JYCの算法竞赛模板

求个 <u>star</u> (つ•ω•)つ"(つ•ω•)つ"(つ•ω•)つ"

目录

```
JYCの算法竞赛模板
  缺省源
  数据结构
    树状数组
    线段树
    主席树
      可持久化权值线段树
      可持久化普通线段树
    树链剖分 (重链剖分) (LCA模板)
    平衡树
    吉司机线段树
  图论
    Tarjan
  字符串
    字符串哈希 (多重哈希)
    Z函数 (扩展KMP)
  数学
    高精度
    快速幂&矩阵乘法
    扩展欧几里得
    线性筛欧拉函数
    组合数学
       阶乘相关的初始化
      错位排列
      卡特兰数
       斯特林数
         第二类斯特林数
         第一类斯特林数
  杂项
    火车头
    模拟退火
    写在最后(来自Benq大神的几句话)
```

缺省源

模板正式开始

```
1 #include<bits/stdc++.h>
2 using namespace std;
 3
4 //#define ONLINE
    #ifndef ONLINE
6 #define debug(...) fprintf(stderr,##__VA_ARGS__)
7 #else
8 #define debug(...);
9 #endif
10
11 using LL=long long;
12 using PII=pair<int,int>;
13
14 const int mod=998244353;
15
    mt19937 rng(chrono::system_clock::now().time_since_epoch().count());
16
   //double关键字比大小
17
18 #define eps (1e-8)
19 inline int sign(const double& x){
20
        if(fabs(x)<eps) return 0;</pre>
21
       return x>0.0?1:-1;
22 }
23 inline int dcmp(const double& x,const double& y){
24
       return sign(x-y);
25
   }
26
27 //快读
28 template<typename T>
29 inline T READ(){
        T x=0; bool f=0; char c=getchar();
30
31
        while(c<'0' || c>'9') f|=(c=='-'),c=getchar();
        while(c \ge 0' && c \le 9') x = x*10 + c^{-1}0', c = getchar();
32
       return f?-x:x;
33
34 }
35 inline int read(){return READ<int>();}
36 inline LL readLL(){return READ<LL>();}
```

数据结构

树状数组

```
1 template<typename T>//T is int or LL
 2
    class FenTree{
 3 private:
 4
       int n;
 5
        vector<T>c;
        inline int lowbit(const int& x){
 6
 7
            return x&(-x);
 8
        }
    public:
 9
10
        FenTree(int n_){
11
            c.assign(n=n_,T(0));
12
        }
13
        void init(int n_){
14
            c.assign(n=n_,T(0));
15
        void add(int i,int x){
16
17
            for(;i<n;i+=lowbit(i)) c[i]+=x;</pre>
18
        }
19
       T query(int i){
            T res=0;
20
            for(;i;i-=lowbit(i)) res+=c[i];
21
22
            return res;
23
        }
24 };
```

线段树

封装的不是很好,具体 Info 的传递还是得自己修改源码,没法直接传个 class 进来初始化时,传入一个一维 $vector\ a$ 以及它的长度 n,数据存储在下标 $1 \sim n$

```
#define ls (id<<1)
 2
    #define rs (id<<1|1)
 3
    class SGT{//以线段树维护区间最大值为例,支持区间修改
 4
 5
        struct Node{
 6
            int 1,r;
 7
            int mx; bool tag;
 8
            friend Node operator +(const Node& A,const Node& B){
 9
                 ret.l=A.l,ret.r=B.r;
10
11
                 //update the main content
12
13
                 ret.mx=max(A.mx,B.mx);
14
                 ret.tag=0;
15
16
                 return ret;
17
            }
18
        };
19
        vector<Node>q;
20
        void spread(int id){
21
            if(q[id].l==q[id].r) return;
22
            //spread the lazy tag
23
            if(q[id].tag){
24
                 q[ls].mx=q[id].mx;
25
                 q[rs].mx=q[id].mx;
26
                 q[ls].tag=1;
27
                 q[rs].tag=1;
28
                 q[id].tag=0;
29
            }
30
31
        void build(const vector<int>& a,int 1,int r,int id=1){
32
            if(1==r){
                 q[id].l=1,q[id].r=r;
33
34
                 //init value
35
36
                 q[id].mx=a[1],q[id].tag=0;
37
38
                 return;
39
            }
            int mid=l+r>>1;
40
41
            build(a,1,mid,1s);
42
            build(a,mid+1,r,rs);
43
            q[id]=q[ls]+q[rs];
44
        }
    public:
45
46
        SGT(const vector<int>& a,int n){
47
            q.resize(n*5);
48
            build(a,1,n);
49
50
        void init(const vector<int>& a,int n){
51
            q.resize(n*5);
```

```
52
             build(a,1,n);
53
        }
        void modify(int l,int r,int val,int id=1){
54
             if(q[id].l==1 && q[id].r==r){
55
56
                 //modify the value
57
                 q[id].mx=max(q[id].mx,val),q[id].tag=1;
58
                 return;
59
            }
60
             spread(id);
61
             int mid=q[id].1+q[id].r>>1;
62
            if(r<=mid) modify(1,r,va1,ls);</pre>
63
             else if(l>mid) modify(l,r,val,rs);
64
             else modify(l,mid,val,ls),modify(mid+1,r,val,rs);
            q[id]=q[ls]+q[rs];
65
66
        int query(int 1,int r,int id=1){
67
            if(q[id].l==1 && q[id].r==r) return q[id].mx;
68
69
            spread(id);
70
            int mid=q[id].l+q[id].r>>1;
71
             if(r<=mid) return query(1,r,ls);</pre>
             else if(l>mid) return query(l,r,rs);
72
73
             return max(query(1,mid,ls),query(mid+1,r,rs));
74
        }
75
        int get(int pos,int id=1){
76
             if(q[id].l==q[id].r) return q[id].mx;
77
             spread(id);
78
             int mid=q[id].1+q[id].r>>1;
79
            if(pos<=mid) return get(pos,ls);</pre>
80
             return get(pos,rs);
81
        }
82
    };
83
    #undef 1s
84
    #undef rs
```

主席树

可持久化权值线段树

```
//P3834【模板】可持久化线段树 2
 2
    //区间静态查找第 k 小
 3
    const int inf=1e9;
 4
    class pSGT{//persistent SGT
    private:
 5
 6
        struct Node{
 7
            int ls,rs,cnt;
 8
        };
 9
        vector<Node>q;
10
    public:
11
        vector<int>root;
12
        pSGT(){
            q.clear(),root.clear();
13
            q.push_back(Node{});
14
15
             root.push_back(0);
16
        }
17
        void init(){
18
            q.clear(),root.clear();
19
            q.push_back(Node{});
             root.push_back(0);
20
21
        }
22
        void add_root(const int& x){
23
             root.push_back(x);
24
        int insert(int id,int l,int r,int val){
25
26
            int new_id=q.size();
27
            q.push_back(q[id]);
28
            q[new_id].cnt++;
29
            if(1!=r){
30
                 int mid=1+r>>1;
31
                 if(val<=mid) q[new_id].ls=insert(q[id].ls,l,mid,val);</pre>
32
                 else q[new_id].rs=insert(q[id].rs,mid+1,r,val);
33
            }
34
            return new_id;
35
        }
        int find(int idL,int idR,int 1,int r,int k){
36
37
            if(l==r) return 1;
            int mid=1+r>>1;
38
39
            int lcnt=q[q[idR].ls].cnt-q[q[idL].ls].cnt;
40
            if(k<=lcnt) return find(q[idL].ls,q[idR].ls,l,mid,k);</pre>
41
            else return find(q[idL].rs,q[idR].rs,mid+1,r,k-lcnt);
42
        }
    };
43
44
45
    int main(){
46
        int n=read(),T=read();
47
        pSGT sgt;
48
        for(int i=1;i<=n;i++){
49
             sgt.add_root(sgt.insert(sgt.root[i-1],0,inf,read()));
50
51
        for(int 1,r;T--;){
52
            1=read(), r=read();
```

```
printf("%d\n",sgt.find(sgt.root[1-1],sgt.root[r],0,inf,read()));
}
return 0;
}
```

可持久化普通线段树

以CF893F为模板题

题目大意:给你一颗有根树,点有权值,m次询问,每次问你某个点的子树中距离其不超过 k 的点的权值的最小值。(边权均为 1,点权有可能重复,k 值每次询问有可能不同)

做法: dfs 得到 dfn 和 dep。按照 dep 构建主席树,每次查询 [dep[u], dep[u] + k] 中 [dfn[u], dfn[u] + siz[u] - 1] 的最小值,因为 dep[u] 之前 [dfn[u], dfn[u] + siz[u] - 1] 不会被更新,所以直接在 dep[u] + k 这个 root 处查询即可

```
1 //CF893F
 2
    const int inf=1e9;
 3
    class pSGT{//persistent SGT
 4
    private:
 5
        struct Node{
 6
             int ls,rs,mn;
 7
        };
 8
        vector<Node>q;
 9
    public:
10
        vector<int>root;
11
        pSGT(){
12
             q.clear(),root.clear();
13
             q.push_back(Node{0,0,inf});
14
             root.push_back(0);
15
        }
        void init(){
16
17
             q.clear(),root.clear();
18
             q.push_back(Node{0,0,inf});
19
             root.push_back(0);
20
        }
21
        void add_root(const int& x){
22
             root.push_back(x);
23
24
        int insert(int id,int 1,int r,int pos,int val){
25
            int new_id=q.size();
26
             q.push_back(q[id]);
27
             q[new_id].mn=min(q[id].mn,val);
28
            if(1!=r){
29
                 int mid=1+r>>1;
                 if(pos<=mid) q[new_id].ls=insert(q[id].ls,l,mid,pos,val);</pre>
30
31
                 else q[new_id].rs=insert(q[id].rs,mid+1,r,pos,val);
32
             }
33
             return new_id;
34
        }
        //query [L,R]'s min, current Node id's range is [1,r]
35
36
        int find(int id,int L,int R,int 1,int r){
37
            if(L==1 && R==r) return q[id].mn;
            int mid=l+r>>1;
38
39
             if(R<=mid) return find(q[id].ls,L,R,l,mid);</pre>
             else if(L>mid) return find(q[id].rs,L,R,mid+1,r);
40
             else return min(find(q[id].ls,L,mid,l,mid),
41
    find(q[id].rs,mid+1,R,mid+1,r));
        }
42
43
    };
44
    int main(){
45
```

```
46
        int n=read(),root=read();
47
        vector<int>a(n+1);
48
         for(int i=1;i<=n;i++) a[i]=read();</pre>
49
        vector<vector<int>>e(n+1);
        for(int i=1,u,v;i<n;i++){
51
             u=read(), v=read();
52
             e[u].push_back(v);
53
             e[v].push_back(u);
54
        }
55
        vector<int>dfn(n+1), dep(n+1), siz(n+1);
56
        int timStamp=0, max_dep=0;
57
        auto dfs=[&](auto self,int u,int fa)->void{
58
             dfn[u]=++timStamp, dep[u]=dep[fa]+1, siz[u]=1;
59
             max_dep=max(max_dep,dep[u]);
60
             for(int v:e[u]){
                 if(v==fa) continue;
61
62
                 self(self,v,u);
63
                 siz[u]+=siz[v];
             }
64
65
        };
        dfs(dfs,root,0);
66
67
        vector<vector<int>>add(max_dep+1);
68
        for(int i=1;i<=n;i++){</pre>
69
             add[dep[i]].push_back(i);
70
        }
71
        vector<int>rt(max_dep+1);
72
        pSGT sgt;
73
        for(int i=1,tot=0;i<=max_dep;i++){
74
             for(int u:add[i]){
75
                 sgt.add_root(sgt.insert(sgt.root[tot++],1,n,dfn[u],a[u]));
76
             }
77
             rt[i]=tot;
78
79
        for(int T=read(),last=0,u,k;T--;){
80
             u=(read()+last)%n+1, k=(read()+last)%n;
81
             last=sgt.find(sgt.root[rt[min(max_dep,dep[u]+k)]],
    dfn[u], dfn[u]+siz[u]-1,1,n);
             printf("%d\n", last);
82
        }
83
84
        return 0;
85
    }
```

树链剖分(重链剖分) (LCA模板)

直接把P3384【模板】重链剖分/树链剖分的代码复制了一遍

因为原题有取模操作, 抄模板的时候记得删去取模, 删去取模, 删去取模!!!

也可以把树链剖分作为 LCA 的模板来使用,比倍增的写法优秀很多

```
1
    void heavy_path_decomposition(){
 2
         int n=read(),T=read(),root=read();// mod=read();
 3
        vector<int>a(n+1);
 4
         for(int i=1;i<=n;i++) a[i]=read()%mod;//origin value</pre>
         vector<vector<int>>e(n+1);
 6
         for(int i=1,u,v;i<n;i++){
 7
             u=read(), v=read();
 8
             e[u].push_back(v);
 9
             e[v].push_back(u);
10
         }
11
        vector < int > dep(n+1), fa(n+1), siz(n+1), son(n+1);
         auto dfs1=[&](auto self,int u,int pre)->void{
12
13
             dep[u]=dep[pre]+1, fa[u]=pre, siz[u]=1;
14
             for(int v:e[u]){
15
                 if(v==pre) continue;
16
                 self(self,v,u);
17
                 siz[u]+=siz[v];
                 if(siz[v]>siz[son[u]]) son[u]=v;
18
19
             }
20
         };
21
         dfs1(dfs1,root,0);
22
         vector<int>id(n+1), nw(n+1), top(n+1);
23
        int timStamp=0;
24
         auto dfs2=[&](auto self,int u,int t)->void{
25
             id[u]=++timStamp,nw[timStamp]=u,top[u]=t;
             if(!son[u]) return;
26
27
             self(self, son[u], t);
             for(int v:e[u]){
28
29
                 if(v==fa[u] || v==son[u]) continue;
30
                 self(self,v,v);
31
             }
32
         };
        dfs2(dfs2,root,root);
33
34
         auto LCA=[&](int u,int v)->int{
35
             while(top[u]!=top[v]){
36
                 if(dep[top[u]] < dep[top[v]]) swap(u,v);</pre>
37
                 u=fa[top[u]];
38
             }
39
             return dep[u]<dep[v]?u:v;</pre>
40
         };
41
         vector<int>sgt_init(n+1);
         for(int i=1;i<=n;i++) sgt_init[i]=a[nw[i]];</pre>
42
43
         SGT sgt(sgt_init,n);//sgt needs to support seg add, seg query
         auto modify_path=[&](int u,int v,LL val)->void{
44
             while(top[u]!=top[v]){
45
46
                 if(dep[top[u]] < dep[top[v]]) swap(u,v);</pre>
47
                 sgt.modify(id[top[u]],id[u],val);
48
                 u=fa[top[u]];
49
             }
```

```
50
             if(dep[u]<dep[v]) swap(u,v);</pre>
51
             sgt.modify(id[v],id[u],val);
52
        };
53
        auto query_path=[&](int u,int v)->LL{
54
             LL cnt=011;
55
             while(top[u]!=top[v]){
56
                 if(dep[top[u]] < dep[top[v]]) swap(u,v);</pre>
57
                 cnt+=sgt.query(id[top[u]],id[u]);
58
                 u=fa[top[u]];
59
60
             if(dep[u]<dep[v]) swap(u,v);</pre>
             cnt+=sgt.query(id[v],id[u]);
61
             return cnt%mod;
62
63
        };
64
        auto modify_tree=[&](int u,int val)->void{
             sgt.modify(id[u],id[u]+siz[u]-1,val);
65
66
        };
67
        auto query_tree=[&](int u)->LL{
68
             return sgt.query(id[u],id[u]+siz[u]-1);
69
        };
70
        for(int op,u,v,w;T--;){
71
             op=read(),u=read();
72
             if(op==1){
73
                 v=read(),w=read();
74
                 modify_path(u,v,w);
75
             }
76
             else if(op==2){
77
                 v=read();
78
                 printf("%1]d\n",query_path(u,v));
79
             else if(op==3){
80
81
                 w=read();
82
                 modify_tree(u,w);
83
             }
84
             else{//op==4
                 printf("%11d\n",query_tree(u));
85
86
             }
87
        }
    }
88
```

平衡树

非常朴素的 fhqTreap, 用 vector 实现了一下动态开点

```
1
    template<typename T>
2
    class fhqTreap{
 3
    private:
 4
        struct Node{
 5
             int 1,r,siz; LL rnd;
 6
             T val; LL sum;
 7
             Node(){
 8
                 l=r=siz=0; rnd=011;
9
                 val=T(0); sum=011;
10
             Node(int l\_,int r\_,int siz\_,LL rnd\_,T val\_,LL sum\_)\{
11
12
                 l=l_,r=r_,siz=siz_; rnd=rnd_;
13
                 val=val_; sum=sum_;
14
             }
15
        };
16
        vector<Node>q;
17
        int root,rootX,rootY,rootZ;
18
        int New(T val){
19
             Node new_node=Node(0,0,1,rng(),val,val);
20
             q.push_back(new_node);
21
             return q.size()-1;
22
        }
23
        void Update(int id){
24
             q[id].siz=q[q[id].1].siz+q[q[id].r].siz+1;
25
             q[id].sum=1]1*q[q[id].]].val+q[q[id].r].val+q[id].val;
26
27
        void Split(int id,T key,int& idX,int& idY){
28
             if(id==0){
29
                 idX=idY=0;
30
                 return;
31
             }
32
             if(q[id].val<=key){</pre>
33
                 idX=id;
34
                 Split(q[id].r,key,q[id].r,idY);
35
             }
36
             else{
37
                 idY=id;
                 Split(q[id].1,key,idX,q[id].1);
38
39
             }
             Update(id);
40
41
        int Merge(int 1,int r){
42
             if(1==0 | | r==0) return 1+r;
43
44
             if(q[1].rnd \leftarrow q[r].rnd){
45
                 q[r].1=Merge(1,q[r].1);
46
                 Update(r);
47
                 return r;
             }
48
49
             else{
50
                 q[1].r=Merge(q[1].r,r);
51
                 Update(1);
52
                 return 1;
```

```
53
 54
         }
 55
     public:
 56
         fhqTreap(){
 57
             init();
 58
         }
         void init(){
 59
 60
              root=0; q.clear();
              Node empty_node=Node();
 61
 62
             q.push_back(empty_node);
 63
         }
         void insert(T val){
 64
 65
             Split(root, val, rootX, rootY);
              root=Merge(Merge(rootX,New(val)),rootY);
 66
 67
         void erase(T val){//actually, 'extract' may be more precise
 68
              Split(root,val,rootX,rootZ);
 69
 70
              Split(rootX, val-1, rootX, rootY);
 71
              rootY=Merge(q[rootY].1,q[rootY].r);
 72
              root=Merge(Merge(rootX, rootY), rootZ);
         }
 73
 74
         T prev(T val){
 75
             Split(root,val-1,rootX,rootY);
 76
              int tmp=rootX;
 77
             while(q[tmp].r) tmp=q[tmp].r;
 78
              root=Merge(rootX,rootY);
 79
              return q[tmp].val;
 80
         }
 81
         T next(T val){
 82
              Split(root,val,rootX,rootY);
 83
              int tmp=rootY;
 84
             while(q[tmp].1) tmp=q[tmp].1;
 85
              root=Merge(rootX,rootY);
 86
              return q[tmp].val;
 87
         }
 88
         int rank(T val){//val's rank
              Split(root, val-1, rootX, rootY);
 89
 90
              int ans=q[rootX].siz+1;
 91
              root=Merge(rootX,rootY);
 92
              return ans;
 93
         }
 94
         T get(int rank){
 95
             int id=root;
 96
             while(1){
 97
                  printf("id:%d val:%d lsiz:%d r:%d
     rsiz:%d|rank:%d\n",id,q[id].val,q[id].l].siz,q[id].r,q[q[id].r].s
     iz,rank);
 98
                  if(q[q[id].1].siz>=rank) id=q[id].1;
 99
                  else if(q[q[id].1].siz+1==rank) return q[id].val;
100
                  else{
101
                      rank=(q[q[id].].siz+1);
102
                      id=q[id].r;
103
                  }
             }
104
105
         }
106
     //
         void output(){
107
     //
              auto dfs=[&](auto self,int u)->void{
108
     //
                  if(!u) return;
```

```
109 //
               self(self,q[u].l);
               debug("%d|val=%d ls=%d rs=%d\n",u,q[u].val,q[u].l,q[u].r);
110
    //
111 //
               self(self,q[u].r);
112 //
            };
    //
            debug("output fhqTreap\n");
113
114 //
            dfs(dfs,root);
115 //
            debug("\n");
116 // }
117 };
```

吉司机线段树

把 wiki 里的代码改了改

```
1 const int inf=INT_MAX;
 2
 3
   #define ls (id<<1)</pre>
 4 | #define rs (id<<1|1)
   #define SPREAD_ID spread(id,q[id].1,q[id].r)
 6
 7
   #define MODIFY(FUNC) \
 8
   SPREAD_ID; \
9
   int mid=q[id].l+q[id].r>>1; \
   if(r<=mid) FUNC(1,r,va1,ls); \</pre>
10
11
   else if(l>mid) FUNC(l,r,val,rs); \
   else FUNC(1,mid,val,ls),FUNC(mid+1,r,val,rs); \
12
13
   q[id]=q[1s]+q[rs]
14
   #define ADD(A,B) A+B
15
16
   #define QUERY(FUNC,QRY_FUNC) \
17 | SPREAD_ID;\
18
   int mid=q[id].l+q[id].r>>1; \
   if(r<=mid) return FUNC(1,r,1s); \
20
    else if(1>mid) return FUNC(1,r,rs); \
21
   else return QRY_FUNC(FUNC(1,mid,ls),FUNC(mid+1,r,rs))
22
23
   class JiSGT{
24
    private:
25
        struct Node{
26
            int 1,r;
27
            //count_max, count_min, tag_max, tag_min, tag_add
28
            int mx,mx2,mn,mn2,cmx,cmn,tmx,tmn,tad;
29
30
            friend Node operator +(const Node& A,const Node& B){
31
                Node ret;
32
                ret.l=A.l,ret.r=B.r;
33
                ret.sum = A.sum + B.sum;
34
                if (A.mx == B.mx) {
35
                     ret.mx = A.mx, ret.cmx = A.cmx + B.cmx;
36
                     ret.mx2 = max(A.mx2, B.mx2);
37
                } else if (A.mx > B.mx) {
38
                     ret.mx = A.mx, ret.cmx = A.cmx;
39
                     ret.mx2 = max(A.mx2, B.mx);
40
                } else {
41
                     ret.mx = B.mx, ret.cmx = B.cmx;
42
                     ret.mx2 = max(A.mx, B.mx2);
43
44
                if (A.mn == B.mn) {
45
                     ret.mn = A.mn, ret.cmn = A.cmn + B.cmn;
46
                     ret.mn2 = min(A.mn2, B.mn2);
47
                } else if (A.mn < B.mn) {</pre>
                     ret.mn = A.mn, ret.cmn = A.cmn;
48
49
                     ret.mn2 = min(A.mn2, B.mn);
50
                } else {
51
                     ret.mn = B.mn, ret.cmn = B.cmn;
52
                     ret.mn2 = min(A.mn, B.mn2);
```

```
53
 54
                  ret.tmx=-inf, ret.tmn=inf, ret.tad=0;
 55
                  return ret:
 56
             }
 57
         };
 58
         vector<Node>q;
 59
         void spread_add(int id, int 1, int r, int v) {
 60
             // 更新加法标记的同时,更新 $\min$ 和 $\max$ 标记
             q[id].sum += (r - 1 + 111) * v;
 61
 62
             q[id].mx += v, q[id].mn += v;
 63
             if (q[id].mx2 != -inf) q[id].mx2 += v;
             if (q[id].mn2 != inf) q[id].mn2 += v;
 64
 65
             if (q[id].tmx != -inf) q[id].tmx += v;
 66
             if (q[id].tmn != inf) q[id].tmn += v;
 67
             q[id].tad += v;
 68
         }
         void spread_min(int id, int tg) {
 69
 70
             // 注意比较 $\max$ 标记
 71
             if (q[id].mx <= tg) return;</pre>
 72
             q[id].sum += (tg * 1]] - q[id].mx) * q[id].cmx;
 73
             if (q[id].mn2 == q[id].mx) q[id].mn2 = tg; //!!!
 74
             if (q[id].mn == q[id].mx) q[id].mn = tg;
                                                          // !!!!!
 75
             if (q[id].tmx > tg) q[id].tmx = tg;
                                                          // 更新取 $\max$ 标记
 76
             q[id].mx = tg, q[id].tmn = tg;
 77
 78
         void spread_max(int id, int tg) {
 79
             if (q[id].mn > tg) return;
             q[id].sum += (tg * 1]] - q[id].mn) * q[id].cmn;
 80
 81
             if (q[id].mx2 == q[id].mn) q[id].mx2 = tg;
 82
             if (q[id].mx == q[id].mn) q[id].mx = tg;
 83
             if (q[id].tmn < tg) q[id].tmn = tg;</pre>
             q[id].mn = tg, q[id].tmx = tg;
 84
 85
         void spread(int id,int 1,int r){
 86
 87
             if(q[id].l==q[id].r) return;
 88
             int mid=l+r>>1;
             if (q[id].tad){
 89
 90
                  spread_add(ls, l, mid, q[id].tad);
 91
                  spread_add(rs, mid + 1, r, q[id].tad);
 92
             }
             if (q[id].tmx != -inf){
 93
 94
                  spread_max(ls, q[id].tmx);
 95
                  spread_max(rs, q[id].tmx);
 96
             }
 97
             if (q[id].tmn != inf){
 98
                 spread_min(ls, q[id].tmn);
 99
                  spread_min(rs, q[id].tmn);
100
             }
             q[id].tmx = -inf, q[id].tmn = inf, q[id].tad = 0;
101
102
         void build(const vector<int>& a,int l,int r,int id=1){
103
104
             if(1==r){
105
                 q[id].l=l,q[id].r=r;
106
                 q[id].sum=q[id].mx = q[id].mn = a[1];
107
                 q[id].mx2=-inf, q[id].mn2 = inf;
108
                 q[id].cmx=q[id].cmn = 1;
109
                 q[id].tmx=-inf, q[id].tmn = inf, q[id].tad=0;
110
                  return;
```

```
111
112
              int mid=1+r>>1;
113
              build(a,1,mid,ls);
114
              build(a,mid+1,r,rs);
115
              q[id]=q[ls]+q[rs];
116
          }
117
     public:
118
          JiSGT(const vector<int>& a,int n){
119
              q.resize(n*4);
120
              build(a,1,n);
121
          }
          void init(const vector<int>& a,int n){
122
123
              q.resize(n*4);
              build(a,1,n);
124
125
          void add(int l,int r,int val,int id=1){
126
              if(q[id].l==1 && q[id].r==r){
127
                  return spread_add(id,1,r,val);
128
129
              }
130
              MODIFY(add);
131
          }
          void tomin(int l,int r,int val,int id=1){
132
133
              if(r < q[id].l \mid l > q[id].r \mid | q[id].mx <= val) return;
              if(1 \le q[id].1 \& q[id].r \le r \& q[id].mx2 \le val){
134
135
                  return spread_min(id,val);
136
              }
137
              MODIFY(tomin);
138
          }
          void tomax(int l,int r,int val,int id=1){
139
140
              if(r < q[id].1 \mid | 1 > q[id].r \mid | q[id].mn >= val) return;
141
              if(1 \le q[id].1 \& q[id].r \le r \& q[id].mn2 > val){
142
                  return spread_max(id,val);
143
              }
144
              MODIFY(tomax);
145
          }
          LL qsum(int l,int r,int id=1){
146
              if(q[id].l==1 & q[id].r==r) return q[id].sum;
147
148
              QUERY(qsum,ADD);
          }
149
150
          LL qmax(int 1,int r,int id=1){
              if(q[id].l==1 && q[id].r==r) return q[id].mx;
151
152
              QUERY(qmax,max);
153
          }
154
          LL qmin(int 1,int r,int id=1){
155
              if(q[id].l==1 && q[id].r==r) return q[id].mn;
156
              QUERY(qmin,min);
157
          }
158
     };
     #undef 1s
159
160
     #undef rs
161
     #undef SPREAD_ID
     #undef MODIFY
162
163
     #undef ADD
     #undef QUERY
164
```



Tarjan

```
1
    namespace Tarjan{
 2
        vector < int > dfn(n+1), low(n+1), inStack(n+1), scc(n+1), siz(n+1);
 3
        int timStamp=0,col=0;
 4
        stack<int>stk;
 5
        auto tarjan=[&](auto self,int u)->void{
             low[u]=dfn[u]=++timStamp;
 6
 7
             stk.push(u),inStack[u]=1;
 8
             for(int v:e[u]){
 9
                 if(!dfn[v]){
                     self(self,v);
10
                     low[u]=min(low[u],low[v]);
11
12
                 }
13
                 else if(inStack[v]){
14
                     low[u]=min(low[u],low[v]);
15
16
17
            if(dfn[u]==low[u]){
18
                 ++col;
19
                 while(stk.top()!=u){
20
                     siz[scc[stk.top()]=col]++;
21
                     inStack[stk.top()]=0; stk.pop();
22
                 }
23
                 siz[scc[stk.top()]=col]++;
24
                 inStack[stk.top()]=0; stk.pop();
25
            }
26
        };
27
    }
```

字符串哈希 (多重哈希)

修改 HL (hash_layer) 以决定使用几重哈希

init 时, 传入字符数组首地址, 字符串长度(以及是否倒着求哈希, 0和缺省为正着求, 1为倒着求)

注意字符数组内数据的下标是 $1 \sim n$, $1 \sim n$, $1 \sim n$!!!

```
const int HL=2;//hash layer
 2
    namespace HC{//Hash Const
 3
        const int P[4]={13331,233,131,19260817};
 4
        const int MOD[4]={(int)(1e9+7),998244353,1004535809,754974721};
 5
        LL ksm[N][4];
        void init(int use=HL){
 6
 7
             for(int j=0; j < use; j++){
 8
                 ksm[0][j]=1;
 9
                 for(int i=1;i<N;i++){</pre>
10
                     ksm[i][j]=(ksm[i-1][j]*P[j])%MOD[j];
11
12
            }
13
        }
14
15
    template<int T>//T must be a constant
16
    class Hash{
17
    private:
18
        vector<array<LL,T>>h;
19
        bool sign;//0:normal 1:reverse
20
21
        Hash(char *s,int n,bool sign_=0){
22
             init(s,n,sign_);
23
        }
24
        void init(char *s,int n,bool sign_=0){//s stores at pos [1,n], and just
    give para s (NOT s+1)
25
             h.resize(n+2);
26
            sign=sign_;
27
             if(!sign){
                 for(int j=0; j<T; j++){
28
29
                     h[0][j]=0;
                     for(int i=1;i<=n;i++){
30
31
                         h[i][j]=(h[i-1][j]*HC::P[j]+s[i]-'a'+1)%HC::MOD[j];
32
                 }
33
34
            }
35
             else{
36
                 for(int j=0; j<T; j++){
37
                     h[n+1][j]=0;
38
                     for(int i=n;i>0;i--){
39
                         h[i][j]=(h[i+1][j]*HC::P[j]+s[i]-'a'+1)%HC::MOD[j];
40
                     }
41
                 }
            }
42
43
        }
44
        array<LL,T>calc(const int& 1,const int& r){
45
             array<LL,T>ret;
46
             if(!sign){
```

```
47
                 for(int j=0; j<T; j++){
48
                     ret[j]=h[r][j]-h[l-1][j]*HC::ksm[r-l+1][j];
49
50
             }
             else{
51
52
                 for(int j=0;j<T;j++){</pre>
53
                     ret[j]=h[l][j]-h[r+1][j]*HC::ksm[r-l+1][j];
54
                 }
55
             }
56
             for(int j=0; j<T; j++){
57
                 ret[j]=(ret[j]%HC::MOD[j]+HC::MOD[j])%HC::MOD[j];
             }
58
59
             return ret;
60
         static bool check(const array<LL,T>& a,const array<LL,T>& b){
61
             for(int i=0;i<T;i++){</pre>
62
63
                 if(a[i]!=b[i]) return 0;
64
65
             return 1;
        }
66
67
   };
```

Z函数 (扩展KMP)

约定:字符串下标以0为起点

定义函数 z[i] 表示 s 和 s[i,n-1] (即以 s[i] 开头的后缀)的最长公共前缀(LCP)的长度,则 z 被成为 s 的 **Z函数**。特别的,z[0]=0

```
vector<int>z_function(string s){
 2
        int n=(int)s.length();
 3
        vector<int>z(n);
 4
        for (int i=1, l=0, r=0; i< n; i++){
 5
            if(i<=r&&z[i-1]<r-i+1){
 6
                z[i]=z[i-1];
 7
            }
 8
            else{
9
                z[i]=max(0,r-i+1);
10
                while(i+z[i]<n && s[z[i]]==s[i+z[i]]) z[i]++;
11
            if(i+z[i]-1>r) l=i,r=i+z[i]-1;
12
13
        }
14
        return z;
15 }
```

高精度

BigIntTiny Template Link, 顺便从大佬的 README 里放个 Features preview,不支持的功能就现写吧。

operators	BigIntHex	BigIntDec	BigIntMini	BigIntTiny
constructor Bigint	✓	✓	√	√
constructor int	✓	✓	√	√
constructor char*	✓	√	×	×
constructor string	✓	√	✓	√
=Bigint	✓	√	✓	√
=int	✓	√	✓	√
=string	✓	√	✓	√
=char*	✓	✓	✓	×
<, ==, >, <=, >=, != Bigint	✓	✓	✓	✓
+, -, *, /, % int	×	×	×	✓
+=, -=, *=, /=, %= int	×	×	×	×
+, -, *, /, % Bigint	✓	√	✓	√
+=, -=, *=, /=, %= Bigint	✓	✓	×	×
Base conversion	✓	✓	×	×
Efficiency	食食食食	食食食	**	*

```
1 struct BigIntTiny {
 2
        int sign;
 3
        std::vector<int> v;
 4
 5
        BigIntTiny() : sign(1) {}
 6
        BigIntTiny(const std::string &s) { *this = s; }
 7
        BigIntTiny(int v) {
 8
            char buf[21];
 9
            sprintf(buf, "%d", v);
            *this = buf;
10
11
        }
        void zip(int unzip) {
12
13
            if (unzip == 0) {
14
                for (int i = 0; i < (int)v.size(); i++)
                    v[i] = get_pos(i * 4) + get_pos(i * 4 + 1) * 10 + get_pos(i
15
    * 4 + 2) * 100 + get_pos(i * 4 + 3) * 1000;
16
            } else
17
                for (int i = (v.resize(v.size() * 4), (int)v.size() - 1), a; i
    >= 0; i--)
```

```
18
                    a = (i \% 4 \ge 2) ? v[i / 4] / 100 : v[i / 4] % 100, v[i] =
    (i & 1) ? a / 10 : a % 10;
19
            setsign(1, 1);
20
21
        int get_pos(unsigned pos) const { return pos >= v.size() ? 0 : v[pos];
22
        BigIntTiny &setsign(int newsign, int rev) {
23
            for (int i = (int)v.size() - 1; i > 0 && v[i] == 0; i--)
24
                v.erase(v.begin() + i);
25
            sign = (v.size() == 0 || (v.size() == 1 & v[0] == 0)) ? 1 : (rev ?)
    newsign * sign : newsign);
26
            return *this;
27
        std::string to_str() const {
28
29
            BigIntTiny b = *this;
            std::string s;
30
31
            for (int i = (b.zip(1), 0); i < (int)b.v.size(); ++i)
32
                s += char(*(b.v.rbegin() + i) + '0');
            return (sign < 0 ? "-" : "") + (s.empty() ? std::string("0") : s);
33
34
        bool absless(const BigIntTiny &b) const {
35
            if (v.size() != b.v.size()) return v.size() < b.v.size();</pre>
36
37
            for (int i = (int)v.size() - 1; i >= 0; i--)
38
                if (v[i] != b.v[i]) return v[i] < b.v[i];
39
            return false;
40
        }
41
        BigIntTiny operator-() const {
42
            BigIntTiny c = *this;
43
            c.sign = (v.size() > 1 || v[0]) ? -c.sign : 1;
44
            return c;
45
        BigIntTiny &operator=(const std::string &s) {
46
            if (s[0] == '-')
47
48
                *this = s.substr(1);
49
            else {
50
                for (int i = (v.clear(), 0); i < (int)s.size(); ++i)
51
                     v.push_back(*(s.rbegin() + i) - '0');
52
                zip(0);
            }
53
54
            return setsign(s[0] == '-' ? -1 : 1, sign = 1);
55
56
        bool operator<(const BigIntTiny &b) const {</pre>
57
            return sign != b.sign ? sign < b.sign : (sign == 1 ? absless(b) :
    b.absless(*this));
58
        }
        bool operator==(const BigIntTiny &b) const { return v == b.v && sign ==
59
    b.sign; }
60
        BigIntTiny &operator+=(const BigIntTiny &b) {
            if (sign != b.sign) return *this = (*this) - -b;
61
            v.resize(std::max(v.size(), b.v.size()) + 1);
62
63
            for (int i = 0, carry = 0; i < (int)b.v.size() || carry; <math>i++) {
                carry += v[i] + b.get_pos(i);
64
65
                v[i] = carry % 10000, carry /= 10000;
            }
66
            return setsign(sign, 0);
67
68
69
        BigIntTiny operator+(const BigIntTiny &b) const {
70
            BigIntTiny c = *this;
```

```
71
              return c += b;
 72
         }
 73
         void add_mul(const BigIntTiny &b, int mul) {
 74
             v.resize(std::max(v.size(), b.v.size()) + 2);
 75
              for (int i = 0, carry = 0; i < (int)b.v.size() || carry; <math>i++) {
                  carry += v[i] + b.get_pos(i) * mul;
 76
 77
                  v[i] = carry % 10000, carry /= 10000;
 78
             }
 79
         }
 80
         BigIntTiny operator-(const BigIntTiny &b) const {
              if (b.v.empty() \mid\mid b.v.size() == 1 \&\& b.v[0] == 0) return *this;
 81
 82
              if (sign != b.sign) return (*this) + -b;
 83
              if (absless(b)) return -(b - *this);
 84
              BigIntTiny c;
              for (int i = 0, borrow = 0; i < (int)v.size(); i++) {
 85
 86
                  borrow += v[i] - b.get_pos(i);
 87
                  c.v.push_back(borrow);
                  c.v.back() -= 10000 * (borrow >>= 31);
 88
 89
             }
 90
              return c.setsign(sign, 0);
 91
         }
 92
         BigIntTiny operator*(const BigIntTiny &b) const {
 93
              if (b < *this) return b * *this;</pre>
 94
              BigIntTiny c, d = b;
 95
              for (int i = 0; i < (int)v.size(); i++, d.v.insert(d.v.begin(), 0))
 96
                  c.add_mul(d, v[i]);
 97
              return c.setsign(sign * b.sign, 0);
 98
 99
         BigIntTiny operator/(const BigIntTiny &b) const {
100
              BigIntTiny c, d;
101
              BigIntTiny e=b;
102
              e.sign=1;
103
104
              d.v.resize(v.size());
105
              double db = 1.0 / (b.v.back() + (b.get_pos((unsigned)b.v.size() -
     2) / 1e4) +
106
                                  (b.qet_pos((unsigned)b.v.size() - 3) + 1) /
     1e8);
              for (int i = (int)v.size() - 1; i >= 0; i--) {
107
108
                  c.v.insert(c.v.begin(), v[i]);
109
                  int m = (int)((c.get_pos((int)e.v.size()) * 10000 +
     c.get_pos((int)e.v.size() - 1)) * db);
110
                  c = c - e * m, c.setsign(c.sign, 0), d.v[i] += m;
                  while (!(c < e))
111
112
                      c = c - e, d.v[i] += 1;
113
             }
114
              return d.setsign(sign * b.sign, 0);
115
         BigIntTiny operator%(const BigIntTiny &b) const { return *this - *this
116
     / b * b; }
         bool operator>(const BigIntTiny &b) const { return b < *this; }</pre>
117
         bool operator<=(const BigIntTiny &b) const { return !(b < *this); }</pre>
118
         bool operator>=(const BigIntTiny &b) const { return !(*this < b); }</pre>
119
         bool operator!=(const BigIntTiny &b) const { return !(*this == b); }
120
121
     };
```

快速幂&矩阵乘法

矩阵乘法中,f 为答案矩阵,是一维长为 n 的 vector; a 为转移矩阵,是二维 $n \cdot n$ 的 vector 传参数时,直接传入当前的 f 与 a 即可

```
LL ksm(LL a,LL b){
 2
        a%=mod; LL ret=1;
 3
        while(b){
 4
            if(b&1) ret=ret*a%mod;
 5
             a=a*a\%mod;
 6
             b>>=1;
 7
        }
 8
        return ret;
 9
    }
10
    void mul(const vector<vector<LL>>& a, vector<LL>& f, int n) \{//f=a*f
11
12
        vector<LL>b(n,0);
13
        for(int i=0;i<n;i++){
14
             for(int j=0;j<n;j++){
15
                 b[i]=(b[i]+a[i][j]*f[j]%mod)%mod;
16
             }
17
        }
18
        swap(f,b);
19
20
    void self_mul(vector<vector<LL>>& a,int n){//a=a*a
21
        vector b(n,vector<LL>(n,0));
22
        for(int k=0; k< n; k++){
23
             for(int i=0;i<n;i++){</pre>
24
                 for(int j=0;j<n;j++){</pre>
25
                     b[i][j]=(b[i][j]+a[i][k]*a[k][j]%mod)%mod;
26
                 }
27
             }
28
        }
29
        swap(a,b);
30
    }
```

扩展欧几里得

最终会给出一组满足 $a \cdot x + b \cdot y = g$ 的解

```
1 //迭代法实现
    int exgcd(int a, int b, int &x, int &y) {
2
 3
     if (!b) {
4
       x = 1;
 5
        y = 0;
6
      return a;
7
     }
8
     int d = Exgcd(b, a \% b, x, y);
9
     int t = x;
10
     x = y;
11
     y = t - (a / b) * y;
     return d;
12
13
    }
14
15
    //非迭代法实现
16
   int exgcd(int a, int b, int& x, int& y) {
17
     x = 1, y = 0;
18
     int x1 = 0, y1 = 1, a1 = a, b1 = b;
19
     while (b1) {
20
        int q = a1 / b1;
21
       tie(x, x1) = make\_tuple(x1, x - q * x1);
22
       tie(y, y1) = make_tuple(y1, y - q * y1);
23
        tie(a1, b1) = make_tuple(b1, a1 - q * b1);
24
     }
25
      return a1;
26 }
```

线性筛欧拉函数

```
bool notP[N]={}; int phi[N],mn_p[N]={1};
 2
    vector<int>prime;
 3
    void init_prime(const int& n=N){//init [1,n-1]
 4
        phi[1]=1;
 5
        for(int i=2;i<n;i++){</pre>
 6
            if(!notP[i]){
 7
                 prime.push_back(mn_p[i]=i);
 8
                 phi[i]=i-1;
 9
10
             for(const int& p:prime){
11
                 if(i>(n-1)/p) break;
12
                 notP[i*p]=1,mn_p[i*p]=p;
13
                 if(i\%p==0){
14
                     phi[i*p]=phi[i]*p;
15
                     break;
16
17
                 phi[i*p]=phi[i]*(p-1);
18
            }
19
        }
20
    }
```

组合数学

阶乘相关的初始化

这个给模板只用来充数的qwq

```
namespace Fac{//factorial
 2
        LL fc[N]={1},fc_inv[N]={1};
 3
        void init(){
 4
            for(int i=1;i<N;i++){</pre>
 5
                fc[i]=fc[i-1]*i%mod;
 6
                fc_inv[i]=fc_inv[i-1]*ksm(i,mod-2)%mod;
 7
            }
 8
        }
 9
        LL F(const int& x){
10
            return fc[x];
11
        LL P(const int& x,const int& y){
12
13
            return fc[x]*fc_inv[x-y]%mod;
14
15
        LL C(const int& x,const int& y){
            return fc[x]*fc_inv[y]%mod*fc_inv[x-y]%mod;
16
17
        }
18 }
```

错位排列

• 递推公式 (两种任选即可)

$$D_n = (n-1) \cdot (D_{n-1} + D_{n-2})$$

$$D_n = n \cdot D_{n-1} + (-1)^n$$

其中D 的前几项是 $D_1=0, D_2=1, D_3=9, D_4=44, D_5=265$ (OEIS A000166)

• 其他关系

错位排列数有一个向下取整的简单表达式,增长速度与阶乘仅相差常数:

$$D_n = \left| \frac{n!}{e} \right|$$

随着元素数量的增加,形成错位排列的概率 P 接近:

$$P = \lim_{n \to \infty} \frac{D_n}{n!} = \frac{1}{e}$$

卡特兰数

 $H_n =$ 进栈序列为 $1, 2, 3, \cdots, n$ 的栈的出栈序列个数,以下是一些常见公式

$$egin{aligned} H_n &= rac{\binom{2n}{n}}{n+1} (n \geq 2, n \in \mathbb{N}_+) \ H_n &= egin{cases} \sum_{i=1}^n H_{i-1} H_{n-i} & n \geq 2, n \in \mathbb{N}_+ \ 1 & n = 0, 1 \end{cases} \ H_n &= rac{H_{n-1} (4n-2)}{n+1} \ H_n &= egin{cases} \binom{2n}{n} - inom{2n}{n-1} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

斯特林数

第二类斯特林数

 ${n \brace k}$, S(n,k), 表示将 n 个两两不同的元素, 划分为 k 个互不区分的非空子集的方案数

• 递推公式

$$\binom{n}{m} = \binom{n-1}{k-1} + k \binom{n-1}{k}$$

边界是 $\binom{n}{0} = [n = 0]$

• 通项公式

$${n \brace m} = \sum_{i=0}^{m} \frac{(-1)^{m-i} \cdot i^n}{i! \cdot (m-i)!}$$

待补充: 同一行/列的第二类斯特林数的计算

第一类斯特林数

 ${n\brack k}$, s(n,k) , 表示将 n 个两两不同的元素,划分为 k 个互不区分的非空轮换的方案数

一个轮换即一个首尾相接的环形排列,如 [A,B,C,D]=[B,C,D,A]=[C,D,A,B]=[D,A,B,C],即两个可以通过旋转而相互得到的轮换是等价的。但是,翻转不算旋转,如 $[A,B,C,D]\neq[D,C,B,A]$

• 递推公式

$$egin{bmatrix} n \ m \end{bmatrix} = egin{bmatrix} n-1 \ k-1 \end{bmatrix} + (n-1)egin{bmatrix} n-1 \ k \end{bmatrix}$$

边界是 $\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} = [n=0]$

• 通项公式

没有

待补充: 同一行/列的第一类斯特林数的计算

火车头

娱乐用,用来平时做题凹卡常题

```
#pragma GCC target("avx")
 2
    #pragma GCC optimize(1)
 3
    #pragma GCC optimize(2)
 4
    #pragma GCC optimize(3)
 5
    #pragma GCC optimize("Ofast")
 6
    #pragma GCC optimize("inline")
 7
    #pragma GCC optimize("-fgcse")
 8
    #pragma GCC optimize("-fgcse-lm")
    #pragma GCC optimize("-fipa-sra")
 9
    #pragma GCC optimize("-ftree-pre")
10
11
    #pragma GCC optimize("-ftree-vrp")
12
    #pragma GCC optimize("-fpeephole2")
    #pragma GCC optimize("-ffast-math")
13
14
    #pragma GCC optimize("-fsched-spec")
15
    #pragma GCC optimize("unroll-loops")
    #pragma GCC optimize("-falign-jumps")
16
17
    #pragma GCC optimize("-falign-loops")
    #pragma GCC optimize("-falign-labels")
18
19
    #pragma GCC optimize("-fdevirtualize")
    #pragma GCC optimize("-fcaller-saves")
20
21
    #pragma GCC optimize("-fcrossjumping")
22
    #pragma GCC optimize("-fthread-jumps")
    #pragma GCC optimize("-funroll-loops")
23
24
    #pragma GCC optimize("-fwhole-program")
    #pragma GCC optimize("-freorder-blocks")
25
26
    #pragma GCC optimize("-fschedule-insns")
    #pragma GCC optimize("inline-functions")
27
28
    #pragma GCC optimize("-ftree-tail-merge")
29
    #pragma GCC optimize("-fschedule-insns2")
30
    #pragma GCC optimize("-fstrict-aliasing")
    #pragma GCC optimize("-fstrict-overflow")
31
    #pragma GCC optimize("-falign-functions")
32
    #pragma GCC optimize("-fcse-skip-blocks")
33
34
    #pragma GCC optimize("-fcse-follow-jumps")
    #pragma GCC optimize("-fsched-interblock")
35
    #pragma GCC optimize("-fpartial-inlining")
36
    #pragma GCC optimize("no-stack-protector")
37
38
    #pragma GCC optimize("-freorder-functions")
39
    #pragma GCC optimize("-findirect-inlining")
    #pragma GCC optimize("-fhoist-adjacent-loads")
40
    #pragma GCC optimize("-frerun-cse-after-loop")
41
    #pragma GCC optimize("inline-small-functions")
42
    #pragma GCC optimize("-finline-small-functions")
43
44
    #pragma GCC optimize("-ftree-switch-conversion")
    #pragma GCC optimize("-foptimize-sibling-calls")
45
46
    #pragma GCC optimize("-fexpensive-optimizations")
    #pragma GCC optimize("-funsafe-loop-optimizations")
47
    #pragma GCC optimize("inline-functions-called-once")
48
49
    #pragma GCC optimize("-fdelete-null-pointer-checks")
```

模拟退火

用一句话概括过程:如果新状态的解更优则修改答案,否则以一定的概率接收新状态

定义当前温度为 T,新状态 S' 和已知状态 S (新状态由已知状态通过随机的方式得到)之间的能量 (值) 差为 ΔE ($\Delta E \geq 0$),则发生状态转移(修改最优解)的概率为

$$P(\Delta E) = egin{cases} 1 & S' ext{ is better than S} \ exp(-\Delta E/T) & ext{otherwise} \end{cases}$$

P. S.

- 1. 这里 E 越小代表越接近最优解,实际若 E 越大越接近最优解,可考虑把 -E 作为能量值函数
- 2. 为了使得解更为精确,通常不直接取当前解作为答案,而是在退火过程中维护遇到的所有解的最优值
- 3. 有时为了使得到的解更有质量,会在模拟退火结束后,以当前温度在得到的解附近多次随机状态, 尝试得到更优的解(其过程与模拟退火相似)

以下代码以P1337 [JSOI2004] 平衡点 / 吊打XXX (求n 个点的带权费马点) 为例 (改了改 wiki 里的代码)

```
mt19937 rng(chrono::system_clock::now().time_since_epoch().count());
    double Rand(){return (long double)(rng())/UINT_MAX;}//生成一个[0,1]的小数
    int Rand(int 1, int r) {return rng()%(r-1+1)+1;}//生成一个[1, r]的整数
 3
 4
 5
    #define N 1010
    int n,x[N],y[N],w[N];
 6
 7
    double ansx,ansy,dis;
8
9
    //calc返回能量值函数,在calc中更新答案
10
    double calc(double xx,double yy){
11
        double res=0;
12
        for (int i=1;i<=n;i++){
            double dx=x[i]-xx,dy=y[i]-yy;
13
            res+=sqrt(dx*dx+dy*dy)*w[i];
14
15
        if(res<dis) dis=res,ansx=xx,ansy=yy;</pre>
16
17
        return res;
18
    }
19
20
    void SA(){//simulated_annealing
21
        double nowx=ansx,nowy=ansy;
22
        double eps_t=1e-4;
23
        //模拟退火参数,起始温度,终止温度,每次乘以的系数
24
        for(auto t=2e5;t>eps_t;t*=0.99){
25
            double nxtx=nowx+t*(Rand()*2-1);
26
            double nxty=nowy+t*(Rand()*2-1);
27
            double delta=calc(nxtx,nxty)-calc(nowx,nowy);
28
            if(exp(-delta/t)>Rand()) nowx=nxtx,nowy=nxty;
29
        }
        //在得到的解附近多次随机状态,尝试得到更优的解
30
31
        for (int i=1; i <= 1000; i++){
32
            double nxtx=ansx+eps_t*(Rand()*2-1);
33
            double nxty=ansy+eps_t*(Rand()*2-1);
34
            calc(nxtx,nxty);
35
        }
36
    }
```

```
37
38 int main() {
39
       n=read();
40
       for(int i=1;i<=n;i++){
41
            x[i]=read(),y[i]=read(),w[i]=read();
42
     ansx+=x[i],ansy+=y[i];
}
ansx/=n,ansy/=n,dis=calc(ansx,ansy);
            ansx+=x[i],ansy+=y[i];
43
44
45
       //卡时技巧,填一个比题目时限略小的数
46
        while((double)clock()/CLOCKS_PER_SEC<0.9) SA();</pre>
        printf("%.31f %.31f\n", ansx, ansy);
47
48
        return 0;
49 }
```

写在最后(来自Benq大神的几句话)

```
stuff you should look for
int overflow, array bounds
special cases (n=1?)
do smth instead of nothing and stay organized
WRITE STUFF DOWN
DON'T GET STUCK ON ONE APPROACH
```