

# Analyses multivariées

Eric Marcon

15 février 2024

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion

# Généralités

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion

Comprendre les principes des méthodes d'ordination, aussi appelées analyses multivariées.

Connaître les principales méthodes et savoir les appliquer.

# Pour quoi faire ?

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion

Discipline cible : écologie des communautés.

Problématique : analyse des effets de nombreux facteurs sur de nombreuses espèces, sans modèle (ou presque).

Méthode : réduction de dimensionnalité.

## Statistiques multivariées :

- Classification (automatique).
- Ordination : arrangement d'espèces le long de gradients
  - Analyse directe.
  - Analyse indirecte.

## Tableaux de données :

- Lignes = échantillons (sites).
- Colonnes = présence / absence ou abondance d'espèces.

Pour les méthodes d'analyse directe, colonnes supplémentaires  
= facteurs environnementaux (quantitatifs ou qualitatifs).

Grand nombre de dimensions dans les données brutes, mais hypothèse que les relations importantes se résument à un nombre réduit (2 ou 3 dimensions dans l'idéal).

Données avec de nombreux zéros, très bruitées et redondantes : peu adaptées à des modèles classiques (du type présence de l'espèce  $s \sim$  environnement).

Méthodes exploratoires seulement.

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion

# Réponse linéaire, analyse indirecte



Pearson, K. (1901) On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *Philosophical Magazine* 2:559-572. Anglais : PCA, Français : ACP.

Objectif : représenter un tableau de données multidimensionnel par réduction du nombre de dimensions.

Modèle : Réponse linéaire de la présence des espèces aux gradients.

Rotation du nuage de points original (espèces dans l'espace des sites). Les données peuvent être centrées et réduites.

Le premier axe représente la variabilité maximale.

Les axes suivants sont orthogonaux et représentent le maximum de variabilité résiduelle.

## Simulation de données corrélés en 3 dimensions

```
library(MASS) # Attention à MASS::select()
# Matrice de covariance
Sigma <- matrix(
  c(
    1,    0.8, 0.6,
    0.8,  1,   0.8,
    0.6,  0.8, 1
  ),
  nrow = 3
)
# Simulation de X et Y
XYZ <- mvrnorm(10, mu = rep(0, 3), Sigma = Sigma)
```

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

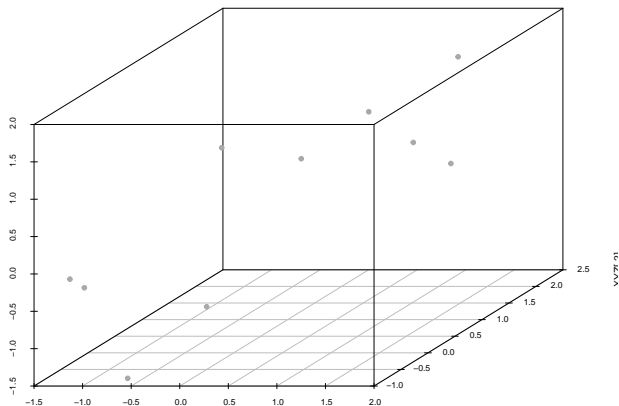
Généralités

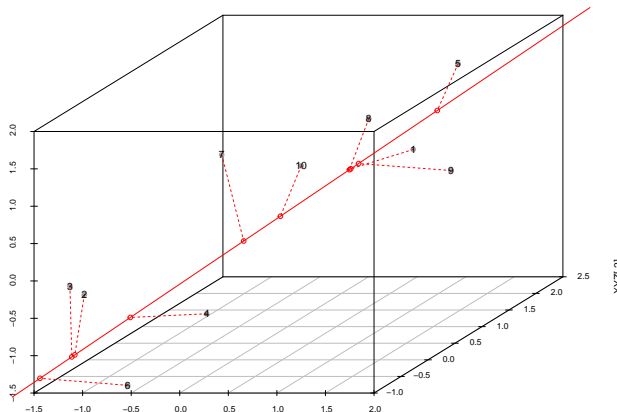
Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion





Analyses  
multivariées

Eric Marcon

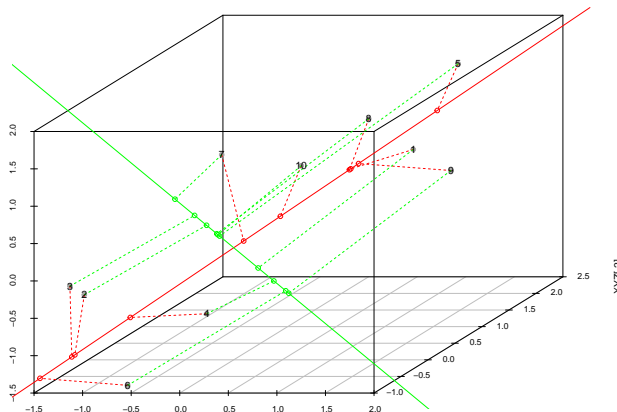
Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

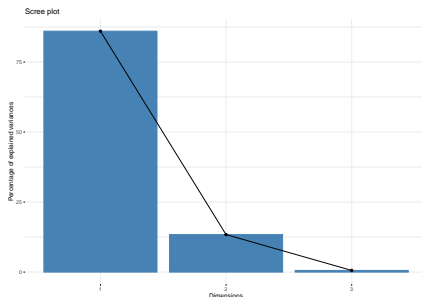
Analyse  
directe

Conclusion



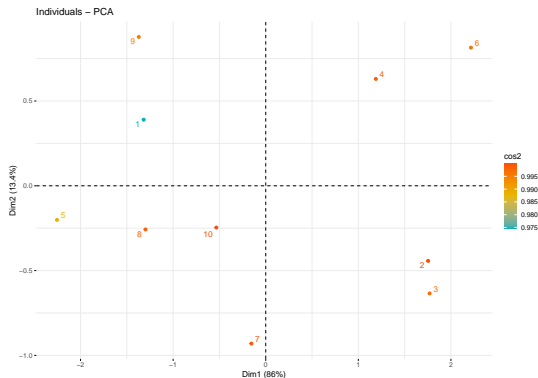
`stats::prcomp()` ou `ade4::dudi.pca()` ou `FactoMineR::PCA()`. Visualisation avec *factoextra*.

```
# ACP
XYZ_pca <- prcomp(XYZ, scale = TRUE)
library("factoextra")
fviz_eig(XYZ_pca)
```



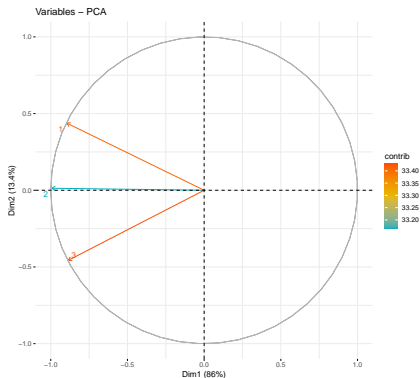
Affichage des valeurs propres.

```
fviz_pca_ind(  
  XYZ_pca,  
  col.ind = "cos2", # Color by the quality of representation  
  gradient.cols = c("#00AFBB", "#E7B800", "#FC4E07"),  
  repel = TRUE      # Avoid text overlapping  
)
```

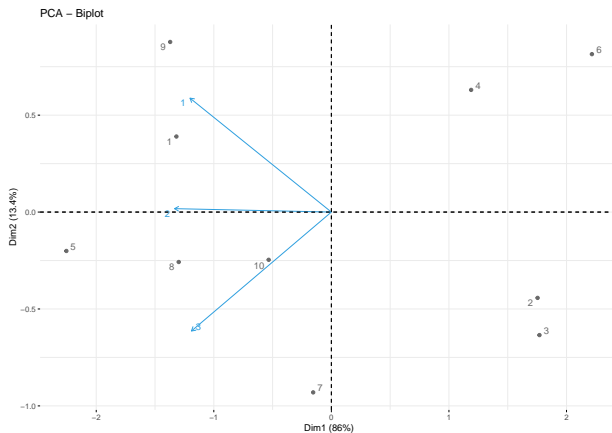




```
fviz_pca_var(  
  XYZ_pca,  
  col.var = "contrib", # Color by contributions to the PC  
  gradient.cols = c("#00AFBB", "#E7B800", "#FC4E07"),  
  repel = TRUE        # Avoid text overlapping  
)
```



```
fviz_pca_biplot(
  XYZ_pca,
  repel = TRUE,
  col.var = "#2E9FDF", # Variables color
  col.ind = "#696969" # Individuals color
)
```



# Analyse des Correspondances Multiples

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion

Tenenhaus, M. & Young, F.W. (1985) An analysis and synthesis of multiple correspondence analysis, optimal scaling, dual scaling, homogeneity analysis and other methods for quantifying categorical multivariate data. *Psychometrika*, 50:91-119.

Anglais : MCA, Français : ACM

Identique à l'ACP mais les données sont toutes qualitatives (*factors* dans R) et les catégories ne sont pas ordonnées.

Chaque variable est éclatée en autant de variables que de modalités.

```
ade4::dudi.acm().
```

Hill, M. O., and A. J. E. Smith. 1976. Principal component analysis of taxonomic data with multi-state discrete characters. *Taxon*, 25:249-255.

Objectif : traiter des données mixtes quantitatives et qualitatives ordonnées ou non.

```
ade4::dudi.hillsmith().
```

Gower, J. C. (1966) Some distance properties of latent root and vector methods used in multivariate analysis. *Biometrika*, 53: 325–338.

Anglais : PCoA

Objectif : identique à l'ACP, mais on dispose d'une matrice de distances entre relevés, pas de coordonnées.

Si la matrice de distance est euclidienne, les relevés sont représentés dans l'espace, une ACP suit pour les projections.

Pas de biplot : seules les distances entre relevés sont connues.

```
ade4::dudi.pco()
```

# Réponse non linéaire, analyse indirecte



Hirschfeld, H.O. (1935) "A connection between correlation and contingency", *Proc. Cambridge Philosophical Society*, 31: 520–524

Anglais : CA, Français : AFC.

Objectif : identique à l'ACP, mais la métrique est différente.

`ade4::dudi.coa()`.

On suppose que la réponse des espèces aux gradients est unimodale (et non linéaire).

*Reciprocal Averaging Algorithm* ; Intuition en 1D :

- le score du site  $j$  représente sa position sur le gradient environnemental. L'optimum environnemental pour l'espèce  $i$  est la moyenne des scores des sites pondérée par la fréquence de l'espèce.
- Raisonnement symétrique pour le score de l'espèce  $j$  : sa position sur le gradient est la moyenne pondérée des scores des sites où elle est présente.

# AFC : moyennes réciproques

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion

En réalité, la niche est en  $n-1$  dimensions, les espèces sont au centre de gravité des sites et inversement.

Les sites proches ont les mêmes “caractéristiques environnementales”. Les espèces proches “occupent la même niche”.

Une espèce est proche d'un site si les caractéristiques du site correspondent aux préférences de l'espèce.

Ne s'applique qu'à des données de comptage.

Méthode équivalente : Benzécri, J.P. (1973) *L'analyse des données. II L'analyse des correspondances*, Bordas, Paris.

Chaque donnée  $y_{i,j}$  de la matrice de départ est transformée en fréquence :  $p_{i,j} = y_{i,j}/y_{++}$

Les coordonnées des points sont  $p_{i,j} - p_{i+}p_{+j}$

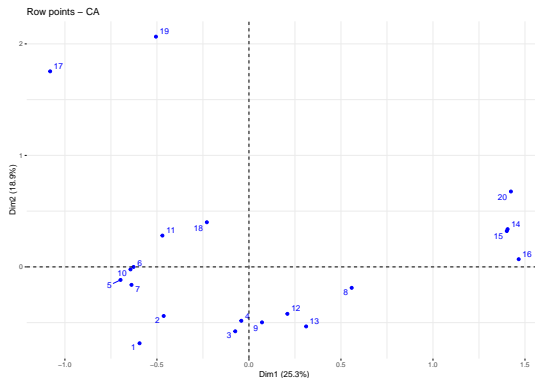
L'inertie totale est la statistique du  $\chi^2$  fois  $y_{++}$  : l'écart à l'indépendance des lignes et des colonnes. L'inertie d'un point est sa contribution à cette statistique.

La projection capture le maximum d'inertie.

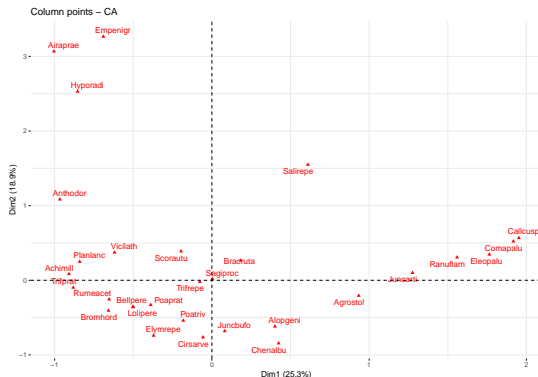
Le jeu de données dune du package *vegan* contient des données d'abondance de 30 espèces végétales sur 20 sites.

```
library("vegan")  
data(dune)  
library("FactoMineR")  
dune_ca <- CA(dune, graph = FALSE)
```

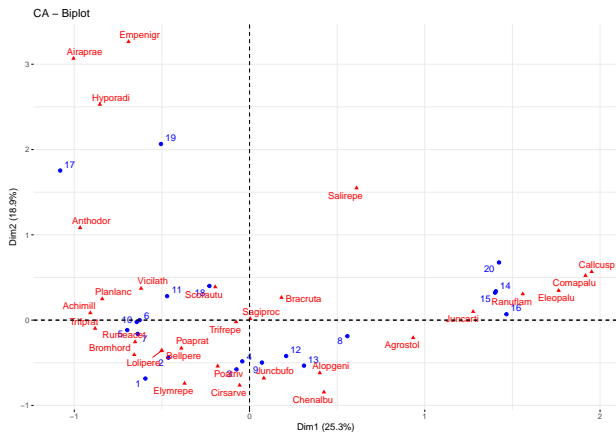
```
fviz_ca_row(
  dune_ca,
  repel = TRUE      # Avoid text overlapping
)
```



```
fviz_ca_col(
  dune_ca,
  repel = TRUE      # Avoid text overlapping
)
```



```
fviz_ca_biplot(  
  dune_ca,  
  repel = TRUE  
)
```





# Detrended Correspondence Analysis

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion

Hill, M.O. and Gauch, H.G. (1980). Detrended Correspondence Analysis: An Improved Ordination Technique. *Vegetatio* 42:47–58.

Anglais : DCA

Objectif : éliminer l'effet Guttman (arch effect).

Après l'AFC, l'arc est découpé en segments qui sont ensuite alignés.

`vegan::decorana.`

Limites : faible support mathématique.

# Non-Metric Multidimensional Scaling

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion

Kruskal, J.B. 1964. Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis. *Psychometrika* 29:1-27

Anglais : NMDS

Objectif : identique à la PCoA mais sans projection. Les sites sont placés dans un espace de dimension choisie de façon à maximiser la corrélation entre l'ordre de leurs distances dans les deux espaces.

Optimisation par itération : les points sont déplacés aléatoirement. Calcul très lourd, risque de minimum local.

Le choix de la métrique est important.

Critère de choix : le stress, mesure le désaccord entre l'ordination obtenue et une ordination parfaite.

`vegan::metaMDS()`, distance de Bray-Curtis par défaut.

# Analyse directe

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion

Expliquer un tableau de contingence d'espèces par un tableau de variables environnementales.

Le tableau des espèces  $Y$  est d'abord régressé sur le tableau de l'environnement  $X$  (les lignes sont les sites, communs, chaque colonne de  $Y$  est régressée séparément).

Résultat :  $\hat{Y}$ , part de  $Y$  expliquée par  $X$ .

Ensuite, ACP ou AFC sur  $\hat{Y}$ .



Rao, C.R. 1964. The use and interpretation of principal component analysis in applied research, *Sankhyā, Ser. A*, 26:329-358.

Anglais : Redundancy Analysis (RDA)

Méthode: ACP.

Pratique : `ade4::pcaiv()`.

ter Braak, C. 1986, Canonical Correspondence Analysis: A New Eigenvector Technique for Multivariate Direct Gradient Analysis. *Ecology*, 67:1167-1179.

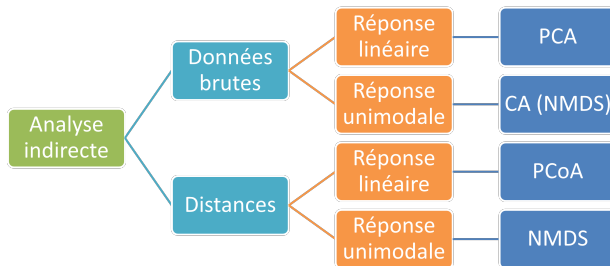
Anglais : Canonical Correspondence Analysis (CCA)

Méthode: AFC. Il existe une DCCA (Detrended CCA)

Pratique : `ade4::pcaiv()`.

# Conclusion

```
knitr::include_graphics("images/indirect.png")
```



# Choix de la méthode directe

Analyses  
multivariées

Eric Marcon

```
knitr::include_graphics("images/direct.png")
```

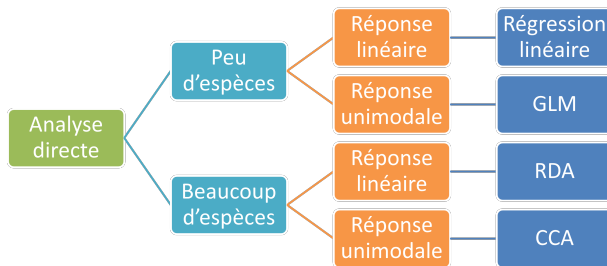
Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion



## Analyses multivariées

Eric Marcon

Généralités

Réponse  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Réponse non  
linéaire,  
analyse  
indirecte

Analyse  
directe

Conclusion