AgroParisTech /

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Anova

Eric Marcon

17 février 2024

AgroParisTech /

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Anova à 1 facteur

Intuition

Anova

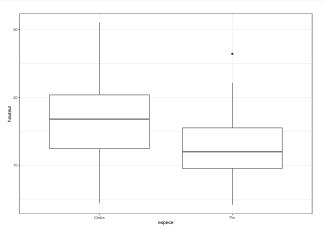
Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Les cèdres sont-ils plus haut que les pins ?

```
ventoux |>
  ggplot(aes(x = espece, y = hauteur)) +
  geom_boxplot()
```



Théorie

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Modèle de régression avec des covariables toutes catégorielles, codées sous forme d'indicatrices (autant d'indicatrices que de modalités - 1).

Exemple du Ventoux :

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \mathbb{1}('Cedre') + \mathbf{E}$$

lci, deux modalités seulement ightarrow quelle autre méthode utiliser ?

L'Anova à un facteur étend le test de Student à plus de deux groupes, comme le test de Welch (oneway.test()), non traité ici.

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

```
aov(hauteur ~ espece, data = ventoux) %>% {. ->> ventoux_aov} |> summary
##
               Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## espece
                     824
                          823.6 33.1 2.9e-08
## Residuals 221 5499 24.9
##
## espece
              ***
## Residuals
## Signif. codes:
## 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

La hauteur des arbres est différente entre les espèces.

La statistique de test est le rapport entre les sommes des carrés des écarts intergroupe et intragroupe, divisés par leurs degrés de liberté, qui suit une loi de Fisher (F).



Hypothèses

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Celles du modèle linéaire.

• Homoscédasticité : la variance de l'erreur est identique entre les groupes.

Homoscédasticité

Anova

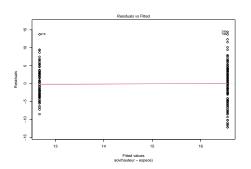
Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Graphique $E \sim Y^{\star}$

plot(ventoux_aov, which = 1)



Les erreurs doivent être centrée sur 0 et uniformément réparties.

AgroParisTech / Homoscédasticité

library("car")

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Le test de Levene invalide l'hypothèse nulle d'égalité des variances.

```
with(ventoux, leveneTest(hauteur ~ espece))
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
         Df F value Pr(>F)
##
## group 1 6.7887 0.009797 **
##
        221
## Signif. codes:
## 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Anova non paramétrique

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Il faut utiliser le test de Kruskal-Wallis, qui est un modèle linéaire sur les rangs.

kruskal.test(hauteur ~ espece, data = ventoux)

```
##
## Kruskal-Wallis rank sum test
##
## data: hauteur by espece
## Kruskal-Wallis chi-squared = 31.337, df = 1,
## p-value = 2.169e-08
```

Le test de Kruskal-Wallis étend le test de Spearman à plus de deux groupes.

AgroParisTech /

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Manchots

Anova

Eric Marcon

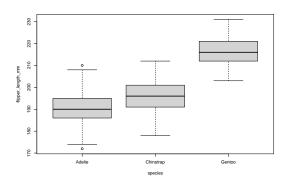
Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Exemple traité en détail par Antoine Soetewey.

Les données sont les longueurs des nageoires de trois espèces de manchots.

```
library("palmerpenguins")
with(penguins, boxplot(flipper_length_mm ~ species))
```



Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

```
aov(flipper_length_mm ~ species, data = penguins) %>%
{. ->> penguins_aov} |>
summary()
```

```
## Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
## species 2 52473 26237 594.8 <2e-16 ***
## Residuals 339 14953 44
## ---
## Signif. codes:
## 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## 2 observations deleted due to missingness</pre>
```

 \rightarrow Vérifiez le respect des hypothèses

Les trois espèces n'ont pas toutes les mêmes longueur de nageoires... Mais encore ? \to Tests post-hoc.

AgroParisTech / Tests de Tukey

Anova

Eric Marcon

Anova à 1

```
Le test de Tukey compare tous les groupes deux à deux.
library("multcomp")
penguins_aov |> glht(linfct = mcp(species = "Tukey")) %>%
 {. ->> penguins_tukey} |> summary()
##
##
    Simultaneous Tests for General Linear Hypotheses
```

```
##
## Multiple Comparisons of Means: Tukey Contrasts
##
##
## Fit: aov(formula = flipper length mm ~ species, data = penguins)
##
## Linear Hypotheses:
##
                         Estimate Std. Error
## Chinstrap - Adelie == 0 5.8699 0.9699
## Gentoo - Adelie == 0 27.2333 0.8067
## Gentoo - Chinstrap == 0 21.3635 1.0036
                         t value Pr(>|t|)
##
## Chinstrap - Adelie == 0 6.052 <1e-08 ***
## Gentoo - Adelie == 0 33.760 <1e-08 ***
## Gentoo - Chinstrap == 0 21.286 <1e-08 ***
## ____
```

Le problème des tests multiples

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Le seuil de risque de 5% signifie que 5% des tests seront des faux positifs.

Avec 7 groupes, on fait $6\times 7/2=21$ tests d'égalité, donc on attend un faux positif.

Solution : réduire le seuil de risque α_m (pour $\mathit{multiple}$) :

$$\alpha_m = 1 - (1-\alpha)^n \approx \alpha/n$$

C'est la correction de Bonferroni.

Test de Dunnett

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Si un groupe est la référence (par exemple, le témoin), utiliser le test de Dunnett, plus puissant.

```
Le groupe de référence est le premier des facteurs. str(penguins$species)
```

```
## Factor w/ 3 levels "Adelie", "Chinstrap",..: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
```

```
Il peut être modifié :
```

```
penguins$species <- relevel(penguins$species, ref = "Gentoo")
str(penguins$species)</pre>
```

```
## Factor w/ 3 levels "Gentoo", "Adelie", ...: 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
```

AgroParisTech / Test de Dunnett

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

```
penguins_aov |> glht(linfct = mcp(species = "Dunnett")) |> summary()
##
##
    Simultaneous Tests for General Linear Hypotheses
##
## Multiple Comparisons of Means: Dunnett Contrasts
##
##
## Fit: aov(formula = flipper_length_mm ~ species, data = penguins)
##
## Linear Hypotheses:
##
                          Estimate Std. Error
## Chinstrap - Adelie == 0 5.8699 0.9699
## Gentoo - Adelie == 0 27.2333 0.8067
                       t value Pr(>|t|)
##
## Chinstrap - Adelie == 0 6.052 7.59e-09 ***
## Gentoo - Adelie == 0 33.760 < 1e-10 ***
## ---
## Signif. codes:
## 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## (Adjusted p values reported -- single-step method)
```

AgroParisTech | Graphiques

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Objectif: ajouter les informations de l'Anova aux boîtes à moustache.

Avec ggstatsplot:

```
library("ggstatsplot")
penguins |>
 ggbetweenstats(
   x = species,
   y = flipper_length_mm,
   type = "parametric", # ANOVA or Kruskal-Wallis
   var.equal = TRUE, # ANOVA or Welch ANOVA
   plot.type = "box",
    pairwise.comparisons = TRUE,
    pairwise.display = "significant",
    centrality.plotting = FALSE,
    bf.message = FALSE
```

AgroParisTech **/** Graphiques

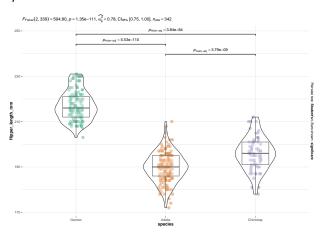
Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

ggstatsplot:



Graphiques

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur

Tests post-hoc

Graphique plus sobre, selon Rosane Rech.

Les groupes identiques sont habituellement marqués par des lettres.

```
# Test de Tukey du package stats (moins détaillé que celui de multcomp)
penguins_tukey <- TukeyHSD(penguins_aov)
library("multcompView")
(penguins_letters <- multcompLetters4(penguins_aov, penguins_tukey))

## $species
## Gentoo Chinstrap Adelie
## "a" "b" "c"

# Préparation d'un tibble contenant les lettres (format compliqué)
penguins_letters_tb <- tibble(
    species = names(penguins_letters[[1]]$Letters),
    letter = as.character(penguins_letters[[1]]$Letters)
)</pre>
```

AgroParisTech | Graphiques

Anova

Eric Marcon

Anova à 1

Tests post-hoc

```
est nécessaire pour la figure :
penguins |>
 group_by(species) %>%
  summarise(q_75 = quantile(flipper_length_mm, probs = 0.75, na.rm = TRU
  inner_join(penguins_letters_tb) -> penguins_letters_tbq
# Graphique
ggplot() +
 geom_boxplot(
   data = penguins,
    aes(x = species, y = flipper length mm, fill = species),
    show.legend = FALSE
 geom text(
   data = penguins_letters_tbq,
    aes(x = species, y = q_75, label = letter),
    size = 5, vjust=-1, hjust =-1
  ) +
  scale_fill_brewer(palette = "Blues")
```

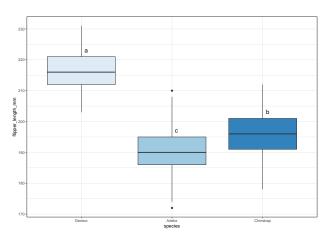
Un tableau avec les groupes, leur lettre et leur 75ème centile

AgroParisTech **/** Graphiques

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur



AgroParisTech

Anova

Eric Marcon

Anova à 1 facteur