Nome: Flávia Saraiva Lorca

① Seja um sistema FM com índice de modulação igual a 15, constante de desvio de freq. do modulador (VCO) igual a 850 [rad/V.s], um sinal modulante triangular m(t), figura 62.a e o correspondente sinal FM dado na figura 62.b. Utilizando todos os valores de parâmetros do sinal, determine:

(a) O espectro do sinal modulante.

(b) O desvio máximo do sinal FM e os instantes em que ocorre.

(c) O sinal modulado é WBFM ou NBFM? Justifique.

(d) O espectro aproximado para o sinal FM. Justifique por que o método analítico para a obtenção deste espectro não é exato.

(e) Esboce o espectro do sinal FM indicando a largura de banda aproximada ocupada pelo sinal.

(f) Caso fosse utilizado um sinal $m(t) = 3.\cos(40\pi t)$, determine o novo espectro do sinal FM.

(a) Como m(t) é uma onda triangular: $\Lambda\left(\frac{t}{T}\right) \Leftrightarrow T\,[\text{Sinc}(\pi f.T)]^2$

p/ $T = 0{,}05$ s. Então: $M(f) = 3.0{,}05.\,[\text{Sinc}(\pi.f\,0{,}05)]^2$

(b) $\Delta F = \{\max[m(t)].\,K_f\} = \frac{3.850}{2\pi} = \boxed{405{,}84\text{ Hz}}$

O desvio máximo (ΔF) ocorre em todos os picos de m(t). Portanto ocorre em $t = 0{,}025\,(2n+1)$. Onde n representa o n-ésimo pico de m(t).

(c) O sinal modulado é um WBFM, pois β é maior que um.

(d) O espectro aproximado do sinal é dado pela PDS. Portanto:

Para m(t) triangular a PDF será: $f_m = \begin{cases} \frac{1}{2V_p}, & |m| < V_p \\ 0, & \text{c.c} \end{cases}$

FORONI
© Disney/Pixar

E A PDE: $P_s(f) = \frac{\pi . A_c^2}{2 . D_f} \left\{ f_m . \left[\frac{2\pi}{D_f} . (f - f_c) \right] + f_m \left[\frac{2\pi}{D_f} . (f + f_c) \right] \right\}$

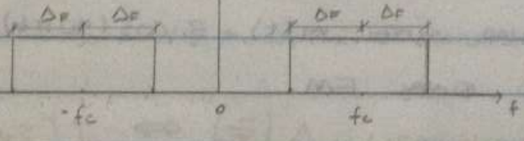
$$P_s(f) = \frac{\pi . A_c^2}{2 . D_f} \begin{cases} \frac{1}{2 V_p} . \left[\frac{2\pi}{D_f} (f - f_c) \right] < V_p + \frac{1}{2 . V_p} \left[\frac{2\pi}{D_f} (f + f_c) \right] < V_p \\ 0 \quad , \quad c.c \qquad\qquad 0, \ c.c \end{cases}$$

$D_f = 2\pi . K_f$ E $\Delta F = k_f . V_p$, ENTÃO

$$P_s(f) = \begin{cases} \frac{A_c^2}{8 . \Delta F} , (f_c - \Delta F) < f < (f_c + \Delta F) + \frac{A_c^2}{8 . \Delta F} , (-f_c - \Delta F) < f < (-f_c + \Delta F) \\ 0 \ , \ c.c \qquad\qquad 0, \ c.c \end{cases}$$

O MÉTODO ANALÍTICO P/ OBTENÇÃO DESTE ESPECTRO NÃO É EXATO POIS É SÓ UMA APROXIMAÇÃO DO ESPECTRO ATRAVÉS DA DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA (PDS). O ESPECTRO REAL SÃO LINHAS ESPECTRAIS DADAS POR FUNÇÕES DELTA DE DIRAC ESPAÇADAS DE $f_m = \frac{1}{T_m} = 20 Hz$ NESTE CASO.

(e)



$BW \overset{\sim}{=} 2 . \Delta F = 2 \ 405,84$

$\boxed{BW = 811,67 \ Hz}$

(f) COMO $m(t) = 3 . \cos(40\pi t)$, PODEMOS OBTER O ESPECTRO ATRAVÉS DOS COEFICIENTES DE BESSEL (J_n)

$N = \beta + 1$

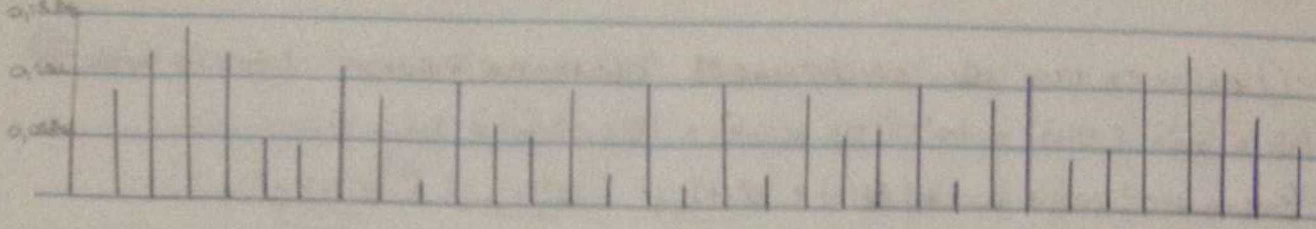
$N = 16$

N	$J_n(\beta = 15)$	5	0,1304	11	0,0999
0	-0,0142	6	0,2061	12	0,2366
1	0,2051	7	0,0344	13	0,2787
2	0,0415	8	-0,1739	14	0,2464
3	-0,1940	9	-0,2290	15	0,1813
4	-0,1191	10	-0,090	16	0,1161

$$S(f) = \frac{A_c}{2} . J_0(\beta) . (f \pm f_c) + \sum_{n=1}^{N} \frac{A_c}{2} . J_n(\beta) . \delta(f - n f_m \pm f_c)$$

© Disney/Pixar

FORONI



② UTILIZANDO A APROXIMAÇÃO BANDA ESTREITA, ESBOCE A FORMA DE ONDA DE UM SINAL PM CUJO SINAL MODULANTE É DO TIPO $m(t) = \sin(2\pi t)$. ASSUMA QUE A FREQUÊNCIA DA PORTADORA SEJA, HIPOTETICAMENTE, 5Hz E QUE O ÍNDICE DE MODULAÇÃO SEJA 0,8. COMPARE O SINAL PM ASSIM OBTIDO COM O SINAL PM SEM APROXIMAÇÃO. DETERMINE O ERRO QUE SE COMETE AO APROXIMAR O ESPECTRO COM ESTE β_P.

PARA UM MODULADOR DE BANDA ESTREITA, A ENVOLTÓRIA COMPLEXA $g = A_c \cdot \exp[j\theta(t)]$ PODE SER APROXIMADA PELA SÉRIE DE TAYLOR COM APENAS DOIS TERMOS SIGNIFICATIVOS. OU SEJA, $e^x \cong 1+x$. PORTANTO, TEMOS

$$g(t) \cong A_c \cdot [1 + j\theta(t)]$$

RESULTANDO NO SINAL COM MODULAÇÃO ANGULAR DE BANDA ESTREITA

$$s(t) = Re\,[g(t) \cdot \exp(jw_c t)] = Re\,[A_c\,[1 + j\theta(t)] \cdot \exp(jw_c t)]$$

$$s(t) = A_c \cos w_c t - A_c \cdot \theta(t) \,\text{sen}\, w_c t$$

$$s(t) = A_c\,[\cos w_c t - D_p \cdot m(t) \cdot \text{sen}\, w_c t]$$

$$s(t) = A_c \cdot \sqrt{1^2 + D_p^2 \cdot m^2(t)} \cdot \cos[w_c t + \text{arctg}\,(D_p\, m(t))]$$

$$\beta_p = \Delta\theta = \text{máx}\,[\theta(t)] = \text{máx}\,[D_p \cdot m(t)] \Rightarrow 0{,}8 = D_p \cdot 1 \Rightarrow D_p = 0{,}8\,[\text{rad}/V]$$

$$s(t) = A_c \cdot \sqrt{1^2 + (0{,}8)^2 \cdot \text{sen}^2(2\pi t)} \cdot \cos[10\pi t + \text{arctg}\,(0{,}8\,\text{sen}(2\pi t))]$$

SEM APROXIMAÇÃO, A ENVOLTÓRIA É DADA POR $g(t) \cong A_c \cdot \exp[j\theta(t)] =$

$$= A_c \left[1 + j\theta(t) + j^2\frac{\theta^2(t)}{2!} + j^3\frac{\theta^3(t)}{3!} + j^4\frac{\theta^4(t)}{4!} + \dots\right]$$. LOGO:

$$s(t) = A_c \cdot \cos(w_c t + \theta(t))$$

$$s(t) = A_c \cdot \cos(10\pi t + 0{,}8 \cdot \text{sen}(2\pi t))$$

FORONI
© Disney/Pixar

- O maior erro de aproximação ocorrerá para Δθ: ou seja:

$\Delta\theta = \text{máx}\,[\theta(t)] = \text{máx}\,[D_p . m(t)] = D_p . A_m' = D_p = \beta_p$

Portanto, para: $1 + j\theta(t) + \frac{\theta^2(t)}{2!} j^2 + \frac{\theta^3(t)}{3!} j^3 + \frac{\theta^4(t)}{4!} j^4 + \dots$

O desvio máximo será dado por:

$$1 + \beta_p + \underbrace{\frac{\beta_p^2}{2!} j^2 + \frac{\beta_p^3}{3!} j^3 + \frac{\beta_p^4}{4!} j^4 + \dots}_{\text{ERRO DE APROXIMAÇÃO}}$$

Logo, o erro de aproximação será: $\frac{\beta_p^2}{2!} + \frac{\beta_p^3}{3!} + \frac{\beta_p^4}{4!} = \frac{0{,}8^2}{2!} + \frac{0{,}8^3}{3!} + \frac{0{,}8^4}{4!}$

$\boxed{\text{ERRO} \cong 0{,}4224}$ //

③ Para o exemplo de modulação FM com sinal modulação FM com sinal modulante qualquer (sinc) da fig. 48 pergunta-se:

(a) Qual o índice de modulação existente?

(b) Qual a banda ocupada pelo sinal FM da figura 49.?

(c) Na figura 50, tem-se um sinal modulado em frequência cuja amplitude não é constante. Explique qual a razão para a ocorrência de uma certa modulação em amplitude em um sinal modulado em frequência.

(a) Olhando o espectro da informação, observa-se que $BW_m = 50\ Hz$

Dado $K_f = 100\ [1/V.s]$, então: $\beta_F = \frac{\Delta F}{BW_m} = \frac{100}{50} = \boxed{2{,}0}$ //

(b) Olhando o espectro do sinal modulado, observa-se que $BW_s = 400 - 100$

$\boxed{BW_s = 300\ Hz}$ //

(c) Qualquer modulador em frequência introduz uma modulação AM residual, devido a instabilidade do VCO.

• O MAIOR ERRO DE APROXIMAÇÃO OCORRERÁ PARA $\Delta\theta$, OU SEJA:

$\Delta\theta = \text{máx}\,[\theta(t)] = \text{máx}\,[D_p \cdot m(t)] = D_p \cdot \overset{1}{A_m} = D_p = \beta_p$

PORTANTO, PARA: $1 + \theta(t) + \frac{\theta^2(t)}{2!} j^2 + \frac{\theta^3(t)}{3!} j^3 + \frac{\theta^4(t)}{4!} j^4 + \dots$

O DESVIO MÁXIMO SERÁ DADO POR:

$$1 + \beta_p + \underbrace{\frac{\beta_p^2}{2!} j^2 + \frac{\beta_p^3}{3!} j^3 + \frac{\beta_p^4}{4!} j^4 + \dots}_{\text{ERRO DE APROXIMAÇÃO}}$$

LOGO, O ERRO DE APROXIMAÇÃO SERÁ: $\frac{\beta_p^2}{2!} + \frac{\beta_p^3}{3!} + \frac{\beta_p^4}{4!} = \frac{0,8^2}{2!} + \frac{0,8^3}{3!} + \frac{0,8^4}{4!}$

$\boxed{\text{ERRO} \cong 0,4224}$

③ PARA O EXEMPLO DE MODULAÇÃO FM COM SINAL MODULAÇÃO FM COM SINAL MODULANTE QUALQUER (SINC) DA FIG. 48 PERGUNTA-SE:

(a) QUAL O ÍNDICE DE MODULAÇÃO EXISTENTE?

(b) QUAL A BANDA OCUPADA PELO SINAL FM DA FIGURA 49.?

(c) NA FIGURA 50, TEM-SE UM SINAL MODULADO EM FREQUÊNCIA CUJA AMPLITUDE NÃO É CONSTANTE. EXPLIQUE QUAL A RAZÃO PARA A OCORRÊNCIA DE UMA CERTA MODULAÇÃO EM AMPLITUDE EM UM SINAL MODULADO EM FREQUÊNCIA.

(a) OLHANDO O ESPECTRO DA INFORMAÇÃO, OBSERVA-SE QUE $BW_m = 50\ Hz$.

DADO $k_f = 100\ [1/v.s]$, ENTÃO $\beta_f = \frac{\Delta F}{BW_m} = \frac{100}{50} = \boxed{2,0}$

(b) OLHANDO O ESPECTRO DO SINAL MODULADO, OBSERVA-SE QUE $BW_s = 400 \cdot 100$

$\boxed{BW_s = 300\ Hz}$

(c) QUALQUER MODULADOR EM FREQUÊNCIA INTRODUZ UMA MODULAÇÃO AM RESIDUAL, DEVIDO A INSTABILIDADE DO VCO.

⑤ UM SINAL MODULANTE COM PDF DADA POR:

$$p_m(m) = \frac{1}{2D}\left[u(m+D) - u(m-D)\right] = \begin{cases} \frac{1}{2D}, & |m| < D \\ 0, & c.c \end{cases}$$

MODULA EM FREQUÊNCIA UMA PORTADORA COM ÍNDICE DE MODULAÇÃO ELEVADO. DETERMINE:

(a) ESPECTRO DA PORTADORA MODULADA.

(b) LARGURA DE BANDA PARA O SINAL MODULADO.

(a) O ESPECTRO DO SINAL MODULADO PODE SER OBTIDO ATRAVÉS DE:

$$P_s(f) \cong \frac{\pi . A_c^2}{2\,\Delta f}\left\{ f_m\left[\frac{2\pi}{\Delta f}(f-f_c)\right] \quad f_m\left[\frac{2\pi}{\Delta f}(f+f_c)\right]\right\}$$

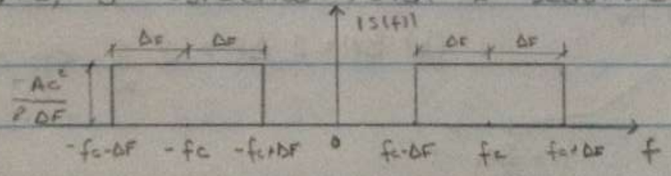
NA QUAL: $f_m = p_m$.

$$P_s(f) \cong \frac{\pi . A_c^2}{2\,\Delta f} \begin{cases} \frac{1}{2D}, (-f_c - \Delta F) < f < (-f_c + \Delta F) & + \frac{1}{2D}, (f_c - \Delta F) < f < (f_c + \Delta F) \\ 0 \quad , f.c.c & 0, f.c.c \end{cases}$$

$2\pi k_f$ ↵

$$P_s(f) \cong \begin{cases} \frac{\pi A_c^2}{8 . \Delta F}, (-f_c - \Delta F) < f < (-f_c + \Delta F) & + \frac{\pi A_c^2}{8\,\Delta F}, (f_c - \Delta F) < f < (f_c + \Delta F) \\ 0 \quad , f\,c.c & 0, f\,c.c \end{cases}$$

PORTANTO, O ESPECTRO TERÁ A SEGUINTE CARACTERÍSTICA:



(b) $BW = 2 . \Delta F$

⑥ UM SINAL MODULANTE COM PDF LAPLACIANA:

$$p_m(m) = \frac{\alpha}{2} \exp\left[-\alpha |m|\right]$$

MODULA UMA PORTADORA EM FREQUÊNCIA DE BANDA LARGA. DETERMINE:

(a) FUNÇÃO DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA DO SINAL MODULADO.

(b) A LARGURA DE BANDA DO SINAL MODULADO EM FUNÇÃO DO PARÂMETRO α.

(a) A PDS É OBTIDA ATRAVÉS DE:

$$\mathcal{P}_s(f) \simeq \frac{\pi \cdot A_c^2}{2 \cdot \Delta f} \left\{ f_m \left[\frac{2\pi}{\Delta f} (f - f_c) \right] + f_m \left[\frac{2\pi}{\Delta f} (f + f_c) \right] \right\}$$

$$\mathcal{P}_s(f) \simeq \frac{A_c^2 \cdot \alpha}{8 k_f} \left\{ \exp\left[\frac{-2\pi\alpha}{\Delta f} (f - f_c) \right], \left[\frac{2\pi}{\Delta f} (f - f_c) \right] < V_p + \exp\left[\frac{-2\pi\alpha}{\Delta f} (f + f_c) \right], \left[\frac{2\pi}{\Delta f} (f + f_c) \right] < V_p \right.$$

$$\mathcal{P}_s(f) \simeq \begin{cases} \frac{A_c^2 \cdot \alpha}{8 \cdot k_f} \cdot \exp\left[\frac{-2\pi\alpha}{\Delta f} (f - f_c) \right], (-f_c \pm \Delta f) & + \frac{A_c^2 \cdot \alpha}{8 \cdot k_f} \cdot \exp\left[\frac{-2\pi\alpha}{\Delta f} (f + f_c) \right], (f_c \pm \Delta F) \\ 0 \quad , \; f.c.c & 0, \; f.c.c \end{cases}$$

PARA $m = 1/\alpha \Rightarrow e^{-\frac{1}{\alpha} \cdot \alpha} = 0,3678$

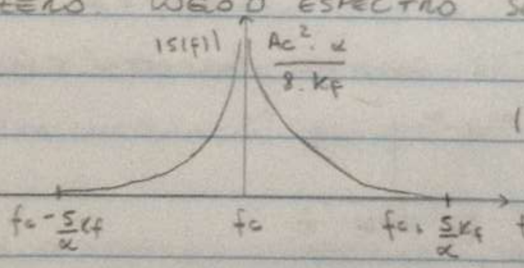
PARA $m = 2/\alpha \Rightarrow e^{-\frac{2}{\alpha} \cdot \alpha} = 0,1353$

PARA $m = 3/\alpha \Rightarrow e^{-\frac{3}{\alpha} \cdot \alpha} = 0,0497$

PARA $m = 4/\alpha \Rightarrow e^{-4/\alpha \cdot \alpha} = 0,0183$

PARA $m = 5/\alpha \Rightarrow e^{-5/\alpha \cdot \alpha} = 0,0067$

PORTANTO, P/ $m = 5/\alpha$ A PROBABILIDADE É APROXIMADAMENTE IGUAL A ZERO. LOGO O ESPECTRO SERÁ DA SEGUINTE FORMA:



(b) $BW = 2\,\Delta F = 2 \cdot \frac{5}{\alpha} k_f = \boxed{\frac{10\,k_f}{\alpha}}$

⑦ SEJAM OS MODULADORES DE FREQUÊNCIA DAS FIGURAS 64 E 65. ESSES MODULADORES SÃO EMPREGADOS PARA TRANSMITIR SINAIS DE ÁUDIO QUE CONTÉM FREQUÊNCIAS NA BANDA DE 100 Hz A 15 KHz EM UM SISTEMA COMERCIAL DE RADIO DIFUSÃO FM. DEMAIS ESPECIFICAÇÕES DO SISTEMA:

i) FREQ. E AMP. DA PORTADORA $f_c = 100$ MHz, $A_c = 500$ V;

ii) ÍNDICE DE MODULAÇÃO DO MOD. DE FASE DA FIG. 64:

$\Delta\phi = \pi/20 \cong 0,157$ [RAD];

iii) CONSTANTE MODULADOR DE FASE DA FIG. 64: $K_p = 4,77 \cdot 10^{-2}$ [1/V]

iv) GANHO INTEGRADOR DO MODULADOR FM DE BANDA ESTREITA, FIG. 64:
$G_{int} = D_f / D_p = 6 \cdot 10^4$ [1/s]

v) CONSTANTE DO MODULADOR DE FREQ. DA FIG. 65: $K_f = 3 \cdot 10^3$ [1/V.s]. DETERMINE:

(a) DENOMINAÇÃO PARA OS RESPECTIVOS MÉTODOS DE MODULAÇÃO DA FIGURA 64 E 65.

(b) COEF. DE MULTIPLICAÇÃO DE FREQ. M E N, FIG. 64.

(c) VALORES DE f_c E ΔF_{MAX} NOS PONTOS I, II, III E IV DA FIG. 64.

(d) POTÊNCIA MÉDIA TOTAL DO SINAL TRANSMITIDO.

(e) AMPLITUDES PARA O SINAL m(t) DOS MODULADORES DA FIG. 64 E 65.

(f) CONSTANTE DO MODULADOR FM BANDA ESTREITA EQUIV., D_f^{eq} DE FIG. 64.

(g) DETERMINE ΔF A PARTIR DE D_f^{eq}.

(h) BW DO FILTRO PASSA-FAIXAS DO MIXER, FIG. 64.

(i) QUAL A FUNÇÃO DO BLOCO A DA FIG 64?

(j) O COEFICIENTE DE DIVISÃO DE FREQ., P DA FIG. 65.

(k) A FREQ. DE CORTE DO FILTRO PASSA-BAIXAS DA FIG. 65.

(l) O ÍNDICE DE MODULAÇÃO EQUIVALENTE APÓS O DIVISOR DE FREQ. POR P NA FIG. 65.

(m) APONTE A PRINCIPAL VANTAGEM DOS MODULADORES FM DAS FIGURAS 64 E 65 EM RELAÇÃO AO MÉTODO QUE EMPREGA APENAS O VCO.

(a) FIG. 64: MÉTODO INDIRETO-ARMSTRONG. FIG 65: MÉTODO PLL.

(b) (IV) $f_c = 100$ MHz (III) $f_{CENTRAL_1} = f_2 + 9,5$ MHz $= 100$ MHz/N.

$\Delta F = 75$ KHz $\Delta F' = 75$ KHz/N

(I) $f_2 = f_1 . M$ (I) $f_1 = 0,1$ MHz.

$\Delta F' = 75$ KHz /N $\Delta F'' = \Delta F' / M$

PARA SINAIS DE ÁUDIO $\Rightarrow f_m = 15$ KHz

© Disney/Pixar

FORONI

$\beta_P = \Delta\theta = \text{max}\,[\theta(t)] = D_P \cdot \text{máx}\,\{m(t)\}$. Portanto:

$\text{máx}\,\{m(t)\} = \dfrac{\pi}{20 \cdot D_P}$

$\Delta F'' = \text{máx}\,\{m(t)\} \cdot \dfrac{D_f}{2\pi} = \dfrac{\pi}{20\cancel{D_f}} \cdot \dfrac{6 \cdot 10^4\pi \cdot \cancel{D_f}}{2\cancel{\pi}} \approx \dfrac{6 \cdot 10^4}{40} = \boxed{1{,}5\ KHz}$ //

$\Delta F'' = \dfrac{\Delta F'}{M} \Rightarrow \Delta F' = 1{,}5\,KHz \cdot M = \dfrac{75\,KHz}{N} \Rightarrow M = \dfrac{50}{N}$

$100\,MHz = 0{,}1\,MHz \cdot M \cdot N + 9{,}5\,MHz \cdot N = 5\,MHz \cdot \dfrac{\cancel{N}}{\cancel{N}} + 9{,}5\,MHz \cdot N$

$\dfrac{95}{9{,}5} = N \Rightarrow \boxed{N = 10}$, $\boxed{M = 5}$ //

(i)

Parâmetro	①	②	③	④
f_c	0,1 MHz	0,5 MHz	10 MHz	100 MHz
ΔF	1,5 KHz	7,5 KHz	7,5 KHz	75 KHz

(j) $\overline{P} = \dfrac{A_c^2}{2} = \dfrac{500^2}{2} = \boxed{125\ KW \cdot \Omega}$ //

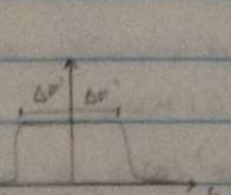
(e) Fig 64: $A_m = \text{max}\,\{m(t)\} = \dfrac{\pi}{20 \cdot D_P} = \dfrac{\cancel{\pi}}{20 \cdot 2\cancel{\pi} K_P} = \dfrac{1}{40\ 4{,}77\,10^{-2}} = \boxed{524{,}11\,mV}$ //

Fig 65:

(f) $D_f^{eq} = 6 \cdot 10^4 \left[\dfrac{1}{s}\right] 2\pi \cdot K_P = 6\,10^4 \cdot 2\pi \cdot 4{,}77\ 10^{-2} = 17{,}982 \cdot 10^3 \left[\dfrac{RAD}{V \cdot D}\right]$

(g) $\Delta F_{equiv} = \text{máx}\,\{m(t)\} \cdot \dfrac{D_f^{eq}}{2 \cdot \pi} MN = 524{,}11 \cdot 10^{-3} \cdot \dfrac{17{,}982 \cdot 10^3}{2\pi}\ 5\ 10 = \boxed{75\,KHz}$ //

(h)



$BW_{PPF} = 2 \cdot \Delta F' = 2 \cdot \dfrac{75\,KHz}{10} = \boxed{15\,KHz}$ //

© Disney/Pixar

FORONI

(h) O bloco A é um limitador que tem a função de eliminar a AM residual proveniente da instabilidade do modulador.

(j) $f_{osc} = \frac{f_c}{P} \Rightarrow P = \frac{100\ MHz}{0{,}1\ MHz} = \boxed{1000}$.

(k)

(l)

(m)

⑧ Seja o modulador FM de banda estreita da figura 66.

(a) Obtenha analiticamente, a partir da expressão geral do sinal modulado $s(t) = Re[g(t) . e^{j\omega_c t}]$, o espectro do sinal modulado. Admita sinal modulante genérico, $m(t)$, e a expansão de Taylor para $e^x \cong 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots ; -\infty < x < \infty$.

(b) A partir de $s(t)$, justifique analiticamente porque da existência de uma modulação AM residual.

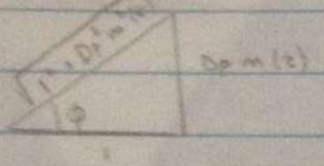
(c) A partir de que valor de β o sinal não pode ser considerado NBFM ou NBPM. Justifique analiticamente sua resposta.

(b) Para moduladores angulares de banda estreita, a envoltória complexa $g(t) = A_c . \exp[j\theta(t)]$ pode ser aproximada pela série de Taylor com apenas dois termos significativos. Ou seja, $e^{j\theta(t)} \cong 1 + j\theta(t)$. Portanto $g(t) = A_c . [1 + j\theta(t)]$. Então, o sinal modulado sera descrito por:

$s(t) = Re[A_c[1 + j\theta(t)] . e^{j\omega_c t}] = Re[A_c[\cos\omega_c t + j\,\text{sen}\,\omega_c t + j\theta(t)\cos\omega_c t + - \text{sen}\,\omega_c t . \theta(t)]] = A_c[\cos\omega_c t - \text{sen}\,\omega_c t\ \theta(t)]$

$s(t) = A_c \cos\omega_c t - A_c . D_p . m(t)\ \text{sen}\,\omega_c t$

$$s(t) = A_c \cdot \sqrt{1^2 + D_p^2 \cdot m^2(t)} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{1^2 + D_p^2 m^2(t)}} \cos w_c t - \frac{D_p\, m(t)}{\sqrt{1^2 + D_p^2 m^2(t)}} \sin w_c t \right]$$



$$s(t) = A_c \cdot \sqrt{1^2 + D_p^2 m^2(t)} \cdot [\cos\phi \cdot \cos w_c t - \text{sen}\,\phi \cdot \text{sen}\, w_c t]$$

$$s(t) = A_c \sqrt{1^2 + D_p^2 m^2(t)} \, [\cos(\phi + w_c t)/2 + \cos(\phi - w_c t)/2$$
$$- \cos(\phi - w_c t)/2 + \cos(\phi + w_c t)/2]$$

$$s(t) = A_c \cdot \sqrt{1^2 + D_p^2 \cdot m^2(t)} \cdot \cos(\phi + w_c t)$$

NA QUAL $\phi = \text{arc tg } D_p\, m(t)$, E $\sqrt{1^2 + D_p^2 m^2(t)}$ É A ENVOLTÓRIA DA MODULAÇÃO AM RESIDUAL.

(a) COMO A ENVOLTÓRIA COMPLEXA $g(t) = A_c \cdot \exp[j\theta(t)]$ PODE SER APROXIMADA PELA SÉRIE DE TAYLOR $\exp[j\theta(t)] = 1 + j\theta(t)$.

ENTÃO: $g(t) = A_c [1 + j\theta(t)] \Leftrightarrow G(f) = A_c \{\delta(f) + j\Theta(f)\}$

NA QUAL $\Theta(f) = \begin{cases} D_p\, M(f) & \text{PARA PM} \\ \dfrac{D_f}{j2\pi f} \cdot M(f) & \text{PARA FM} \end{cases}$

$$S(f) = \frac{A_c}{2} \{\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c) + j[\Theta(f - f_c) - \Theta(f + f_c)]\}$$

(b) COMO $\Delta\theta = \text{máx}[\theta(t)] = D_p \cdot \text{máx}\{m(t)\}$ E $\beta_p = \Delta\theta$ ENTÃO $\beta_p = D_p \cdot \text{máx}\{m(t)\}$ PORTANTO, PARA $1 + \theta(t) + \underbrace{j^2 \frac{\theta^2(t)}{2!} + j^3 \frac{\theta^3(t)}{3!} + j^4 \frac{\theta^4(t)}{3!}}_{}$

P/ $\beta = 0,2 \Rightarrow \theta_{máx} = 0,0214$ (PRATICAMENTE DESPREZÍVEL) (VARIAÇÃO DE FASE)

P/ $\beta = 0,5 \Rightarrow \theta_{máx} = 0,1404$

P/ $\beta = 0,9 \Rightarrow \theta_{máx} = 0,568$

P/ $\beta = 1,0 \Rightarrow \theta_{máx} = 0,2083$

OU SEJA, PARA $\beta > 1,0$ OS TERMOS NÃO LINEARES (VARIAÇÃO DE FASE) NÃO SÃO MAIS DESPREZÍVEIS. LOGO O SINAL É DE BANDA LARGA

⑨ SEJA UM SISTEMA FM COM ÍNDICE DE MODULAÇÃO IGUAL

A6 , CONSTANTE DE DESVIO DE FREQUÊNCIA DO MODULADOR (VCO) IGUAL A 850 [RAD / V.S] E UM SINAL MODULANTE $m(t) = A_m \cos(40\pi t)$.

(a) DETERMINE ANALITICAMENTE O MENOR ESPECTRO DO SINAL FM DE TAL SORTE QUE A ENERGIA DO SINAL CONTIDA NESTE ESPECTRO SEJA IGUAL A 99,9% DA TOTAL.

(b) A AMPLITUDE DO SINAL MODULANTE Am.

(c) O DESVIO MÁXIMO DO SINAL FM E OS INTANTES EM QUE OCORRE.

(d) O SINAL FM MODULADO É BANDA LARGA OU ESTREITA? JUSTIFIQUE.

CASO SEJA UTILIZADO UM SINAL MODULANTE NO DOMÍNIO DO TEMPO CONFORME FIGURA 67.a, E O CORRESPONDENTE SINAL MODULADO, FIGURA 67.b, DETERMINE:

(e) O NOVO ESPECTRO (APROXIMADO), EM TERMOS DE PSD, PARA O SINAL FM (INDIQUE TODOS OS VALORES DO PARÂMETROS).

(f) A LARGURA DE BANDA APROXIMADA OCUPADA PELO NOVO SINAL FM.

(a) POR SE TRATAR DE UM $m(t) = A_m \cos(40\pi t)$, OU SEJA, UMA COSSENÓIDE, PODEMOS OBTER O ESPECTRO DO SINAL ATRAVÉS DE BESSEL. PORTANTO

CALCULA-SE A ENERGIA

N	$J_0^2(\beta) + 2\sum_{n=1}^{N} J_n^2(\beta)$	4	0,57592
0	0,02268	5	0,83815
1	0,17580	6	0,95898
2	0,29380	7	0,99258
3	0,32016	8	0,99910

LOGO, O MENOR ESPECTRO QUE GARANTE OS 99,9% É O $J_8(6)$

(b) $\beta_f = \frac{\Delta F}{BW_m} = \frac{A_m\, Df}{BW_m\, 2\pi} \Rightarrow A_m = \frac{6 \cdot 20 \cdot 2\pi}{850} = \boxed{0,887}$

(c) PARA $2 < \beta < 10$, $BW = 2(\beta + 2) f_m = 2 \cdot 8 \cdot 20 = \boxed{320\,Hz}$

$BW = 2\,\Delta F \Rightarrow \Delta F = 320/2 = 160\,Hz$

COMO $m(t) = A_m \cdot \cos(40\pi t)$, ENTÃO O ΔF_{max} OCORRERÁ NOS

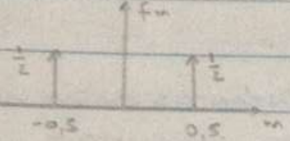
FORONI
© Disney/Pixar

MÁXIMOS DO COSSENO (CRISTA) $T_m = \frac{1}{f_m} = \frac{1}{20} = 0,05$

ENTÃO: ΔF_{max} É MÁXIMO EM $t = 0,025\,(2n+1)$

(d) O SINAL MODULADO É BANDA LARGA, POIS $\beta_f > 1$: $(\beta_f = 6)$.

(e) PARA O $m(t)$ DA FIGURA 67.a, O COMPORTAMENTO DE $f_m(m)$ É:



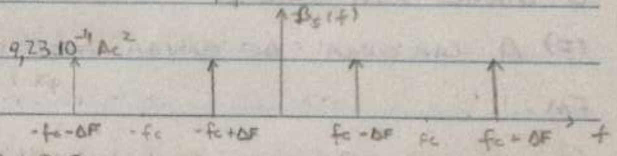
$$\begin{cases} 1/2, & |m| = 0.5 \\ 0, & c.c \end{cases}$$

PORTANTO, A PDS SERÁ:

$$\mathcal{S}_s(f) \simeq \frac{\pi . A_c^2}{2 D_f} \left\{ f_m\left[\frac{2\pi}{D_f} (f - f_c)\right] + f_m\left[\frac{2\pi}{D_f} (f + f_c)\right]\right\}$$

$$\mathcal{S}_s(f) \simeq \frac{A_c^2}{4 K_f} \begin{cases} \frac{1}{2}, (-f_c + \Delta F) < f < (-f_c + \Delta F) + \frac{1}{2}, (f_c - \Delta F) < f < (f_c + \Delta F) \\ 0, \ f.c.c \qquad\qquad 0, f.c.c \end{cases}$$

O NOVO ESPECTRO SERÁ, ENTÃO



(f) $BW = 2\,\Delta F = 2 . \frac{D_f}{2\pi} . V_p = 2 . \frac{850}{2\pi} . 0,5$

$\boxed{BW = 135,28\ Hz}$

⑩ SEJA A PORTADORA E A MENSAGEM: $c(t) = 10 . \cos(2\pi f_c t)$ E $m(t) = \cos(20\pi t)$, RESPECTIVAMENTE. ADMITINDO QUE $m(t)$ SEJA UTILIZADA PARA MODULAR EM FREQUÊNCIA A PORTADORA $c(t)$, ONDE A CONSTANTE DE DESVIO DE FREQ. É $K_f = 50$, DETERMINE:

(a) A EXPRESSÃO NO DOMINIO DO TEMPO E O ÍNDICE DE MODULAÇÃO PARA O SINAL MODULADO;

(b) POTÊNCIA MÉDIA TOTAL DO SINAL FM.

(c) LARGURA DE BANDA DO SINAL MODULADO PARA SE OBTER 99% DA POTÊNCIA MÉDIA TOTAL DO SINAL FM.

(d) DETERMINE A BANDA OCUPADA A PARTIR DO CRITÉRIO DO

ITEM ANTERIOR E COMPARE COM A REGRA DE CARSON. CONSIDERE OS DOIS CASOS, i.E. $B = 2(\beta+1) \cdot f_m$ E $B = 2(\beta+2) \cdot f_m$.

(a) $s(t) = A_c \cos[w_c t + \theta(t)]$ PARA FM: $\theta(t) = D_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau) \, d\tau$

$$s(t) = A_c \cos\left[w_c t + D_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau) \, d\tau\right]$$

$$s(t) = 10 \cdot \cos\left[2\pi f_c t + D_f \int_{-\infty}^{t} \cos(20\pi t) \, dt\right]$$

$$s(t) = 10 \cdot \cos\left[2\pi f_c t + \frac{\overset{2\pi \cdot 50}{\cancel{D_f}}}{20\pi} \cdot \operatorname{sen}(20\pi t)\right] = \boxed{10 \cdot \cos[2\pi f_c t + 5 \cdot \operatorname{sen}(20\pi t)]}$$

$$\beta_f = \frac{\Delta F}{BW_m} = \frac{\text{máx}\{m(t)\} \cdot k_f}{f_m} = \frac{1 \cdot 50}{10} = \boxed{5{,}0}$$

(b) $\overline{P} = \frac{A_c^2}{2} = \frac{10^2}{2} = \boxed{50\,W \cdot \Omega}$

(c)

N	$J_0^2(\beta) + 2 \cdot \sum_{n=1}^{N} J_n^2(\beta)$	2	0,2505	5	0,9591
0	0,0315	3	0,5166	6	0,9934
1	0,2461	4	0,8227		

$BW = 2 \cdot N \, f_m = 2 \cdot 6 \cdot 10 = \boxed{120\ Hz}$

(d) PELO MÉTODO DE CARSON: $B = 2 \cdot (\beta+1) \cdot f_m = 2 \cdot 6 \cdot 10 = \boxed{120\,Hz}$

$B = 2 \cdot (\beta+2) \cdot f_m = 2 \cdot 7 \cdot 10 = \boxed{140\ Hz}$

PORTANTO, O MÉTODO DE CARSON É UMA BOA APROXIMAÇÃO, VISTO QUE AS LARGURAS DE BANDA ESTÃO BEM PRÓXIMAS.

⑪ A SINUSOIDAL MODULATING WAVEFORM OF AMPLITUDE 4[V] AND FREQUENCY 1KHZ IS APPLIED TO AN FM EXCITER THAT HAS A MODULATOR GAIN OF 50 [HZ/V].

(a) WHAT IS THE PEAK FREQUENCY DEVIATION?

(b) WHAT IS THE MODULATION INDEX?

(a) $\Delta F = \max\{m(t)\} \cdot k_f = 4 \cdot 50 = \boxed{200\ Hz}$

(b) $\beta_f = \frac{\Delta F}{BW_m} = \frac{200}{1000} = \boxed{0{,}2}$

FORONI

© Disney/Pixar

⑫ AN FM SIGNAL HAS SINUSOIDAL MODULATION WITH A FREQUENCY OF $f_m = 15KHz$ AND MODULATION INDEX OF $\beta_F = 2.0$

(a) FIND THE TRANSMISSION BANDWITH BY USING CARSON'S RULE.

(b) WHAT PERCENTAGE OF THE TOTAL FM SIGNAL POWER LIES WITHIN THE CARSON RULE BANDWITH?

(a) $BN = 2N . f_m = 2.(\beta+1) . f_m = 2.(2+1) . 15KHz = \boxed{90KHz}$

(b)

N	$J(\beta) + \sum_{n=1}^{N} J_n(\beta)$	2	0,9642
0	0,0501	3	0,9974
1	0,7152		

$$P_{TOTAL} = \frac{Ac^2}{2} . 0,9974 \Rightarrow \% P = \frac{P_{TOTAL}}{Ac^2/2} \times 100 = 99,74\%$$

⑬ A CARRIER (t) = 100. COS (2π. 10^9t) OF AN FM TRANSMITTER IS MODULATED WITH A TONE SIGNAL. FOR THIS TRANSMITTER, A 1 V[RMS] TONE PRODUCES A DEVIATION OF 30KHz. DETERMINE THE AMPLITUDE AND FREQUENCY OF ALL FM SIGNAL COMPONENTS (SPECTRAL LINES) THAT ARE GREATER THAN 1% OF THE UNMODULATED CARRIER AMPLITUDE IF THE MODULATING SIGNAL IS m(t) = 2,5. COS (3π 10^4 t).

$\Delta F = K_f . V_p = K_f . V_p [RMS] . \sqrt{2} \Rightarrow K_f = 22,21 . 10^3 [1/V.s]$

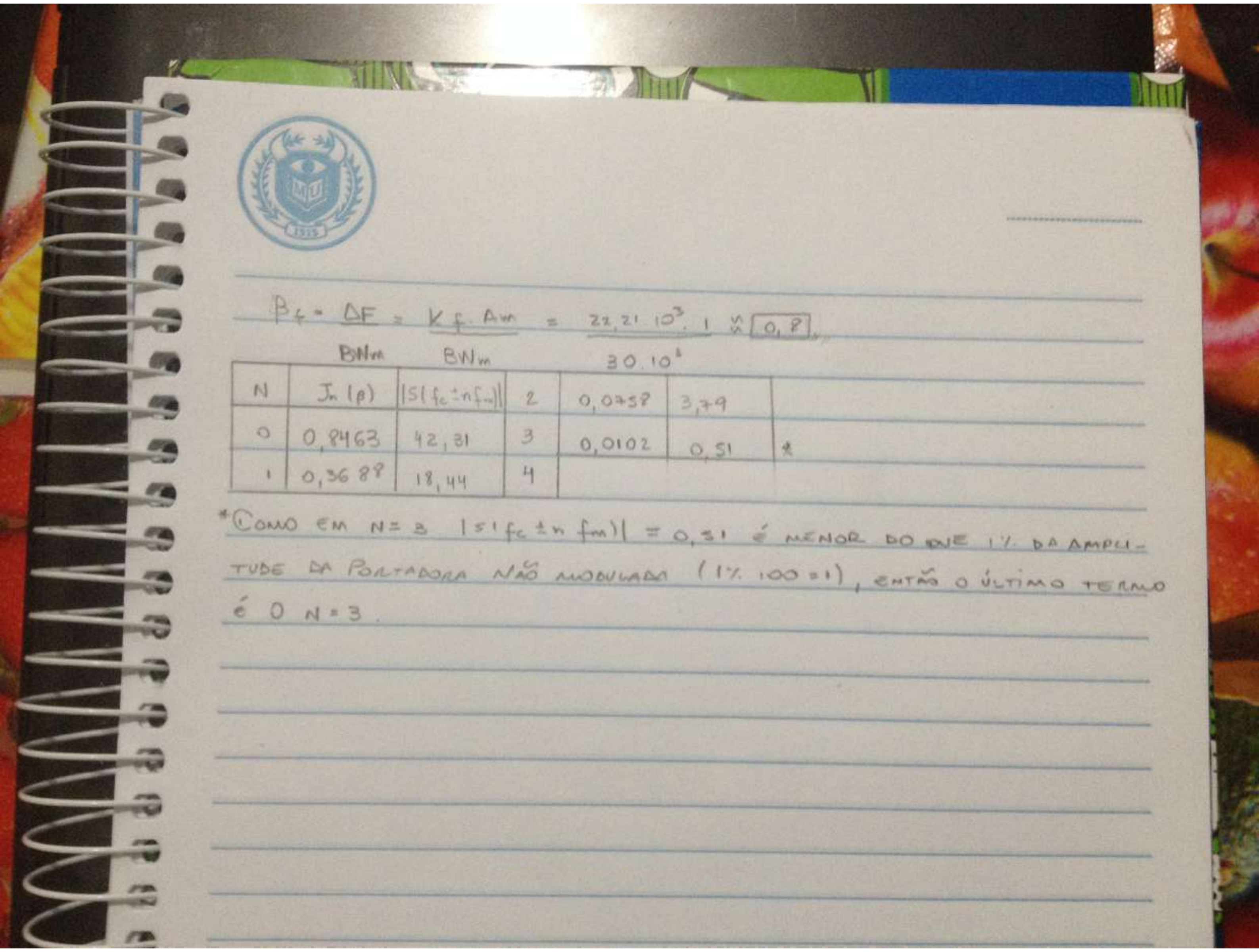
$$\beta_F = \frac{\Delta F}{BW_m} = \frac{K_f . A_m}{BW_m} = \frac{22,21 . 10^3 . 2,5}{1,5 . 10^4} \approx \boxed{3,60}$$

N	$J_n(\beta)$	$\lvert S(f_c \pm n f_m)\rvert$	2	0,4448	22,24	5	0,0897	4,48
0	-0,3918	19,59	3	0,3988	19,94	6	0,0293	1,46
1	0,0955	4,77	4	0,2198	10,99	7	0,0080	0,4 *

* COMO EM N = 7, $\lvert S(f_c \pm n f_m)\rvert = 0,4$ É MENOR DO QUE 1% DA AMPLITUDE DA PORTADORA NÃO MODULADA (1%. 100 = 1), ENTÃO O ÚLTIMO TERMO É O N = 6

⑭ REWORK PROB 13. IF THE MODULATING SIGNAL IS:

m(t) = 1. COS (6π. 10^4 t).



$$\beta_f = \frac{\Delta F}{BW_m} = \frac{K_f \cdot A_m}{BW_m} = \frac{22{,}21 \cdot 10^3 \cdot 1}{30 \cdot 10^3} \approx \boxed{0{,}8}$$

N	$J_n(\beta)$	$\lvert S(f_c \pm n f_m)\rvert$	2	0,0758	3,79	
0	0,8463	42,31	3	0,0102	0,51	*
1	0,3688	18,44	4			

*COMO EM N = 3 $\lvert S(f_c \pm n f_m)\rvert = 0{,}51$ É MENOR DO QUE 1% DA AMPLITUDE DA PORTADORA NÃO MODULADA (1% 100 = 1), ENTÃO O ÚLTIMO TERMO É O N = 3.