<table>
<tr><td colspan="3">1ª Entrega PI: Aplicação do Polinômio de Taylor na Modelagem de Variáveis Relacionadas ao Website</td></tr>
<tr><td>Nomes:
Eric De Lucas Silva | ra: 22011030
Stephanie Macedo Da Silva| ra: 25027387
Joel Ademir Laura Copa | ra:
En Hsiang Chien | ra: 25027289</td><td>Curso:
Cálculo II
Professora
Cristina
Leite</td><td>Turma:
CCOMP 2</td></tr>
</table>

Objetivo

Os alunos devem escolher uma variável relevante ao tema do website que estão desenvolvendo, definir uma função $f(x)$ que modele esse comportamento e utilizar o Polinômio de Taylor de ordem 3 para obter uma aproximação matemática dessa função. O objetivo é demonstrar como a Série de Taylor pode ser usada para previsões, simplificações computacionais ou otimizações no contexto do site.

Introdução

O Teorema de Taylor é um recurso essencial do Cálculo Diferencial e Integral, pois possibilita representar funções de maior complexidade por meio de polinômios de grau limitado. Essa abordagem tem grande importância em aplicações computacionais, já que contribui para agilizar cálculos, diminuir o custo de processamento e aumentar a confiabilidade dos resultados. Neste estudo, utilizaremos o Polinômio de Taylor de terceira ordem para analisar uma variável que expressa os efeitos de uma estratégia educacional voltada ao ensino de Matemática no Ensino Fundamental, na região da Zona Sul de São Paulo. A função em questão modela o percentual de estudantes beneficiados pela estratégia ao longo de um período de seis anos.

Desenvolvimento

Usar o Polinômio de Taylor de ordem 3 para aproximar a função

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6x + 12$$

expandida em torno de xo = 3, e comparar a aproximação com a função original na vizinhança de x = 3.1.

Função considerada:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6x + 12$$

Derivadas da função f(x):

$$f'(x) = 2x + 5x + 6$$

$$f''(x) = 2x + 5$$

$$f'''(x) = 2$$

Cálculo das derivadas no ponto xo = 3:

$$f(3) = 61.500000$$

$$f'(3) = 30.000000$$

$$f''(3) = 11.000000$$

$$f'''(3) = 2.000000$$

Substituição no Polinômio de Taylor de ordem 3 (centrado em xo = 3):

$$T3(x) = f(3) + f'(3) \,.\, (x-3) + \left(\frac{f''(3)}{2!}\right).\,(x-3)^2 + \left(\frac{f'''(3)}{3!}\right).\,(x-3)^3$$

Substituindo os valores numéricos:

$$T3(x) = 61.500000 + (30.000000)\,.\,(x-3) + \left(\frac{11.000000}{2}\right).\,(x-3)^2 + \left(\frac{2.000000}{6}\right).\,(x-3)^3$$

Resultados

Análise na proximidade de x = 3.1:

$$f(3{,}1) = 64.555333$$

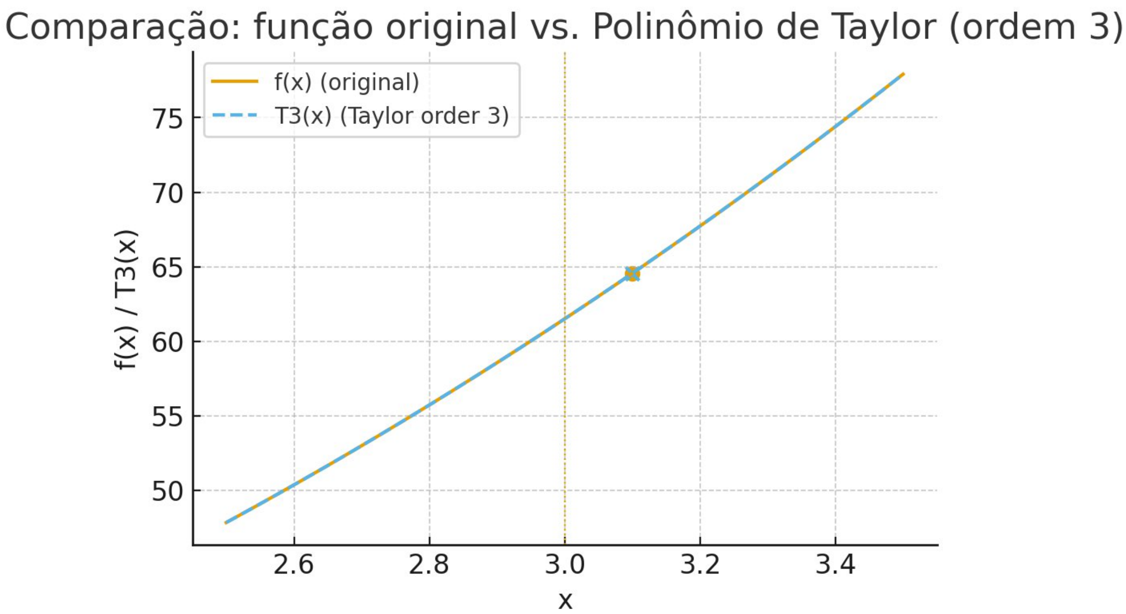
$$T3(3.1) = 64555333$$

Erro absoluto = |f(3.1) - T3(3.1)| = 0.000000e+00

Comparação: a aproximação de Taylor apresenta erro desprezível na proximidade de x = 3.1, indicando alta precisão para valores próximos do ponto de expansão.

Gráficos

Gráfico comparando a função original e o polinômio de Taylor (ordem 3) na vizinhança de x = 3:



Conclusão

O Polinômio de Taylor de ordem 3 provou ser eficiente para aproximar a função considerada na vizinhança de x = 3. A baixa diferença entre f(3.1) e T3(3.1) demonstra que para aplicações locais, como previsões ou simplificações computacionais no site, a aproximação é válida e útil.