9. Exercícios: AM

Referências: Capítulo 5 de [1]

Sugestão: Sempre que possível confira os resultados utilizando simulador matemático MatLab.

1. Um transmissor (Tx) AM é testado através de uma carga puramente resistiva de 50Ω no lugar da antena. Modulação tonal de 1kHz é aplicada. A frequencia da portadora é de 850 kHz e a potência de saída licenciada pela FCC é de 5kW. O índice de modulação é de 90%.

   (a) Avalie a potência licenciada da FCC in dBk (dB acima da referência de 1 kW).

   (b) Escrevea e equação de tensão que aparece sobre a carga de 50Ω; forneça valores numéricos para todas variáveis.

   (c) Esboce o módulo do espectro de tensão que apareceria em um Analisador de Espectro calibrado.

   (d) Qual a potência média sobre a carga?

   (e) Qual a potência da envoltória e a de pico sobre a carga?

2. An AM transmitter is modulated with an audio testing signal given by $m(t) = 0.2 \sin \omega_1 t + 0.5 \cos \omega_2 t$, where $f_1 = 500$ Hz, $f_2 = 500\sqrt{2}$ Hz, and $A_c = 100$ Volts. Assume that the AM signal is fed into a $Z = 50\Omega$ load.

   (a) Sketch the AM waveform.

   (b) What is the modulation percentage?

   (c) Evaluate and sketch the spectrum of the AM waveform.

(d) Evaluate the average power of the AM signal.

(e) Evaluate the PEP of the AM signal.

3. A 50kW AM broadcast transmitter is being evaluated by means of a two-tone test. The transmitter is connected to a $Z_{\text{load}} = 50\Omega$, and $m(t) = A_1 \cos \omega_1 t + A_1 \cos 2\omega_1 t$, where $f_1 = 500$ Hz. Assume that a perfect AM signal is generated.

   (a) Evaluate the complex envelope for the AM signal in terms of A_1 and ω_1.

   (b) Determine the value of A_1 for 90% modulation.

   (c) Find the values for the peak current and average current into the 50Ω load for the 90% modulation case.

4. An amplitude modulation DSB-SC signal is modulated by $m(t) = \cos \omega_1 t + 2\cos 2\omega_1 t$, where $\omega_1 = 2\pi f_1$, with $f_1 = 500$ Hz, and $A_c = 2$.

   (a) Write an expression for the DSB-SC signal and sketch a picture of this waveform.

   (b) Evaluate and sketch the spectrum for this DSB-SC signal.

   (c) Find the value of the average (normalized $Z_{\text{load}} = 1\Omega$) power.

   (d) Find the value of the PEP (normalized).

5. Assume that transmitting circuitry restricts the modulated output signal to a certain peak value, say, A_p, because of power-supply voltages that are used and because of the peak voltage and current ratings of the components. If a DSB-SC signal with a peak value of A_p is generated by this circuit, show that the

sideband power of this DSB-SC signal is four times the sideband power of a comparable AM signal having the same peak value A_p that could also be generated by this circuit.

6. A DSB-SC signal can be generated from two conventional AM signals as shown in Fig. 30. Using mathematics to describe signals at each point (A to D, s(t)) on the figure, prove that the output is a DSB-SC signal.

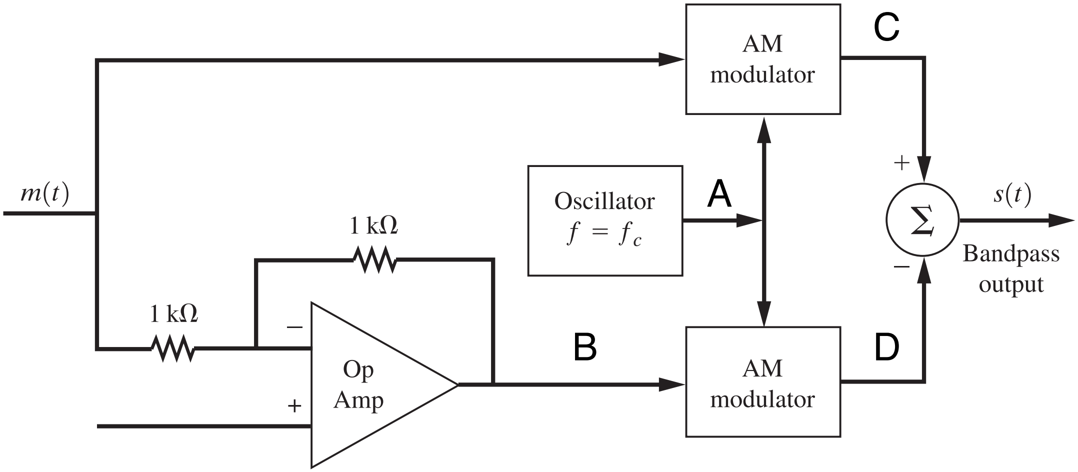


Figure 30: Esquema de geração do sinal AM-DSB-SC

7. AM Convencional. Dado uma mensagem

$$m(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \frac{t_0}{3} \\ -2 & \frac{t_0}{3} \leq t < \frac{2t_0}{3} \\ 0 & c.c \end{cases}$$

modulando uma portadora $c(t) = \cos(2\pi f_c t)$ em um sistema de comunicação AM, com $f_c = 2,5MHz$, $t_0 = 15\mu s$ e índice de modulação $a = 0,85$. Determine:

(a) uma expressão para o sinal modulado;

(b) o espectro da mensagem (informação) e do sinal modulado;

(c) Caso o sinal da mesnagem seja periódico com período igual a t_0, determine a potênica do sinal modulado e a eficiência de modulação;

(d) Caso um ruído seja adicionado ao sinal da mensagem, tal que a SNR à saída do demodulador seja $10dB$, encontre a potência do ruído aditivo.

8. Seja o sinal modulante dado por

$$m(t) = \begin{cases} 1 & , \quad 0,1 \leq t < 1 \\ -t+2 & , \quad 1 \leq t < 1.9 \\ 0,1 & , \quad \text{c.c.} \end{cases} \qquad [\mu s]$$

no intervalo $t \in [0;2]\,\mu s$. Este sinal é empregado na modulação DSB de uma poradora com $f_c = 25MHz$

e amplitude $A_c = 1V$. Escreva um algoritmo em MatLab (ou empregando outro simulador matemático similar) visando determinar

(a) Sinal modulado (gráfico)

(b) Potência do sinal DSB

(c) Espectro d sinal modulado da informação

(d) Desidade espectral de potência do sinal DSB, comparando-a com a PDS do sinal modulante.

9. Foi visto que quando o sinal modulante $m(t)$ apresentar transição na forma de degrau, o temo em quadratura $\widehat{m}(t)$ exibirá picos extremamente acentuados. A envoltória do sinal SSB, eq (30) também apresentará picos acentuados, denominados "chifres". Considere o sinal modulante como uma aproximação de 5^a ordem de um sinal retangular ideal ($t_r = t_f = 0$).

$$m(t) = \cos\omega_m t - \frac{\cos 3\omega_m t}{3} + \frac{\cos 5\omega_m t}{5}$$

Mostre que:

(a) $\widehat{m}(t) = \sin\omega_m t - \frac{\sin 3\omega_m t}{3} + \frac{\sin 5\omega_m t}{5}$, como indicado na figura 31.b.

(b) a envoltória do sinal SSB resultante é dada por, figura :

$$|g(t)| = A_c\sqrt{m^2(t) + \widehat{m}(t)^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} - \frac{4\cos 2\omega_m t}{5} + \frac{2\cos 4\omega_m t}{5}}$$

10. Quando $m(t) = A.\prod\left(\frac{t}{T}\right) \triangleq \begin{cases} 1 & , \quad |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0 & , \quad \text{c.c.} \end{cases}$, a transformada de Hilbert pode ser escrita como $\widehat{m}(t) = \frac{A}{\pi} \ln\left\{\frac{2t+T}{2t-T}\right\}$.

    (a) Utilizando a interpretação gráfica da convolução, esboce a função $\widehat{m}(t) = m(t) * \frac{1}{\pi t}$; mostre que seu esboço concorda com a relação anterior;

    (b) Faça um esboço da envoltória de um sinal SSB para este caso.

11. Se $w(t) = \widehat{m}(t)$, mostre que $\widehat{w}(t) = -m(t)$ e deduza a transformada inversa de Hilbert de $m(t) = -\widehat{m}(t) * \frac{1}{\pi t}$

12. An SSB-AM transmitter is modulated with a sinusoid $m(t) = 5\cos\omega_1 t$, where $\omega_1 = 2\pi f_1$, with $f_1 = 500$ Hz, and $A_c = 1$.

    (a) Evaluate $\widehat{m}(t)$.

    (b) Find the expression for a lower SSB signal.

    (c) Find the RMS value of the SSB signal.

    (d) Find the normalized average power of the SSB signal.

    (e) Find the normalized PEP of the SSB signal.

13. (Aval III, 2003, 2,3ptos) Baseado no diagrama de blocos do **modulador SSB** da figura 32.a, com $f_0 = 5,6MHz$, $A_c = 250V$ e informação com largura de banda de $3dB$ igual a $10KHz$, determine:

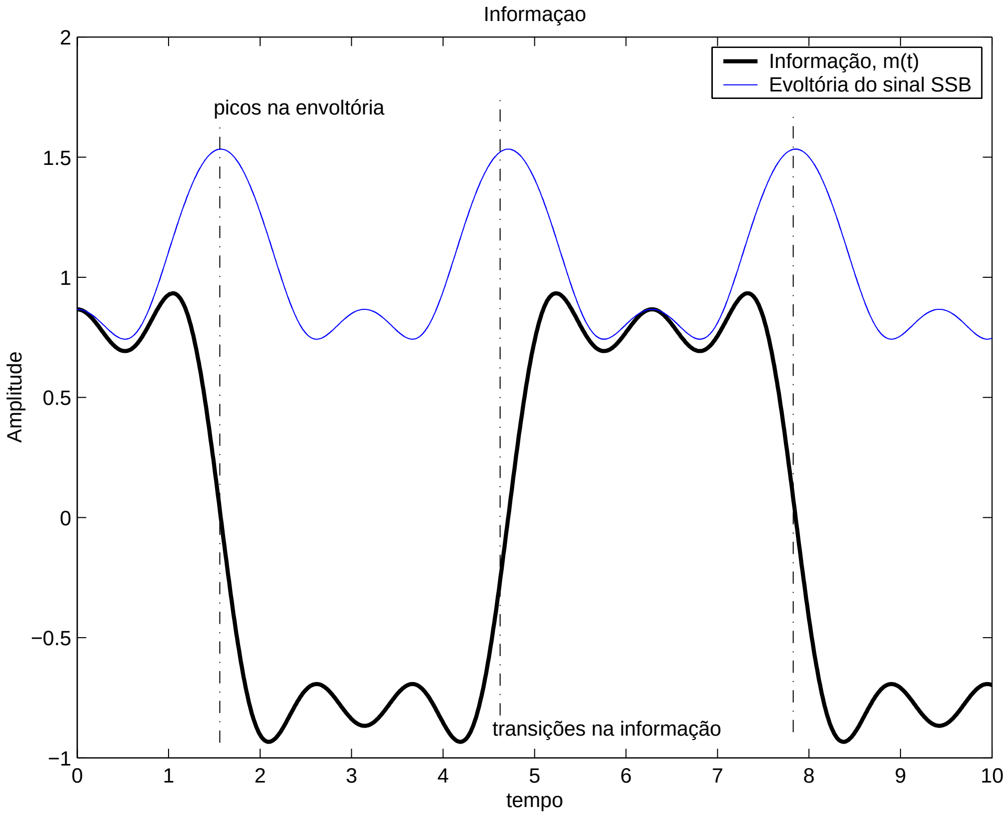


Figure 31: Informação e Envoltória SSB, domínio do tempo.

(a) (0,5) a expressão matemática para $s(t)$ do modulador de Banda Lateral Inferior (LSSB). Indique a condição necessária para que o sinal resultante seja LSSB.

(b) (0,5) mostre que o sinal em $s(t)$ é de fato AM-SSB. Para isto, escreva a expressão para um sinal AM, identificando as diferenças com o SSB.

(c) (0,6) Para ambos os tipos de AM do ítem anterior, obtenha a banda ocupada e eficiência de modulação, considerando $im = 0,75$.

(d) (0,5) Considere uma função modulante $m(t)$ dado pela figura 32.b. Qual a potência média do sinal AM-SSB ?

(e) (0,2) Qual a principal vantagem do método de Weaver sobre o de Geração de Fases e o que utiliza filtragem abrupta da banda lateral :

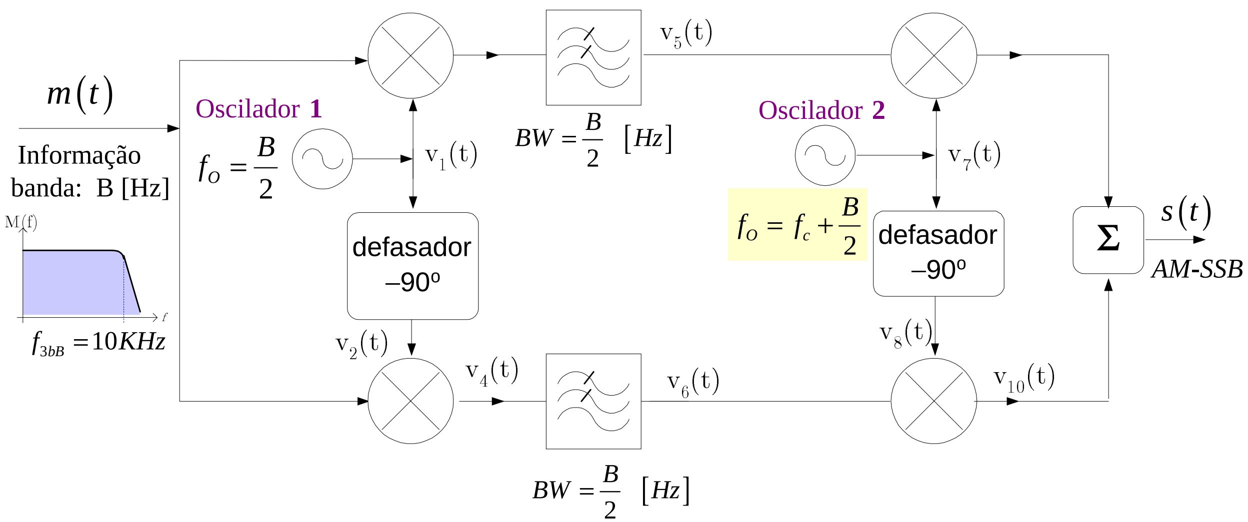
14. Dado o sinal SSB com banda lateral inferior

$$s(t) = m(t)\cos(\omega_c t + \phi) + \widehat{m}(t)\sin(\omega_c t + \phi)$$

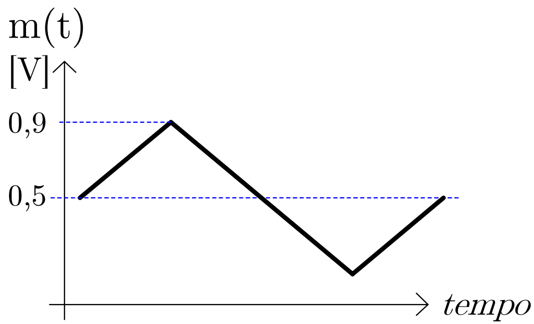
(a) escreva a expressão para as resultantes de amplitude e fase do sinal modulado.

(b) Calcule a potência do sinal modulado.

(c) Esboçe o diagrama fasorial.



a)



b)

Figure 32: Geração de um sinal SSB, banda lateral superior, utilizando método de Weaver. b) Sinal modulante $m(t)$.

Admitindo

```
fm=10;              % freq mensagem
fc=250;             % freq portadora
m=cos(2*pi*fm*t);   % mensagem cossenoidal
c=cos(2*pi*fc.*t);  % protadora
```

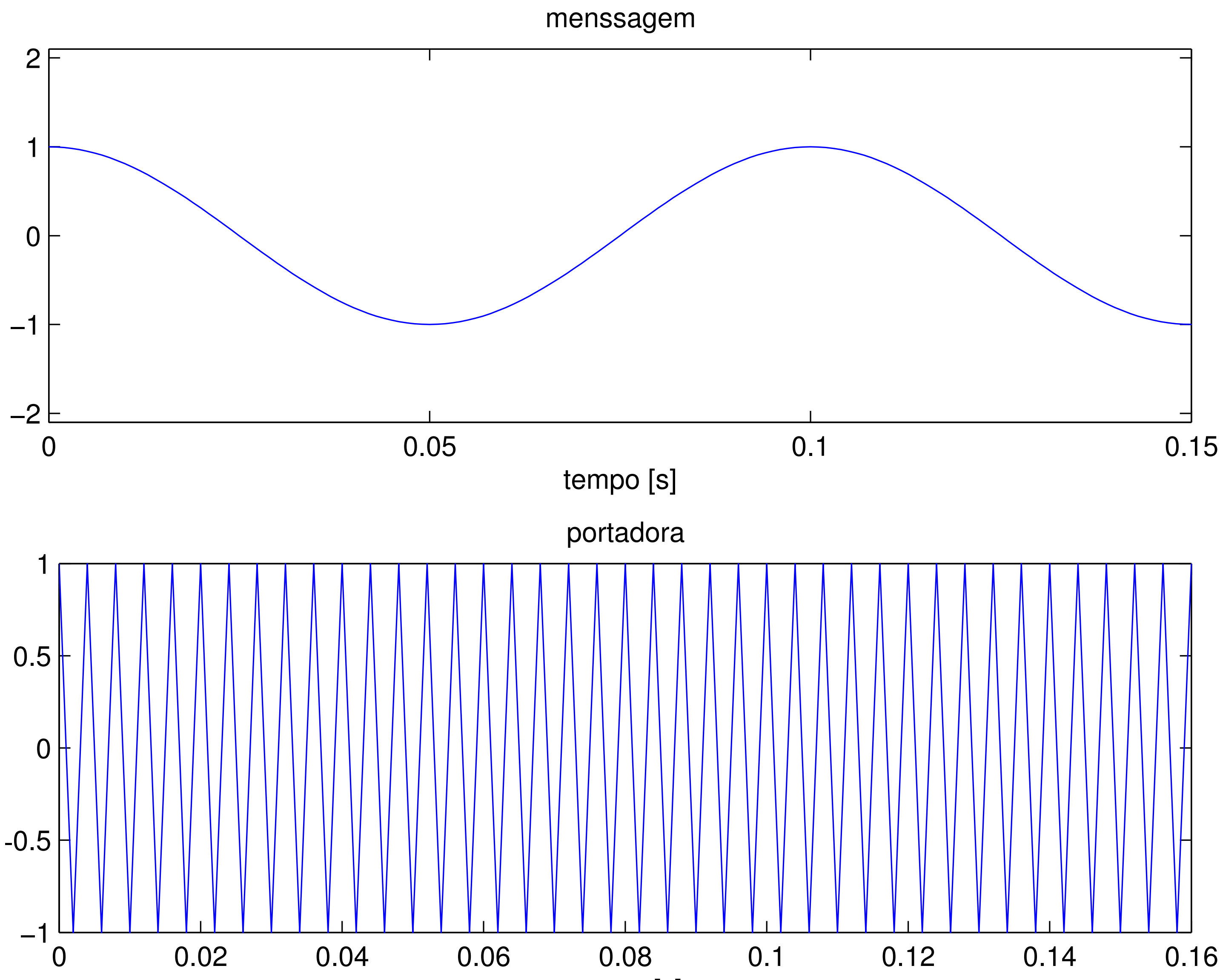
As figuras 33 a 38 esboçam os sinais relacionados à geração da modulação LSSB com mensagem senoidal. Módulo e fase do sinal LSSB, no domínio da freq e tempo, são dadas nas figuras 37 e 38, respectivamente

15. Dado o sinal modulante

$$m(t) = V\cos(\omega_m t)$$

(a) determine as resultantes de amplitude e fase para o sinal SSB

(b) Calcule a potência da portadora modulada em SSB


menssagem
2
1
0
−1
−2
0
0.05
0.1
0.15
tempo [s]
portadora
1
0.5
0
-0.5
−1
0
0.02
0.04
0.06
0.08
0.1
0.12
0.14
0.16

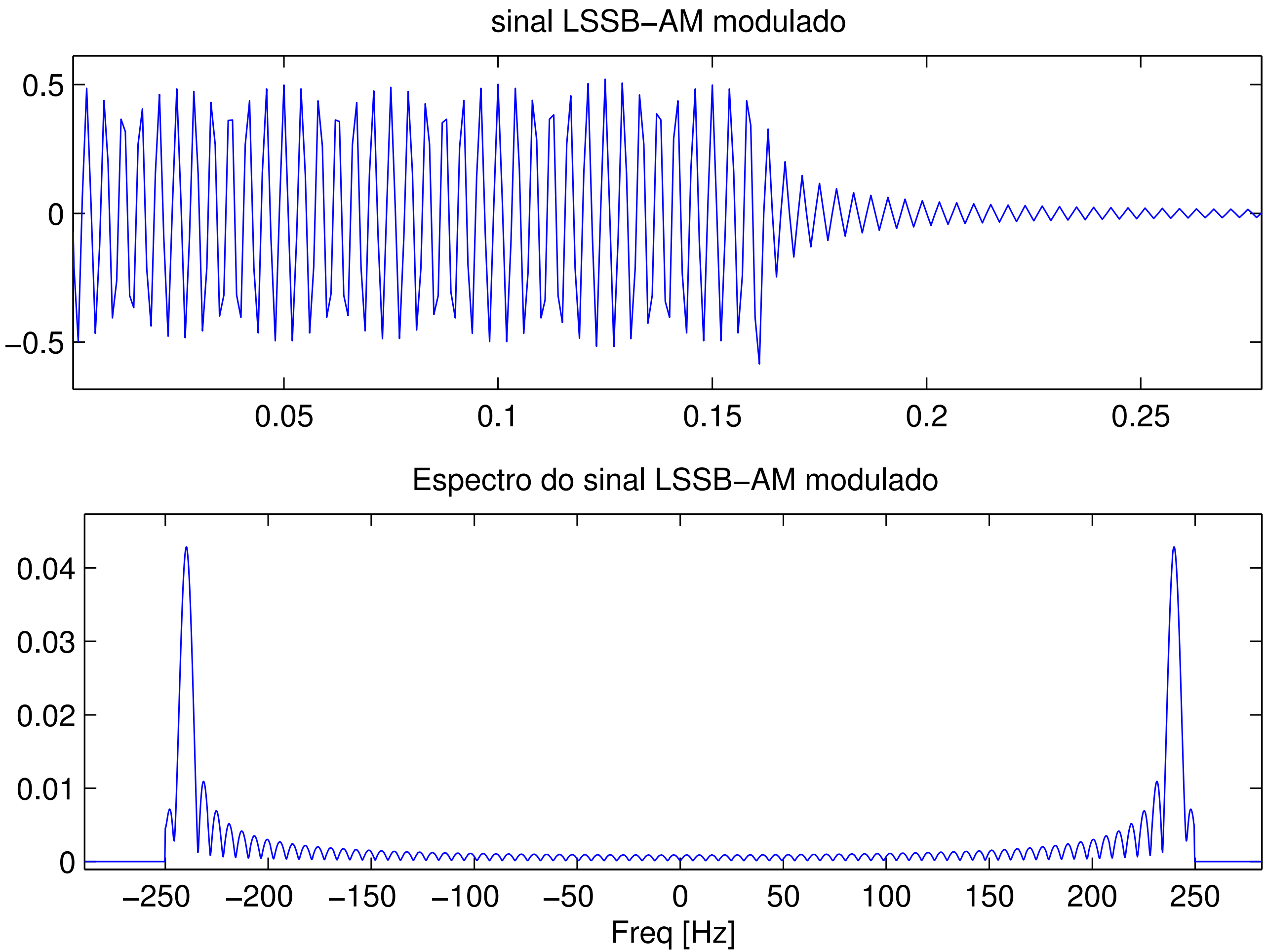


Figure 34: Exemplo de sinal SSB referente ao exercício 14

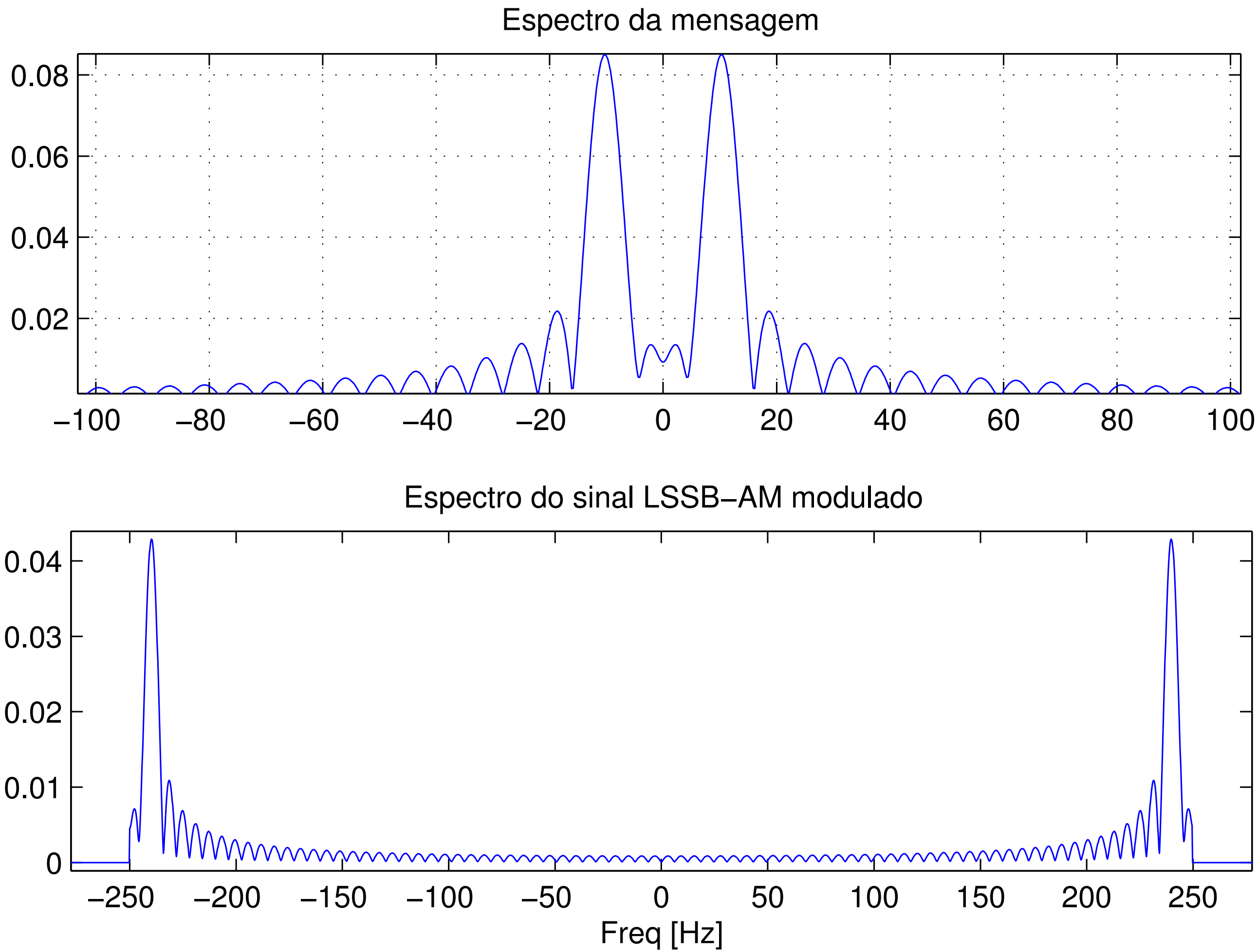


Figure 35: Exemplo de sinal SSB referente ao exercício 14

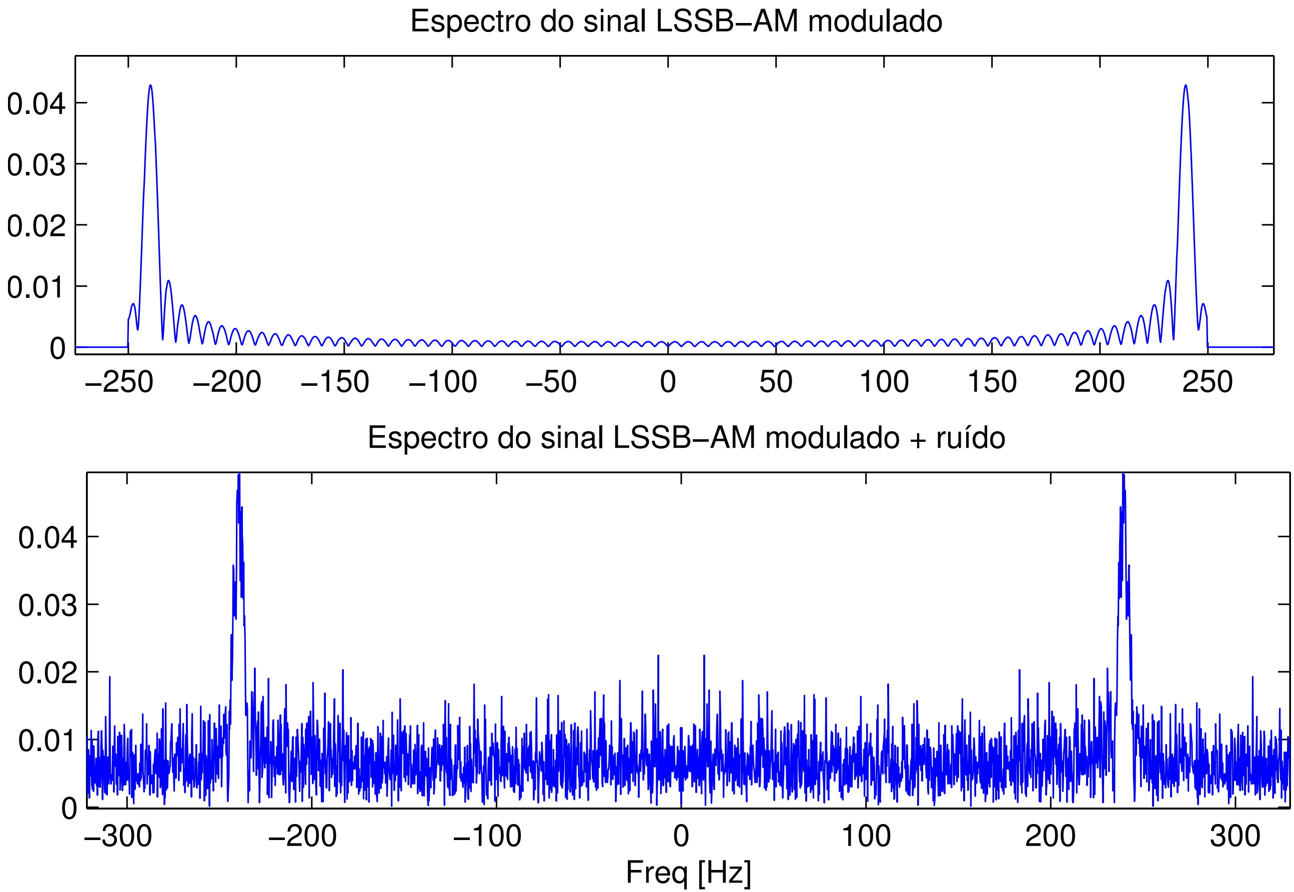


Figure 36: Exemplo de sinal SSB referente ao exercício 14

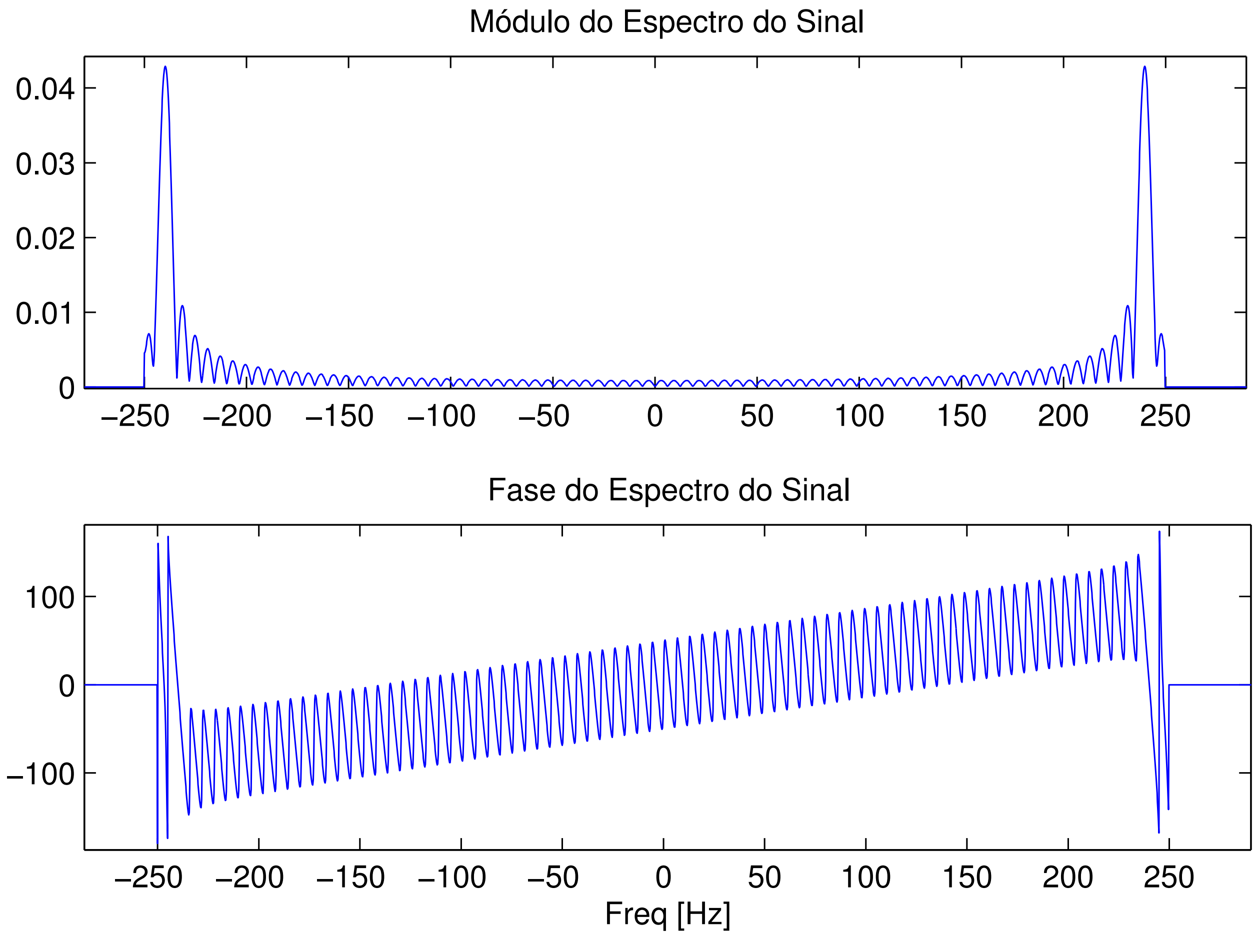


Figure 37: Exemplo de sinal SSB referente ao exercício 14

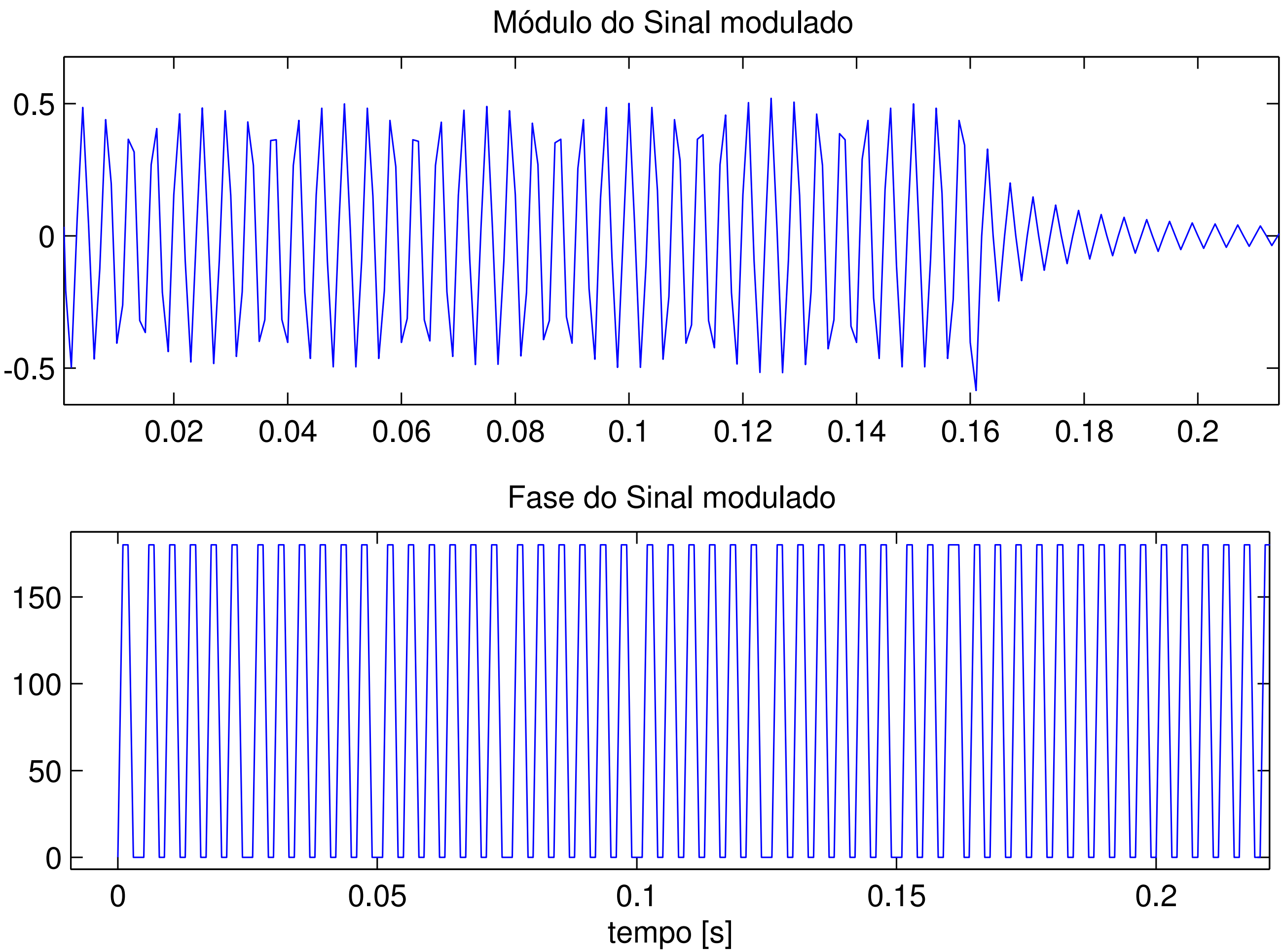


Figure 38: Exemplo de sinal SSB referente ao exercício 14

16. (**2,0**pts) Considere os detectores Quadrático e Costas Loop, sendo este último descrito na Fig. 40. Responda:

   (a) (0,6) Por que é possível recuperar a portadora e detectar a mensagem $m(t)$ de um sinal do tipo:

$$A_c m \cdot (t) \underbrace{\cos \omega_c t}_{\text{carrier}} \Longleftrightarrow \frac{A_c}{2} \cdot [M(f - f_c) + M(+f_c)]$$

   utilizando qualquer um dos dois detectores. É possível detectar a mensagem $m(t)$ utilizando um PLL (*Phase-Locked Loop*) convencional? Por que?

   Para o detector Costas Loop da Fig. 40, responda:

   (b) (0,5) Discuta o efeito do erro de fase θ_e sobre o sinal demodulado? Calcule o impacto de $\theta_e = 0$, $\pm\pi/2$ e $\pm\pi$ sobre o sinal demodulado (interprete os resultados).

   (c) (0,9) Determine a tensão de controle do VCO em função de θ_e, sabendo-se que $m(t) = 0,2\sin(\omega_m t + \pi/6)$. Assuma $A_c = 0,8V$ e a amplitude de pico à saída do VCO igual a $3V$.

17. (**2,4**pts) Um transmissor AM desenvolve uma potência de saída não modulada de 1kW através de uma carga resistiva de 50Ω. Quando um tom de teste senoidal com uma amplitude de pico de 5,0V é aplicado à entrada do modulador, a linha de cada banda lateral no espectro de magnitude da saída corresponde a 40% da raia espectral da portadora. Determine:

   (a) (0,8) O índice de modulação;

   (b) (0,3) A amplitude de pico da banda lateral inferior;

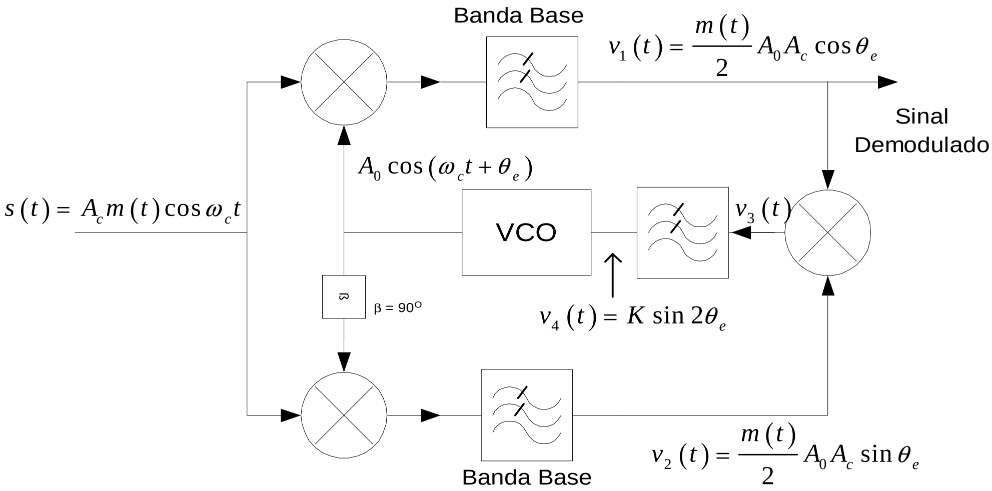


Figure 39: Detector Costas Loop (PLL modificado) para AM.

(c) (0,3) A razão da potência total das bandas laterais pela potência da portadora;

(d) (0,5) A potência de saída total;

(e) (0,5) Potência média total na saída se a amplitude de pico da senóide modulante é reduzida para 4V.

18. (Aval III, 2003, **2,0**ptos) Dado o diagrama do Detector **Costa Loop** da figura 40,

(a) (0,6) Explique o princípio de funcionamento do detector, descrevendo matematicamente as formas de onda presente em cada ponto do diagrama $(v_I, v_Q, v_1, v_2, v_3, v_4)$ e as hipóteses adotadas.

(b) (0,6) Qual o efeito do erro de fase θ_e sobre o sinal demodulado ? Avalie os principais valores notáveis para θ_e, interpretando o resultado do sinal demodulado.

(c) (0,8) Determine a tensão de controle (DC) do VCO, sabendo-se que $m(t)$ é do tipo senoidal com amplitude de pico igual a $0,2V$. Adicionalmente, admita $A_c = 0,8V$ e a amplitude de pico à saída do VCO igual a $3V$.

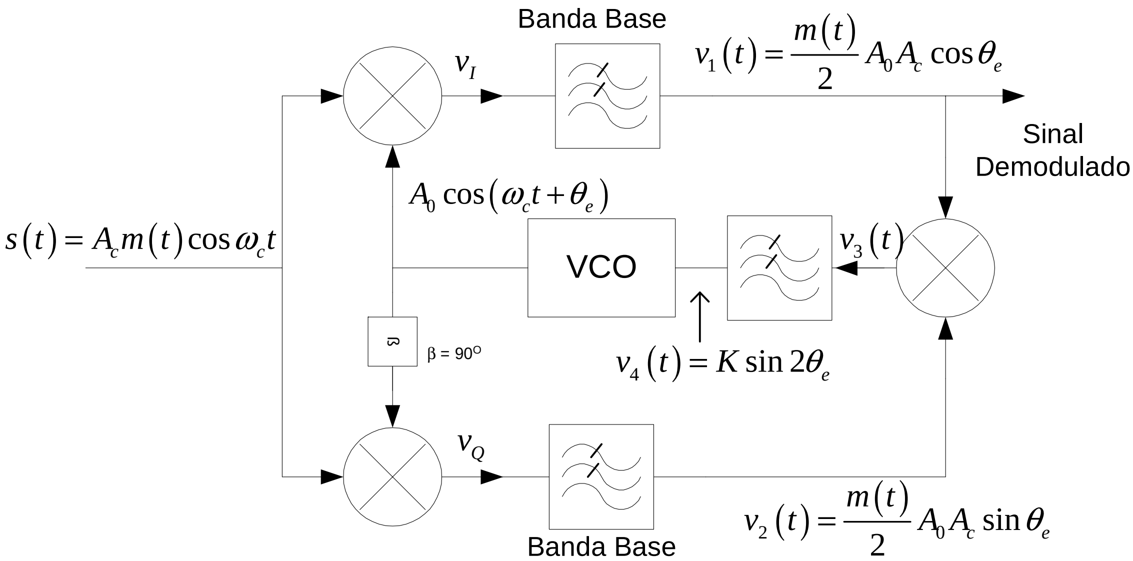


Figure 40: Detector Costas Loop para sinais AM DSB/SC.

U2 - Modulação em amplitude (AM)

Nome: Caio Vitela Freitas

RA: 201800790582

Questão 1)

(a) Para avaliar a potência licenciada FCC:

- frequência da portadora é 850 kHz;
- potência de saída é 5000 W;
- usando, como referência, a potência FCC de 1kW.

Obtemos:

$$P_{dBk} = 10 \log_{10}\left(\frac{P}{1kW}\right)$$

$$= 10 \log_{10}\left(\frac{5000\,W}{1000\,W}\right)$$

$$= 10 \cdot \log(5)$$

$$= 6.99\ dBk$$

(b) A tensão sobre a carga é dada por:

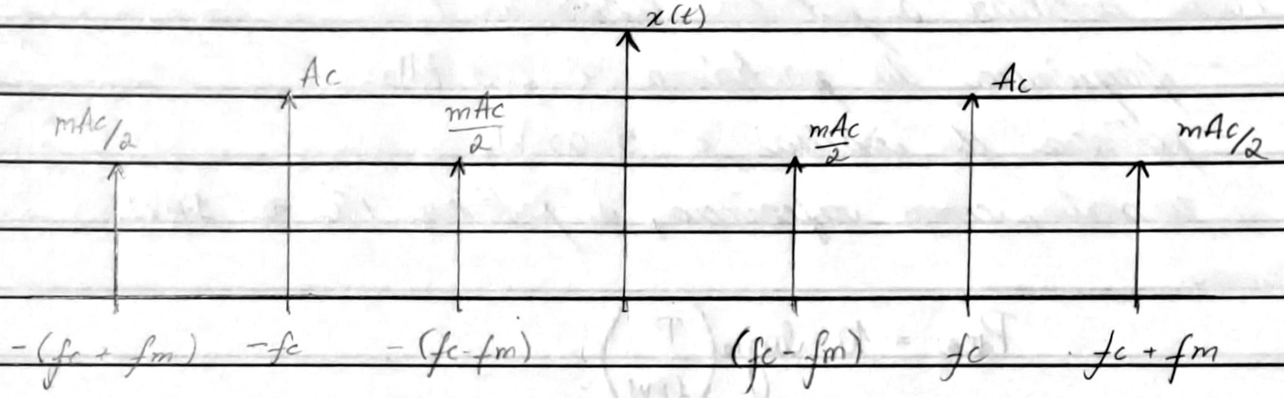
$$x(t) = A_c\left[1 + m \cdot \cos(w_m t)\right] \cos w_c t$$

$$= A_c\left[1 + m \cdot \cos(2\pi f_m t)\right] \cdot \cos(2\pi f_c t)$$

m é o índice de modulação, logo m = 90% = 0,9. Portanto,

$$x(t) = A_c\left[1 + 0{,}9 \cdot \cos(2\pi f_m t)\right] \cos(2\pi f_c t) \,//$$

(c) A tensão pode ser representada no domínio da frequência. No caso da modulação de amplitude com frequência portadora de 850 kHz e frequência de modulação de 1 kHz com profundidade de modulação de 90%, o espectro da tensão mostra linhas espectrais adicionais ao redor da portadora, separadas por ± 1000 Hz da frequência da portadora original.



(d) A potência total é dada por:

$$P_t = \frac{A_c^2}{2} + \frac{A_c^2 m^2}{4},$$

da equação acima, temos:

$$5000 = \frac{A_c^2}{2} + \frac{A_c^2 \cdot m^2}{4}$$

$$5000 = \frac{A_c^2}{2}\left[1 + \frac{m^2}{2}\right]$$

$$5000 = \frac{A_c^2}{2}\left[1 + \frac{(0,9)^2}{2}\right]$$

$$5000 = \frac{A_c^2}{2}\left[1 + 0,405\right]$$

$$10000 = A_c^2 \cdot (1,405)$$

$$A_c^2 = 711,744$$

$$A_c = 26,68\ V$$

A potência média dissipada é:

$$P_M = \frac{P_t}{R} = \frac{5000 \text{ W}}{50 \ \Omega} = 100 \ \frac{W}{\Omega}$$

(c) A potência de pico da envoltória é:

$$P_{env} = \frac{A_c^2 \cdot m^2}{2} = \frac{711,744 \cdot (0,90)^2}{2}$$

$$= 711,744 \cdot 0,405$$
$$= 288,26 \text{ W}$$

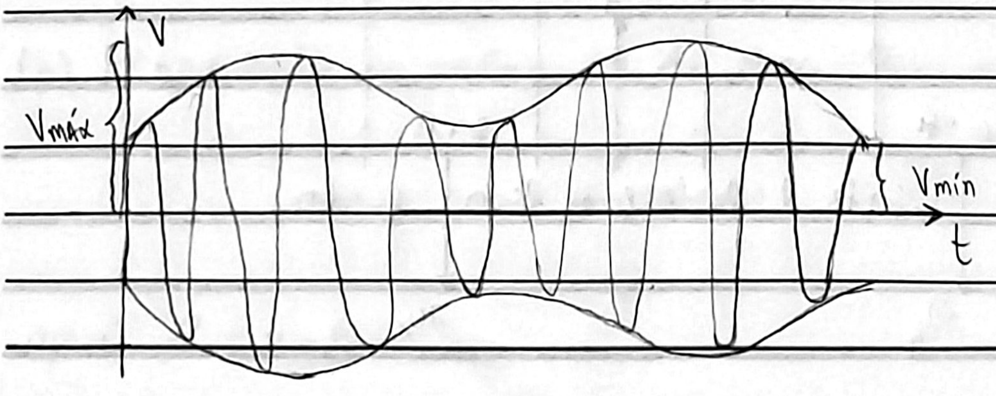
Questão (2)

Sabendo que $u_1 = 0,2$ e $u_2 = 0,5$, temos:

$$u_T = \sqrt{(0,2)^2 + (0,5)^2} = 0,54.$$

(a) $V_{min} = A_c [1 - u_T]$
$= 100 [1 - 0,54]$
$= 46 \text{ V}$

$V_{MAX} = A_c [1 + u_T]$
$= 100 [1 + 0,54]$
$= 154 \text{ V}$



(b) índice de modulação $= \mu_T \cdot 100\%$

$= 0{,}54 \cdot 100\%$

$= 54\%$

(c) $s(t) = A_c[1 + m(t)]\cos(w_c t)$

$$s(t) = \underbrace{100 \cdot \cos(w_c t)}_{1} + \underbrace{100 \cdot 0{,}2 \cdot \sin(w_1 t) \cdot \cos(w_c t)}_{2} + \underbrace{100 \cdot 0{,}5\cos(w_2 t)\cos(w_c t)}_{3}$$

Então, calculando a FT para os termos acima, tem-se:

1 $$100 \cdot \cos(w_c t) = \frac{100}{2}\delta(f - f_c) + \frac{100}{2}\delta(f + f_c$$

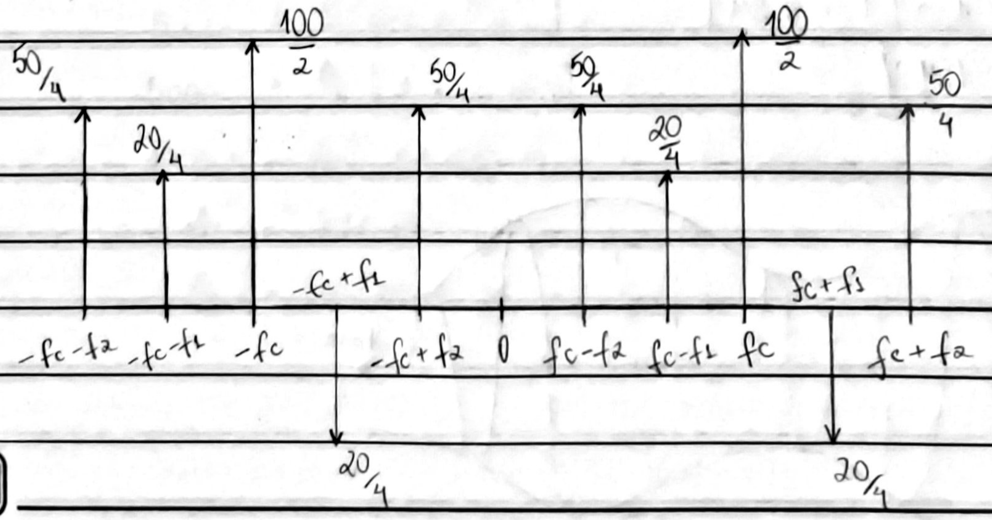
2 $$20\sin(w_1 t)\cos(w_c t) = \frac{20}{4}\delta(f - (f_c + f_1)) - \frac{20}{4}\delta(f + (f_c + f_1))$$

$$- \frac{20}{4}\delta(f - (f_c - f_1)) + \frac{20}{4} \cdot \delta(f + (f_c - f_1))$$

3 $$50 \cdot \cos(w_2 t) \cdot \cos(w_c t) = \frac{50}{4}\delta(f - (f_c + f_2)) + \frac{50}{4} \cdot \delta(f + (f_c + f_2))$$

$$+ \frac{50}{4} \cdot \delta(f - (f_c - f_2)) + \frac{50}{4}\delta(f + (f_c - f_2))$$

Representação:



(d) A potência média do sinal AM:

$$P_{AVG} = P_C \left[1 + \frac{u_T^2}{2} \right],$$

$$= \left(\frac{A_C}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \frac{1}{R} \left[1 + \frac{u_T^2}{2} \right]$$

$$= \frac{100^2}{2} \cdot \frac{1}{50} \left[1 + \frac{(0{,}54)^2}{2} \right]$$

$$= 100 \cdot (1 + 0{,}1458)$$

$$= 114{,}58\ W$$

Questão 3)

(a) O complex envelope para sinais AM em termos de A_1 e w_1:

$$g(t) = A_C (1 + m(t))$$
$$= A_C (1 + A_1[\cos(w_1 t) + \cos(2w_1 t)])$$

=> Para encontrar A_C:

$$50000 = \frac{1}{2} \frac{A_C^2}{50}$$

$$A_C = \sqrt{50000 \cdot 100} = 2236{,}06\ V$$

Logo, $g(t) = 2236{,}06 \cdot (1 + A_1[\cos(w_1 t) + \cos(2w_2 t)])$.

(b) Determinando o valor de A_1 para 90% de modulação:

$$x(\theta) = \cos\theta + \cos(2\theta), \qquad (1)$$

aqui $\theta = w_1 t$.

Para encontrar o valor de A_1, primeiro determinamos os valores de A_{max} e A_{min}.

$$A_{max} = 2236,06 [1 + A_1 . x_{max}]$$
$$A_{min} = 2236,06 [1 + A_1 . x_{min}]$$

Para $\theta = 0$, temos o valor $x_{máx}(0) = 2$. Diferenciando (1) em relação a θ e igualando a 0, temos:

$$\frac{dx(\theta)}{d\theta} = 0$$

$$-\sin\theta - 2 . \sin(2\theta) = 0 \qquad (2)$$

$$-\sin\theta = 2 . \sin(2\theta)$$
$$-\sin(\theta) = 2 . (2 . \sin\theta . \cos\theta)$$
$$\cos(\theta) = -\frac{1}{4}$$

$$\theta = 104,47°$$

Logo, substituindo $\theta = 104,47°$ em (1), tem-se:

$$x_{min}(\theta) = \cos(104,47°) + \cos(2 \cdot 104,47°)$$
$$= -1,125 \text{ //}$$

$$A_{max} = 2236,06 (1 + 2A_1)$$
$$A_{min} = 2236,06 (1 - 1,125 A_1)$$

$$\% \text{ modulação} = \frac{A_{max} - A_{min}}{2 . A_c} = \frac{\cancel{2236,06} . [1 + 2A_1 - 1 + 1,125 . A_1]}{2 . \cancel{2236,06}}$$

$$0,90 = \frac{3,125}{2} A_1 \Rightarrow A_1 = 0,576 \text{ //}$$

tilibra

(c) $A_{MAX} = 2236,06\,(1 + 2 \cdot A_1)$

$= 2236,06\,(1 + 2 \cdot 0,576)$

$= 4812\ V$

A corrente de pico é dado por:

$$I_{máx} = \frac{A_{máx}}{R_L} = \frac{4812}{50} = 96,24\ A.$$

Considerando o tempo médio do AM para $w_c \gg w_1$ tende a zero.

$$\langle s(t) \rangle = \langle 2236,06\,(1 + 0,576(\cos w_1 t + \cos 2w_1 t)\cos w_c t) \rangle = 0$$

Portanto, a corrente média é dado por:

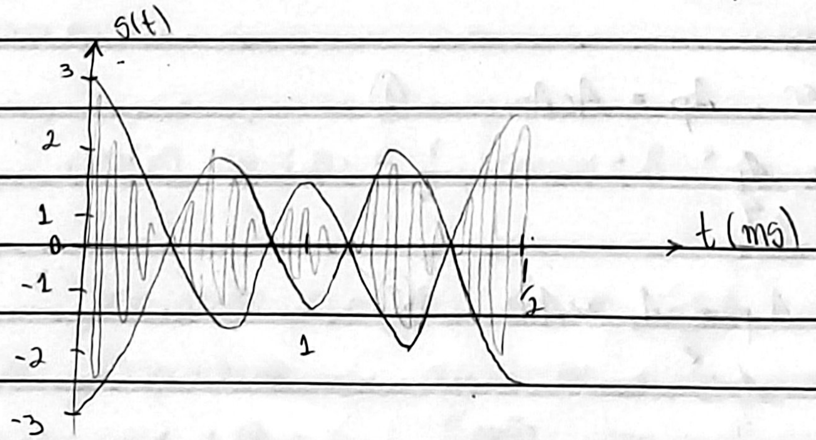
$$I_{AVG} = 0\ A.$$

Questão 4)

(a) $m(t) = \cos(w_1 t) + 2 \cdot \cos(w_2 t)$, onde $w_1 = 2\pi f_1 = 1000\pi$ rad/s.

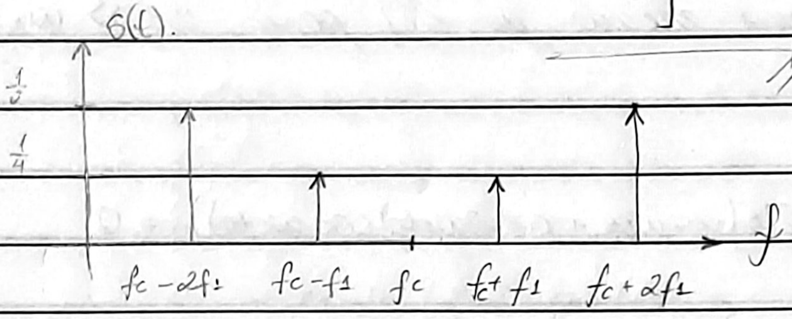
$s(t) = m(t) \cdot \cos w_c t = (\cos(w_1 t) + 2 \cdot \cos(w_2 t))\cos(w_c t)$

A forma de onda de s(t) é representada como:



(b) $s(t) = \frac{1}{2}\left[\cos(\omega_c - \omega_1)t + \cos(\omega_c + \omega_1)t\right] + \cos(\omega_c - 2\omega_1)t + \cos(\omega_c + 2\omega_1)t$

$$S(f) = F[s(t)] = \frac{1}{4}\Big[\delta(f-(f_c-f_1)) + \delta(f+(f_c-f_1)) + \delta(f-(f_c+f_1)) + \delta(f+(f_c+f_1))\Big]$$
$$+ \frac{1}{2}\Big[\delta(f-(f_c-2f_1)) + \delta(f+(f_c-2f_1)) + \delta(f-(f_c+2f_1)) + \delta(f+(f_c+2f_1))\Big]$$



(c) $P_{AVG} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1)^2 + (1)^2\right] = 1{,}25\,W$

(d) $A_{MAX} = 3 \Rightarrow PEP_{NORM} = \frac{(3)^2}{2} = 4{,}5\,W$

Questão 5)

Onda da portadora: $c(t) = A_c \cdot \cos(2\pi f_c t)$

Onda da mensagem: $m(t) = A_m \cdot \cos(2\pi f_m t)$

Pico do sinal DSB-SC: $A_p = A_c A_m$ ①

Potência SB: $P_{SB1} = \frac{A_p^2}{4}$

Pico do sinal AM: $A_p = A_c + A_m$ ②

Potência SB: $P_{SB2} = \frac{A_m^2}{4}$

tilibra

Resolvendo ① e ②, podemos aproximar:

$$P_{SB2} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4}A_P^2\right) = \frac{A_P^2}{16}$$

$$\therefore \boxed{P_{SB1} = 4 \cdot P_{SB2}}$$

Questão 6)

Sinais de entrada:

$$s_1(t) = A_c \cos(\omega_c t + \phi)$$
$$s_2(t) = A_m \cdot \cos(\omega_m t + \phi)$$

Sinal de saída:

$$s_0(t) = [s_1(t) - s_2(t)] \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c)$$

Substituindo os indicadores de entrada dentro da equação de saída, temos:

$$s_0(t) = [A_c \cos(\omega_c t + \phi) - A_m \cdot \cos(\omega_m t + \phi)] \cdot \cos(\omega_c t + \phi_c).$$

Expandindo o produto, com o uso da identificação trigonométrica:

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

O primeiro período, $A_c \cdot \cos(2\omega_c t + 2\phi_c)$, é um fator de dupla frequência. O segundo e o quarto, $A_c \cdot \cos(\phi_c - \phi_m)$ e $- A_m \cos(\omega_c t + \phi_c - \phi_m)$, são componentes da banda lateral inferior e superior, respectivamente. O terceiro período, $A_m \cos(\omega_c t \cdot \phi_c \phi_m)$, é um componente portador suprimido.

Questão 7)

(a) O sinal modulado $m(t)$ é dado por:

$$u(t) = c(t)\left[1 + \mu m(t)\right],$$

onde μ é o índice de modulação. Logo, a expressão para o sinal modulado $u(t)$ pode ser obtida como:

$$u(t) = \begin{cases} \cos(2\pi f_c t)\left[1 + \mu\right] & 0 \leq t < \frac{t_0}{3} \\ \cos(2\pi f_c t)\left[1 - 2\mu\right] & \frac{t_0}{3} \leq t < \frac{2t_0}{3} \\ \cos(2\pi f_c t) & \frac{2t_0}{3} \leq t < t_0 \end{cases}$$

com $t_0 = 15\,\mu s$ e $f_c = 2{,}5\,MHz$.

(b) $m(t)$ pode ser expressado $\forall t$ como:

$$m(t) = rect\left(\frac{3t}{t_0} - \frac{1}{2}\right) - 2\,rect\left(\frac{3t}{t_0} - \frac{3}{2}\right).$$

Espectro de $m(t)$:

$$M(f) = \left(\frac{t_0}{3}\right) sinc\left(\frac{f \cdot t_0}{3}\right) \cdot e^{-j2\pi f\left(\frac{t_0}{6}\right)} - \left(\frac{2t_0}{3}\right) \cdot sinc\left(f\left(\frac{t_0}{3}\right)\right) e^{-j2\pi f \cdot \left(\frac{t_0}{2}\right)}$$

$$M(f) = \left(\frac{t_0}{3}\right) sinc\left(f\left(\frac{t_0}{3}\right)\right) \cdot e^{-j2\pi t f_0}\left[e^{\frac{j2\pi t_0 f}{3}} - 2\right]$$

O espectro de $u(t)$ é dado por:

$$U(f) = \mathcal{F}\{u(t)\} = \pi\{\delta(f-f_c) + \delta(f+f_c) + \mu[M(f+f_c) + M(f-f_c)]\}$$

$$U(f) = \pi\{\delta(f-f_c) + \delta(f+f_c) + \frac{\mu t_0}{3} e^{-j\pi f t_0}[\operatorname{sinc}((f+f_c)(\tfrac{t_0}{3}))(e^{j2\pi(f+f_c)(\frac{t_0}{3})} - 2) + \operatorname{sinc}((f-f_c)(\tfrac{t_0}{3}))(e^{j2\pi(f-f_c)(\frac{t_0}{3})} - 2)]\}$$

(c) Assumindo o índice de modulação seja μ, como período de $m(t) = t_0 = 15\,\mu s$:

$$\frac{1}{f_c} = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^6} = 0{,}4\,\mu s.$$

Assim, a potência do sinal modulado $u(t)$ é próximo a

$$P_u = \frac{1}{3} \cdot \frac{(1+\mu)^2 + (1-2\mu)^2}{2}$$

$$= \frac{(1+\mu)^2 + (1-2\mu)^2}{6}$$

(d) Considerando $SNR = 10\text{ dB} = 10 \cdot \log\left(\frac{P_u}{P_n}\right)$.

$\Rightarrow P_u = 10\,P_n$,

onde P_u = potência do sinal modulado $u(t)$ e P_n = potência do ruído.

$$P_n = 0{,}1 \cdot P_u = \frac{(1+\mu)^2 + (1-2\mu)^2}{60}$$

Questão 12) Considerando $m(t) = 5.\cos(w_1 t)$, onde $w_1 = 2\pi f_1$, $f_1 = 500 Hz$, $A_c = 1$ e $w_1 = 2\pi f_1 = 1000\pi = \pi\ kHz$.

(a) $\hat{m}(t)$ é a transformada de Hilbert de $m(t)$ transladada 90°. A transf. de Hilbert de $m(t) = \cos wt$ é

$$\hat{m}(t) = \sin(wt) \Rightarrow \hat{m}(t) = 5.\sin(w_1 t).$$

(b) A equação no domínio do tempo do sinal SSB é:

$$S(t) = \frac{A_c A_m}{2} \cos 2\pi (f_c \pm f_m) t.$$

Portanto, a expressão para lower SSB signal é:

$$S(t) = \frac{A_c . m(t)}{2} . \cos 2\pi f_c t + \frac{A_c \hat{m}(t)}{2} . \sin 2\pi f_c t$$

$$= 1. \frac{5}{2} . \cos w_1 t . \cos 2\pi f_c t + \frac{5}{2} . \sin w_1 t . \sin 2\pi f_c t$$

$$= \frac{5}{2} \left(\cos(\pi\ kHz) - 2\pi f_c \right) = \frac{A_c A_m}{2} \cos 2\pi (f_c - f_m) t$$

(c) O valor RMS do lower SSB signal é:

$$V_{RMS} = \frac{5}{2\sqrt{2}} = \underline{\frac{5}{2\sqrt{2}}\ V} //$$

(d) O valor de pico é:

$$V_m = V_p = \underline{\frac{5}{2}\ V} //$$

tilibra

(e) A potência média normalizada do sinal SSB inferior é

$$P_{AVG} = \frac{Vm^2}{R}, \text{ onde } R = 1\Omega.$$

Logo,

$$P_{AVG} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{12,5}{4} \text{ W}$$

(f) O PEP normalizado é:

$$PEP = \frac{V_{RMS}^2}{R} = \frac{Ac^2 \cdot Am^2}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4} = \frac{25}{4} \text{ W}$$

Questão 15)

(a) Amplitude

- SSB - SC: igual a amplitude da portadora, A.
- SSB - USB e LSB: amplitude igual $\frac{A}{2}$

Fases:

- SSB - SC: a fase é a mesma da portadora.
- SSB - USB: a fase é $\pi/2$ atrasada em relação à portadora original
- SSB - LSB: a fase é $\pi/2$ adiantada em relação à portadora original.

(b) Potência da portadora:

$$P_c = \frac{A^2}{2}$$

A potência da bandas laterais é igual à potência da portadora suprimida. Logo,

$$P_{SSB} = \frac{A^2}{4} \text{ W}$$

Questão 17)

(a) Inicialmente, temos que encontrar a tensão RMS do sinal da portadora não modulado:

$$V_c = \sqrt{P_c \cdot R} = \sqrt{1000 \cdot 50} = 223,6 \text{ V}$$

A linha espectral para cada banda lateral no espectro de magnitude da saída é 40% da linha portadora. Portanto, a amplitude total de ambas bandas é 80% do sinal da portadora.

Assumindo que a amplitude total de ambas as bandas laterais seja A. Então, podemos escrever:

$$A + V_c = 1,8 \cdot V_c$$

$$A = 0,8 \cdot V_c$$

$$A_{LSB} = A_{RSB} = 0,4 V_c.$$

Assim, podemos calcular o índice de modulação:

$$m = \frac{V_m}{V_c} = \frac{5}{223,6} = 0,0224$$

(b) A partir dos cálculos feitos no item (a), sabemos que a amplitude de cada banda lateral é 0,4Vc. Logo, o pico de amplitude em cada banda lateral é:

$$P_{LSB} = P_{RSB} = 0,4 . V_C . \sqrt{2} = 0,566 \; V_C.$$

(c) A potência da portadora é:

$$P_C = \frac{V_C^2}{2} = \frac{(223,6)^2}{2} = 25 \text{ kW}.$$

A potência de cada banda lateral é:

$$P_{SB} = \frac{V_C^2}{2} . \frac{m^2}{4} = \frac{25.000 . (0,0224)^2}{2} = 2,22 \text{ W}.$$

Portanto, $\frac{P_{SB}}{P_C} = \frac{m^2}{4} = 0,00025$ //

(d) A potência total de saída:

$$P_T = P_C + 2P_{SB} = 1000 . 2 . 2,22 = 1004,44 \text{ W}$$ //

(e) A potência média total pode ser calculada usando a fórmula:

$$P_{AVG} = \frac{V_{RMS}^2}{R},$$

onde V_{RMS} é a tensão do sinal de saída.

Quando a amplitude de pico da senóide modulante é reduzida para 4,0V, o novo índice de modulação será:

$$m_{novo} = \frac{4,0}{223,6} = 0,0179.$$

A nova potência de banda lateral será:

$$P_{SB} = \frac{V_c^2}{2} \cdot \frac{m_{NOVO}^2}{4} = 25000 \cdot \frac{(0,0179)^2}{4} = 2,00\,W$$

Assim, a nova potência total de saída será:

$$P_T = P_C + 2P_{SB} = 1000 + 2 \cdot 2 = 1004\ W.$$

Finalmente, a nova tensão RMS é:

$$V_{RMS} = \sqrt{P_{AVG} \cdot R} = \sqrt{\frac{P_T}{2} \cdot 50} = 158,43\ V$$