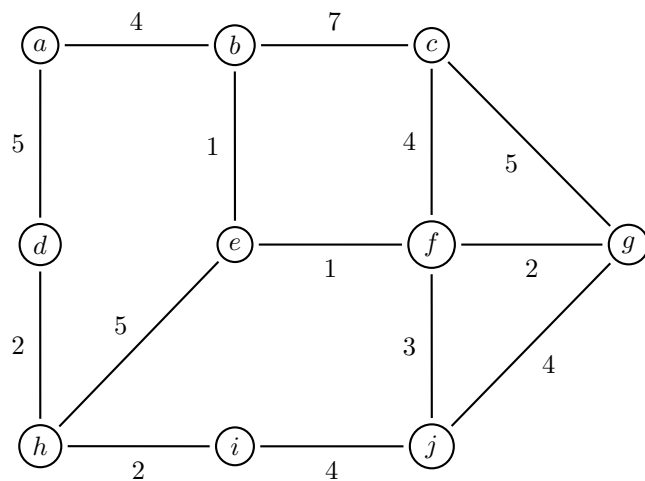
1. Représenter G .
2. Écrire sa matrice d'adjacence et sa liste d'adjacence.
3. Le graphe G est-il régulier ?

Exercice 4. Vérifier si les graphes A et B, C et D sont isomorphes, respectivement.

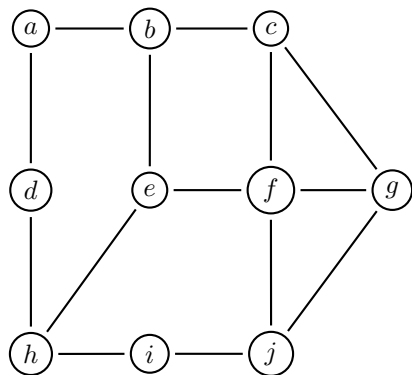
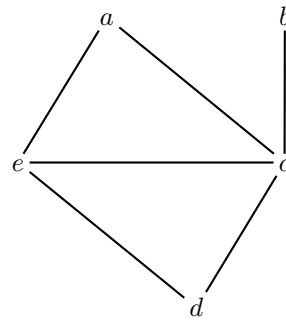
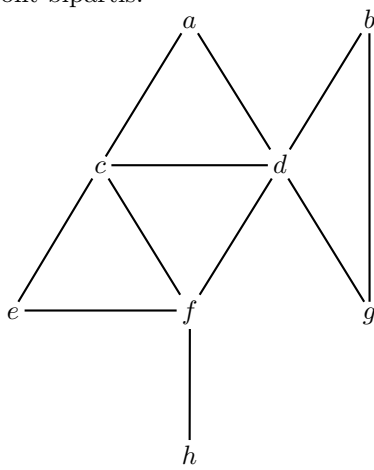
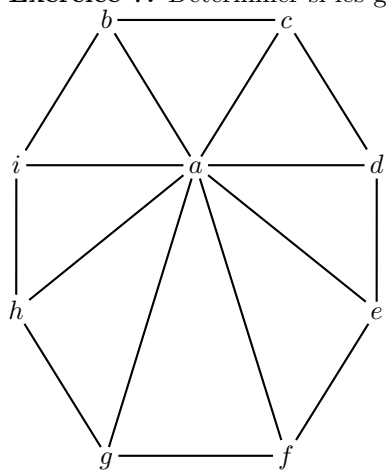


Exercice 5. Soit F une forêt à n sommets et m arêtes dont le nombre de composantes connexes est égal à k . Montrer que $m = n - k$.

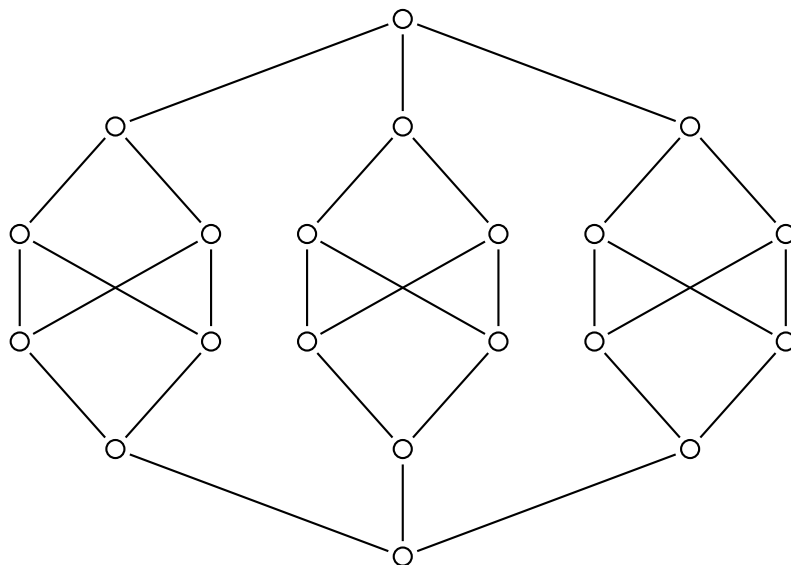
Exercice 6. Déterminer le plus court chemin du sommet c vers tous les autres sommets.



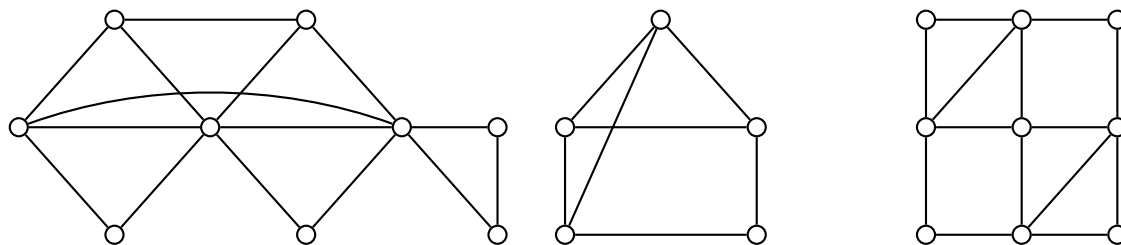
Exercice 7. Déterminer si les graphes sont bipartis.



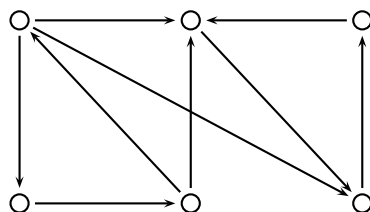
Exercice 8. Le graphe ci-dessous contient-il un cycle hamiltonien ?



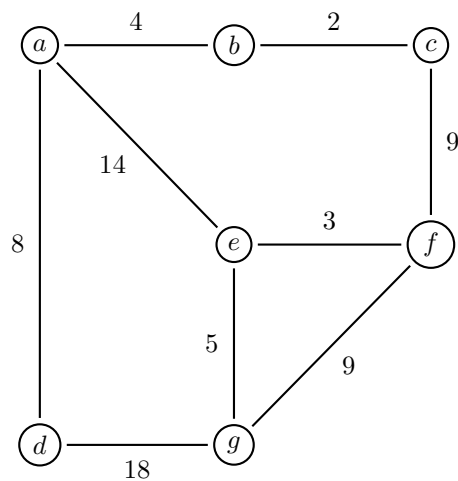
Exercice 9. En considérant chacun des graphes suivants, déterminer s'il contient un cycle eulérien. Si oui, construire un tel cycle. Si non, déterminer s'il contient un chemin eulérien et construire un tel chemin s'il existe.



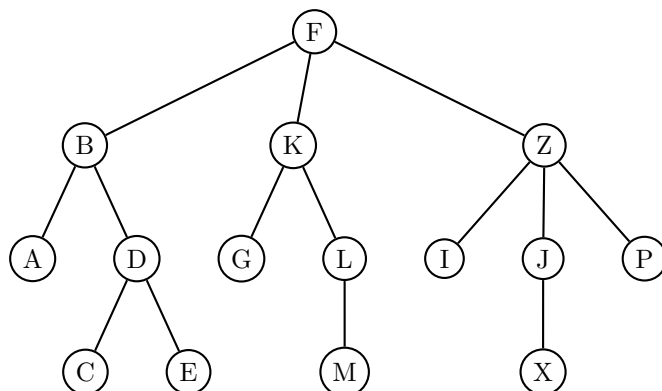
Exercice 10. Donner toutes les composantes connexes du graphe ci-dessous.



Exercice 11. Déterminer le plus court chemin du sommet d au sommet f .



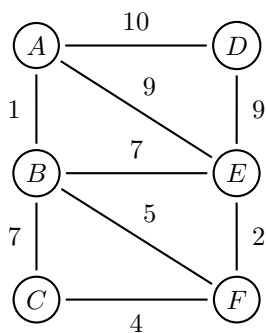
Exercice 12. Donner les parcours préfixe, infixe et postfixe de l'arbre ci-dessous.



Exercice 13. Appliquer l'algorithme de Prim aux données du tableau ci-après pour trouver le coût minimal.

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
S_1					
S_2	7				
S_3	4	8			
S_4	2	6	5		
S_5	5	7	2	1	

Exercice 14. Appliquer l'algorithme de Kruskal au graphe pondéré ci-après.



Exercice 15. Une compagnie désire installer au moindre coût un réseau de transmission de données entre son siège et 7 de ces succursales numérotées S_1, S_2, \dots, S_7 . Le coût d'une ligne entre deux agences est donnée à la Table 1.

TABLE 1. Coût d'installation d'un réseau de transmission

	Siège	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
S_1	5						
S_2	18	17					
S_3	9	11	27				
S_4	13	7	23	20			
S_5	7	12	15	15	15		
S_6	38	38	20	40	40	35	
S_7	22	15	25	25	30	10	45

1. Appliquer Prim pour trouver le coût minimal du projet.
2. Appliquer Kruskal pour trouver le coût minimal du projet.
3. Comparer les deux solutions.

Exercice 16. *Parcours d'arbres*

1. Calculer la valeur des expressions suivantes, avec $A = 2$, $B = 2$, $C = 3$, $D = 4$ et $E=1$.
 - 1.1. Posfixées : $ABC**CDE+/-$; $ADBCD*-+*$
 - 1.2. Prefixées : $-*+ABC/DB$; $*A+D-B*CD$
2. Dessiner l'arbre binaire représentant l'expression suivante et donnez-en une forme préfixe et une forme postfixe : $(A*B-C/D+E) + (A-B-C-D*D)/(A+B+C)$

Exercices supplémentaires (livre de Rosen)

Exercices numéros 26, 33, 34, 35, 41 (page 428); 45, 46, 61 (page 440) ; 14, 20, 21, 22 (page 450) ; 22, 23 (page 464) ; 15, 16 (page 486) ; 16, 17, 18 (page 496) ; 38, 40 (page 502) ; 39, 40, 41 (page 574).