

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

# Tests

Eric Marcon

13 février 2024

## Tests

Eric Marcon

## Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

# Motivations

## Tests

Eric Marcon

### Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Savoir tester un ensemble de valeurs observées,  $y_i$ , issues d'une variable aléatoire  $Y$ , contre plusieurs hypothèses nulles :

- une valeur est un tirage vraisemblable de  $Y$  ;
- une autre distribution, éventuellement appariée, provient de  $Y$  ;
- une autre distribution provient de  $X$  qui est corrélée à  $Y$  ;

Les tests peuvent être paramétrique, c'est-à-dire s'appuyer sur des lois connues (la loi normale surtout), ou non paramétrique, et s'appuyer sur les rangs.

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contre une valeur

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contexte:  $Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ .

```
n <- 1000 ; mu <- 1 ; sigma = 10  
Y <- rnorm(n, mean = mu, sd = sigma)
```

Hypothèse nulle :  $\mu = 0$ .

Test de Student : `t.test(Y, mu = 0)`

Modèle linéaire : `lm(Y ~ 1)`

→ Faire varier  $n$  et  $\sigma$ .

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contexte:  $Y$  n'est pas forcément distribué normalement.

Hypothèse nulle :  $\mu = 0$ .

Test de Wilcoxon : `wilcox.test(Y, mu = 0)`

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contre une distribution

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Teste l'hypothèse que deux échantillons sont issus de la même distribution normale

```
Y_double <- rnorm(2 * n, mean = mu, sd = sigma)
Y_1 <- Y_double[1:n] ; Y_2 <- Y_double[(n + 1):(2 * n)]
ks.test(Y_1, Y_2)
```

```
##
## Asymptotic two-sample Kolmogorov-Smirnov
## test
##
## data: Y_1 and Y_2
## D = 0.035, p-value = 0.5727
## alternative hypothesis: two-sided
```

→ Interpréter `ks.test(Y_1, Y_2 + 2)` (faire un graphique)



## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeurContre une  
distributionContre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contexte:

- $Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- $Y_0 \sim \mathcal{N}(\mu_0, \sigma^2)$

```
mu_0 <- 2 ;  
Y_0 <- rnorm(n, mean = mu_0, sd = sigma)
```

Hypothèse nulle :  $\mu = \mu_0$ .Test de Student : `t.test(Y, Y_0, var.equal = TRUE)`

Modèle linéaire : Anova à un facteur.

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contexte:

- $Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- $Y_0 \sim \mathcal{N}(\mu_0, \sigma_0^2)$

```
sigma_0 <- 20 ;  
Y_0 <- rnorm(n, mean = mu_0, sd = sigma_0)
```

Hypothèse nulle :  $\mu = \mu_0$ .

Test de Welch : `t.test(Y, Y_0)`

Modèle linéaire : Anova de Welch.

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contexte:  $Y$  ou  $Y_0$  ne sont pas distribuées normalement.

Hypothèse nulle :  $\mu = \mu_0$ .

Test U de Mann-Whitney : `wilcox.test(Y, Y_0)`

Modèle linéaire : Anova à un facteur sur les rangs signés.

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

# Contre une distribution appariée

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contexte:  $Y$  et  $Y_0$  sont deux observations du même phénomène.

- $Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
- $Y_0 \sim \mathcal{N}(\mu_0, \sigma^2)$

```
Y_0 <- Y + rnorm(n, mean = mu_0 - mu)
```

Hypothèse nulle :  $\mu = \mu_0$ .

Test de Student : `t.test(Y, Y_0, paired = TRUE)`

Modèle linéaire : `lm(Y - Y_0 ~ 1)`

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contexte:

- $Y$  et  $Y_0$  sont deux observations du même phénomène.
- $Y$  ou  $Y_0$  ne sont pas distribuées normalement.

Hypothèse nulle :  $\mu = \mu_0$ .

Test de Wilcoxon apparié : `wilcox.test(Y, Y_0, paired = TRUE)`

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

# Corrélation

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contexte:

- $Y$  et  $X$  sont liées linéairement
- $Y - Y^* \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

Hypothèse nulle :  $\text{Cor}(X, Y) = 0$ .

Test de corrélation : `cor.test(X, Y, method = "Pearson")`

Modèle linéaire : `lm(Y ~ 1 + X)`



## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Contexte:

- $Y$  et  $X$  sont liées non linéairement, mais la relation est monotone.

Hypothèse nulle :  $\text{Cor}(X, Y) = 0$ .

Test de corrélation : `cor.test(X, Y, method = "Spearman")`

Modèle linéaire : `lm(Y ~ 1 + X)`

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeurContre une  
distributionContre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

## Simulation de tirages corrélés

```
library(MASS) # Attention à MASS::select()
# Matrice de covariance
Sigma <- matrix(c(1, 0.8, 0.8, 1), nrow = 2)
# Simulation de X et Y
XY <- mvrnorm(n, mu = c(mu, mu_0), Sigma = Sigma)
```

## Test:

```
cor.test(XY[, 1], XY[, 2])
```

```
##
## Pearson's product-moment correlation
##
## data: XY[, 1] and XY[, 2]
## t = 39.941, df = 998, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## 0.7592478 0.8070751
## sample estimates:
## cor
## 0.7843242
```

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

# Conclusion

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion

Tous ces tests s'appuient sur le modèle linéaire, y compris les tests non paramétriques qui utilisent le modèle linéaire sur les rangs (éventuellement signés) des variables.

Référence.

## Tests

Eric Marcon

Motivations

Contre une  
valeur

Contre une  
distribution

Contre une  
distribution  
appariée

Corrélation

Conclusion