

14. Exercícios: FM e PM

1. (Exame, 2003 2,5ptos) Seja um sistema FM com índice de modulação igual a 15, constante de desvio de freq do modulador (VCO) igual a $850 \left[\frac{\text{rad}}{\text{V} \times \text{s}} \right]$, um sinal modulante triangular, $m(t)$, figura 62.a e o correspondente sinal FM dado na figura 62.b. Utilizando todos os valores de parâmetros disponíveis, determine:
 - (a) (0,4) o espectro do sinal modulante (analiticamente)
 - (b) (0,4) o desvio máximo do sinal FM e os instantes em que ocorre.
 - (c) (0,3) o sinal modulado é WBFM ou NBFM ? Justifique.
 - (d) (0,4) o espectro aproximado para o sinal FM. (0,2) Justifique por que o método analítico para a obtenção deste espectro não é exato.
 - (e) (0,4) esboce o espectro do sinal FM indicando a largura de banda aproximada ocupada pelo sinal.
 - (f) (0,3) caso fosse utilizado um sinal $m(t) = 3 \cos(40\pi t)$, determine o novo espectro do sinal FM (indique todos os valores dos parâmetros).
2. Utilizando a aproximação banda estreita, esboce a forma de onda de um sinal PM cujo sinal modulante é do tipo $m(t) = \sin(2\pi t)$. Assuma que a frequência da portadora seja hipoteticamente 5Hz e que o índice de modulação seja 0.8 Compare o sinal PM assim obtido com o sinal PM sem aproximação. Determine o erro que se comete ao aproximar o espectro com este β_p .
3. Para o Exemplo de modulação FM com sinal modulante qualquer (sinc) da Fig. 48 pergunta-se:

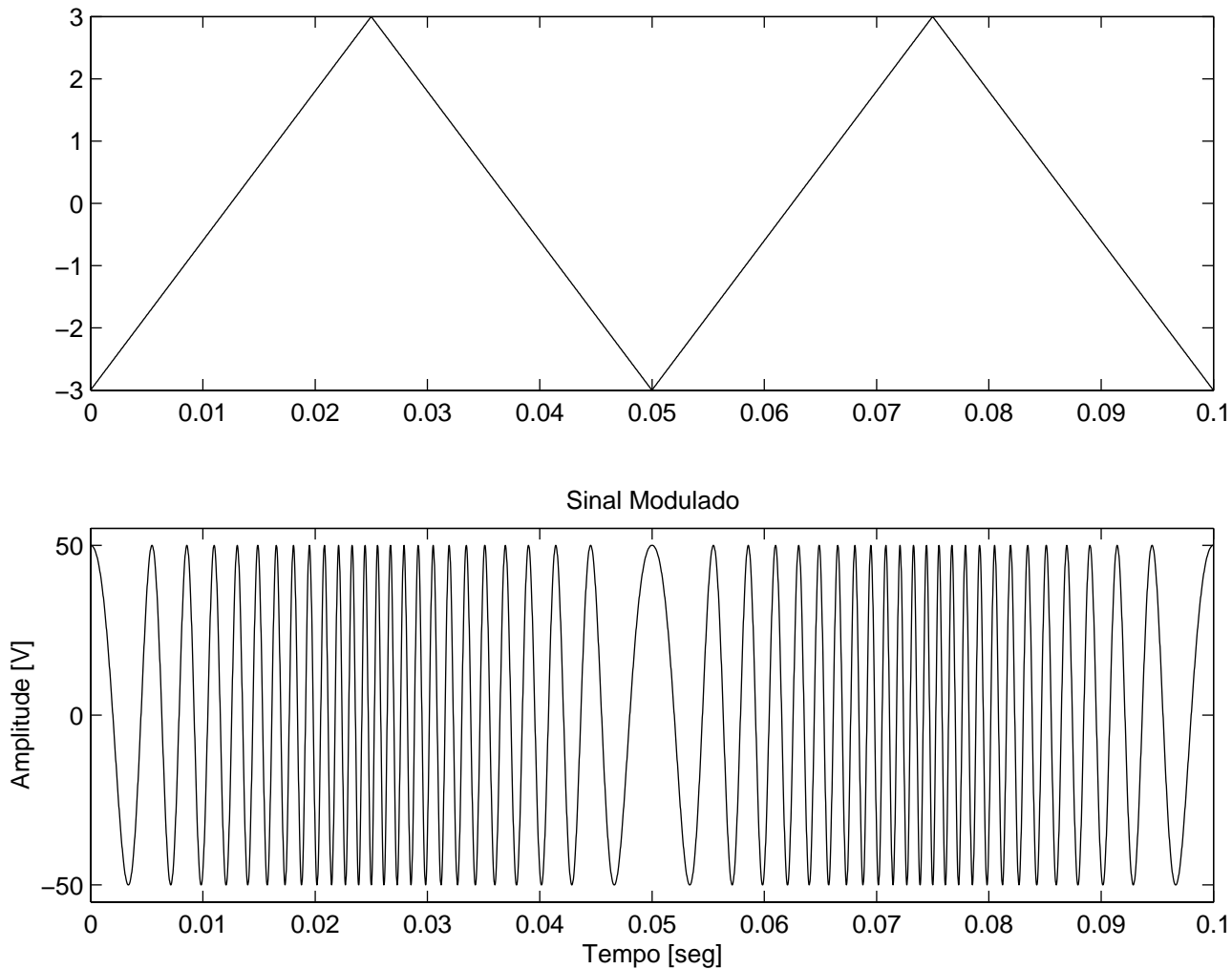


Figure 62: a) sinal triangular modulante, $m(t)$ b) sinal FM.

- (a) Qual o índice de modulação resultante
- (b) Qual a banda ocupada pelo sinal FM da figura 49.
- (c) Na figura 50, tem-se um sinal modulado em frequência cuja amplitude não é constante. Explique qual a razão para a ocorrência de uma certa modulação em amplitude em um sinal modulado em frequência. Informação adicional: caso seja aumentado a amplitude do sinal modulante em 4 vezes ($4 \times \text{sinc}(100t)$), o sinal modulado resultante está mostrado na figura 63.

4. Seja o sinal modulante

$$m(t) = \begin{cases} t & , \quad 0 \leq t < 1 \\ -t + 2 & , \quad 1 \leq t < 2 \\ 0, 1 & , \quad \text{c.c.} \end{cases} \quad [ms]$$

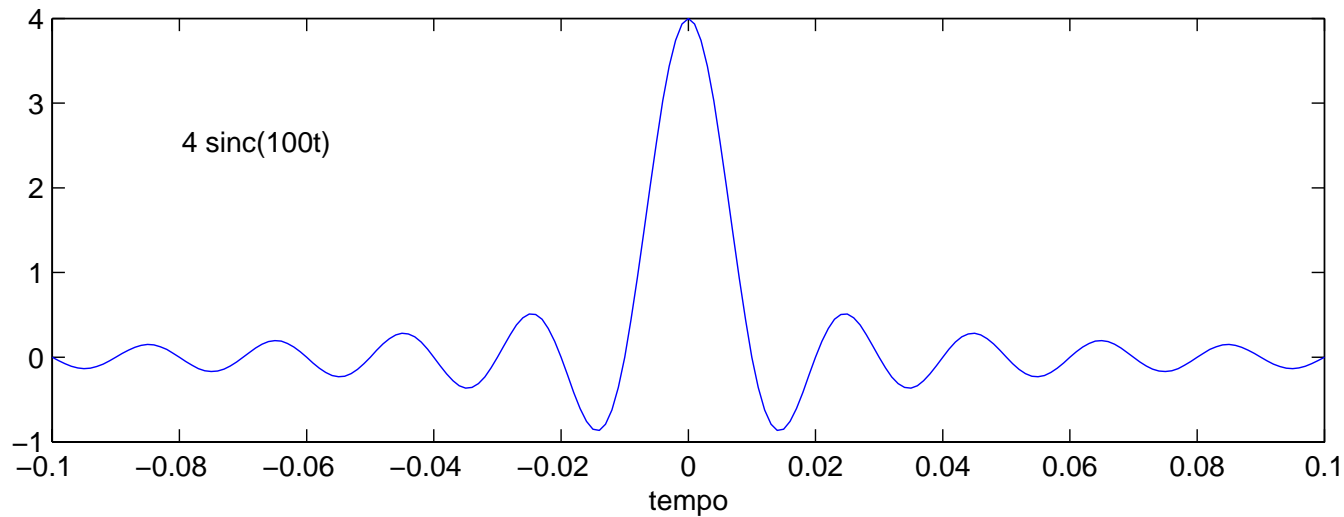
no intervalo $t \in [0; 25] \text{ ms}$. Este sinal é empregado na modulação em frequência de uma portadora com $f_c = 1 \text{ MHz}$ e amplitude $A_c = 2 \text{ V}$. Adotando constante de desvio $k_f = 25$, determine com auxílio de simulador matemático MatLab ou similar:

- (a) Faixa de freqs do sinal modulado (gráfico)
- (b) Largura de banda do sinal FM
- (c) Plot o espectro da mensagem e do sinal modulado
- (d) determine o índice de modulação.

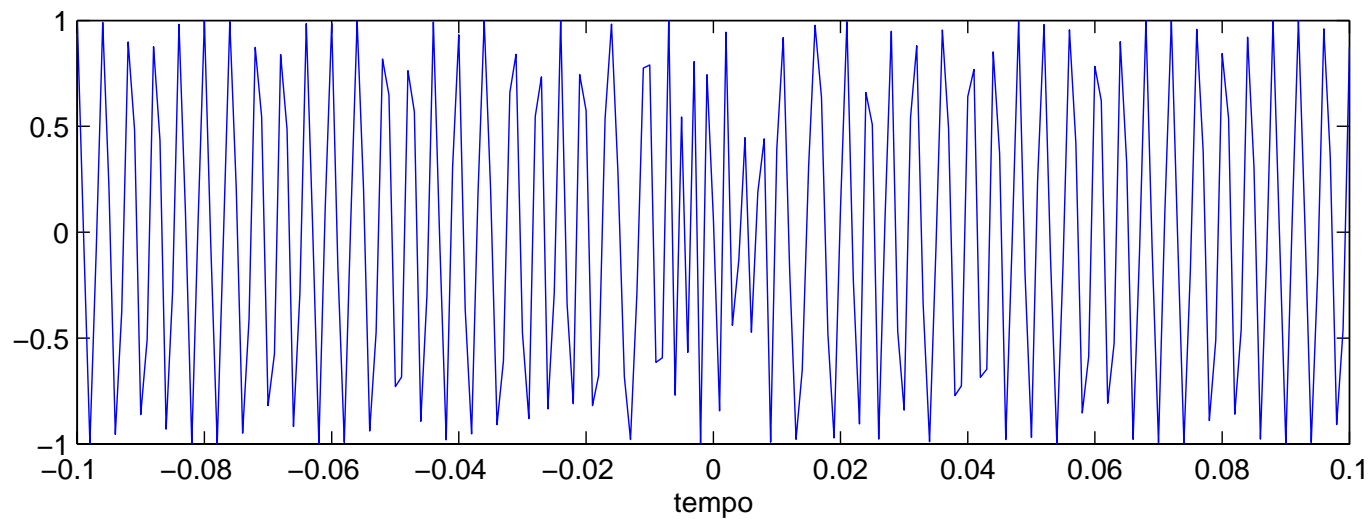
5. Um sinal modulante com PDF dada por:

$$p_m(m) = \frac{1}{2D} [u(m + D) - u(m - D)]$$

Informacao



Sinal Modulado



modula em frequência uma portadora com um índice de modulação elevado. Determine:

- (a) Espectro da portadora modulada
- (b) Largura de Banda para o sinal modulado.

6. Um sinal modulante com PDF Laplaciana

$$p_m(m) = \frac{\alpha}{2} \exp[-\alpha |m|]$$

modula uma portadora em frequência de banda larga. Determine:

- (a) Função densidade espectral de potência do sinal modulado
- (b) A largura de banda do sinal modulado em função do parâmetro α .

7. (2014, 3,1pts) Sejam os moduladores de frequência das Figs. 64 e 65. Esses moduladores são empregados para transmitir sinais de áudio que contêm frequências na banda de 100Hz a 15 kHz em um sistema comercial de radiodifusão FM. Demais especificações do sistema:

- i) freq e amplitude portadora $f_c = 100 \text{ MHz}$; $A_c = 500V$;
- ii) índice de modulação do mod. de fase da fig. 64: $\beta_p = \frac{\pi}{20} \approx 0,157 \text{ [rad]}$;
- iii) constante modulador de fase da fig. 64: $k_p = 4,77 \cdot 10^{-2} \left[\frac{1}{V}\right]$.
- iv) ganho integrador do modulador FM de banda estreita, fig. 64: $G_{\text{int}} = \frac{D_f}{D_p} = 6 \cdot 10^4 \left[\frac{1}{\text{sec}}\right]$
- v) constante do modulador de freq. da fig. 65: $k_f = 3 \cdot 10^3 \left[\frac{1}{V \cdot \text{sec}}\right]$. Determine:

- (a) Denominação para os respectivos métodos de modulação da figura 64 e 65.

- (b) Coef. de multiplicação de freq M e N , Fig.64.
- (c) Valores para f_c e Δf_{\max} nos pts I, II, III e IV da Fig. 64.
- (d) Potência média total do sinal transmitido.
- (e) Amplitudes para o sinal modulante $m(t)$, moduladores da Fig. 64 e da Fig. 65.
- (f) constante do modulador FM banda estreita equivalente, D_f^{eq} da Fig. 64.
- (g) Determine ΔF a partir de D_f^{eq} .
- (h) BW do filtro passa-faixas do Mixer, Fig. 64.
- (i) Qual a função do Bloco A da Fig. 64?

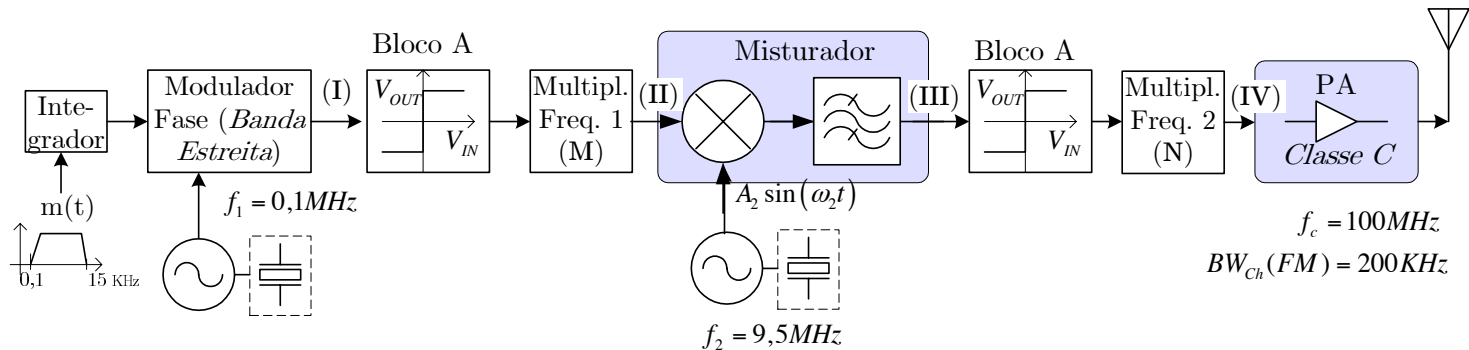


Figure 64: Modulador FM – sistema de radiodifusão comercial.

- (j) (0,5) O coeficiente de divisão de freq, P da fig. 65.
- (k) (0,5) A freq de corte do filtro passa-baixas da fig. 65.
- (l) (0,5) O índice de modulação equivalente após o divisor de freq por P na fig. 65.

- (m) (0,5) Aponte a principal vantagem dos moduladores FM das figuras 64 e 65 em relação ao método que emprega apenas o VCO.

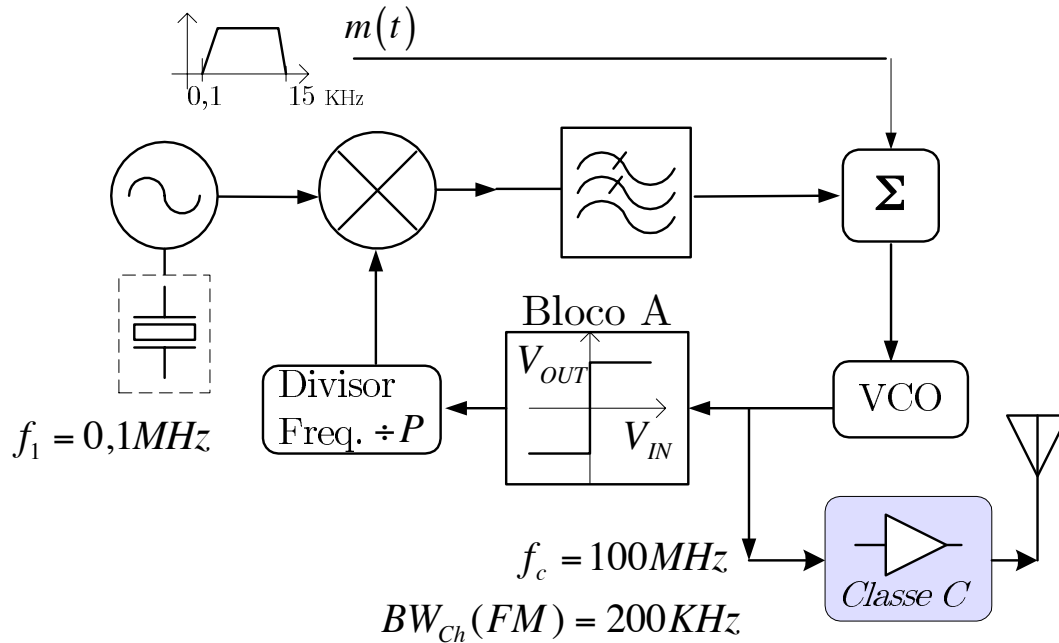


Figure 65: Modulador FM - sistema de radiodifusão comercial.

8. Seja o modulador FM de banda estreita da figura 66.

- (a) (1,5) Obtenha analiticamente a partir da expressão geral do sinal modulado $s(t) = \text{Re}[g(t) e^{j\omega_c t}]$ o espectro do sinal modulado. Admita sinal modulante genérico, $m(t)$, e a expansão de Taylor para $e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$; $-\infty < x < \infty$
- (b) (0,5) A partir de $s(t)$, justifique analiticamente por que da existência de uma modulação AM residual.
- (c) a partir de que valor de β o sinal não pode ser considerado NBFM ou NBPM. Justifique analiticamente sua resposta.

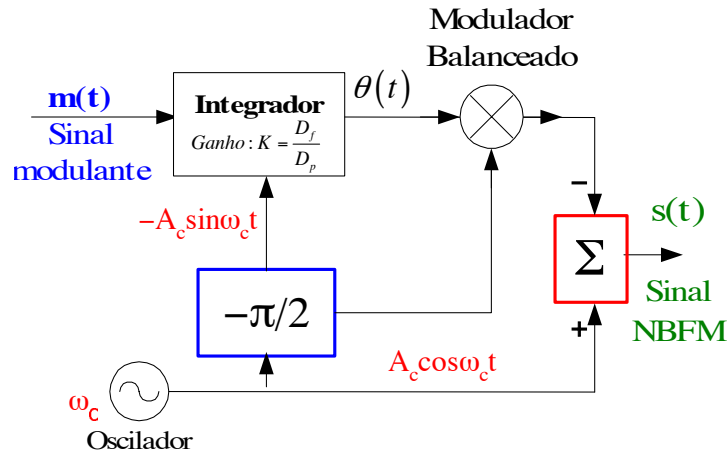


Figure 66: Modulador FM de banda estreita.

9. (2,5pts) Seja um sistema FM com índice de modulação igual a 6, constante de desvio de freq do modulador (VCO) igual a $850 \left[\frac{\text{rad}}{\text{V} \times \text{s}} \right]$ e um sinal modulante $m(t) = A_m \cos(40\pi t)$.

- (a) (0,6) Determine analiticamente o menor espectro do sinal FM de tal sorte que a energia do sinal contida neste espectro seja igual a 99,9% da total.
- (b) (0,3) A amplitude do sinal modulante A_m .
- (c) (0,4) o desvio máximo do sinal FM e os instantes em que ocorre.
- (d) (0,2) o sinal FM modulado é banda larga ou estreita? Justifique.

Caso seja utilizado um sinal modulante no domínio do tempo conforme figura 67.a, e o correspondente sinal modulado, figura 67.b, determine:

- (e) (0,6) O novo espectro (aproximado), em termos de PSD, para o sinal FM (indique todos os valores dos parâmetros).
- (f) (0,4) A largura de banda aproximada ocupada pelo novo sinal FM.

10. (2,0ptos) Seja a portadora e a mensagem

$$c(t) = 10 \cos(2\pi f_c t), \quad m(t) = \cos(20\pi t)$$

Admitindo que mensagem $m(t)$ seja utilizada para modular em frequência a portadora $c(t)$, onde a constante de desvio de freq é $k_f = 50$, determine:

- (a) (0,5) a expressão no domínio do tempo e o índice de modulação para o sinal modulado;
- (b) (0,3) potência média total do sinal FM
- (c) (0,8) largura de banda do sinal modulado para se obter 99% da potência média total do sinal FM;

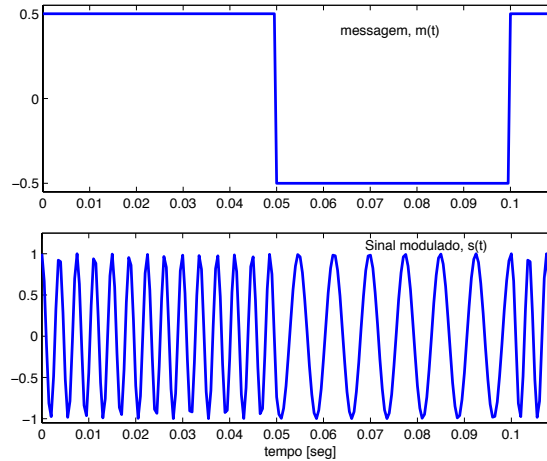


Figure 67: a) sinal modulante e b) sinal modulado.

- (d) (0,4) Determine a banda ocupada a partir do critério do item anterior e compare com a regra de Carson; considere os dois casos, i.e. $B = 2(\beta + 1)f_m$ e $B = 2(\beta + 2)f_m$

Capítulo 5 de [3], 8a. edição, exercícios 5-27 a 5-41

11. A sinusoidal modulating waveform of amplitude 4 [V] and frequency 1 kHz is applied to an FM exciter that has a modulator gain of 50 $\left[\frac{\text{Hz}}{\text{V}}\right]$
 - (a) What is the peak frequency deviation?
 - (b) What is the modulation index?

12. An FM signal has sinusoidal modulation with a frequency of $f_m = 15$ kHz and modulation index of $\beta_f = 2.0$.
- Find the transmission bandwidth by using Carson's rule.
 - What percentage of the total FM signal power lies within the Carson rule bandwidth?
13. A carrier $(t) = 100 \cos(2\pi \cdot 10^9 t)$ of an FM transmitter is modulated with a tone signal. For this transmitter, a 1-V (RMS) tone produces a deviation of 30 kHz. Determine the amplitude and frequency of all FM signal components (spectral lines) that are greater than 1% of the unmodulated carrier amplitude if the modulating signal is $m(t) = 2.5 \cos(3\pi 10^4 t)$.
14. Rework Prob. 13 if the modulating signal is $m(t) = 1 \cos(6\pi \cdot 10^4 t)$.
15. A frequency modulator has a modulator gain of $10 \left[\frac{\text{Hz}}{\text{V}} \right]$, and the modulating waveform is described as:
- $$m(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 5, & 0 < t < 1 \\ 15, & 1 < t < 3 \\ 7, & 3 < t < 4 \\ 0, & t > 4 \end{cases}$$
- Plot the frequency deviation in hertz over the time interval $0 < t < 5$.
 - Plot the phase deviation in radians over the time interval $0 < t < 5$.
16. Utilizando simulador matemático, demodular o sinal FM do problema 4. Compare o sinal demodulado com o sinal da mensagem. Um possível script é dado a seguir.

```
% ----- SCRIPT -----
% FM_Demod.m
% Modulação e Demodulação FM

clear all

echo on

t0=.3;      % duracao do signal
ts=0.001;   % intervalo de amostragem
fc=250;     % freq portadora
snr=20;     % SNR em dB
fs=1/ts;    % freq de amostragem
df=0.3;     % resolucao de freq (para a FFT)
t=[-t0/2:ts:t0/2]; % vetor tempo
kf=100;     % conste desvio de freq do modul.FM
% mensagem
m=[ones(1,t0/(3*ts)), -2*ones(1,t0/(3*ts)),
zeros(1,t0/(3*ts)+1)];
int_m(1)=0;
for i=1:length(t)-1      % Integral sinal modulante
    int_m(i+1)=int_m(i)+m(i)*ts;
end
[M,m,df1]=fftseq(m,ts,df); % FFT
M=M/fs; % escalonamento
```

```
f=[0:df1:df1*(length(m)-1)]-fs/2; % vetor freq
u=cos(2*pi*fc*t+2*pi*kf*int_m); % sinal Modulado FM
[U,u,df1]=fftseq(u,ts,df); % FFT
U=U/fs; % escalonamento
[v,phase]=env_phas(u,ts,250); % Demodulação: en-
cont a fase de u
phi=unwrap(phase); % restaurando fase original do
sinal
dem=(1/(2*pi*kf))*(diff(phi)/ts); % saída do demodulador,
% diferenciação e escalon. da fase
% Saida gráfica
subplot(2,3,1)
plot(t,m(1:length(t)))
xlabel('Tempo')
title('Mensagem')
subplot(2,3,4)
plot(t,u(1:length(t)))
xlabel('Tempo')
title('Sinal FM')
subplot(2,3,3)
plot(f,abs(fftshift(M)))
```

```

xlabel('Frequencia')
title('Magnitude Espectral da mensagem')
subplot(2,3,2)
plot(f,abs(fftshift(U)))
title('Magnitude Espectral do sinal Modulado')
xlabel('Frequency')
subplot(2,3,5)
plot(t,dem(1:length(t)))
xlabel('Tempo')
title('Sinal Demodulado')
% ----- FUNÇÕES -----
function [M,m,df]=fftseq(m,ts,df)
%     Gera M, a FFT da sequencia m.
fs=1/ts;
if nargin == 2
    n1=0;
else
    n1=fs/df;
end
n2=length(m);
n=2^(max(nextpow2(n1),nextpow2(n2)));
M=fft(m,n);

```

```

m=[m,zeros(1,n-n2)];
df=fs/n;
function [v,phi]=env_phas(x,ts,f0)
%ENV_PHAS      Retorna a envoltória e a fase do sinal
Banda
% Passante x., onde
% f0 = frequência central;
% ts = intervalo de amostragem.
if nargin == 2
    z=loweq(x,ts,f0);
    phi=angle(z);
end
v=abs(hilbert(x));

```