

# Moyenne généralisée

## Définition

La moyenne généralisée (Hardy, Littlewood, et Pólya 1952) est définie comme  $(\sum w_i x_i^r)^{1/r}$ .

## Calcul

```
meanr <- function(x, w = rep(1 / length(x), length(x)), r = 1) {
  if (r == 0) {
    # Moyenne géométrique
    mean_value <- prod(x^w)
  } else {
    # Moyenne arithmétique pour r = 1
    mean_value <- (sum(w * x^r))^(1 / r)
  }
  return(mean_value)
}
```

## Propriétés

La moyenne d'ordre  $-r$  est l'inverse de la moyenne d'ordre  $r$  des inverses.

```
X <- replicate(10, runif(1000))
# Ordre quelconque
r <- runif(1, min = 0, max = 5)
# Poids quelconques
w <- runif(length(X))
w <- w / sum(w)
# Comparaison des moyennes
meanr(X, w, r)
```

```
[1] 0.6267483
```

```
1 / meanr(1 / X, w, -r)
```

```
[1] 0.6267483
```

La moyenne de la moyenne d'ordres différents n'est pas la moyenne d'ordre égal au produit des ordres. L'ordre de calcul des moyennes importe.

```
r1 <- .5  
r2 <- 2  
mean(x)
```

```
[1] 0.5006005
```

```
(meanr(apply(x, 2, meanr, r = r1), r = r2))
```

```
[1] 0.4458196
```

```
(meanr(apply(x, 2, meanr, r = r2), r = r1))
```

```
[1] 0.577209
```

Hardy, G. H., J. E. Littlewood, et G. Pólya. 1952. *Inequalities*. Cambridge University Press.  
<http://books.google.com/books?id=t1RCSP8YKt8C>.