TP statistiques univariées

Eric Marcon

31 January 2024

Statistiques descriptives

Données

Enquête de vie 2003 de l'INSEE

```
library("questionr")
data(hdv2003)
```

Afficher les tableaux avec `View()`

Moyenne, écart-type, médiane

Statistiques sur l'âge des personnes interrogées

```
mean(hdv2003$age)
```

```
## [1] 48.157
```

```
sd(hdv2003$age)
```

```
## [1] 16.94181
```

```
var(hdv2003$age)
```

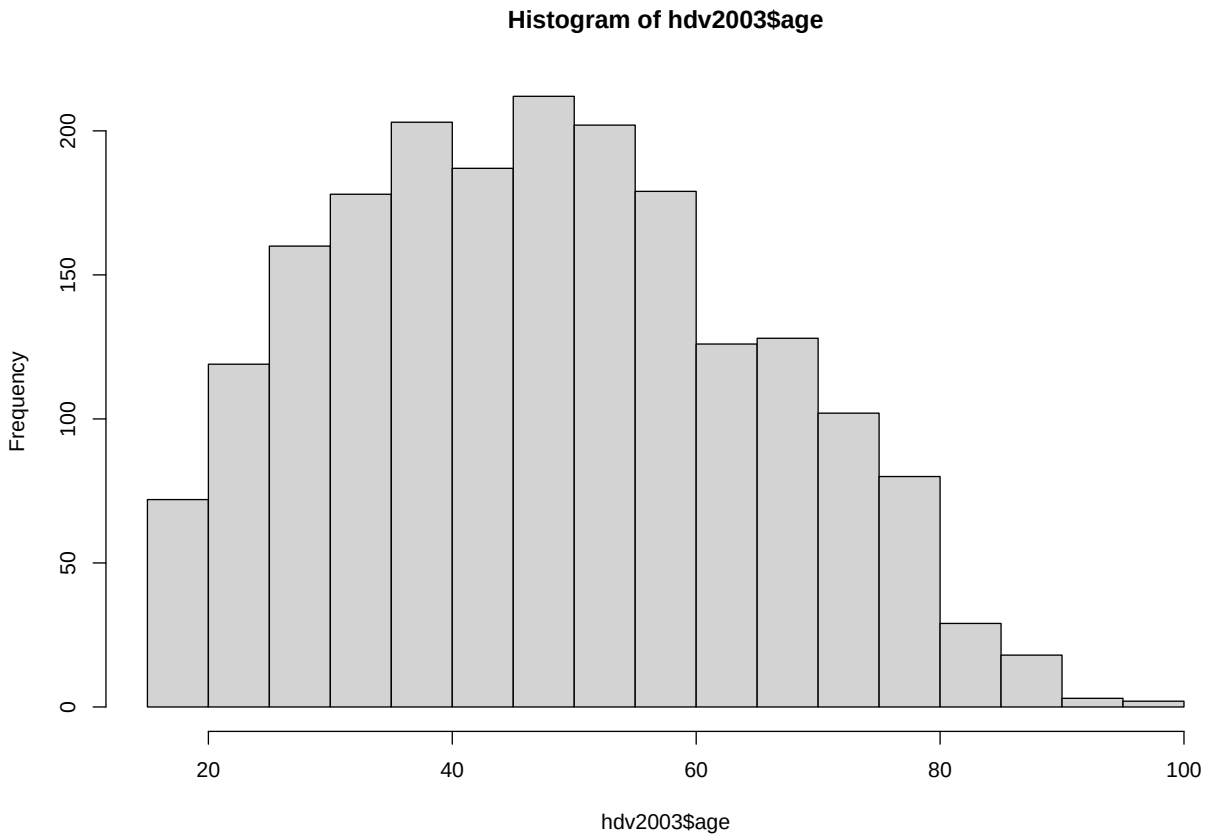
```
## [1] 287.0249
```

```
median(hdv2003$age)
```

```
## [1] 48
```

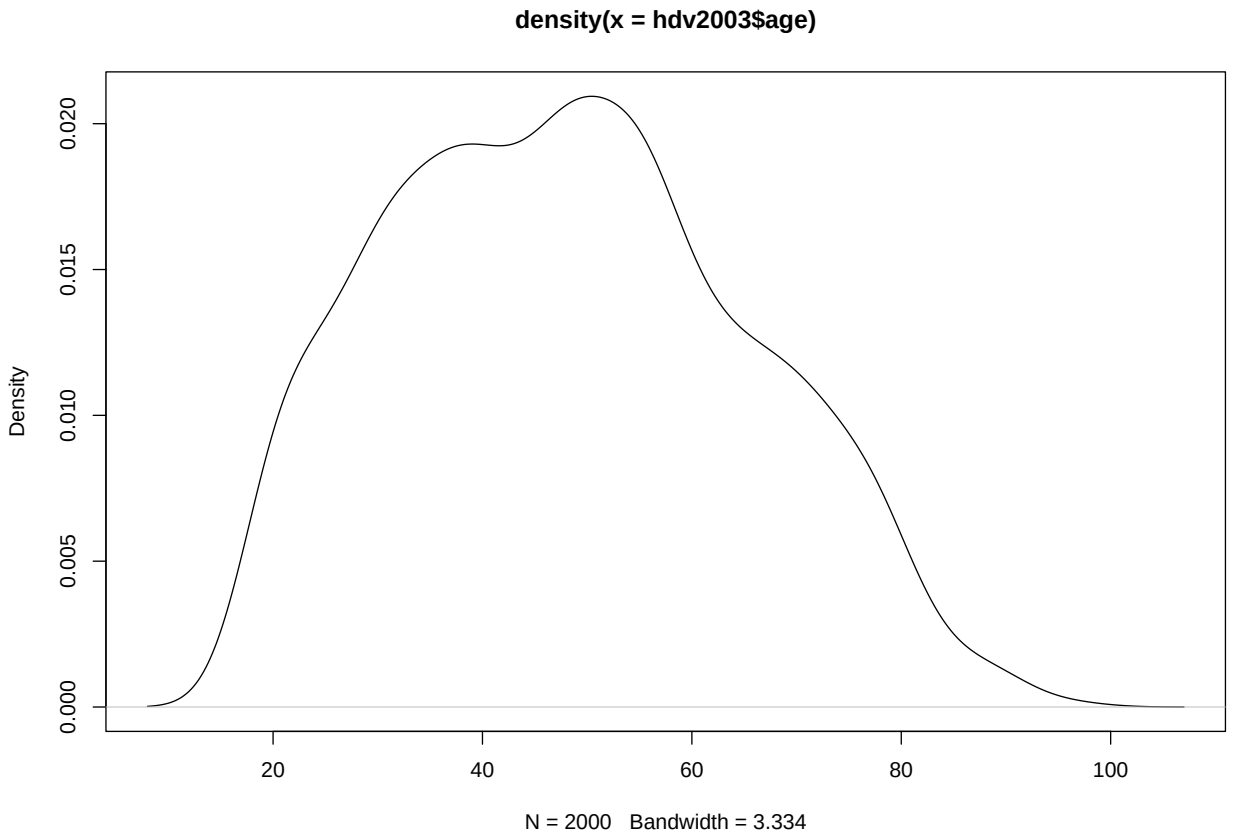
Histogramme


```
hist(hdv2003$age)
```



Densité de probabilité

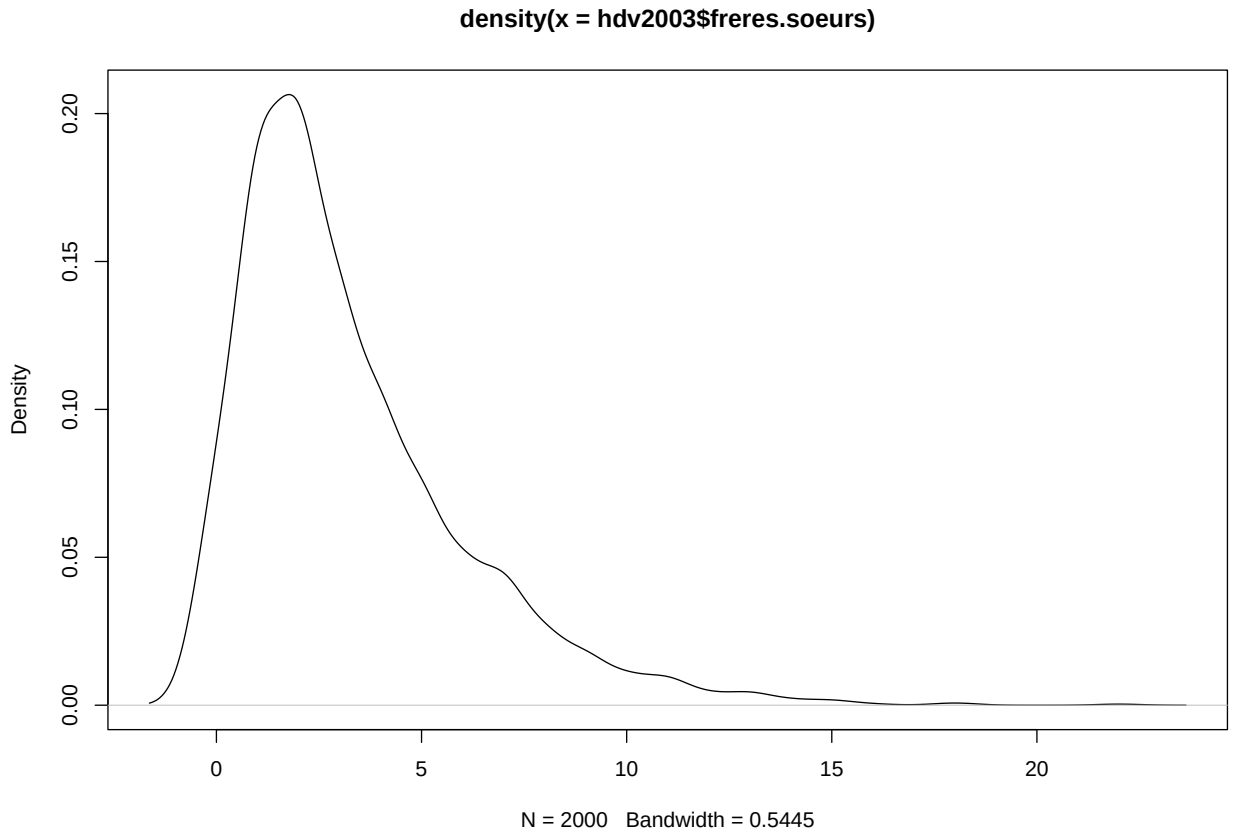

```
plot(density(hdv2003$age))
```



Densité sans réflexion

La densité n'est pas bornée

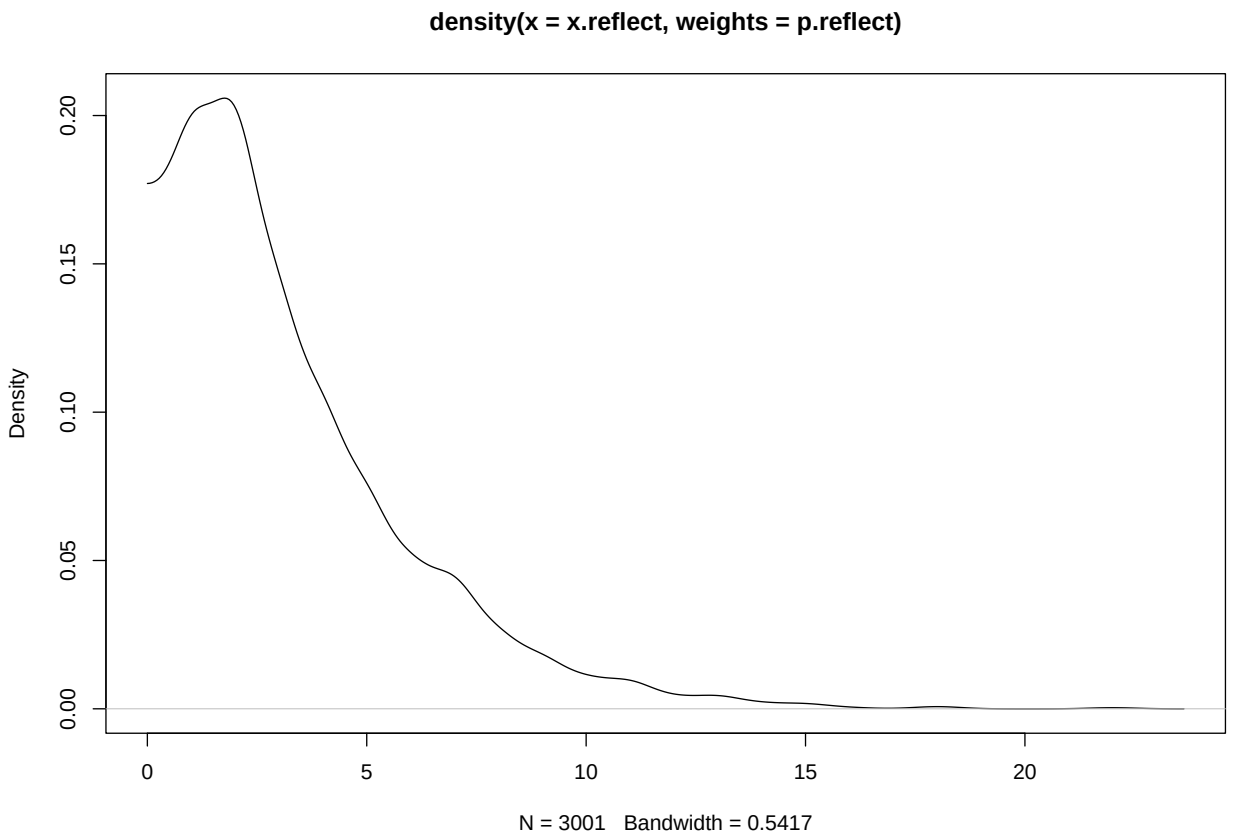
```
plot(density(hdv2003$freres.soeurs))
```



Densité avec réflexion

Utiliser le package *GoFKernel*

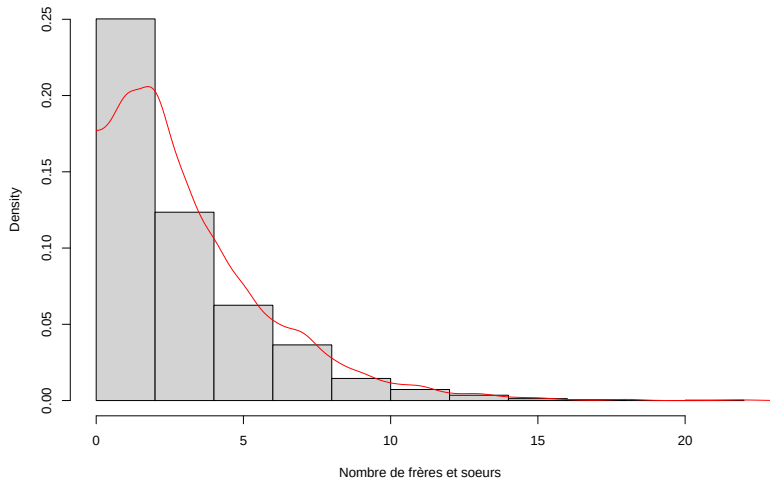
```
library("GoFKernel")
plot(
  density.reflected(hdv2003$freres.soeurs, lower = 0)
)
```



Histogramme lissé

Histogramme des probabilités

```
hist(
  hdv2003$freres.soeurs,
  prob = TRUE,
  main = "",
  xlab = "Nombre de frères et soeurs"
  )
lines(
  density.reflected(hdv2003$freres.soeurs, lower = 0),
  col = "red"
)
```



Quantiles


```
summary(hdv2003$age)
```

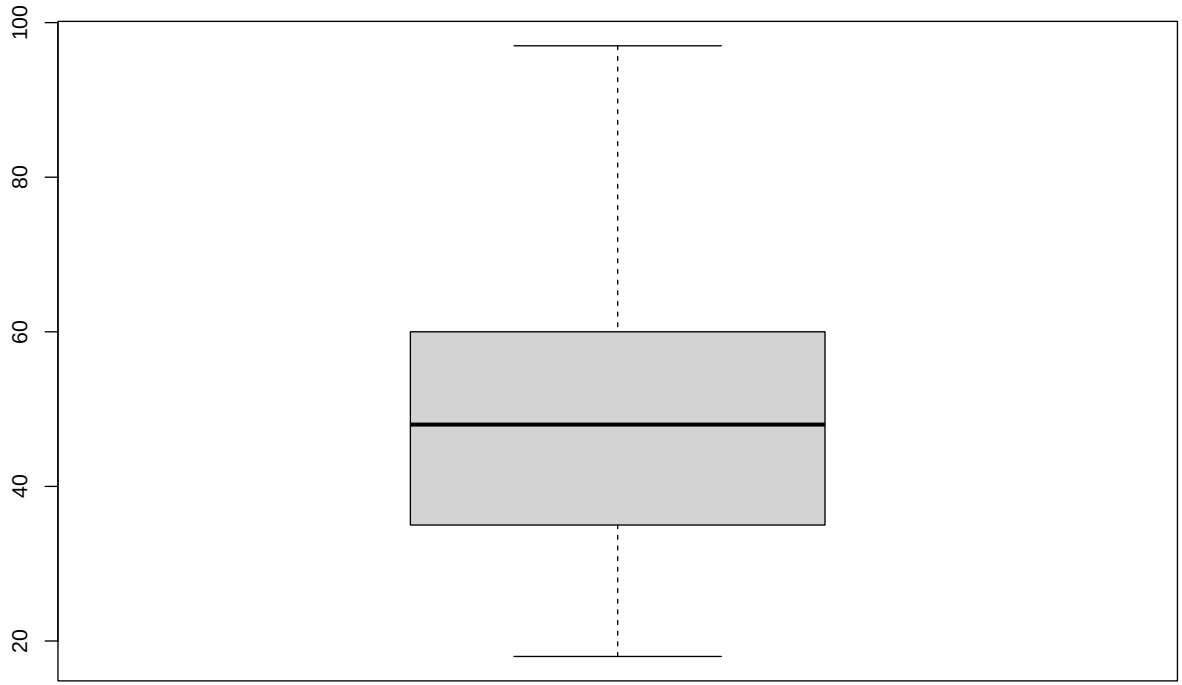
```
##    Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
##   18.00   35.00   48.00   48.16   60.00   97.00
```

```
quantile(hdv2003$age, probs = c(0.025, 0.975))
```

```
##  2.5% 97.5%
##    20    81
```

Boîte à moustaches


```
boxplot(hdv2003$age)
```



Comptages

Pour les variables discrètes.

Lois de Probabilités

Distributions classiques

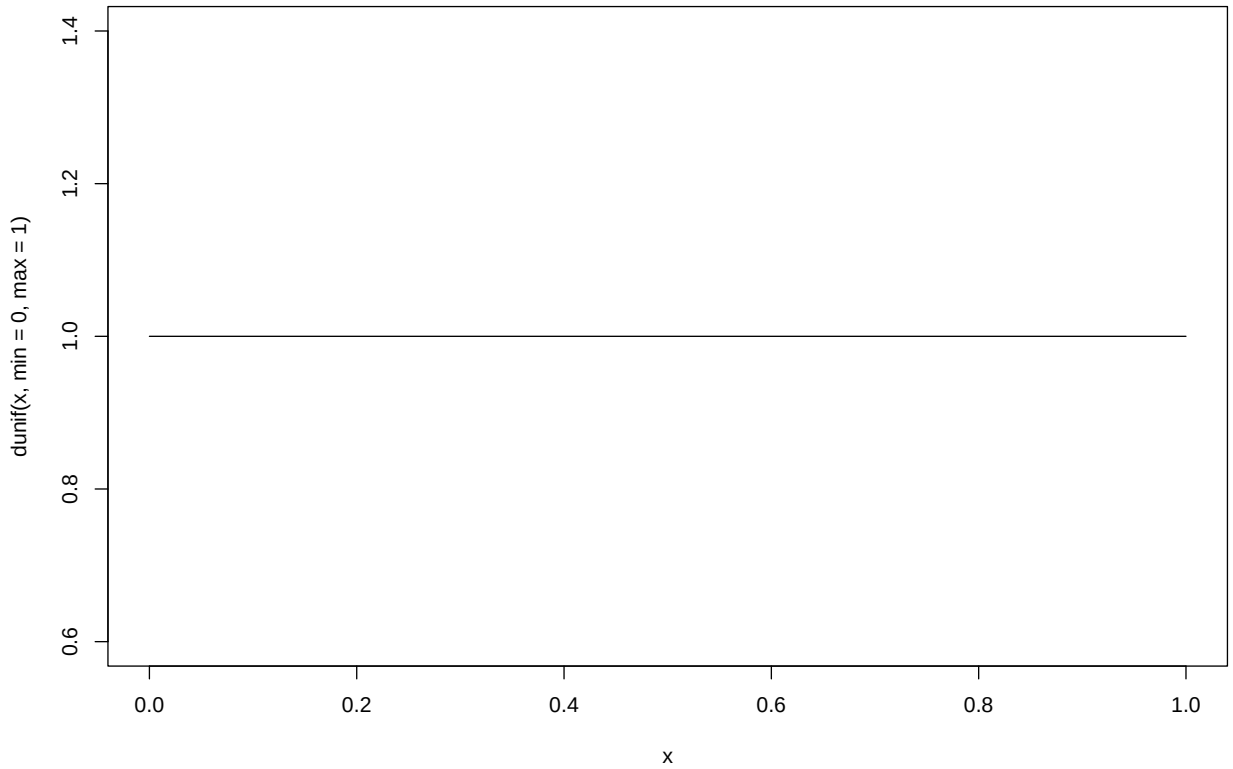
Incontournables:

- loi uniforme
- loi de Bernoulli, loi binomiale
- loi de Poisson
- loi normale (gaussienne)

Loi uniforme

Densité de probabilité:

```
curve(dunif(x, min = 0, max = 1), from = 0, to = 1)
```



Loi uniforme

Loi uniforme

Fonction quantile:

```
qunif(p = 0.95, min = 0, max = 2)
```

```
## [1] 1.9
```

Loi uniforme

Tirage:

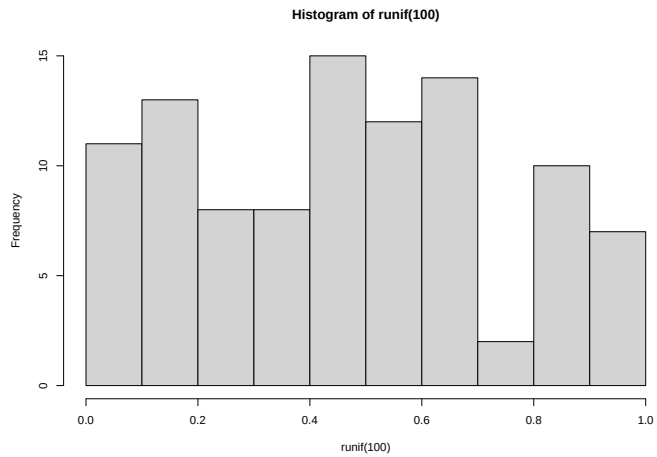
```
runif(n = 5)
```

```
## [1] 0.0482511 0.2186699 0.5021846 0.4053148
## [5] 0.3986500
```

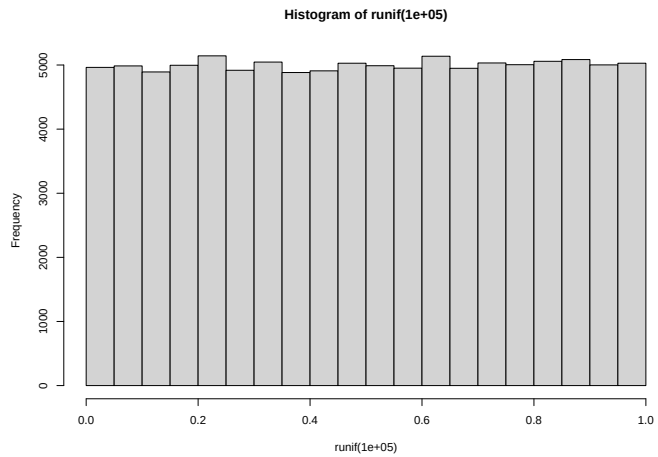
Toutes les distributions de probabilité ont des fonctions `d`, `p`, `q` et `r`.

Loi des grands nombres


```
hist(runif(100))
```




```
hist(runif(100000))
```

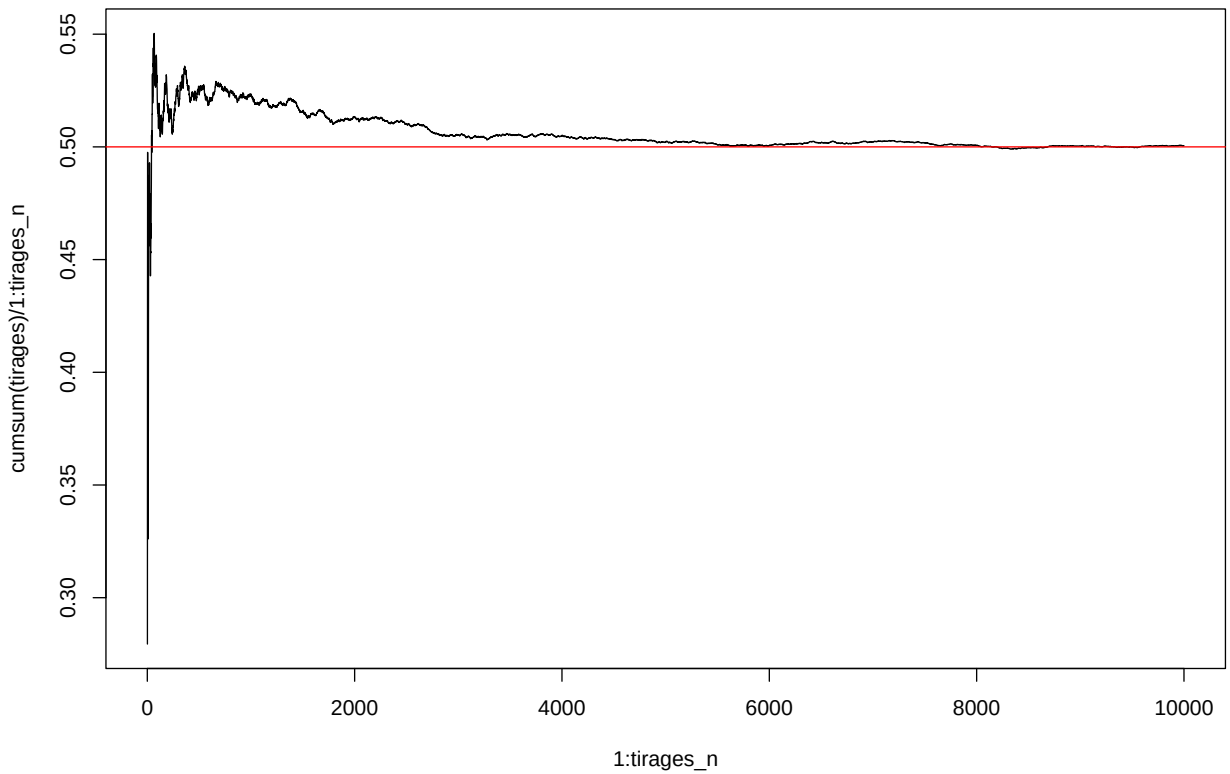


La distribution des tirages tend vers la loi quand le nombre de tirages augmente.

Loi des grands nombres

La moyenne tend aussi vers l'espérance:

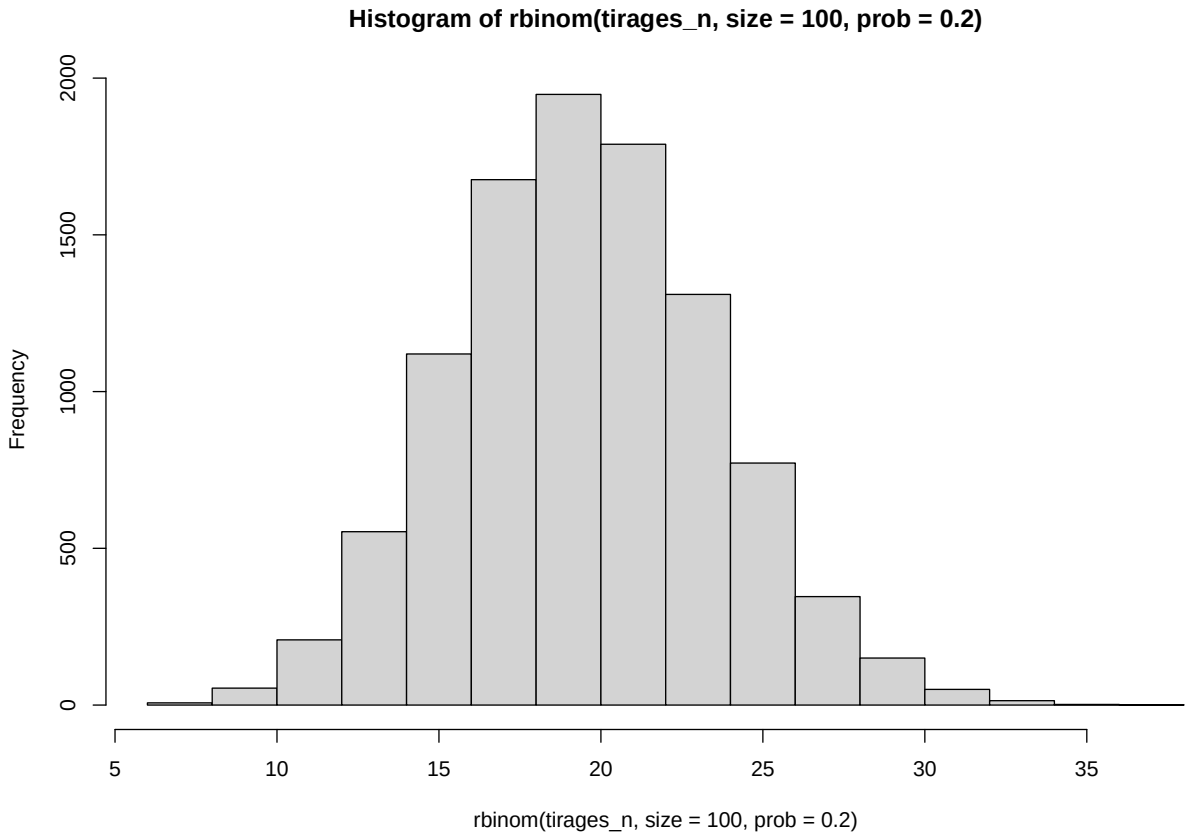
```
tirages_n <- 10000
tirages <- runif(tirages_n)
plot(x = 1:tirages_n, y = cumsum(tirages) / 1:tirages_n, type = "l")
abline(h = 0.5, col = "red")
```



Loi binomiale

Nombre de succès d'une épreuve répétée `size` fois avec la probabilité de succès `prob`.

```
hist(rbinom(tirages_n, size = 100, prob = 0.2))
```

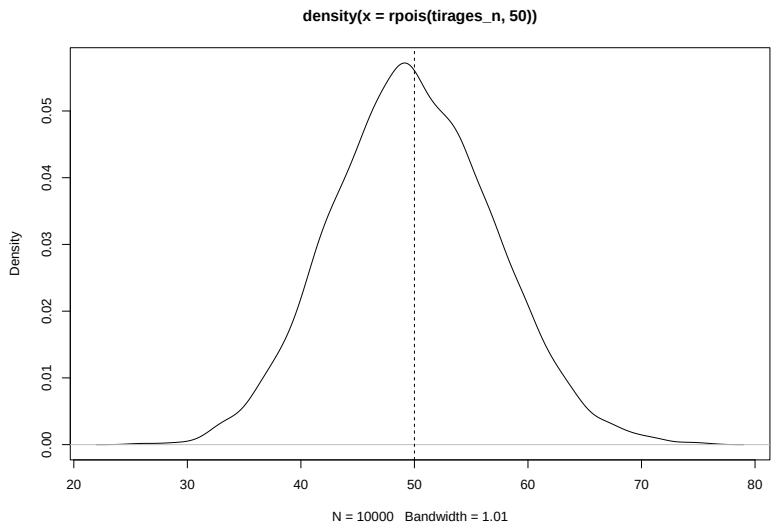


Loi de Poisson

Loi binomiale dont la probabilité de succès tend vers 0 et le nombre d'épreuves vers $+\infty$.

Ex.: combien d'arbres se trouvent dans 1000 m^2 de forêt avec une densité de 500/ha?

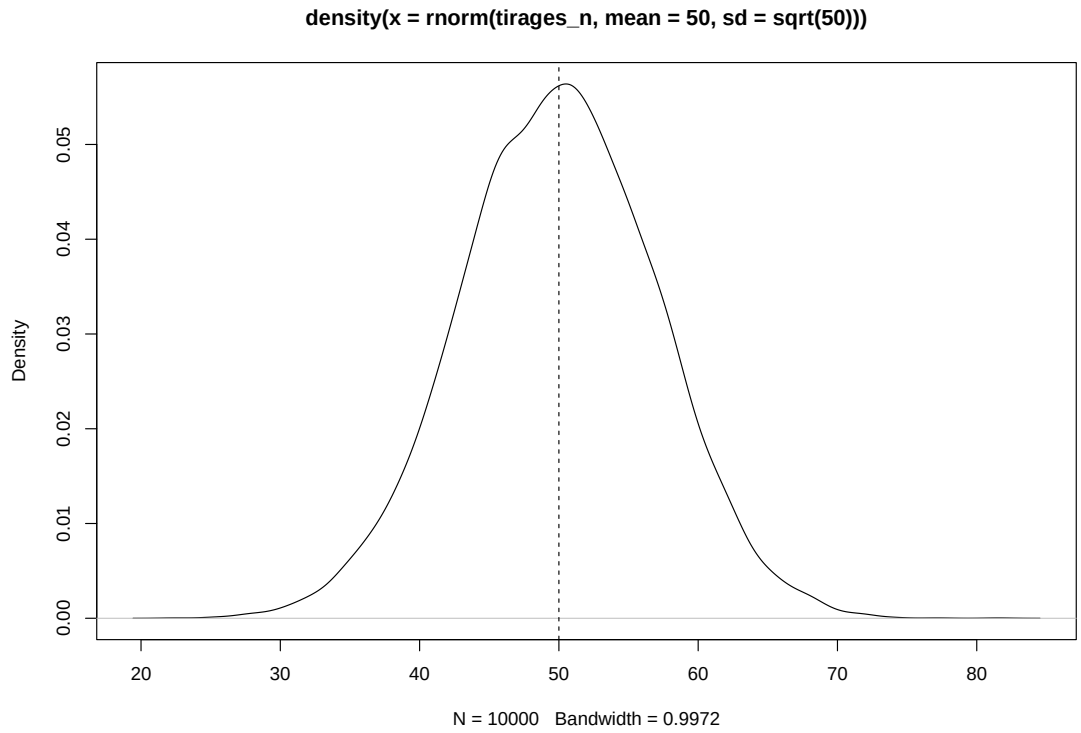
```
# 10000 tirages, espérance = 500 * 0.1
plot(density(rpois(tirages_n, 50)))
abline(v = 50, lty = 2)
```



Loi normale

Distribution de la moyenne de nombreuses variables aléatoires.

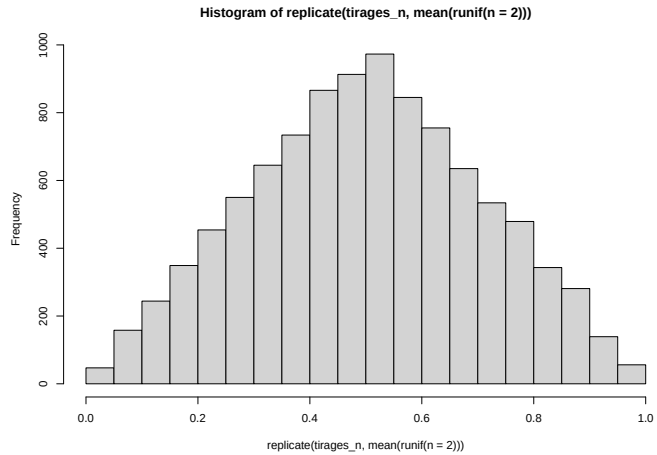
```
# 10000 tirages, espérance = 500 * 0.1
plot(density(rnorm(tirages_n, mean = 50, sd = sqrt(50))))
abline(v = 50, lty = 2)
```



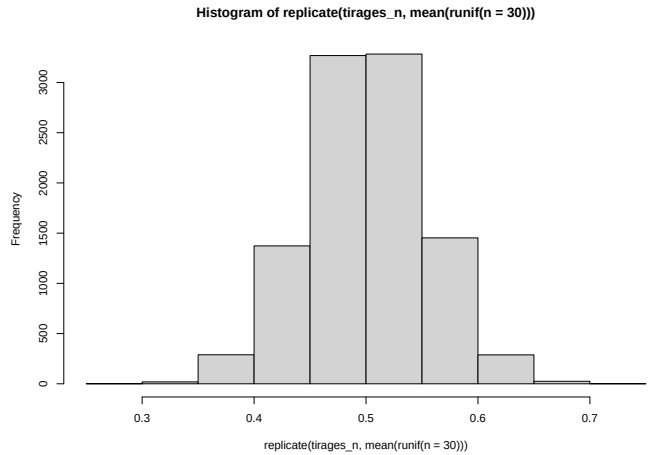
A comparer avec la loi de Poisson

Théorème de la limite centrale


```
hist(
  replicate(
    tirages_n,
    mean(runif(n = 2))
  )
)
```




```
hist(
  replicate(
    tirages_n,
    mean(runif(n = 30))
  )
)
```



La distribution de la moyenne de n variables uniformes tend vers la loi normale. Sa variance est celle de la loi uniforme $(1/12)$ divisée par n.

Intervalle de confiance

α est le seuil de risque, en général 5%.

$1 - \alpha$ est le seuil de confiance, en général 95%.

95% des **tirages** d'une loi normale sont situés à moins de 1.96 écarts-types (σ) de l'espérance.

```
qnorm(0.975)
```

```
## [1] 1.959964
```

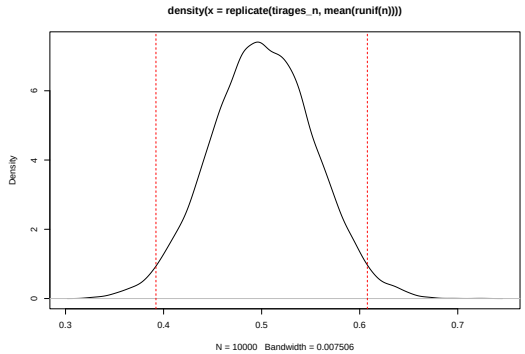
Intervalle de confiance

La **moyenne** de n variables aléatoires tend vers une loi normale.
95% de ses réalisations sont situés à moins de $1,96\sigma/\sqrt{n}$ de l'espérance.
Précisément 1,96 est le 97,5ème centile de la loi de Student avec un très grand nombre de degrés de liberté.

```
alpha <- 0.05
qt(1 - alpha / 2, df = 1E6)
```

```
## [1] 1.959966
```

```
n = 30
plot(density(
  replicate(
    tirages_n,
    mean(runif(n))
  )
))
ci <- qt(1-alpha/2, df = n - 1) /
  sqrt(12) / sqrt(n)
abline(v = 0.5 + c(ci, -ci),
       col = "red", lty = 2)
```



Test contre une valeur

Combien de temps regarde-t-on la TV par jour ?

```
(tv_mean <- mean(hdv2003$heures.tv, na.rm = TRUE))
```

```
## [1] 2.246566
```

n mesures individuelles, loi inconnue. La moyenne tend vers une loi normale.

```
n <- sum(!is.na(hdv2003$heures.tv))
tv_sd <- sd(hdv2003$heures.tv, na.rm = TRUE)
ci <- qt(1 - alpha / 2, df = n - 1) * tv_sd / sqrt(n)
paste("Intervalle de confiance:", tv_mean - ci, "-", tv_mean + ci)
```

```
## [1] "Intervalle de confiance: 2.16859286989944 - 2.32453996218076"
```

On regarde la TV plus de 2 heures par jour (95% de confiance).

Méthode de Monte-Carlo

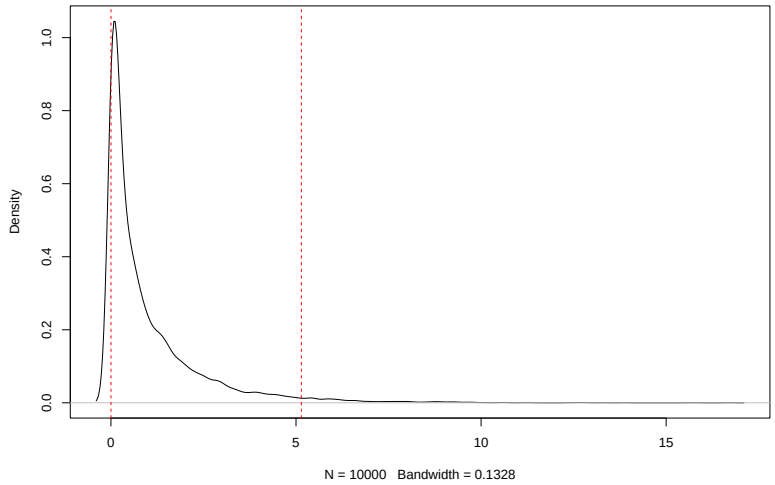
Si la loi est inconnue mais l'algorithme de simulation disponible.

Exemple : carré d'une distribution normale.

```
dist <- rnorm(tirages_n)^2
(dist_q <- quantile(dist, c(0.025, 0.975)))
```

```
##         2.5%        97.5%
## 0.001082587 5.144225633
```

```
plot(density(dist), main = "")
abline(v = dist_q, col = "red", lty = 2)
```



Méthode de Monte-Carlo

... mais on connaît souvent les distributions.

Le carré d'une loi normale est une loi du χ^2 à 1 degré de liberté, identique à une loi Γ de forme $1/2$ et d'échelle 2.

```
qchisq(.075, df = 1)
```

```
## [1] 0.008861853
```

```
qchisq(.975, df = 1)
```

```
## [1] 5.023886
```

```
qgamma(0.975, shape = 1/2, scale = 2)
```

```
## [1] 5.023886
```

$\rightarrow$ lire l'aide `?qchisq`, Wikipedia, Google...

AgroParisTech

TP statistiques univariées

Eric Marcon