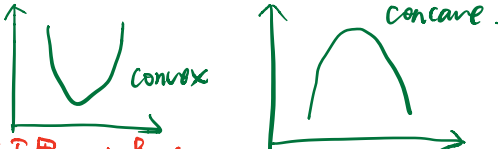
$c^Tx \geq L(x,\lambda) \geq \inf L(x,\lambda)$ 下界

$\inf L(x,\lambda)$：拉格朗日对偶函数.

goal：$\max \inf L(x,\lambda)$

对偶函数始终 concave



$g(\lambda,v)=\inf_{x\in D} L(x,\lambda,v)$ 逐点求下界，必是 concave

（即使原始问题非凸，其对偶始终是凸）必.

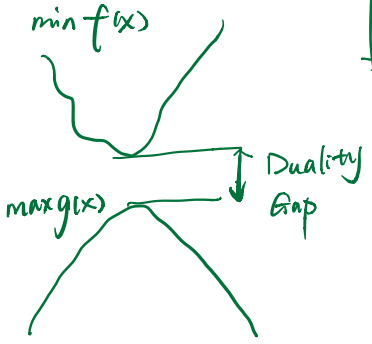
对偶性质：

① weak duality

$p^* \Rightarrow$ prime problem

$d^* \Rightarrow$ dual problem

$\Rightarrow d^* \leq p^*$



$g(\lambda,v)=\inf L(x,\lambda,v) \leq L(x,\lambda,v) \leq f_0(x)$

② Strong duality

if $d^* = p^*$

- 一般不存在
- 如果原问题是凸的，则通常存在.

① check 样件

② 上：增加 Outline

互补松弛性：

$$y^T b = y^T A x$$

$$c^T x = y^T A x$$

$$\Rightarrow y^T b = c^T x$$

原问题目标函数=对偶问题目标函数相同.

KKT for LP：

①原问题可行

②对偶问题可行

③ $L(x, y) = c^T x - y^T(Ax - b)$

④互补松弛性. ($c^T x = y^T b$)

primer： $\min \ ax \le b$

$\text{s.t.} \ x \ge 0$

Dual： $\max \ y^T b$

$\text{s.t.} \ y \le 0$

$y^T A \le c$

找 x, y 同时满足：

①原问题可行

②对偶问题可行

③ $c^T x = y^T b$

① + ③ → ②　单纯形算法

② + ③ ⇒ ①　对偶单纯形

① + ② ⇒ ③　内点法.