第 5 章 人工神经网络

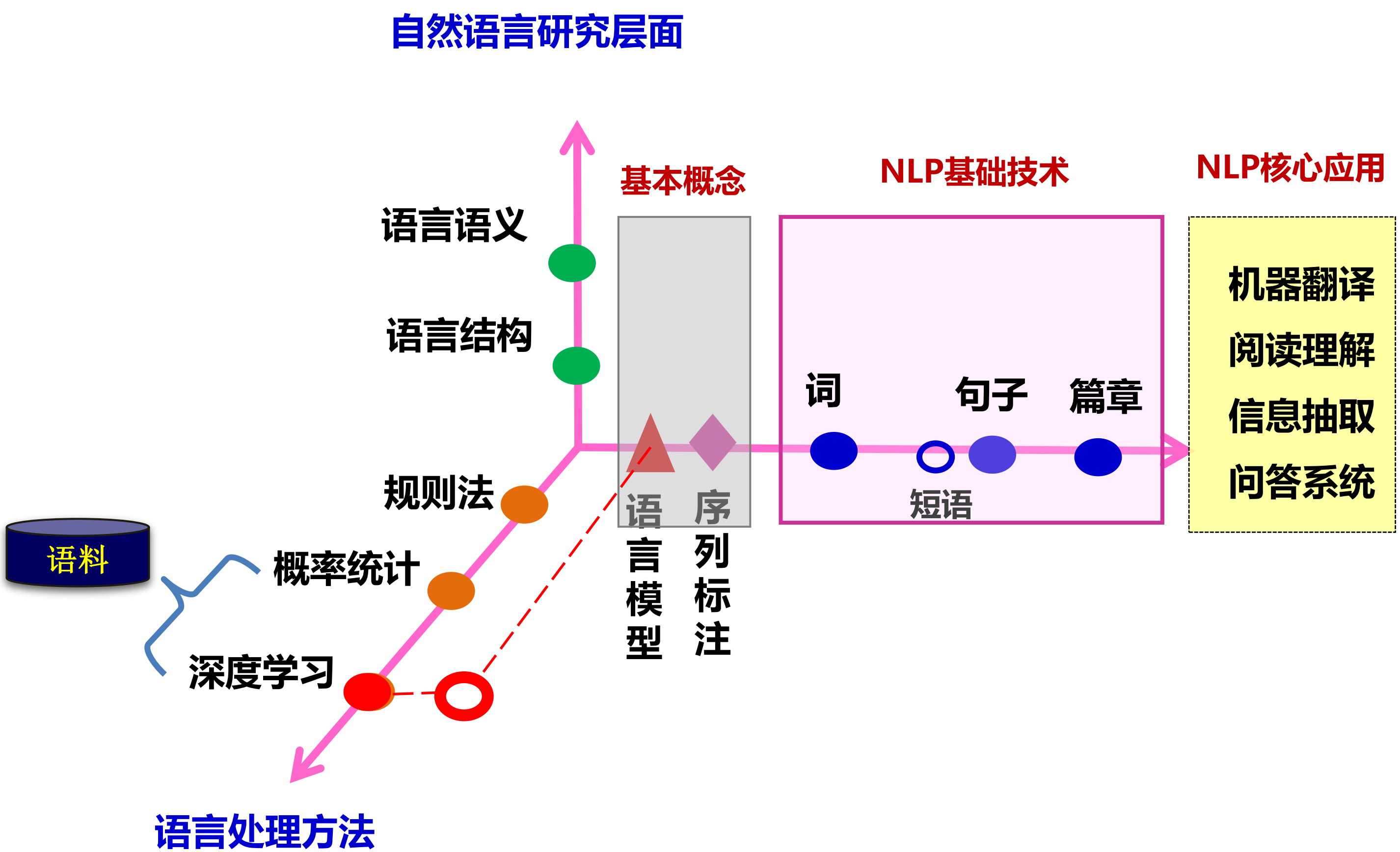
中科院信息工程研究所第二研究室

胡玥

huyue@iie.ac.cn

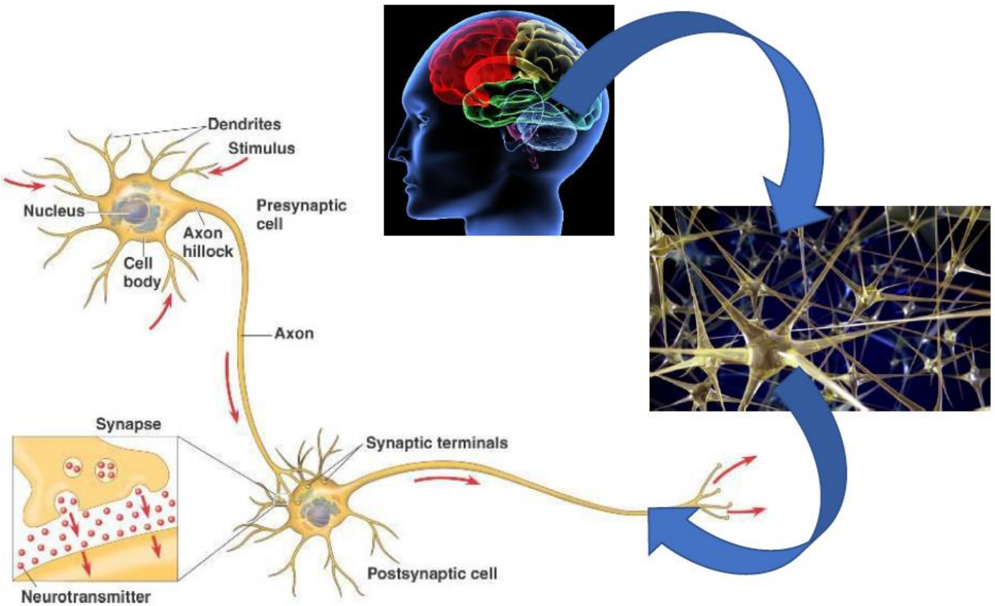
自然语言处理课程内容及安排

✧ **课程内容：**



引言

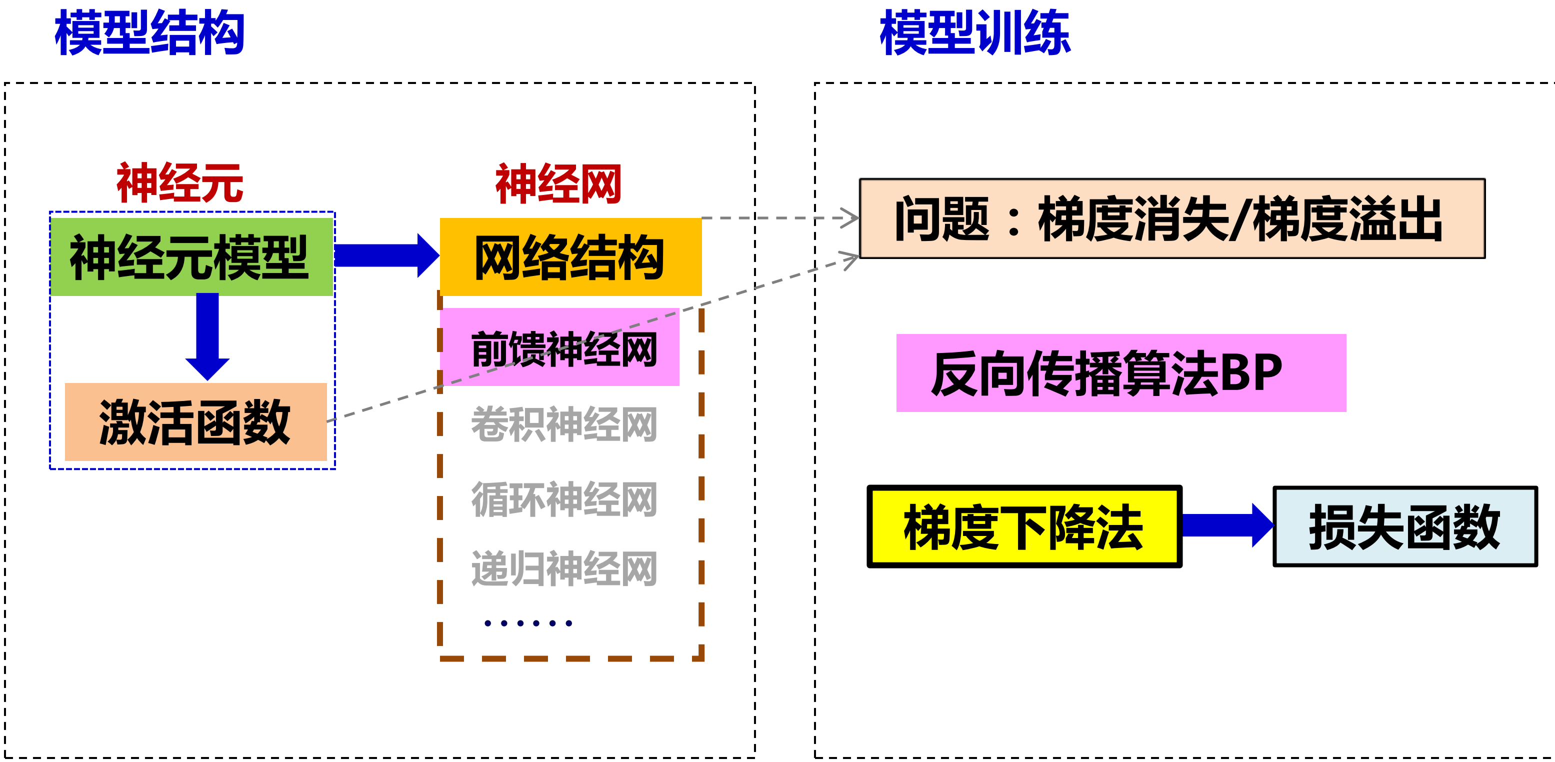
Inspired from Human Brains



大脑可视作为1000多亿神经元组成的神经网络

人脑特点：巨量并行性；信息处理和存储单元结合在一起；自组织自学习功能

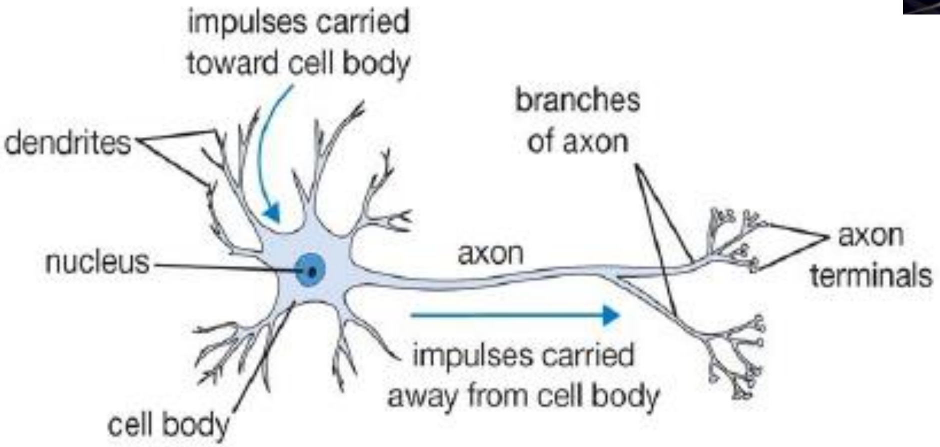
本章内容结构


模型结构
模型训练
神经元
神经元模型
激活函数
神经网
网络结构
前馈神经网
卷积神经网
循环神经网
递归神经网
……
问题：梯度消失/梯度溢出
反向传播算法BP
梯度下降法
损失函数

内 容 提 要

5.1 神经元模型

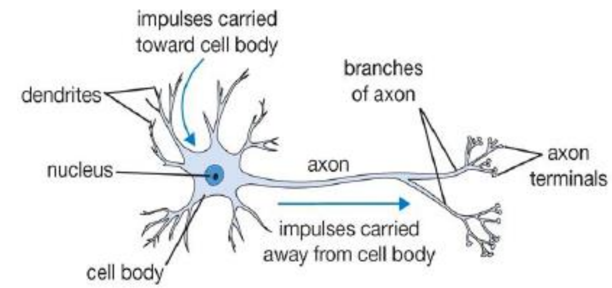
1.生物神经元

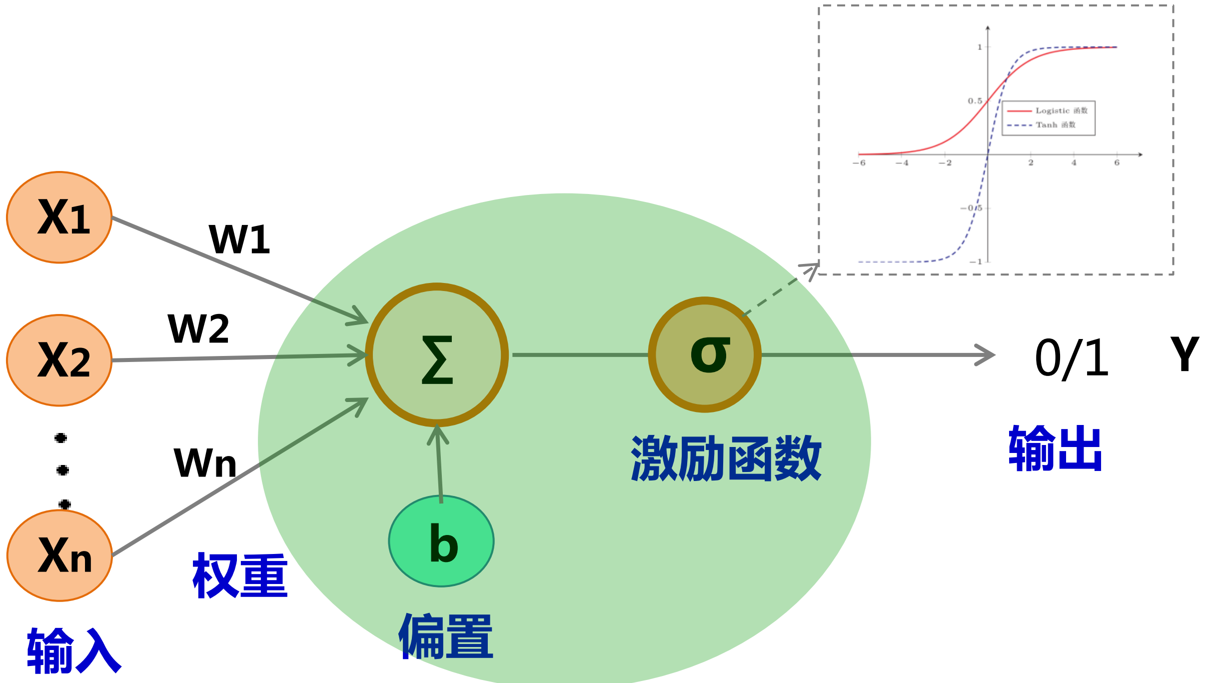


单个神经细胞只有两种状态：兴奋和抑制

5.1 神经元模型

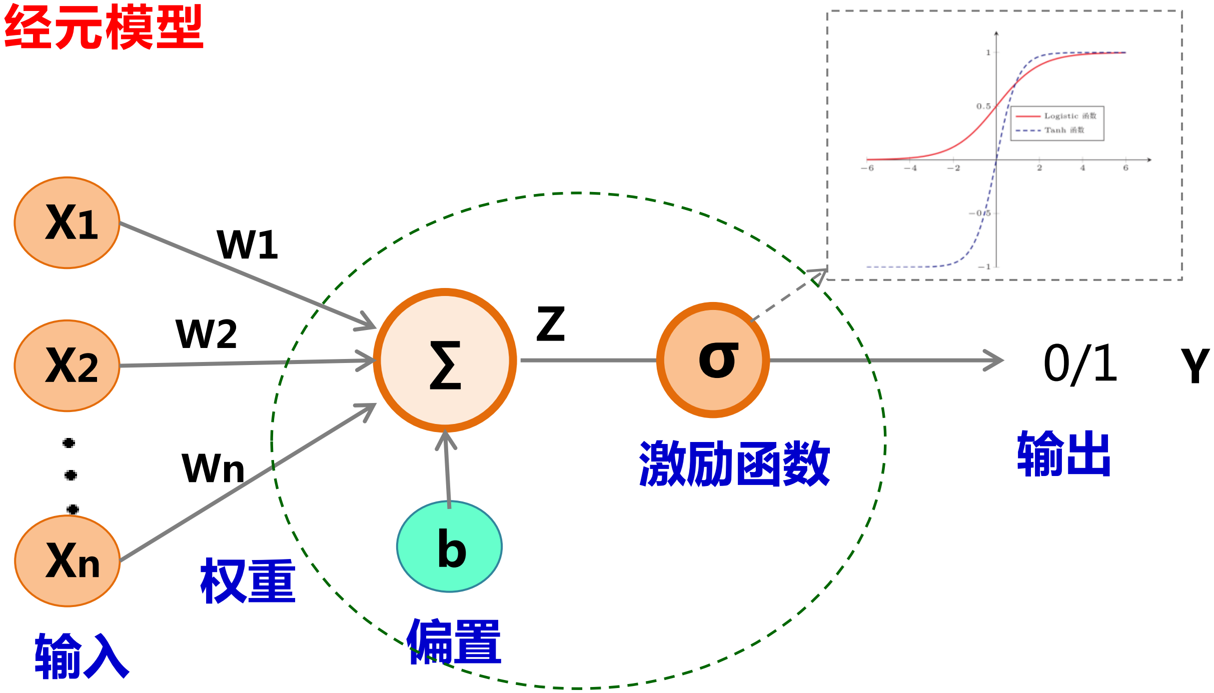
2.人工神经元





5.1 神经元模型

人工神经元模型



输入: X　　**输出:** Y　　**参数:** w , b

输入、输出、参数运算关系：

$$Z = X_1W_1 + X_2W_2 + \ldots + X_nW_n + b$$

$$Y = \sigma(Z) = \sigma(W^TX + b)$$

5.1 神经元模型

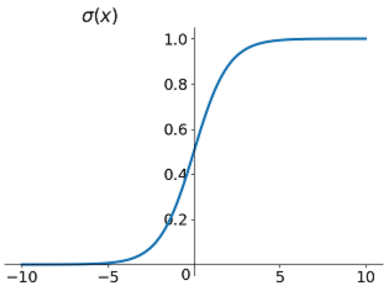
3. 激活函数

为了增强网络的表达能力，需要引入连续的**非线性激活函数**，因为连续非线性激活函数可导的，所以可以用最优化的方法来求解。

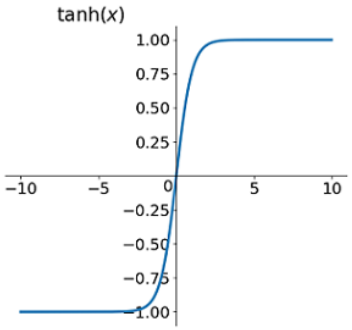
5.1 神经元模型

常用的一些激活函数

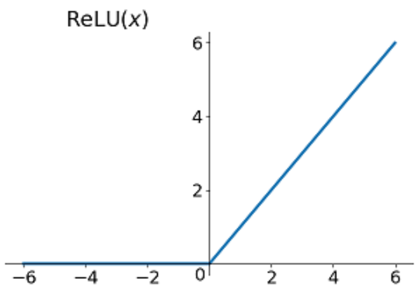
- Sigmoid $y = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$



- Tanh $y = \dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$

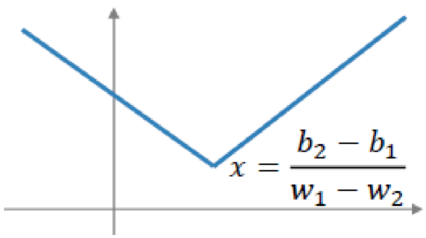


- ReLU y = max(0, x)



- Maxout $y = \max(w1x + b1, w2x + b2)$

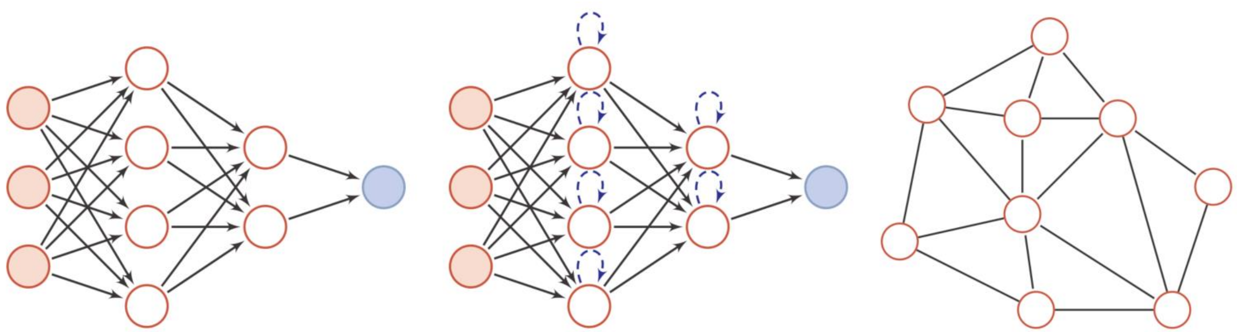
Maxout（X）



5.1 神经元模型

4. 人工神经网络

由多个神经元组成的具有并行分布结构的神经网络模型



(a) 前馈网络 (b) 反馈网络 (c) 图网络

内 容 提 要

5.1　神经元模型

5.2　前馈神经网络

5.3　梯度下降法

5.4　反向传播算法

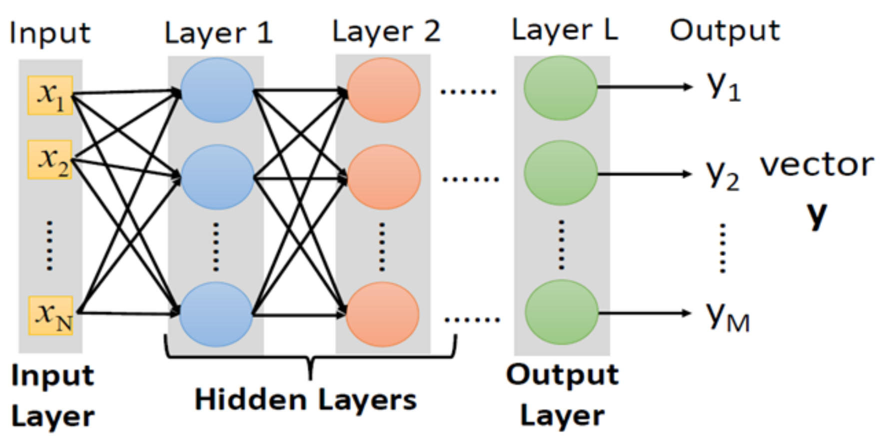
5.5　梯度消失问题

5.6　示例

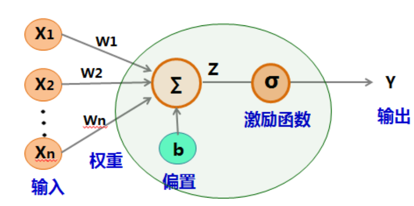
5.2 前馈神经网络

前馈神经网络DNN

前馈神经网络中，各神经元分别属于不同的层。整个网络中无反馈，信号从输入层向输出层单向传播，可用一个有向无环图表示 。

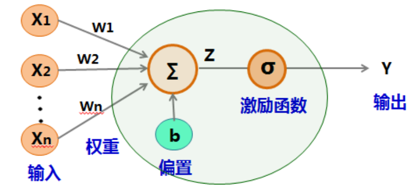


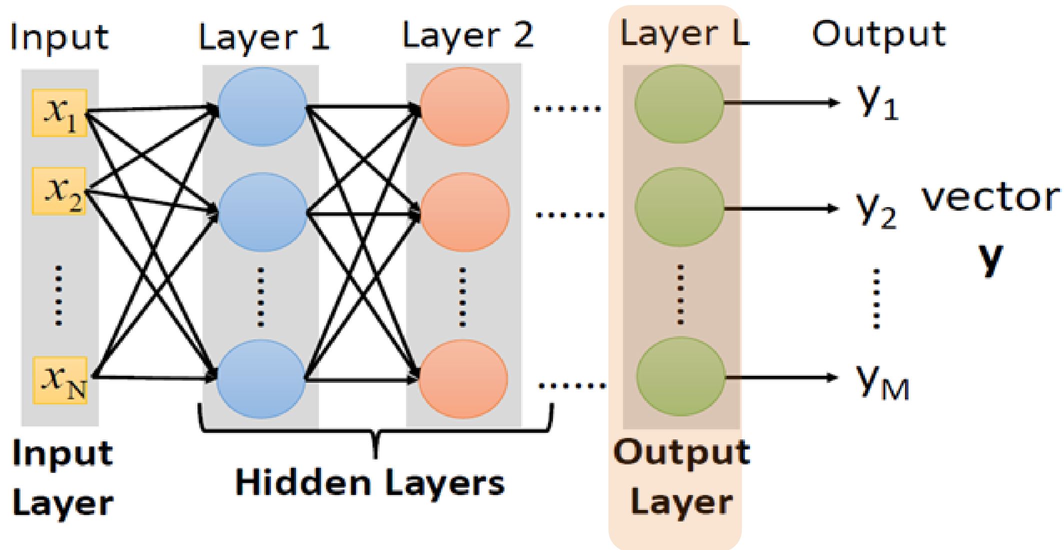
$$f: R^N \to R^M$$



5.2 前馈神经网络

DNN模型结构





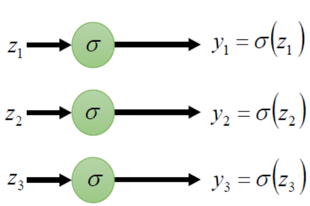
模型输入： **X**

模型输出： **Y**

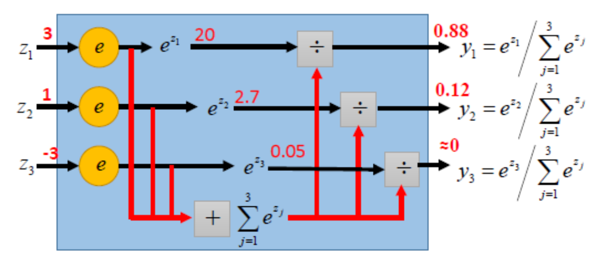
模型参数：

输出层：

一般情况：

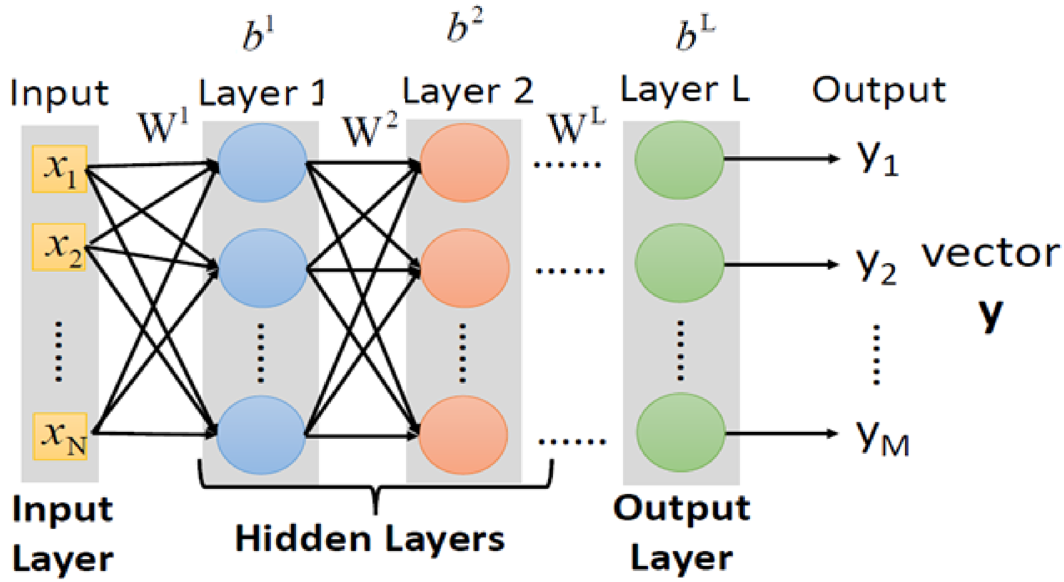


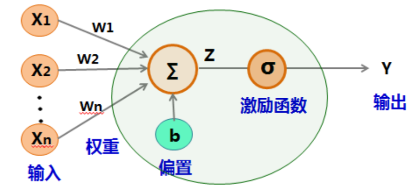
用Softmax 做输出层：



5.2 前馈神经网络

DNN模型结构





参数表示说明

模型输入： **X**

模型输出： **Y**

模型参数： **层间连线权重 W^1, W^2 , … W^L**

各层偏置 b^1 , b^2 … b^L

W^l : a weight matrix L-1层 到L层 权重

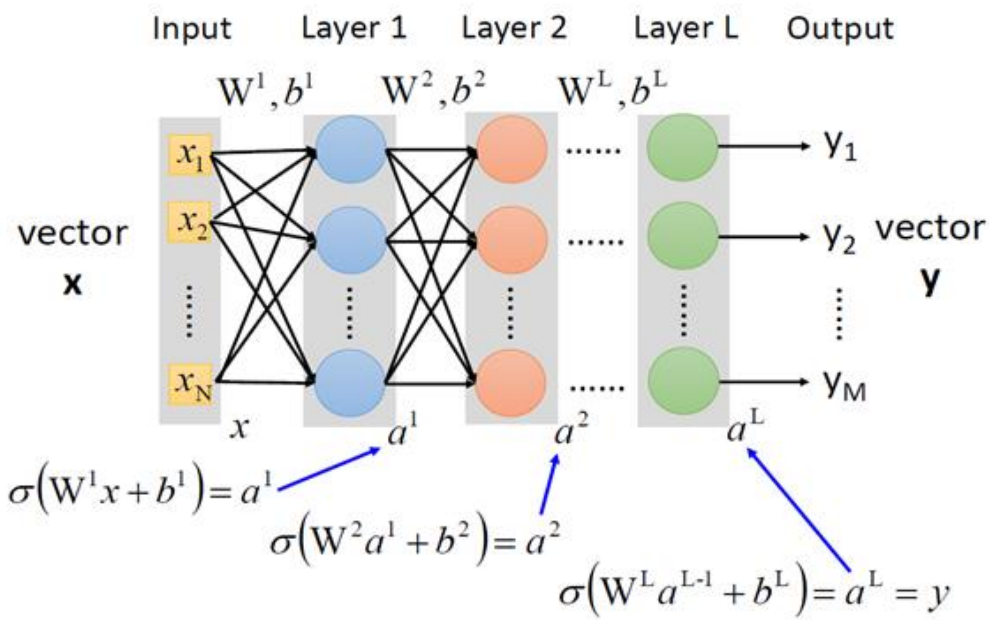
w_{ij}^l : a weight

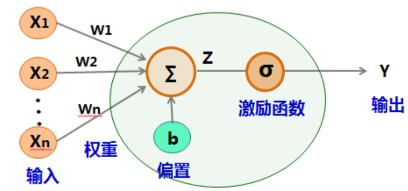
w_{ij}^l → Layer $l-1$ to Layer l

from neuron j (Layer $l-1$)
to neuron i (Layer l)

5.2 前馈神经网络

DNN模型结构





输入、输出参数之间运算关系（信息传播方式）

$Y = f(x, \theta)$ $\theta = \{W^1, b^1, W^2, b^2 \ldots W^L, b^L\}$

$$\boxed{y = f(x) = \sigma\left(W^L \ldots \sigma\left(W^2 \sigma\left(W^1 x + b^1\right) + b^2\right) \ldots + b^L\right)}$$

$$\begin{cases} Z^{(L)} = W^{(L)} a^{(L-1)} + b^{(L)} \\ a^{(L)} = \sigma(Z^{(L)}) \end{cases}$$

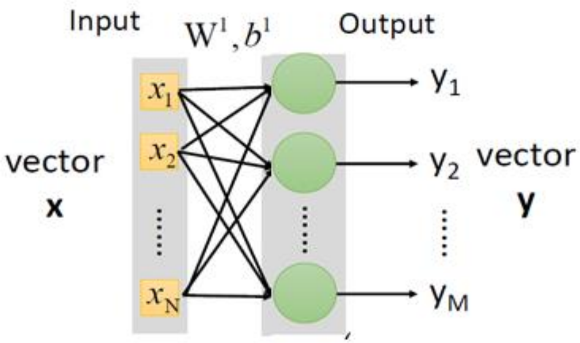
$$X = a^{(0)} \rightarrow Z^{(1)} \rightarrow a^{(1)} \rightarrow Z^{(2)} \rightarrow \ldots\ldots \rightarrow a^{(L-1)} \rightarrow Z^{(L)} \rightarrow a^{(L)} = Y$$

内 容 提 要

5.3 梯度下降法

问题引入：

一层 DNN



$$Y = f(x, \theta) \qquad \theta = \{W^1, b^1\}$$

$$Y = \sigma(W^1 X + b^1)$$

网络训练（学习）：求 θ

有监督训练　　**给定实例（x^i ; $\hat{y}^i$）**　　**如何求 θ ？**

5.3 梯度下降法

方法1： 通过列方程解决

但当参数达数百万时，或实例少于参数 时 方程法不可行

方法2： 通过迭代调参方式解决

通过调整参数，让模型输出递归性地逼近标准输出。

神经网络中一般用 方法2 进行参数学习

问题： 怎么调？调到什么程度？

迭代调参方式：

- 定义目标函数（损失函数）：一般将问题转化为求极值问题
- 优化目标函数 ：用调参的方式通过求目标函数的极值 来确定参数

5.3 梯度下降法

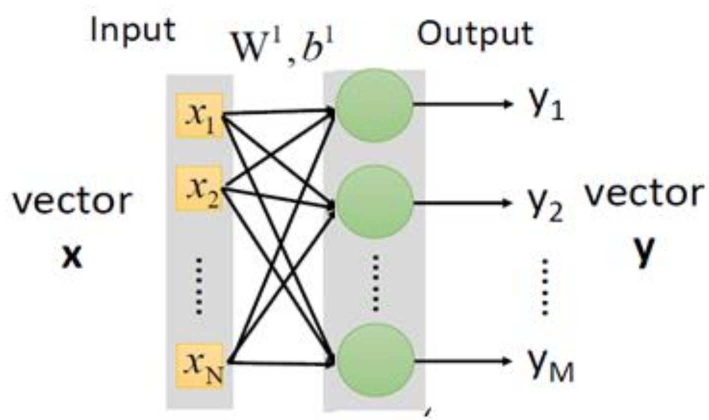
■ **定义目标函数（损失函数）** **将问题转化为求极值问题**

有监督训练

给定实例（x^i, $\hat{y}^i$）

$$Y = \sigma(W^1X+b^1) \quad \theta = \{W^1, b^1\}$$

输入： x^i



标准输出： $\hat{y}^i$

逼近

模型输出： $y^i = f(x^i, \theta)$

- **用 y^i 与 $\hat{y}^i$ 的误差定义**
  损失函数： $L(\theta)$ **或** $C(\theta)$

- **问题：求** $\min C(\theta)$

5.3 梯度下降法

常用的损失函数有：

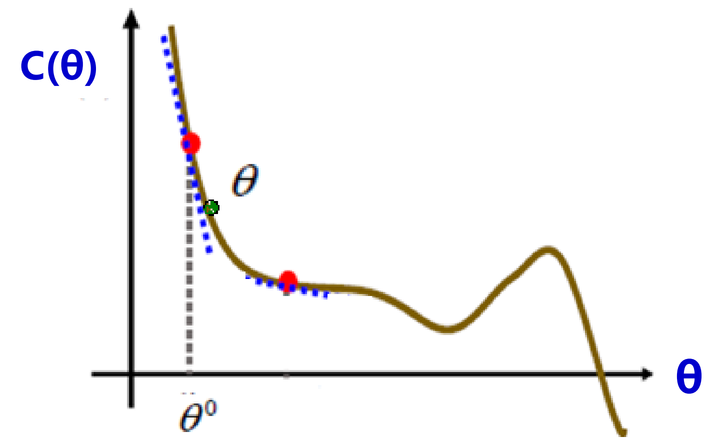
- 0-1损失
- 平方损失函数
- 绝对值损失函数
- 对数损失函数
- 交叉熵（负对数似然函数）
- Hinge损失
- 指数损失

……

5.3 梯度下降法

绝对值损失函数：

$$L(Y, f(X,\theta)) = |Y - f(X,\theta)|$$



平方损失函数：

$$L(Y, f(X,\theta)) = (Y - f(X,\theta))^2$$

交叉熵损失函数：

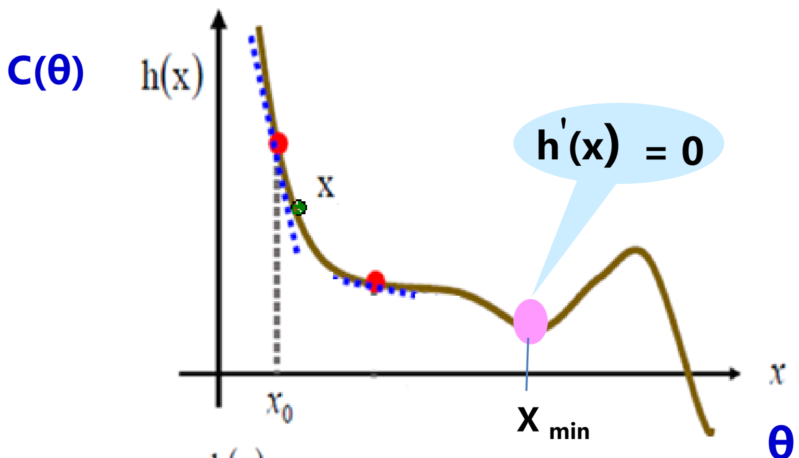
$$L(Y, f(X,\theta)) = -\sum_{i=1}^{C} y_i \log f_i(X,\theta)$$

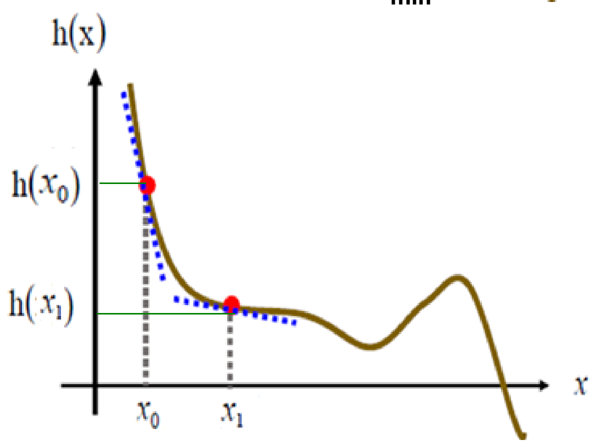
用one-hot向量y来表示目标类别c其中只有$y_c = 1$，其余的向量元素都为 0 。

5.3 梯度下降法

■ **优化目标函数**　　**迭代调参方式求函数极值**

◆ **问题：有函数 $y=h(x)$，求 $\min h(x)$**





原理：

泰勒展开：如 $h(x)$ 在 $x=x_0$ 附近无限可微

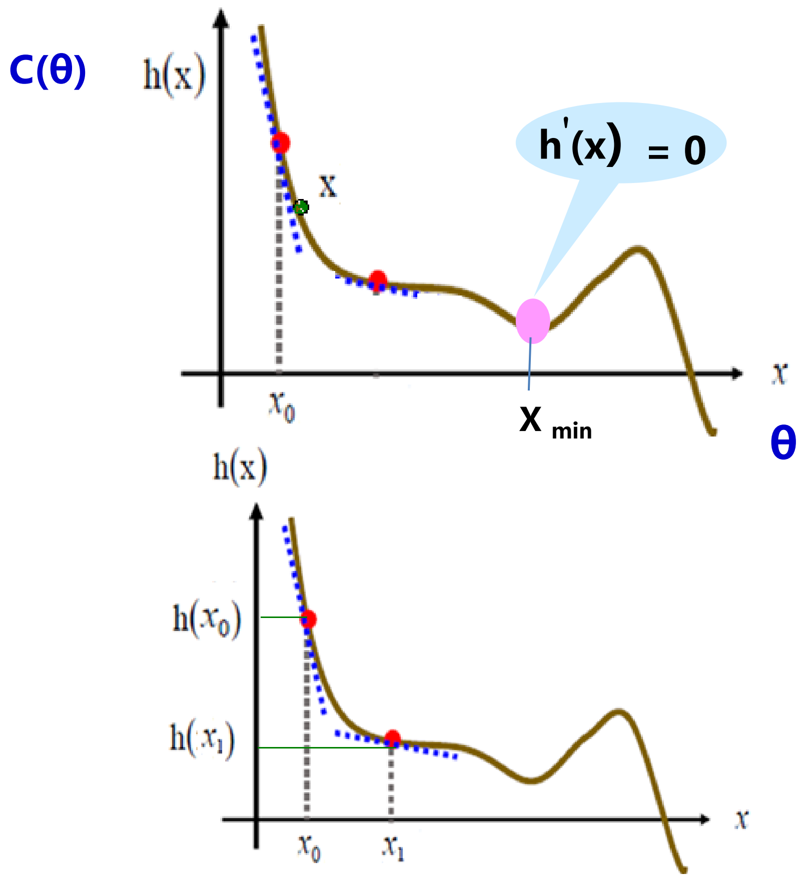
$$h(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{h^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)^k$$

$$=h(x_0)+h'(x_0)(x-x_0)+\frac{h''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\ldots$$

当 x 与 x_0 足够接近时

$$h(x)\approx h(x_0)+h'(x_0)(x-x_0)$$

5.3 梯度下降法



$$h(x) \approx h(x_0) + h'(x_0)(x - x_0)$$

$$h(x_1) = h(x_0) + h'(x_0)(x_1 - x_0)$$

目标：求 h(X) 极小值

每次取X_{i+1}应满足 $h(X_{i+1}) < h(X_i)$

$$h(x_1) - h(x_0) = h'(x_0)(x_1 - x_0) < 0$$

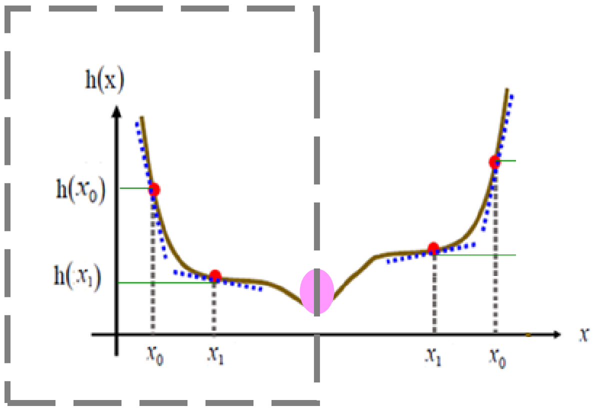
$$\boxed{h'(x_0)(x_1 - x_0) < 0}$$

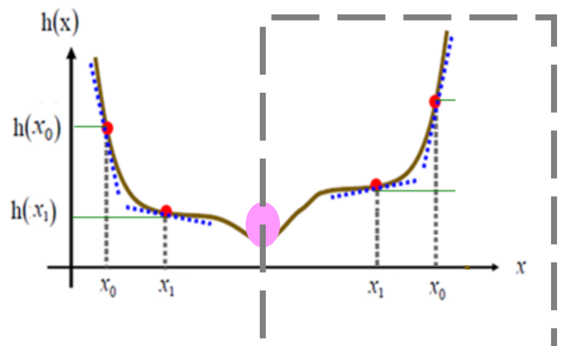
每步参数调整

$$X_1 = X_0 - \eta\, h'(x_0)$$

$$X_{i+1} = X_i - \eta\, h'(x_i)$$

5.3 梯度下降法





验证

从左向右调整：

$$X_1 = X_0 - \eta\, h'(x_0)$$

$$\boxed{h'(x_0)(x_1 - x_0) < 0}$$

从右向左调整：

$$X_1 = X_0 - \eta\, h'(x_0)$$

$$\boxed{h'(x_0)(x_1 - x_0) < 0}$$

参数调整方法 – 梯度下降：

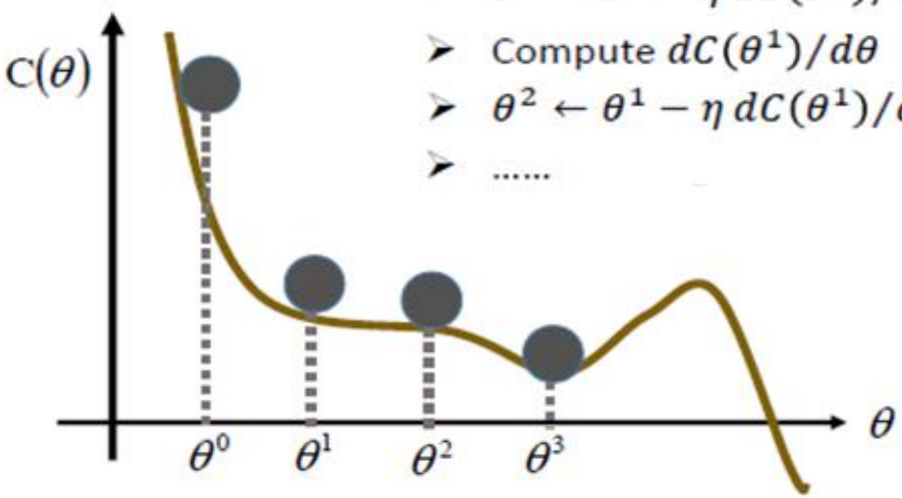
$$\boxed{X_{i+1} \leftarrow X_i - \eta\, h'(x_i)}$$ 直到 $h'(x_i)=0$

学习率　　梯度

5.3 梯度下降法

梯度下降过程：

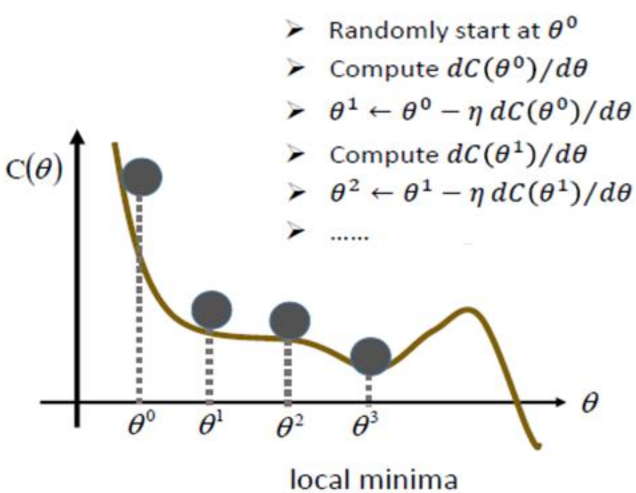
- Randomly start at θ^0
- Compute $dC(\theta^0)/d\theta$
- $\theta^1 \leftarrow \theta^0 - \eta\, dC(\theta^0)/d\theta$
- Compute $dC(\theta^1)/d\theta$
- $\theta^2 \leftarrow \theta^1 - \eta\, dC(\theta^1)/d\theta$
- ……



local minima

5.3 梯度下降法

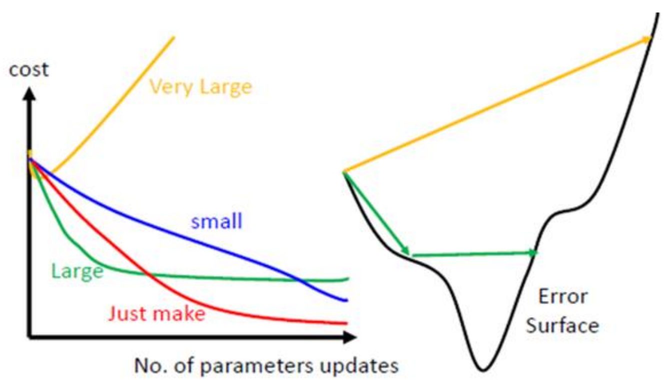
梯度下降中问题：



（1）参数初值

参数初值设置将影响参数学习效果

避免各参数初值设为相同值，参数初值设置尽量随机。



（2）学习率 η

学习率 η 设置时要注意不能过大或过小

5.3 梯度下降法

◆ 复合函数情况

函数：y=h(g(x)) ，求 min h(g(x))

$$X_{i+1} \leftarrow X_i - \eta\, h'(g(x_i))$$

y=h(g(x))

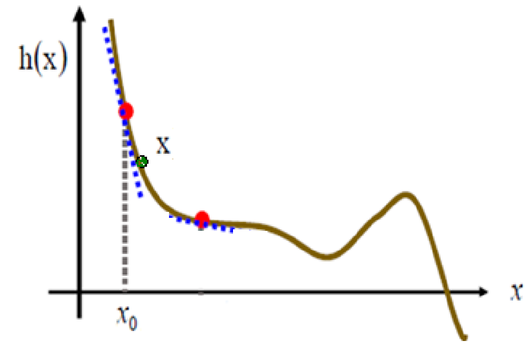
链式法则：

$$y = h(z) \quad z = g(x)$$

$$\Delta x \to \Delta z \to \Delta y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$$

函数：y=h(x)，求 min h(x)



$$h(x_1) = h(x_0) + h'(x_0)(x_1 - x_0)$$

$$\boxed{X_{i+1} \leftarrow X_i - \eta\, h'(x_i)}$$

5.3 梯度下降法

◆ 高维参数情况

函数：y=h(g(x,w))，求 min h(g(x,w))

$$X_{i+1} \leftarrow X_i - \eta \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$w_{i+1} \leftarrow w_i - \eta \frac{\partial y}{\partial w}$$

y=h(g(x，w))

链式法则：

$$y = h(z) \quad z = g(x, w)$$

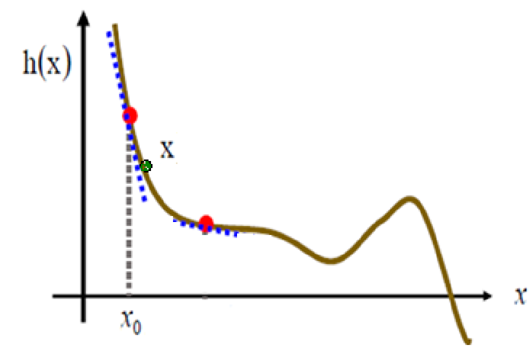
$$\Delta x \to \Delta z \to \Delta y$$

$$\Delta w \to \Delta z \to \Delta y$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x}$$

$$\frac{\partial y}{\partial w} = \frac{\partial y}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial w}$$

函数：y=h(x)，求 min h(x)



$$h(x_1) = h(x_0) + h'(x_0)(x_1 - x_0)$$

$$\boxed{X_{i+1} \leftarrow X_i - \eta\, h'(x_i)}$$

5.3 梯度下降法

◆ 复合函数情况

函数：z=k(g(s),h(s))，求 min k(g(s),h(s))

$$s_{i+1} \leftarrow s_i - \eta \frac{\partial z}{\partial s}$$

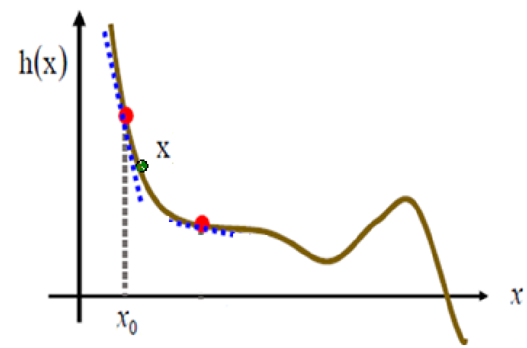
z=k(g(s),h(s))

链式法则：

$x = g(s) \qquad y = h(s) \qquad z = k(x, y)$

$$\begin{tikzcd} & \Delta x \arrow[dr] & \\ \Delta s \arrow[ur] \arrow[dr] & & \Delta z \\ & \Delta y \arrow[ur] & \end{tikzcd} \qquad \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$$

函数：y=h(x)，求 min h(x)



$$h(x_1) = h(x_0) + h'(x_0)(x_1 - x_0)$$

$$\boxed{x_{i+1} \leftarrow x_i - \eta\, h'(x_i)}$$

5.3 梯度下降法

梯度下降法学习参数

给定训练数据 $\{(x^1,\hat{y}^1)\ldots(x^r,\hat{y}^r)\ldots(x^R,\hat{y}^R)\}$

- **梯度下降法（ Gradient Descent ）**

$$C(\theta)=\frac{1}{R}\sum_r\left\|f(x^r;\theta)-\hat{y}^r\right\| \qquad \theta^i=\theta^{i-1}-\eta\nabla C(\theta^{i-1}) \qquad \nabla C(\theta^{i-1})=\frac{1}{R}\sum_r\nabla C^r(\theta^{i-1})$$

- **随机梯度下降法（ Stochastic Gradient Descent ）**

$$C(\theta)=\left\|f(x^r;\theta)-\hat{y}^r\right\| \qquad \theta^i=\theta^{i-1}-\eta\nabla C^r(\theta^{i-1})$$

- **mini-batch 梯度下降法（ mini batch Stochastic Gradient Descent ）**

$$C(\theta)=\frac{1}{B}\sum_{x_r\in b}\left\|f(x^r;\theta)-\hat{y}^r\right\| \qquad \theta^i=\theta^{i-1}-\eta\nabla C^r(\theta^{i-1}) \qquad \nabla C(\theta^{i-1})=\frac{1}{B}\sum_{x_r\in b}\nabla C^r(\theta^{i-1})$$

5.3 梯度下降法

Algorithm Stochastic gradient descent (SGD) update at training iteration k

Require: Learning rate ϵ_k.
Require: Initial parameter $\boldsymbol{\theta}$

while stopping criterion not met **do**

Sample a minibatch of m examples from the training set $\{\boldsymbol{x}^{(1)}, \ldots, \boldsymbol{x}^{(m)}\}$ with corresponding targets $\boldsymbol{y}^{(i)}$.

Compute gradient estimate: $\hat{\boldsymbol{g}} \leftarrow +\frac{1}{m}\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \sum_i L(f(\boldsymbol{x}^{(i)}; \boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{y}^{(i)})$

Apply update: $\boldsymbol{\theta} \leftarrow \boldsymbol{\theta} - \epsilon\hat{\boldsymbol{g}}$

end while

内 容 提 要

5.4 反向传播算法

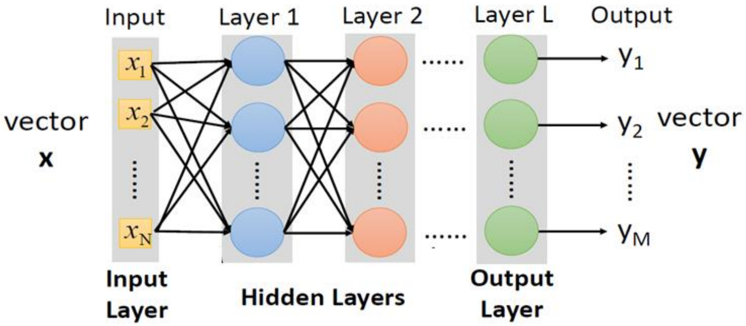
反向传播算法 （Back Propagation ）

1974年Webos在博士论文中首次提出BP算法，但未引发关注．目前广泛使用的BP算法诞生于1986年 以全连接层为例：链式求导，梯度反向传导．

核心思想：

将输出误差以某种形式**反传给各层**所有的单元，各层按本层误差修正各单元连接权值。

有监督学习



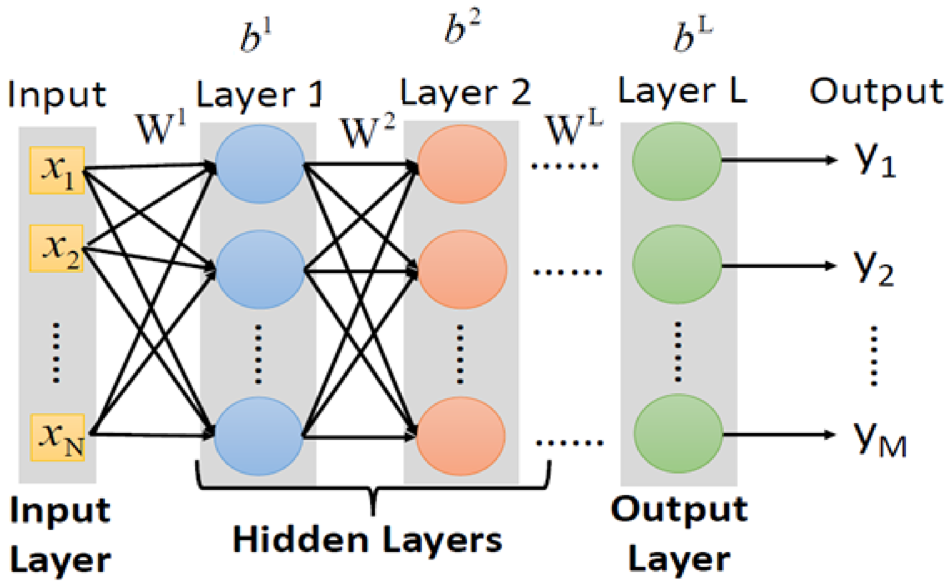
5.4 反向传播算法

■ 定义目标函数（损失函数）

有监督训练

给定实例（x^i, $\hat{y}^i$）

输入： x^i



标准输出： $\hat{y}^i$

模型输出： y^i

损失函数：

$$C(\theta)=\frac{1}{R}\sum_r \left\| f\left(x^r;\theta\right)-\hat{y}^r \right\|$$

$$y=f(x)=\sigma\left(W^L\ldots\sigma\left(W^2\sigma\left(W^1x+b^1\right)+b^2\right)\ldots+b^L\right)$$

$\theta=\{W^1, b^1, W^2, b^2 \ldots W^L, b^L\}$

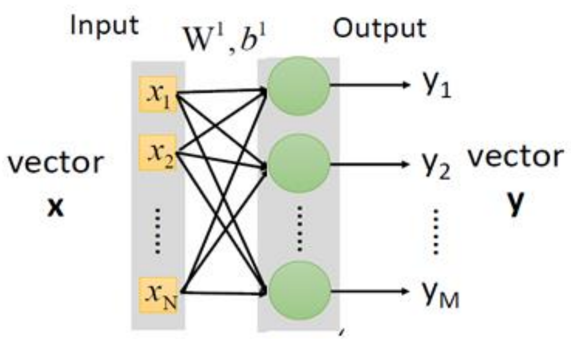
目标：

$$\theta^* = arg\min_{\theta} C(\theta)$$

5.4 反向传播算法

给定训练数据 $\{(x^1,\hat{y}^1)\dots(x^r,\hat{y}^r)\dots(x^R,\hat{y}^R)\}$

单层神经网络



$Y = \sigma(W^1X + b^1)$　　$\theta = \{W^1, b^1\}$

损失函数：

$$C(\theta) = \frac{1}{R}\sum_r \left\| f(x^r;\theta) - \hat{y}^r \right\|$$

$$= \frac{1}{R}\sum_r \left\| \sigma(W^1X + b^1) - \hat{y}^r \right\|$$

梯度下降：

$$\theta^* = arg\min_{\theta} C(\theta)$$

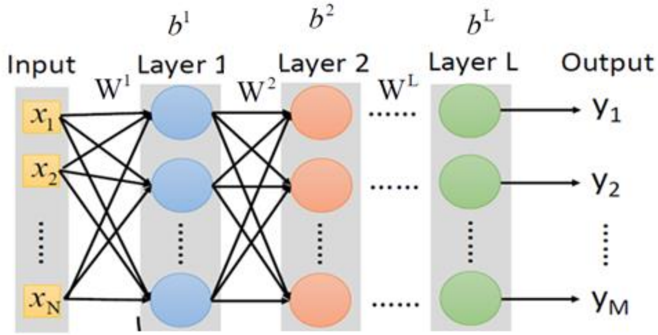
$$W^1 \longleftarrow W^0 - \eta \frac{\partial C(\theta)}{\partial w0}$$

$$b^1 \longleftarrow b^0 - \eta \frac{\partial C(\theta)}{\partial b0}$$

5.4 反向传播算法

给定训练数据 $\{(x^1,\hat{y}^1)\dots(x^r,\hat{y}^r)\dots(x^R,\hat{y}^R)\}$

多层神经网络



$$y=f(x)=\sigma(W^L\dots\sigma(W^2\sigma(W^1x+b^1)+b^2)\dots+b^L)$$

θ={ W^1, b^1 ,W^2 , b^2… W^L ,b^L}

损失函数：

$$C(\theta)=\frac{1}{R}\sum_r\left\|f(x^r;\theta)-\hat{y}^r\right\|$$
$$=\frac{1}{R}\sum_r\left\|\sigma(W^L\dots\sigma(W^2\sigma(W^1x+b^1)+b^2)\dots+b^L)-\hat{y}^r\right\|$$

梯度下降：

$$\theta^*=arg\min_\theta C(\theta)$$

$$[W^l]^1 \longleftarrow [W^l]^0-\eta\frac{\partial C(\theta)}{\partial wl}$$

$$[b^l]^1 \longleftarrow [b^l]^0-\eta\frac{\partial C(\theta)}{\partial bl}$$

y=h(g(x))　min h(g(x))

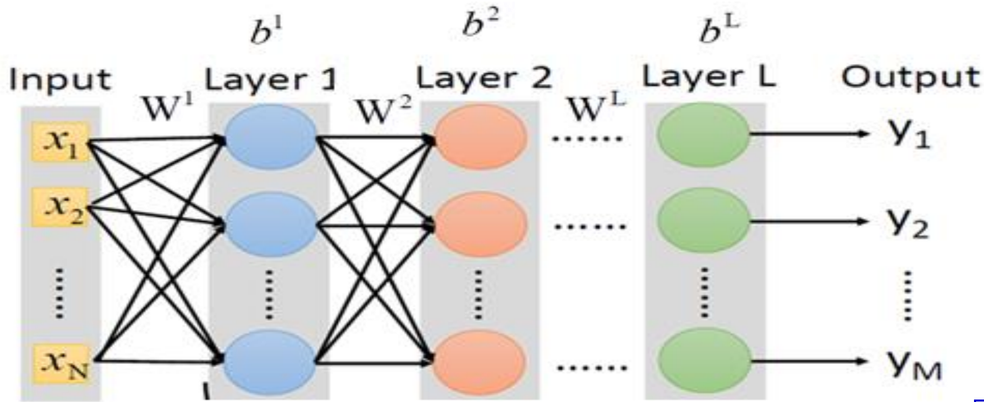
$$X_{i+1}\leftarrow X_i-\eta\, h'(g(x_i))$$

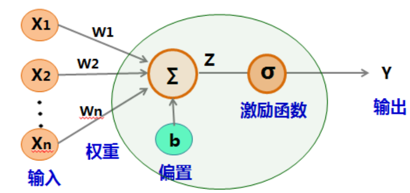
链式法则：

$$y=h(z)\quad z=g(x)$$
$$\Delta x\rightarrow\Delta z\rightarrow\Delta y$$
$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dz}\cdot\frac{dz}{dx}$$

5.4 反向传播算法

DNN参数层级关系：





$$y=f(x)=\sigma\left(W^{L}\ldots\sigma\left(W^{2}\sigma\left(W^{1}x+b^{1}\right)+b^{2}\right)\ldots+b^{L}\right)$$

损失函数：

$$C(\theta)=\frac{1}{R}\sum_{r}\left\|f\left(x^{r};\theta\right)-\hat{y}^{r}\right\|$$
$$=\frac{1}{R}\sum_{r}\left\|\sigma\left(W^{L}\ldots\sigma\left(W^{2}\sigma\left(W^{1}x+b^{1}\right)+b^{2}\right)\ldots+b^{L}\right)-\hat{y}^{r}\right\|$$

$$Z^{(L)}=W^{(L)}a^{(L-1)}+b^{(L)} \qquad a^{(L)}=\sigma(Z^{(L)})$$

$$W^{1}\rightarrow Z^{(1)}\rightarrow a^{(1)}\rightarrow Z^{(2)}\rightarrow \ldots\ldots\rightarrow a^{(L-1)}\rightarrow Z^{(L)}\rightarrow a^{(L)}=Y$$

$$\Delta W^{1}\rightarrow \Delta Z^{(1)}\rightarrow \Delta a^{(1)}\rightarrow \Delta Z^{(2)}\rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \Delta Z^{(L)}\rightarrow \Delta a^{(L)}\rightarrow \Delta Y\rightarrow \Delta C(\theta)$$

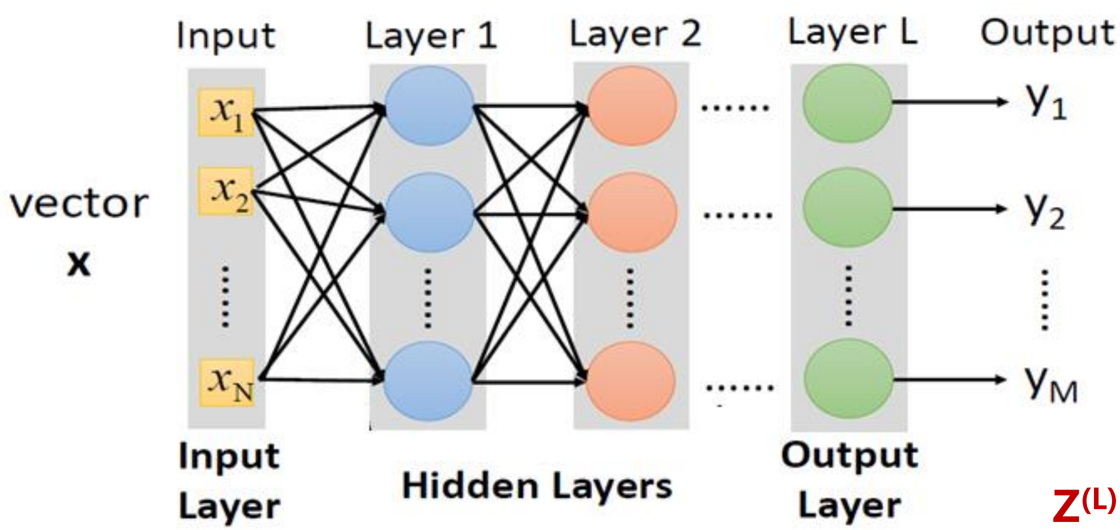
$$\Delta W^{2}\rightarrow \Delta Z^{(2)}\rightarrow \Delta a^{(2)}\rightarrow \Delta Z^{(3)}\rightarrow \ldots\ldots\ldots \Delta Z^{(L)}\rightarrow \Delta a^{(L)}\rightarrow \Delta Y\rightarrow \Delta C(\theta)$$

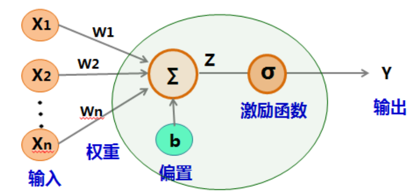
....

$$\Delta W^{L}\rightarrow \Delta Z^{(L)}\rightarrow \Delta a^{(L)}\rightarrow \Delta Y\rightarrow \Delta C(\theta)$$

5.4 反向传播算法

参数调整：





$$Z^{(L)} = W^{(L)} a^{(L-1)} + b^{(L)}$$

$\Delta W^1 \rightarrow \Delta Z^{(1)} \rightarrow \Delta a^{(1)} \rightarrow \Delta Z^{(2)} \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots \Delta Z^{(L)} \rightarrow \Delta a^{(L)} \rightarrow \Delta Y \rightarrow \Delta C(\theta)$

$\Delta W^2 \rightarrow \Delta Z^{(2)} \rightarrow \Delta a^{(2)} \rightarrow \Delta Z^{(3)} \rightarrow \ldots\ldots \Delta Z^{(L)} \rightarrow \Delta a^{(L)} \rightarrow \Delta Y \rightarrow \Delta C(\theta)$

……..

$\Delta W^L \rightarrow \Delta Z^{(L)} \rightarrow \Delta a^{(L)} \rightarrow \Delta Y \rightarrow \Delta C(\theta)$

梯度下降法调各层参数

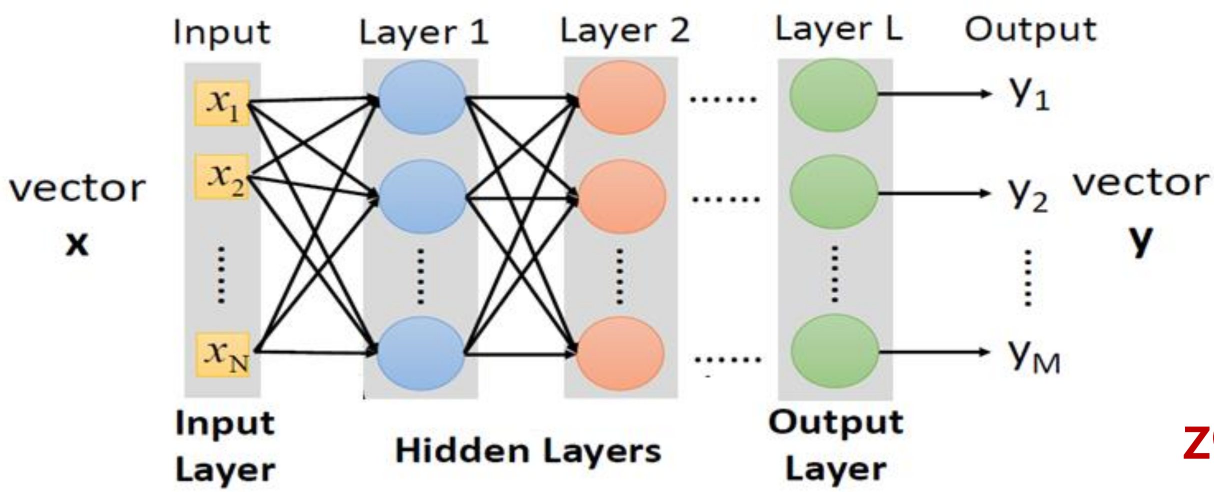
$$[W^l]^1 \longleftarrow [W^l]^0 - \eta \frac{\partial C(\theta)}{\partial W^l}$$

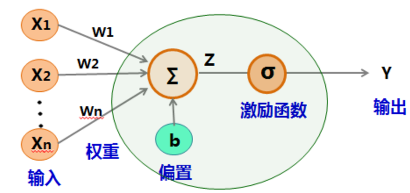
$$\frac{\partial C(\theta)}{\partial W^l} = \underbrace{\boxed{\frac{\partial z^l}{\partial W^l}}}_{a^{l-1}} \frac{\partial C(\theta)}{\partial z^l} = a^{l-1} \boxed{\frac{\partial C(\theta)}{\partial z^l}}$$

?

5.4 反向传播算法

求： $\dfrac{\partial C(\theta)}{\partial Z^{l}}$





$$Y^{L} = \sigma(Z^{L})$$

$$Z^{(L)} = W^{(L)} a^{(L-1)} + b^{(L)}$$

$$\Delta W^{1} \to \Delta Z^{(1)} \to \Delta a^{(1)} \to \Delta Z^{(2)} \to \ldots\ldots \Delta Z^{(L)} \to \Delta a^{(L)} \to \Delta Y \to \Delta C(\theta)$$

$$\Delta W^{2} \to \Delta Z^{(2)} \to \Delta a^{(2)} \to \Delta Z^{(3)} \to \ldots\ldots \Delta Z^{(L)} \to \Delta a^{(L)} \to \Delta Y \to \Delta C(\theta)$$

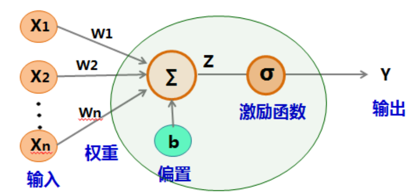
$$\ldots\ldots$$

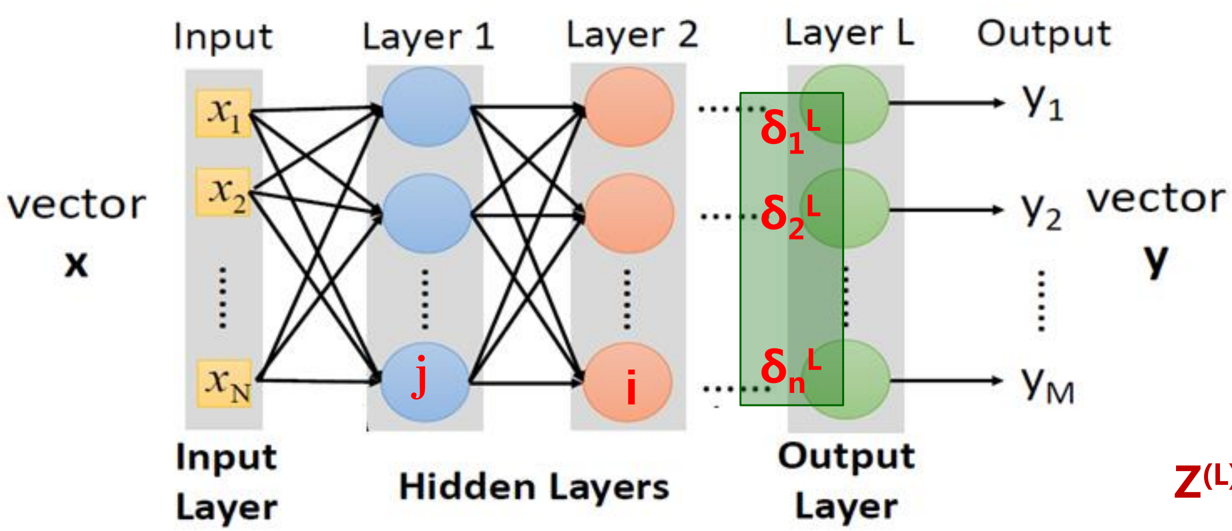
$$\Delta W^{L} \to \Delta Z^{(L)} \to \Delta a^{(L)} \to \Delta Y \to \Delta C(\theta)$$

定义一个误差项 δ^{l}　　$\dfrac{\partial C(\theta)}{\partial Z^{l}} = \delta^{l}$　　先求最后一层误差 δ^{L}

5.4 反向传播算法

最后层一个误差 δ^L





损失函数：

$$C(\theta)=\frac{1}{R}\sum_r \| y^r - \hat{y}^r \|$$

$$Y^L = \sigma(Z^L)$$

$$Z^{(L)} = W^{(L)} a^{(L-1)} + b^{(L)}$$

$\Delta W^1 \rightarrow \Delta Z^{(1)} \rightarrow \Delta a^{(1)} \rightarrow \Delta Z^{(2)} \rightarrow \ldots\ldots \Delta Z^{(L)} \rightarrow \Delta a^{(L)} \rightarrow \Delta Y \rightarrow \Delta C(\theta)$

$\Delta W^2 \rightarrow \Delta Z^{(2)} \rightarrow \Delta a^{(2)} \rightarrow \Delta Z^{(3)} \rightarrow \ldots\ldots \Delta Z^{(L)} \rightarrow \Delta a^{(L)} \rightarrow \Delta Y \rightarrow \Delta C(\theta)$

....

$\Delta W^L \rightarrow \Delta Z^{(L)} \rightarrow \Delta a^{(L)} \rightarrow \Delta Y \rightarrow \Delta C(\theta)$

$$\delta^L = \frac{\partial C(\theta)}{\partial Z^L} = \frac{\partial C(\theta)}{\partial Y^L}\frac{\partial Y^L}{\partial Z^L}$$

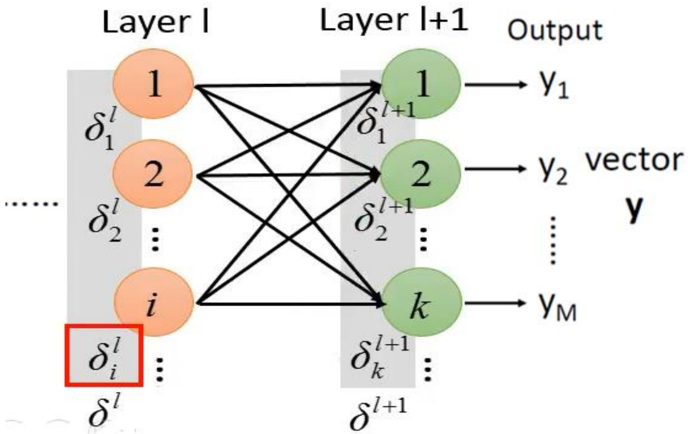
$$C(\theta)=\frac{1}{R}\sum_r \| y^r - \hat{y}^r \|$$

$$\sigma'(Z^L)$$

$$\delta^L = \sigma'(z^l) \bullet \nabla C^r(y^r)$$

5.4 反向传播算法

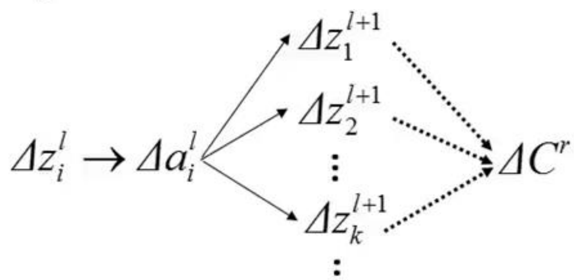
l 层误差 δ^l 与 l +1 层误差 δ^{l+1} 的关系（关键步骤)



损失函数：

$$C(\theta)=\frac{1}{R}\sum_r\left\|f\left(x^r;\theta\right)-\hat{y}^r\right\|$$

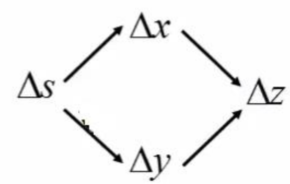
$$\delta_i^l=\frac{\partial C^r}{\partial z_i^l}$$



$$\boxed{\delta_i^l=\frac{\partial C^r}{\partial z_i^l}=\frac{\partial a_i^l}{\partial z_i^l}\sum_k\frac{\partial z_k^{l+1}}{\partial a_i^l}\frac{\partial C^r}{\partial z_k^{l+1}}}$$

链式法则：

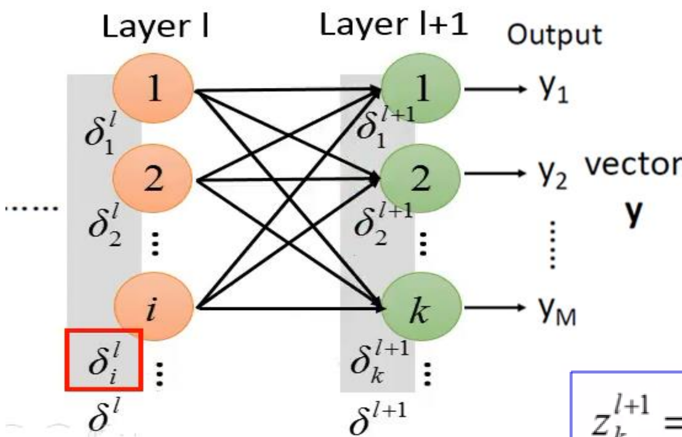
$x=g(s)$ $\quad y=h(s)$ $\quad z=k(x,y)$



$$\frac{\partial z}{\partial s}=\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s}+\frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s}$$

5.4 反向传播算法

l 层误差 δ^l 与 l +1 层误差 δ^{l+1} 的关系



损失函数：

$$C(\theta)=\frac{1}{R}\sum_r\left\|f\left(x^r;\theta\right)-\hat{y}^r\right\|$$

$a^L=\sigma(Z^L)$

$Z^{(L)} = W^{(L)} a^{(L-1)} + b^{(L)}$

$$z_k^{l+1}=\sum_i w_{ki}^{l+1}a_i^l+b_k^{l+1}$$

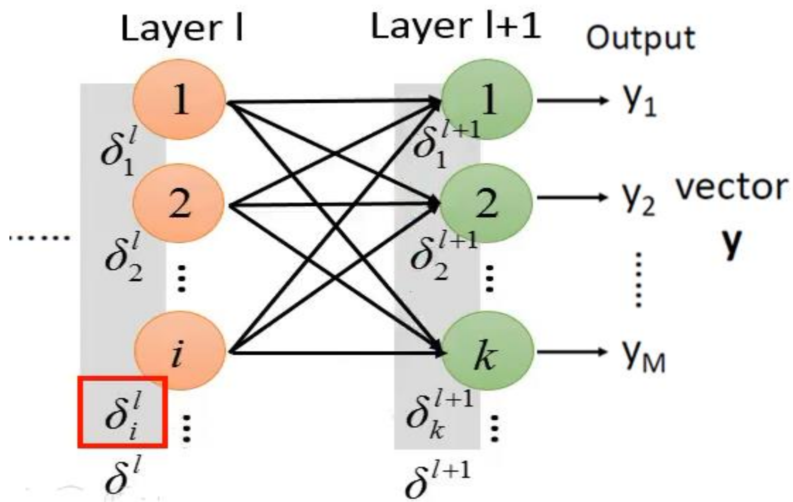
$$\delta_i^l=\frac{\partial C^r}{\partial z_i^l}=\boxed{\frac{\partial a_i^l}{\partial z_i^l}}\sum_k\boxed{\frac{\partial z_k^{l+1}}{\partial a_i^l}}\boxed{\frac{\partial C^r}{\partial z_k^{l+1}}}=\sigma'\left(z_i^l\right)\sum_k w_{ki}^{l+1}\delta_k^{l+1}$$

$\sigma'\left(z_i^l\right)$ w_{ki}^{l+1} δ_k^{l+1}

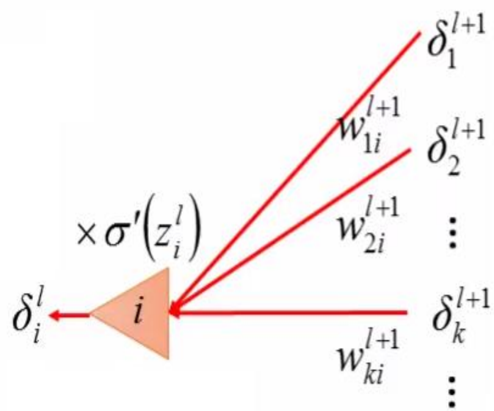
$$\boxed{\delta_i^l=\sigma'\left(z_i^l\right)\sum_k w_{ki}^{l+1}\delta_k^{l+1}}$$

5.4 反向传播算法

根据 δ^l+1^ 求 δ^l^ （误差反传）

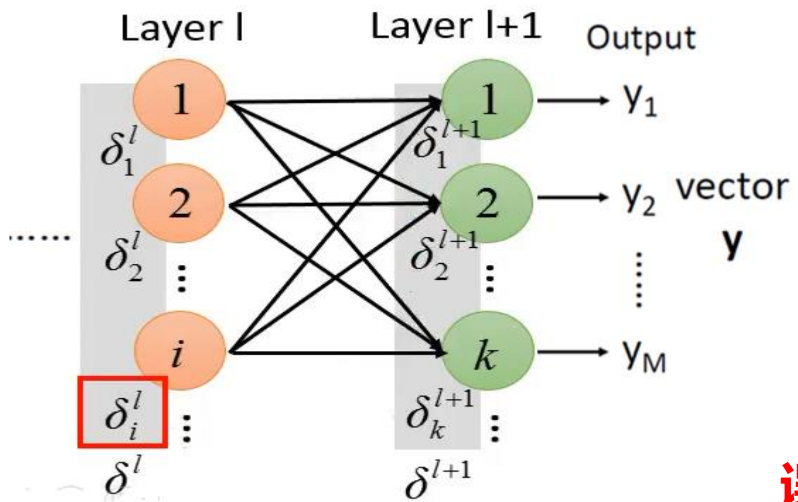


$$\delta_i^l = \sigma'(z_i^l)\sum_k w_{ki}^{l+1}\delta_k^{l+1}$$



5.4 反向传播算法

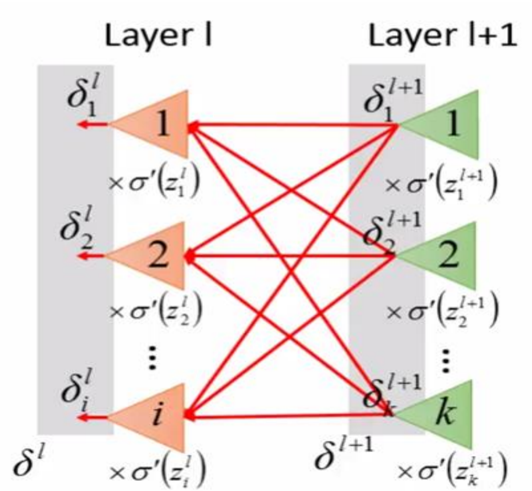
根据 δ $^{l+1}$ 求 δ ^{l} （误差反传）



$$\delta_i^l = \sigma'\left(z_i^l\right)\sum_k w_{ki}^{l+1}\delta_k^{l+1}$$

误差反传公式

$$\boxed{\delta^l = \sigma'\left(z^l\right)\bullet\left(W^{l+1}\right)^T\delta^{l+1}}$$



$$\sigma'\left(z^l\right)=\begin{bmatrix}\sigma'\left(z_1^l\right)\\ \sigma'\left(z_2^l\right)\\ \vdots\\ \sigma'\left(z_i^l\right)\\ \vdots\end{bmatrix}$$

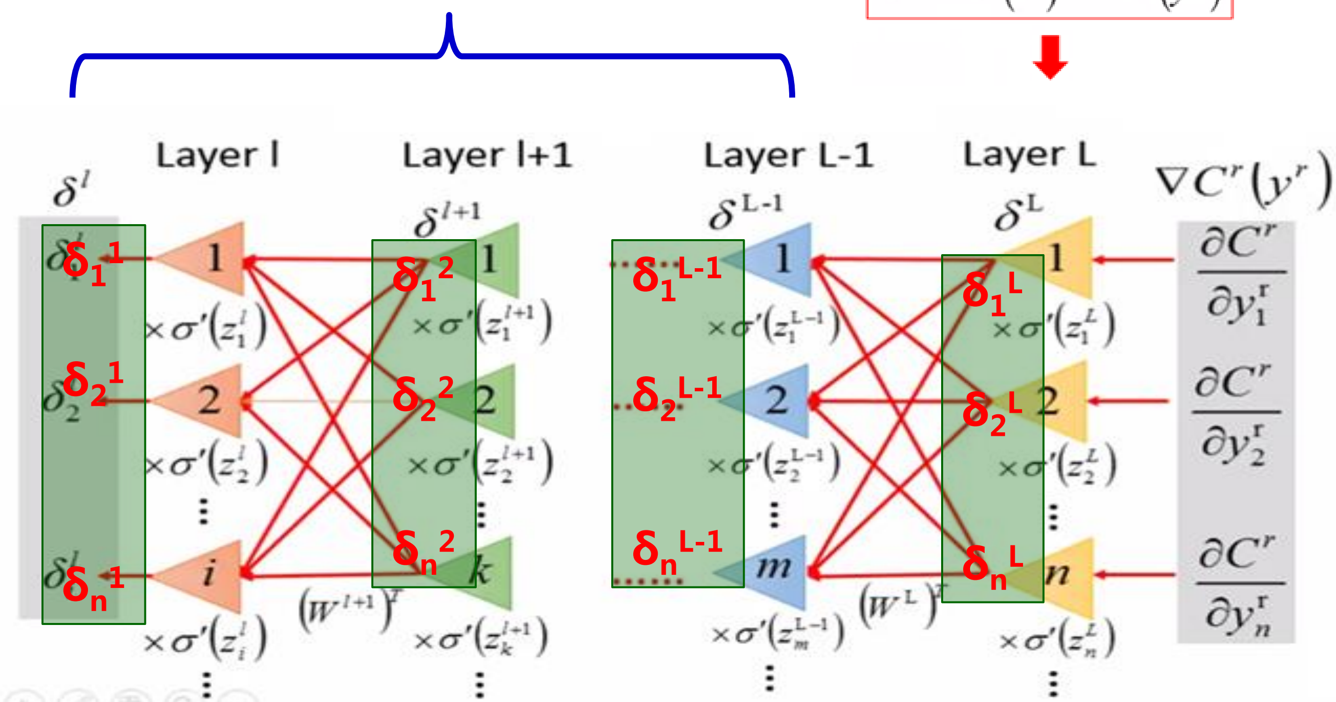
5.4 反向传播算法

误差反传过程：

首先计算最后层误差δ^L ，然后根据误差反传公式求得 倒数第二层误差δ^{L-1}....直至第一层。

$$\delta^l = \sigma'(z^l) \bullet (W^{l+1})^T \delta^{l+1}$$

$$\delta^L = \sigma'(z^l) \bullet \nabla C^r(y^r)$$

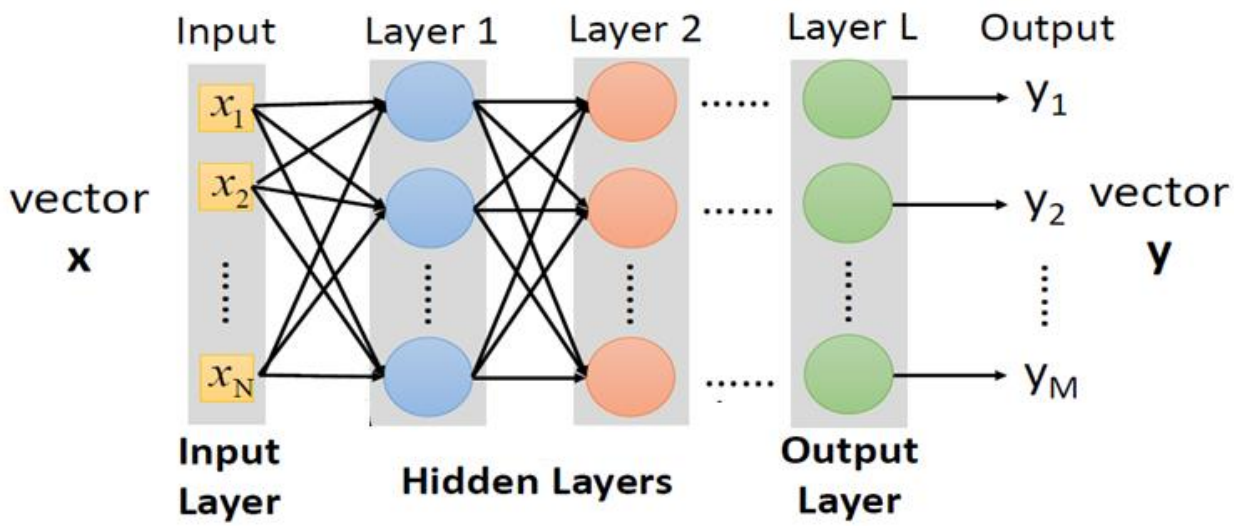


5.4 反向传播算法

参数调整：

损失函数：

$$C(\theta)=\frac{1}{R}\sum_{r}\left\| y^{r}-\hat{y}^{r}\right\|$$



$$\Delta W^{1}\rightarrow \Delta Z^{(1)}\rightarrow \Delta a^{(1)}\rightarrow \Delta Z^{(2)}\rightarrow \ldots\ldots \Delta Z^{(L)}\rightarrow \Delta a^{(L)}\rightarrow \Delta Y\rightarrow \Delta C(\theta)$$

$$\Delta W^{2}\rightarrow \Delta Z^{(2)}\rightarrow \Delta a^{(2)}\rightarrow \Delta Z^{(3)}\rightarrow \ldots\ldots \Delta Z^{(L)}\rightarrow \Delta a^{(L)}\rightarrow \Delta Y\rightarrow \Delta C(\theta)$$

....

$$\Delta W^{L}\rightarrow \Delta Z^{(L)}\rightarrow \Delta a^{(L)}\rightarrow \Delta Y\rightarrow \Delta C(\theta)$$

梯度下降法调各层参数

$$[W^{l}]^{1} \longleftarrow [W^{l}]^{0}-\eta\frac{\partial C(\theta)}{\partial W^{l}}$$

$$\frac{\partial C(\theta)}{\partial W^{l}}=\frac{\partial Z^{l}}{\partial W^{l}}\frac{\partial C(\theta)}{\partial Z^{l}}=a^{l-1}\ \delta^{l}$$

5.4 反向传播算法

前馈神经网络的训练过程可以分为以下三步：

（1）先前馈计算每一层的状态和激活值，直到最后一层；

（2）反向传播计算每一层的误差；

（3）计算每一层参数的偏导数，并更新参数

5.4 反向传播算法

反向传播算法

输入：训练集：$(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)}), i = 1, \cdots, N$，最大迭代次数：$T$

输出：$W, \mathbf{b}$

初始化 $W, \mathbf{b}$；

for $t = 1 \cdots T$ **do**

  for $i = 1 \cdots N$ **do**

    (1) 前馈计算每一层的状态和激活值，直到最后一层；

    (2) 用公式(3)反向传播计算每一层的误差 $\delta^{(l)}$；

    (3) 用公式(1)和(2)每一层参数的导数；

$$\frac{\partial C(W, \mathbf{b}; \mathbf{x}, y)}{\partial W^{(l)}} = \delta^{(l)} (\mathbf{a}^{(l-1)})^T$$

$$\frac{\partial C(W, \mathbf{b}; \mathbf{x}, y)}{\partial \mathbf{b}^{(l)}} = \delta^{(l)}$$

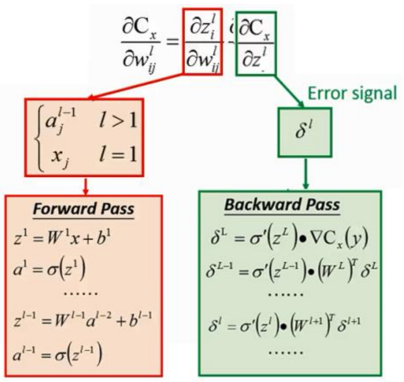
    (4) 更新参数；

$$W^{(l)} = W^{(l)} - \alpha \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial C(W, \mathbf{b}; \mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})}{\partial W^{(l)}} \right)$$

$$\mathbf{b}^{(l)} = \mathbf{b}^{(l)} - \alpha \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial C(W, \mathbf{b}; \mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})}{\partial \mathbf{b}^{(l)}} \right);$$

  end

end



$$\frac{\partial C(W, \mathbf{b}; \mathbf{x}, y)}{\partial W^{(l)}} = \delta^{(l)} (\mathbf{a}^{(l-1)})^T$$

（1）

$$\frac{\partial C(W, \mathbf{b}; \mathbf{x}, y)}{\partial \mathbf{b}^{(l)}} = \delta^{(l)}$$

（2）

$$\delta^{l} = \sigma'(z^{l}) \bullet (W^{l+1})^T \delta^{l+1}$$

（3）

内 容 提 要

5.1　神经元模型

5.2　前馈神经网络

5.3　梯度下降法

5.4　反向传播算法

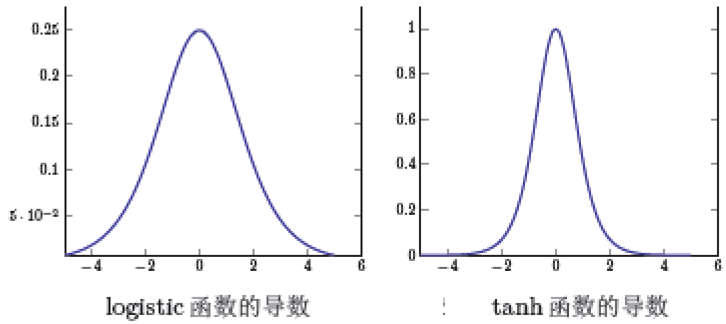
5.5　梯度消失问题

5.6　示例

5.5 梯度消失问题

在神经网络中误差反向传播的迭代公式为 $\delta^l = \sigma'(z^l) \bullet (W^{l+1})^T \delta^{l+1}$

其中需要用到激活函数**σ(Z^L)**的导数误差从输出层反向传播时每层都要乘激活函数导数。当用 sigmoid 或 thanh 函数时：



$\sigma'(x) = \sigma(x)(1-\sigma(x)) \in [0, 0.25]$

$\tanh'(x)=1-(\tanh(x))^2 \in [0, 1]$

这样误差经过每一层传递都会不断衰减，当网络**很深时**甚至**消失**

内 容 提 要

前馈神经网分类问题示例

任务：用前馈神经网实现花的分类

输入：花的 萼片长度、萼片宽度、花瓣长度、花瓣宽度

输出：花的种类

已知：数据集共包含150个实例，3个品种的花各有50个格式如下：

序号	萼片长度	萼片宽度	花瓣长度	花瓣宽度	类别
1	5.1	3.5	1.4	0.2	1
50	5	3.3	1.4	0.2	1
51	7	3.2	4.7	1.4	2
100	5.7	2.8	4.1	1.3	2
101	6.3	3.3	6	2.5	3
150	5.9	3	5.1	1.8	3

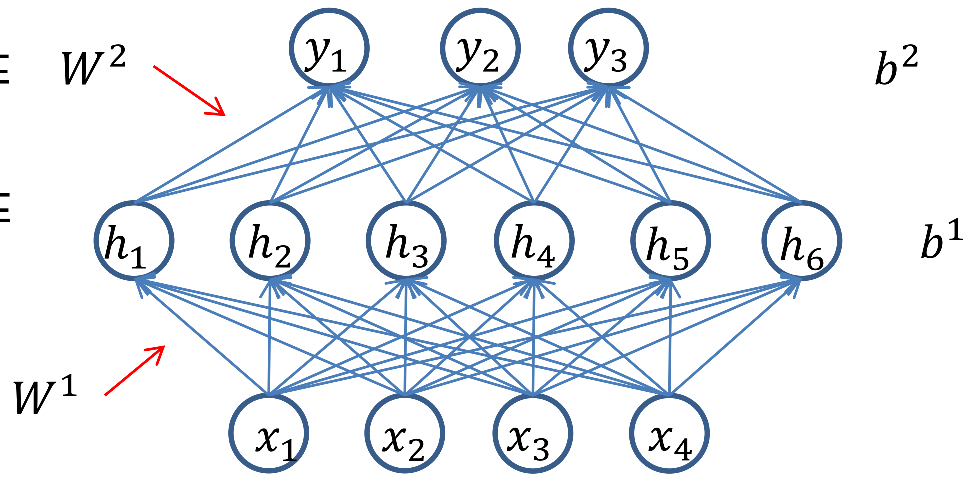
将每个类别的前40个，共120个实例组成训练集，其余30个实例组成测试集。

模型结构

- **构建包含一个隐含层的神经网络DNN模型**
  - 输入层神经元数量：4，对应特征向量维度。
  - 隐含层神经元数量：6，根据经验公式($\sqrt{\boldsymbol{n}+\boldsymbol{m}}+\boldsymbol{a}$)取值。
  - 输出层神经元数量：3，对应目标类别的数量。

$\boldsymbol{a}\epsilon[\mathbf{1},\mathbf{10}]$

- **输入、输出、参数**
  - x表示模型输入
  - H表示隐含状态
  - y表示模型输出
  - W^1表示输入-隐含层权值矩阵
  - b^1表示隐含层偏置
  - W^2表示隐含-输出层权值矩阵
  - b^2表示输出层偏置

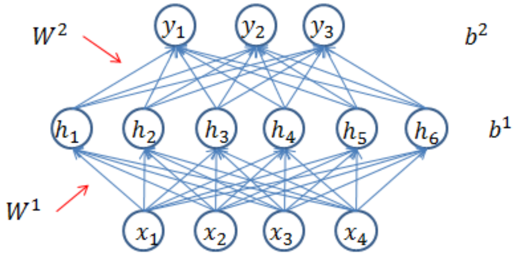


模型结构

- 参数包括 W^1 ，b^1 ，W^2 ，b^2 。

$$W^1 = \begin{bmatrix} W^1_{(1,1)}, W^1_{(1,2)}, W^1_{(1,3)}, W^1_{(1,4)}, W^1_{(1,5)}, W^1_{(1,6)} \\ W^1_{(2,1)}, W^1_{(2,2)}, W^1_{(2,3)}, W^1_{(2,4)}, W^1_{(2,5)}, W^1_{(2,6)} \\ W^1_{(3,1)}, W^1_{(3,2)}, W^1_{(3,3)}, W^1_{(3,4)}, W^1_{(3,5)}, W^1_{(3,6)} \\ W^1_{(4,1)}, W^1_{(4,2)}, W^1_{(4,3)}, W^1_{(4,4)}, W^1_{(4,5)}, W^1_{(4,6)} \end{bmatrix}$$

$$b^1 = [b^1_1, b^1_2, b^1_3, b^1_4, b^1_5, b^1_6]^T$$



$$W^2 = \begin{bmatrix} W^2_{(1,1)}, W^2_{(1,2)}, W^2_{(1,3)} \\ W^2_{(2,1)}, W^2_{(2,2)}, W^2_{(2,3)} \\ W^2_{(3,1)}, W^2_{(3,2)}, W^2_{(3,3)} \\ W^2_{(4,1)}, W^2_{(4,2)}, W^2_{(4,3)} \\ W^2_{(5,1)}, W^2_{(5,2)}, W^2_{(5,3)} \\ W^2_{(6,1)}, W^2_{(6,2)}, W^2_{(6,3)} \end{bmatrix} \qquad b^2 = \begin{bmatrix} b^2_1 \\ b^2_2 \\ b^2_3 \end{bmatrix}$$

模型结构

运算关系:

-- 隐含层

$$h_1 = sigmoid((\sum_{i=1}^{4} x_i W_{(i,1)}^1) + b_1^1)$$

同理可计算出隐含层其他神经元的激活值，向量化表示为：

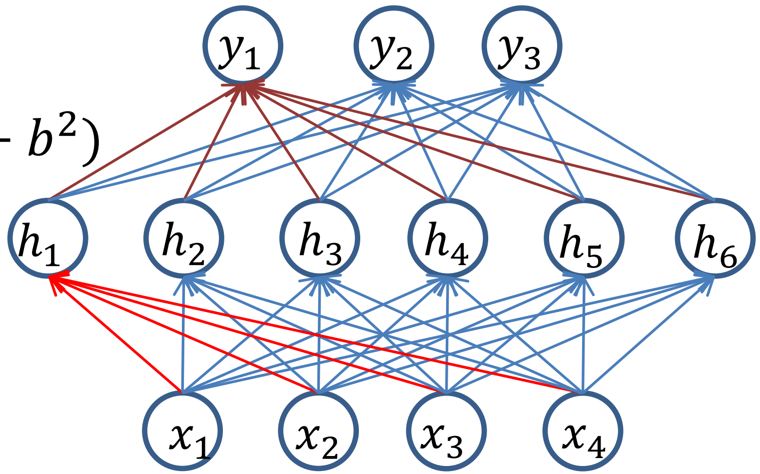
$$H = sigmoid(xW^1 + b^1)$$

--输出层

$$(y_{pred} \sim Z)_1 = \sum_{i=1}^{6} h_i W_{(i,1)}^2 + b_1^2$$

向量化表示为：

$$y_{pred} = softmax(HW^2 + b^2)$$



模型学习

梯度下降法训练模型参数

定义损失函数

交叉熵损失：$J(\theta; x, y) = -\sum_{j=1}^{3} y_j \log((y_{pred})_j)$ $\theta = [W^1, b^1, W^2, b^2]$

整体损失：$J(\theta) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} J(\theta; x^{(i)}, y^{(i)})$

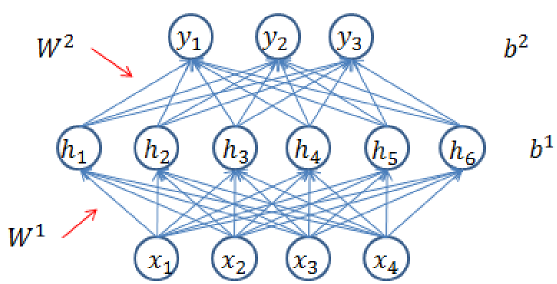
初始化参数：W^1，b^1，W^2，b^2。

用BP算法训练参数 $\boldsymbol{W^1}$，$\boldsymbol{b^1}$，$\boldsymbol{W^2}$，$\boldsymbol{b^2}$。

模型学习

训练结果（神经网络权值和阈值）：

```
W1:  [[-0.92051142 -0.26299602 -1.31182587 -0.01975909 -0.59453297 -1.11046791]
 [-0.28832591 -1.20107734 -0.9193843   2.20059323 -1.76573455 -0.85953856]
 [-2.33936191  2.61448216 -0.70324481 -2.55568218  2.42951894 -1.61432779]
 [-2.24077463  2.89018154  0.49342883 -2.72368193  4.8323493   1.31086338]]
b1:  [ -2.00212002  -2.24461389  -0.26081288   0.61751789 -11.42080021
  -0.88119394]
W2:  [[ -0.47563726  -0.80865479  -1.70860052]
 [ -4.02558851   4.80955172   1.79265082]
 [  0.18003793   0.4045147    0.40952846]
 [  8.4482317   -6.87298441  -4.0685277 ]
 [ -2.96541858  -5.34733152  11.1489048 ]
 [  0.08154635   0.21151544  -0.45402744]]
b2:  [ 0.90756476  2.25174689 -2.58430076]
```



问题预测

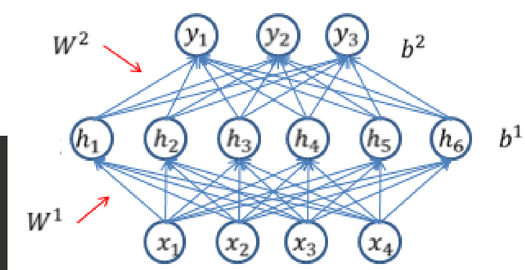
- **测试数据**

序号	萼片长度	萼片宽度	花瓣长度	花瓣宽度	类别
1	5	3.5	1.3	0.3	1,0,0
2	4.5	2.3	1.3	0.3	1,0,0
3	5.5	2.6	4.4	1.2	0,1,0
4	6.1	3	4.6	1.4	0,1,0
5	6.7	3.1	5.6	2.4	0,0,1
6	6.9	3.1	5.1	2.3	0,0,1

x

- **预测结果**

```
[[ 9.99998450e-01   1.42261445e-06   1.62947060e-07]
 [ 9.99949336e-01   4.81077950e-05   2.52183918e-06]
 [ 4.37718809e-05   9.98948872e-01   1.00730266e-03]
 [ 4.63805227e-05   9.98428643e-01   1.52486726e-03]
 [ 8.70701982e-08   2.18645262e-04   9.99781311e-01]
 [ 2.09509579e-07   6.10101502e-04   9.99389648e-01]]
```



附：深度学习框架(开源)

深度学习框架(开源)

系统	开发者	核心语言	支持语言	设备	分布式	命令式语言	声明式语言
Cuda-ConvNet	多伦多大学	C++	-	GPU	x	x	√
Caffe	加州伯克利	C++	Python/Matlab	GPU	x	x	√
Torch7	纽约大学	Lua	-	GPU/FPGA	x	√	x
Theano	蒙特利尔	Python	-	GPU	x	x	√
TensorFlow	谷歌	C++	Python	GPU/Mobile	√	x	√
MXNet	CNTK	C++	Python/R/Julia/Go	GPU/Mobile	√	√	√
CNTK	微软	C++	-	GPU			
DSSTNE	亚马逊	C++	-	GPU	√	x	√
PaddlePaddle	百度	C++	-	GPU	√	x	√
Mariana	腾讯	Python	-	GPU	√	x	x
TorchNet	FaceBook	Lua	-	GPU/FPGA	x	√	x
Veles	三星	C++	Python	GPU/ARM	√	x	√

深度学习框架(开源)

TensorFlow	谷歌

www.tensorflow.org/

https://github.com/tensorflow

TensorFlow

- 由Google开发，是Google的第二代机器学习平台
- 2 015年11月9日发布
- TensorFlow是一个用于人工智能的开源神器---TensorFlow中文社区
- 一个采用数据流图（dataflowgraphs），

用于数值计算的开源软件库。节点（Nodes）在图中表示数学操作，图中的线（edges）则表示在节点间相互联系的多维数据数组，即张量（tensor）

深度学习框架(开源)

TensorFlow：特征

- **高度的灵活性：**不是一个严格的“神经网络”库。只要你可以将你的计算表示为一个数据流图，你就可以使用Tensorflow；
- **真正的可移植性**（**Portability**）**：Tensorflow在CPU和GPU上运行，比如说可以运行在台式机、服务器、手机移动设备等等；**
- **连接科研和产品：**使用Tensorflow可以让应用型研究者将想法迅速运用到产品中，也可以让学术性研究者更直接地彼此分享代码，从而提高科研产出率；
- **自动求微分：**基于梯度的机器学习算法会受益于Tensorflow自动求微分的能力。只需要定义预测模型的结构，将这个结构和目标函数（objectivefunction）结合在一起，并添加数据，Tensorflow将自动为你计算相关的微分导数；
- **多语言支持：**Tensorflow有一个合理的c++使用界面，也有一个易用的python使用界面来构建和执行你的graphs；
- **性能最优化：**Tensorflow给予了线程、队列、异步操作等以最佳的支持，Tensorflow让你可以将你手边硬件的计算潜能全部发挥出来。你可以自由地将Tensorflow图中的计算元素分配到不同设备上，Tensorflow可以帮你管理好这些不同副本

深度学习框架(开源)

TensorFlow：使用公司

Companies Using TensorFlow

ARM
quantiphi
AIRBUS DEFENCE & SPACE
CI&T
CEVA
Google
Movidius
UBER
JD.COM 京东
DeepMind

深度学习框架(开源)

TensorFlow：安装

- 参考
  - http://www.leiphone.com/news/201606/ORlQ7uK3TIW8xVGF.html
  - http://www.tensorfly.cn/tfdoc/get_started/os_setup.html

参考文献：

李宏毅课程

http://speech.ee.ntu.edu.tw/~tlkagk/courses_ML16.html

邱锡鹏，《神经网络与深度学习》讲义

车万翔，Deep Learning　Lecture 02: Neural Network

在 此 表 示 感 谢 ！

谢谢各位！