

数学分析（一）期末考试题

李冠霖

2023 年 2 月 26 日

题目1. 已知 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} + ax + b) = 0$, 求 a, b

题目2. 对于数列 x_n , 已知 $x_1 = 1, x_{n+1} = \sqrt{1 + x_n}$, 求证 x_n 收敛, 并求出它的极限

题目3. 已知 $f(x) = x + \int_0^3 f(x) dx$, 求 $\int_0^3 f(x) dx$.

题目4. 已知 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{n(x-1)} + ax + b}{1 + e^{n(x-1)}}$, 讨论 $f(x)$ 的连续性与可导性

题目5. $f(x) = \ln(1 - ax) + \frac{x}{1-bx}$, 讨论 a, b 为何值的时候 $f(x)$ 在 $x \rightarrow 0$ 时无穷小的阶数最大

题目6. $f(x)$ 连续可导, $f(0) = 0$ 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^1 f(xt) dx$

题目7. $f(x) = \frac{x^3}{2(1-x)^2}$, 求函数的定义域, 单调性, 极值点, 凹凸性, 拐点, 渐近线, 并作出图像

题目8. 求 $r = 3(1 + \cos \theta)$ 围成的面积

题目9. 求以下四个积分

$$\int \frac{x^2}{(1+x^2)^2} dx \quad (1)$$

$$\int |x| dx \quad (2)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{1 + \cos x} dx \quad (3)$$

$$\int_4^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx \quad (4)$$

题目10. $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上单调递增, $f(a) > a, f(b) < b$ 求证 $\exists c \in [a, b], f(c) = c$