

Modeling and Simulation Studies Performed for Weak Signal Detection Algorithms

Zi-Wei Zheng^{1,2,3}, Fan Zhang³

¹ College of Information Science and Engineering, Ningbo University, 315211 Ningbo, P. R. China

E-mail: ziwei_zheng@yahoo.com.cn

² Nation Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, 210096 Nanjing, P. R. China

³ College of Information Engineering, Dalian Maritime University, 116026 Dalian, P. R. China

Abstract—Weak signal detection problems can usually be met in the fields of signal processing, signal transmission, networking and security (key enabling technologies supporting electrical and control engineering applications). Modeling and simulation are very important for the design and application of weak signal detection algorithms to support electrical and control engineering applications and extensive researches have been paid to such fields. Modeling and simulation for the algorithms of single-layer autocorrelation, multi-layer autocorrelation, and discrete wavelet transform are performed and researched for the application in weak signal detection in this paper. Simulation results show that algorithm of multi-layer autocorrelation has the best performance, algorithm of single-layer autocorrelation has better performance, algorithm of discrete wavelet transform has the worst performance.

Index Terms—signal detection, weak signal, discrete wavelet transform, autocorrelation, multi-layer autocorrelation.

I. 引言

信号处理、信息传输、网络与信息安全是实现电气与控制工程应用的关键支撑。弱信号检测是信号处理、信息传输、网络与信息安全的重要问题。传统的采用似然比信号检测的理论和方法通常假设检测对象满足高斯条件从而可以根据某个最佳准则划分观测空间对信号做出相应判决，系统检测性能在观测信号信噪比下降时急剧下降，准确检测概率降低。微弱信号检测的目的就是要从较低观测信号信噪比背景中提取出有用信号。在信号处理、信息传输、网络与信息安全领域中，微弱信号检测得到了越来越多的关注^{[1],[2]}。性能优越的微弱信号检测算法在信号处理、信息传输、网络与信息安全等领域有广阔的应用前景。深入研究微弱信号检测原理和方法并将其应用于传统观念认为难以测量的微弱量(如低信噪比通信接收机信号、小

位移、微振动等)检测中可以提高微弱信号检测精度。微弱信号检测方法有采用分段采样信号相位关联技术进行信号检测、小波变换理论检测、基于混沌理论信号检测等^{[1],[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8]}。对于信噪比较低的信号，当采用低通滤波或其他相敏检波方法时通常需要知道其先验的有关信息(如相位、频率等)。由于信号通常具有周期性、相关性而噪声通常是随机的，因此在未知信号先验信息情况下可以利用信号本身的周期特性采用相关检测等技术检测出信号。在下文中将比较离散小波变换微弱信号检测算法、单重自相关微弱信号检测算法、多重自相关微弱信号检测算法，并通过计算机仿真软件对它们进行建模及性能研究。

II. 相关检测理论

2.1 单重自相关算法

2.1.1 自相干平均法

当信噪比较低或者外界噪声为非高斯白噪声的时候，可以利用相关检测等方法来提取周期信号。如图1所示，传统自相关检测法是利用信号的周期性和噪声的随机性，通过自相关运算检测信号的方法。

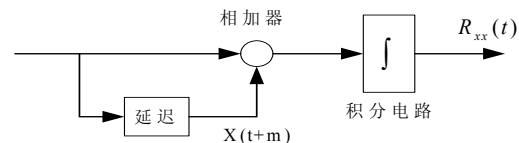


图1. 传统自相关检测法

假设被检测信号为 $y(n) = x(n) + w(n)$ ，其中 $x(n)$ 为原始信号， $w(n)$ 为高斯白噪声。设信号功率为 P ，噪声均值为零，噪声功率为 σ^2 ，信噪比为 $SNR = P / \sigma^2$ 。如果信号的周期为 T ，可按周期 T 将信号 $y(n)$ 分成 N 段，每段信号表示为 $x_i(n_i)$ ， $0 \leq i < N$ ，则

$$y_i(n_i) = x_i(n_i) + w_i(n_i) = x(iT + n_i) + w(iT + n_i) \quad (1)$$

对 N 段信号求和平均

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} y_i(n_i) &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x_i(n_i) + \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} w_i(n_i) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(iT + n_i) + \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} w(iT + n_i) \\ &= x(n_i) + \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} w(iT + n_i) \end{aligned} \quad (2)$$

由式(2)可以看出, 求和平均后, 信号功率为 P , 噪声均值为零, 噪声方差为 σ^2/N , 信噪比为 $SNR = NP/\sigma^2$ 求和平均前提高了 N 倍。只要能够准确检测出周期信号的周期 T 并保证求和平均起始位置的准确性, 对 N 个周期的信号求和平均信噪比将提高 N 倍。

2.1.2 信号的自相关函数的特性和信号的周期

由于周期信号的自相关函数必定是周期的, 而且同原始信号的周期一样。对于含有白噪声的周期信号 $y(n) = x(n) + w(n)$, 其自相关函数为

$$\begin{aligned} R_y(m) &= \frac{1}{N} \sum [x(n) + w(n)][x(n+m) + w(n+m)] \\ &= R_{xx}(m) + R_{xw}(m) + R_{wx}(m) + R_{ww}(m) \\ &= R_{xx}(m) + R_{ww}(m) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $R_{ww}(m)$ 是白噪声信号的自相关函数, 主要集中在 $m=0$ 的位置处, $R_{xx}(m)$ 是信号 $x(n)$ 的自相关函数, 并呈现周期性, 所以可以得到 $R_y(m)$ 也呈现必定的周期性 ($m=0$ 点除外)。即 $R_{ww}(m)$ ($m \neq 0$) 和信号 $x(n)$ 的周期相同。然后, 就可以通过求出含有噪声的信号的自相关函数的周期, 来估计代替有用信号自相关函数周期, 并继而看成是有用信号的周期 T 。

2.1.3 相关函数的估计及自相关函数的快速计算

广义平稳随机序列 $x(n)$ 的自相关函数的定义为

$$R_{xx}(m) = E(x^*(n)x(n+m)) \quad (4)$$

如果离散随机信号 $x(n)$ 是各态历经的, 则有

$$R_{xx}(m) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} [x^*(n)x(n+m)] \quad (5)$$

一般情况下, 只能得到 $x(n)$ 的有限观测值, 即只能得到 N 个观测值, 对于 $n > N$ 的值只能假设为零。如何由这 N 个观测值来估计 $x(n)$ 的自相关函数, 通常采用如下的方法估计, 即

$$\hat{R}_{xx}(m) = \frac{1}{N} \sum_n [x^*(n)x(n+m)] \quad (6)$$

$x(n)$ 只有 N 个观测值, 对于每一个固定的延迟 m , 可以利用的数据只有 $N-1-|m|$ 个, 并且在 $0 \sim N-1$ 的范围内, $x_N(n) = x(n)$, 所以实际计算 $\hat{R}_{xx}(m)$ 时应为

$$\hat{R}_{xx}(m) = \frac{1}{N} \sum_n [x_N(n)x_N(n+m)] \quad (7)$$

式(7)估计得到得自相关函数为有偏估计, 考虑到乘积项的长度, 自相关序列的估计常采用如下的无偏估计。

$$\hat{R}_{xx}(m) = \frac{1}{N-|m|} \sum_{n=0}^{N-1-|m|} [x_N(n)x_N(n+m)] \quad (8)$$

利用式(8)计算 $\hat{R}_{xx}(m)$ 时, 如果 m 和 N 的值比较大, 则需要的乘法次数过大, 在实际应用中受到了限制。此时可以利用 FFT 来实现对 $\hat{R}_{xx}(m)$ 的快速计算, 计算步骤为:

- 1) $x(n)$ 补 N 个零, 得 $x'(n)$, 对 $x'(n)$ 做 FFT 得 $X'(w)$, $w=0, 1, \dots, 2N-1$;
- 2) 对 $X'(w)$ 的模平方, 然后除以 N , 得 $\frac{1}{N}|X'(w)|^2$;
- 3) 对 $\frac{1}{N}|X'(w)|^2$ 作 IFFT 运算, 得 $\hat{R}'_{xx}(m)$

但是此时得到的 $\hat{R}'_{xx}(m)$ 并不简单的等于 $\hat{R}_{xx}(m)$, 而是等于 $\hat{R}'_{xx}(m)$ 中 $-(N-1) \leq m < 0$ 的部分向右平移 $2N$ 点后形成的新序列。

2.2 多重自相关法

多重自相关法是在传统自相关检测法的基础上, 对信号的自相关函数再多次做自相关运算。即令:

$$y1 = R_y(m) = x1(m) + w1(m) \quad (9)$$

式中, $x1(m)$ 是 $R_w(m)$ 和 $E(x(n)w(n))$ 的叠加; $w1(m)$ 是 $E(x(n)w(n+m))$ 和 $R_w(m)$ 的叠加。

(9) 式和(1)式对比, 尽管两者信号的幅度和相位不同, 但频率却没有变化。信号经过相关运算后提高了信噪比, 但其改进程度是有限的, 因而限制了检测微弱信号的能力。多重相关法将 $y1(m)$ 当作 $y(m)$, 重复自相关函数检测方法步骤, 过程如图 2 所示。自相关的次数越多, 信噪比提高的越多。因此, 可通过此法检测出淹没于强噪声中的微弱信号。

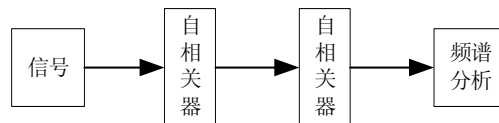


图 2. 多重自相关检测法

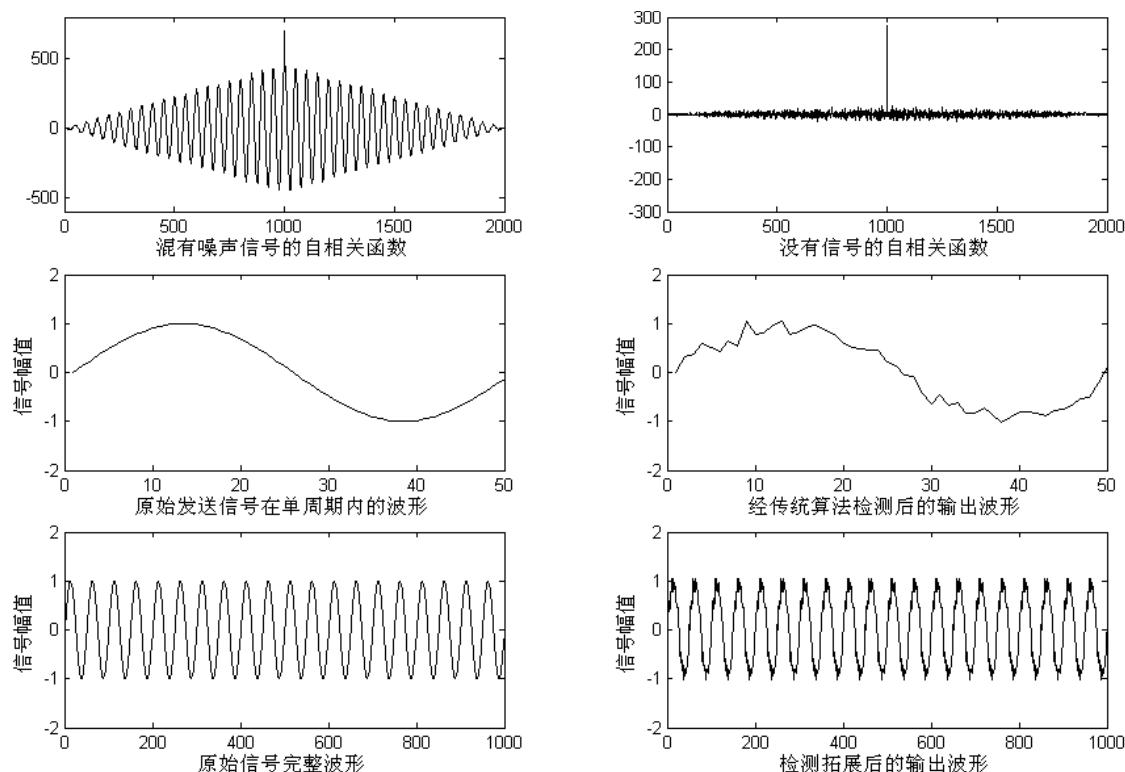


图3. 基于传统自相关检测法的实验结果

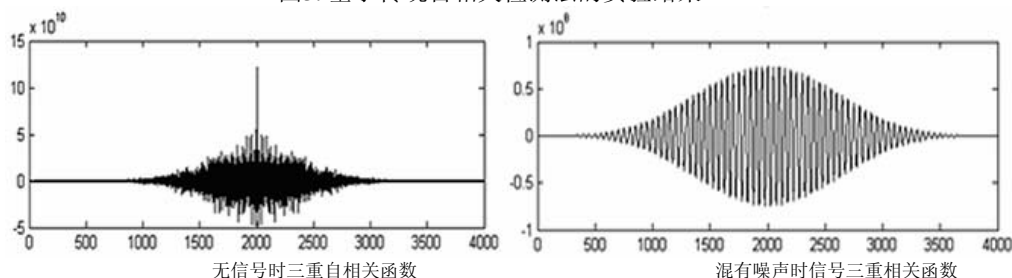


图4. 基于多重自相关检测法的实验结果

2.3 计算机软件实验方法

假设原始信号为周期正弦信号：

$$x(n) = \sin(2 * \pi * 0.2 * t) \quad (10)$$

其中 $t=0:0.1:100$ ；则可以对混有噪声的信号 $y(n) = x(n) + w(n) = \sin(2 * \pi * 0.2 * t) + w(n)$ 进行传统相干平均检测，其中 $w(n)$ 为白噪声。可以由以下步骤来实现 Matlab 软件的计算机仿真实验：

1) 通过函数 `xcorr(y,option)` 求出 $y(n)$ 的自相关函数 $R_{yy}(m)$ ；(`option` 取值范围为：系统默认、biased、unbiased、coeff，具体用法请参阅 matlab 帮助文件)。

2) 对自相关函数序列进行分析， $R_{yy}(m)$ 是一个周期序列，由于在图形上具有对称性，所以由序列最中间的最大值点向一侧搜索，找到紧接着的下一个次最大值点，然后两点的样值时间间隔之差即为所求的信号周期 T ，重复该步骤若干次，即可(理论上越多次准确)。

3) 求出需要对 $y(n)$ 分段叠加的次数 $N = \text{floor}(\text{length}(y(n))/T)$ ，采用向下取整的方法，保证叠加时在 $y(n)$ 序列的范围内操作。

4) 对原信号进行 N 次分段叠加。

5) 将分段叠加后的信号进行周期 T 的延拓。

6) 输出图形，得到信噪比提高后的输出信号。

7) 如果计算多重, 则大致一样, 只是在自相关的时候, 按理论推导步骤多加循环次数即可。

III. 小波变换检测理论

离散小波变换是一种信号尺度分析方法, 具有多分辨率分析的特点, 在时域、频域具有表征信号局部特性的能力, 对于信号低频部分具有较高频率分辨率和较低时间分辨率, 对于信号高频部分具有较高时间分辨率和较低频率分辨率。信号和噪声经过离散小波变换后通常有不同的特性, 因此, 可以利用这种变换后的不同特性将信号检测出来。当利用离散小波变换方法检测信号时通常都假设信噪比较高并且外界噪声为宽带平稳加性高斯白噪声 ($n(t) \sim N(0, \sigma^2)$, 0 为均值, σ^2 为方差)。当信噪比较低或者外界噪声为非高斯白噪声的时候, 利用离散小波变换检测的微弱信号检测方法会存在一定的局限性。

IV. 仿真研究

当原始信号为 $x(n) = \sin(2 * \pi * 0.2 * t)$, 其中 $t = 0:0.1:100$ 。混有噪声的信号为

$$y(n) = x(n) + w(n) = \sin(2 * \pi * 0.2 * t) + w(n) \quad (11)$$

其中 $w(n)$ 为白噪声且其平均功率等同于原始信号的平均功率。基于传统自相关检测法的实验结果、基于三重自相关检测法的实验结果如图 3 和图 4 所示。

分别采用单重自相关法、三重自相关法、离散小波变换法三种算法检测后, 三种算法检测性能的对比如表 1 所示。由表 1 可以看出, 分别采用单重自相关法、三重自相关法、离散小波变换法三种算法检测后, 信号的频谱都约等于原始信号, 分别为 0.188Hz、0.212Hz、0.256Hz; 两种自相关检测法都能很好地检测出微弱信号, 而且不需要先验信息, 并且三重自相关检测法要比传统单重自相关检测法的性能更优。在同样的条件下, 基于离散小波变换的检测方法具有最差的仿真性能。

表 1. 几种检测法性能对比表

实际值 检测值	周期 (50)	单位周期内 方差 (0)	信号频率 (0.2)
单次自相关法	49-51之间 波动 (50居多)	0.014	0.188
三重自相关法	50	0.005	0.212
离散小波法	——	0.278	0.256

V. 结语

本文对单重自相关算法、多重自相关算法、离散小波变换算法及其在微弱信号检测的应用问题进行了研究, 并通过计算机仿真软件进行了建模及性能分析。在未知信号先验

信息情况下, 研究表明, 单重自相关算法和多重自相关算法都能较好地抑制环境噪声并检测出微弱信号, 多重自相关算法具有最优的微弱信号检测性能, 单重自相关算法具有较好的微弱信号检测性能, 离散小波变换算法具有最差的微弱信号检测性能。

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported in part by the National Science Foundation of China (No. 60772119, 60972063), the Program for New Century Excellent Talents in University (No. NCET-08-0706), the Science Foundation of Liaoning Province (No. 20072147), the Science Foundation of Zhejiang Province (No. Y1080527), the Science Foundation of Ningbo City (No. 2009A610063), the Program for Liaoning Excellent Talents in University (No. 2008RC56), the open research fund of Nation Mobile Communications Research Laboratory of Southeast University (No. W200812).

REFERENCES

- [1] Y. Qi, T. Peng, W. Wang, R. Qian. Cyclostationarity-Based Spectrum Sensing for Wideband Cognitive Radio. *WRI International Conference on Communications and Mobile Computing*, Vol. 1, pp. 107-111, 2009.
- [2] I. J. Kim, S. R. Park, I. Song, J. Lee, H. Kwon, S. Yoon. Detection Schemes for Weak Signals in First-Order Moving Average of Impulsive Noise. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Vol. 56, no. 1, pp. 126-133, 2007.
- [3] W. Abbas, M. A. Saqib. Criteria for the Detection of Weak Signals through a Nonlinear Bi-stable System. *IEEE Multitopic Conference*, Vol. 1, pp. 74-78, 2006.
- [4] Yu C T. Sampling design for weak signal detection in SIRP noise. *Signal Processing*, Vol. 85, no. 1, pp. 205-214, 2005.
- [5] I. Song, J. K. Koo, H. Kwon, S. R. Park, S. R. Lee, B. H. Chung. A novel detection criterion for weak M -ary signals and its application to ultra wideband multiple access systems. *IEEE Trans. Veh. Technol.*, Vol. 54, no. 6, pp. 2024-2036, 2005.
- [6] S. Yoon, I. Song, S. Y. Kim. Code acquisition for DS/SS communications in non-Gaussian impulsive channels. *IEEE Trans. Commun.*, Vol. 52, no. 2, pp. 187-190, 2004.
- [7] W. L. Lee, S. K. Tang, C. M. Chan. Detecting weak sinusoidal signals embedded in a non-stationary random broadband noise—A simulation study. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 304, no. 3-5, pp. 831-844, 2007.
- [8] H. Li, S. Wu. A new method of the detection of weak signal based on randomized Hough transform. *The 7th International Conference on Signal Processing*, Vol. 3, pp. 2033-2036, 2004.