

高等代数（一）期末考试题

李冠霖

2023 年 2 月 27 日

题目1. 已知 $f(x)|f(x^n)$, 求证, $f(x)$ 的根只能是0或者单位根

题目2. 计算行列式

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & b_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$

题目2的注记. 其实原题还有一个转置的这个行列式, 不过本人比较懒, 不想打了, 各位看官自己将就
将就QAQ

题目3. 求证向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_s, (s \geq 2)$ 线性无关等价于 $\beta - \alpha_1, \beta - \alpha_2, \dots, \beta - \alpha_s$ 线性无关, 其中 $\beta = \sum_{i=1}^n \alpha_i$

题目4. 二次曲线过点 $(0,0)(1,1)(2,1)(1,4)(1,0)$, 求二次曲线的方程

题目5. A^* 是矩阵 $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ 的伴随矩阵, $|A| = 2$, 矩阵 $B = \begin{bmatrix} -a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ -a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ -a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, 求 A^*B

题目6. 矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, 矩阵 B 为三阶方阵, 且 $2B^{-1}A + 4E = A$ 证明 $B - 2E$ 可逆, 并求出 $(B - 2E)^{-1}$