

实验报告

卡尔曼滤波器

王子龙

18281218 | 计科 1804 wangzilong@bjtu.edu.cn

目录

| | |
|------------------------|---|
| 卡尔曼滤波器 | 2 |
| 数学模型 | 2 |
| 程序..... | 3 |
| 源文件..... | 3 |
| KalmanFilter.java..... | 4 |
| 实验..... | 5 |
| 实验环境 | 5 |
| 实验过程 | 5 |
| 实验结果 | 5 |
| 实际应用 | 5 |
| 总结..... | 5 |
| 参考文献 | 6 |
| 附录..... | 7 |

卡尔曼滤波器

20 世纪 60 年代，卡尔曼滤波方法由 R.E.Kalman 提出，此方法克服了经典维纳滤波算法[1]的局限。卡尔曼滤波是最优化的自回归数据处理算法，其滤波标准是均方误差最小，从而实现递推估计。在时域内，此算法选用状态空间方法来设计滤波器，能对多维系统和非平稳系统的随机过程进行估计。卡尔曼滤波器因其自身的优点：递归运算、计算简单、自适应性、前瞻性等，能够对随机干扰下的线性动态系统进行最优估计，因而有着广泛的应用。

卡尔曼滤波已经被广泛应用于导航、制导、通信工程、故障诊断、语音信号处理、工业过程控制等许多领域。

数学模型

完整的卡尔曼滤波理论既能处理线性离散时间系统，也能处理线性连续时间系统。状态方程包括状态初始值和系统噪声，量测方程包括量测噪声，利用这两个方程可以清晰表达随机线性离散系统的数学模型。数学模型也可以直接在计算机上实现。若系统是随机线性连续的，则能够通过对状态方程和观测方程进行离散化来得到离散时间的模型。

设一随机线性离散系统的状态方程和量测方程为：

$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k/k-1}X_{k-1} + \Gamma_{k/k-1}W_{k-1} \\ Z_k = H_kX_k + V_k \end{cases}$$

式中， X_k 是系统 n 维的被估计状态变量， $\Phi_{k/k-1}$ 是系统 $n \times n$ 维的一步状态转移矩阵， $\Gamma_{k/k-1}$ 是 $n \times p$ 维系统噪声输入矩阵， W_k 是 p 维的系统过程噪声； Z_k 是系统 m 维的量测变量， H_k 是 $m \times n$ 维量测矩阵， V_k 是 m 维量测噪声序列。其中 k 表示时间序号。

对上面的随机线性离散系统做以下几个假设：

- (1) 过程噪声 W_k 和量测噪声 V_k 均是高斯白噪声序列，且二者互不相关或者二者 δ 相关。
- (2) 系统的初始状态 X_0 是某种已知分布或正态分布的随机向量，它的均值、协方差分别为：

$$\begin{cases} E(X_0) = x_0 \\ Var(X_0) = P_0 = E[(X_0 - x_0)(X_0 - x_0)^T] \end{cases}$$

- (3) 系统的过程噪声 W_k 和量测噪声 V_k 都与初始状态 X_0 互不相关。

假设 (3) 在大多数情况下是有实际的参考意义的。首先，量测设备大都不包含在系统内，因此它的误差与系统初始状态是无关的；其次，系统的过程噪声与初始状态往往

也是不相关的。例如，惯性导航系统的过程噪声与惯导系统的位置、速度等初始信息无关或者相关性很弱。

卡尔曼滤波算法的基础是反馈控制。此算法包括两个回路，如图 1。在卡尔曼滤波的经典方程中，可以明显看出其分为两大步骤：先预测，再修正，从而构成完整的滤波过程，如图 2 所示。由此，卡尔曼算法也被分为时间更新和量测更新两部分。

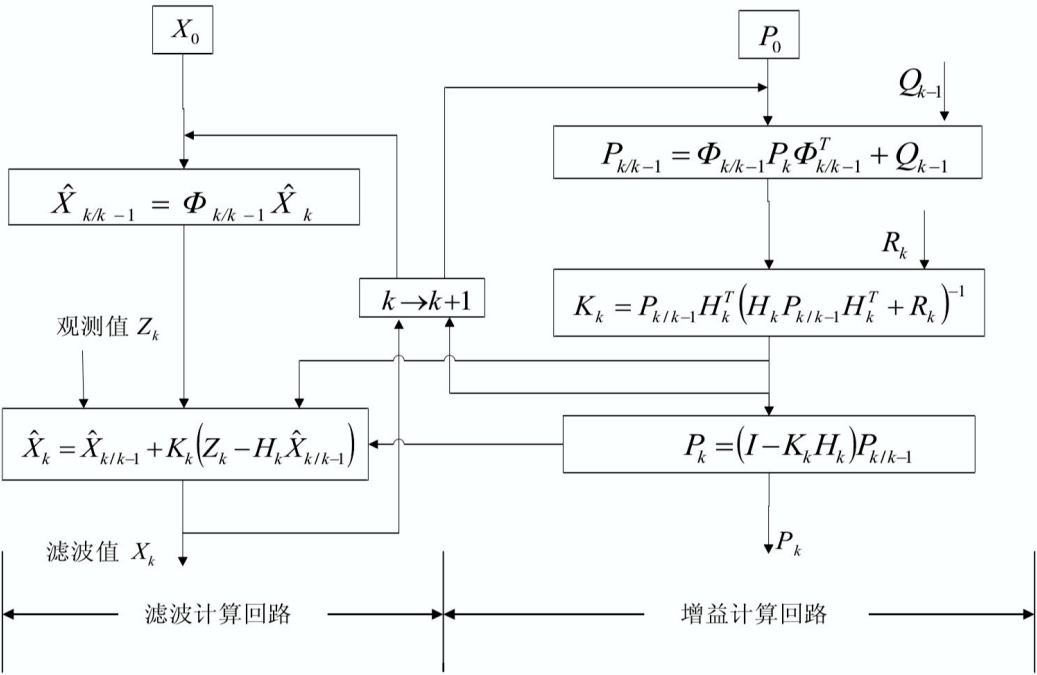


图 1 卡尔曼算法原理图

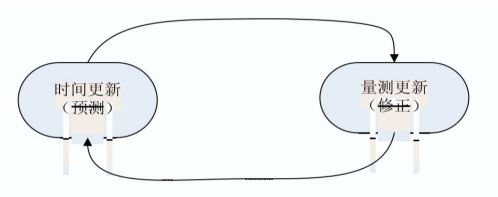


图 2 卡尔曼算法更新过程

程序

源文件

| 文件 | 说明 |
|--------------------------|---------------|
| Kalman/KalmanFilter.java | 卡尔曼滤波器声明+实现文件 |
| Main.java | 测试文件、入口 |

KalmanFilter.java

KalmanFilter.java 包含了卡尔曼滤波的算法，其代码如下：

```
package Kalman;

public class KalmanFilter {

    /** 卡尔曼滤波 */
    private Integer predict;
    private Integer current;
    private Integer estimate;
    private double pdelt;
    private double mdelt;
    private double Gauss;
    private double kalmanGain;
    private final static double Q = 0.00001;
    private final static double R = 0.1;
    public KalmanFilter() {

    }

    public void initial(){
        pdelt = 4;    // 系统测量误差
        mdelt = 3;
    }

    public Integer KalmanFilter(Integer oldValue,Integer value){
        // (1) 第一个估计值
        predict = oldValue;
        current = value;
        // (2) 高斯噪声方差
        Gauss = Math.sqrt(pdelt * pdelt + mdelt * mdelt) + Q;
        // (3) 估计方差
        kalmanGain = Math.sqrt((Gauss * Gauss)/(Gauss * Gauss + pdelt *
pdelt)) + R;
        // (4) 估计值
        estimate = (int) (kalmanGain * (current - predict) + predict);
        // (5) 新的估计方差
        mdelt = Math.sqrt((1-kalmanGain) * Gauss * Gauss);

        return estimate;
    }
}
```

实验

实验环境

操作系统： macOS Catalina 10.15.5 (19F101)
算法语言： Java
编译环境： Java(TM) SE Runtime Environment (build 13.0.1+9)
集成环境： IntelliJ IDEA 2019.3(Ultimate Edition) (193.5233.102)

实验过程

首先生成一组信号，并通过卡尔曼滤波器之后得到输出信号。

实验结果

| |
|--|
| 滤波前： [100, 62, -22, -90, -90, -22, 62, 99, 62, -22] 滤波后： [100, 68, -7, -76, -87, -32, 46, 90, 66, -7] |
|--|

根据图 1 可以看出，卡尔曼滤波器实现十分简单，复杂度仅为 $O(n)$ 数量级。

实际应用

我中学时曾参加 VEX 机器人比赛，现在是北京工业大学附属中学和北京交通大学附属中学的兼职辅导员。在机器人的自动化控制中，滤波器也至关重要。机器人马达的速度控制通常是通过编码器的取值来计算速度，通过 PID 进行闭环控制。在实际应用中，因为外在环境的影响，光电编码器的取值会受到一定的影响，混入一定的噪声。此外当通过陀螺仪控制机器人转向时，陀螺仪的数据漂移也会对精度造成一定的影响。此时我们通常是通过加入卡尔曼滤波器来对输入数据进行滤波，来达到消噪的目的。

总结

伴随着计算机运算速度的提高，因卡尔曼滤波算法在估计中的显著优势，它无论在军事上还是民用上的应用越来越普遍，如工业控制系统[2]、雷达目标跟踪[3]、火箭导航与制导系统、多传感器融合、定位系统、通信与信号处理[4]、石油地震勘探、工业故障诊断[5]、智能机器人[6]和经济金融等等领域。在经济学方面，它被应用于经济数据预测；在军事方面，它已被应用于雷达跟踪飞行目标，被动跟踪空中和空间，通过地图匹配来定位目标导航系统；在交通管制方面，它被应用于水路、陆路的视频监控，对车辆周转量的预测和对车速的估计；在图像处理方面，它应用于盲图像恢复等；它还用于机器人的全局定位；在无线信号领域[7]它被用于信号解调、多用户检测

和衰落信道中空时编码的估计与检测；在语音信号处理[8-9]领域，它被用于语音识别、语音增强、语音信号盲分离等。

课程建议

我认为在本学期的综合训练课堂上，最大的问题是在选题方面，由于源代码给出，很多同学并没有能很快入手如何进行接下来的代码改进工作，除非通过 Java 来自行实现一次。相反我认为其他老师要求从头到尾自行实现的一些切实可行的项目更加有锻炼价值。但在这次的综合训练课堂上，我还是有着很多收获，更加深刻地了解了滤波器的功能和作用，对以后无论是进行其他任何需要信号处理的工作，对数据源进行滤波打下了坚实的基础。

参考文献

- [1] Wiener N.Extrapolation,Interpolation,and Smoothing of Stationary Time Series[R].OSRD70,Report to the Services 19,research project DIC-6037,MIT, 1942.
- [2] 赵丽娜,曹伟,孙明等.带有卡尔曼滤波的灰色补偿 PID 控制器设计[J]. 辽宁工程技术大学学报,2012,31(6):881-884.
- [3] 雍恩米, 钱炜祺, 何开锋. 基于雷达跟踪仿真的滑翔式再入弹道突防性能分析[J]. 宇航学报,2012,33(10): 1370-1376.
- [4] 王恩德,朱枫,肖阳辉等. 基于 Kalman 预测的自适应线性化信号的生成方法[J].现代防御技术, 2012,40(2):138-142.
- [5] 张鹏.基于卡尔曼滤波的航空发动机故障诊断技术研究[D].南京：南京航空航天大学, 2008.
- [6] 赵晓,汪明,李晓明.改进扩展卡尔曼滤波算法在智能足球机器人比赛中的应用[J].机电工程, 2012,29(3):334-338.
- [7] Vikrant Vij,Rajesh Mehra.FPGA Based Kalman Filter for Wireless Sensor Networks[J].Int J.Comp.Tech.Appl,2010,Vol2(1):155-159.
- [8] 丁志浩,何东之,代艳红,张会兵.嵌入式语音识别中的卡尔曼滤波及优化[J].微计算机信息, 2010,26(8):70-72.
- [9] 张景旭,李辉,陆伟.基于子带卡尔曼滤波的语音增强方法[J].信号处理, 2009,25(9) : 1474-1478

附录

代码地址：<https://github.com/EricWangCN/Kalman-Filter>