關於 組合數C 的公式

- $C(m,i) = C(m,i-1) * (m-i+1)/i$
  寫成程式就是 `cm[i] = cm[i-1] * (m-i+1) % mod * inv[i] % mod;`

- $C(n,k) = C(n-1,k-1) + C(n-1,k)$
  dp式打表 取左上與左相加

- $C(n,k) = n!/k!/(n-k)!$
  模逆元處理

關於模逆元 的公式

- 當mod數為質數 直接費馬小定理 a^{mod-2} ,快速冪
  當mod數為合數,用exgcd
  上兩者都是$O(lg(mod))$

- 對同樣的mod數(mod為質數)，可採打表->$O(mod)$

- 對$a^x = b(mod\ m)$求x的題目
  - 用baby-step giant-step alg
    baby step : $\forall i \in 1 \to \sqrt{m}$ 枚舉a^i
    ginat step : $\forall i \in 1 \to m/\sqrt{m}$

  $b * a^{-n*i}$ 是不是baby的值 $inverse(a^n)$用模逆元

  當指數參與mod時,需要mod φ值而不是原本值:
  $8\ (mod\ 3)^{3(mod\varphi(3))} \equiv 512(mod\ 3)$
  $3(mod\varphi(3)) \equiv \log_8(512(mod3))$

排容原理

$$\left|\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| - \sum_{1\le i<j\le n} |A_i \cap A_j| + \sum_{1\le i<j<k\le n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \cdots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap \cdots \cap A_n|.$$

code：

```cpp
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;

typedef long long ll;
const ll mod = 1e9+7;
const int maxn = 1e6+10;
/// 注意到公式中只需要計算C(m,k) 和 C(k,i)
/// 而 m,k 都很大，用C(n,m) = n! / m! / (n-m)! 显然是不合理的
/// 我们可以用遞推的方式 计算 C(m,k) 和 C(k,i);
/// k最大为1e6次方，遞推是合理的 m用模逆元求
ll cm[maxn],ck[maxn];
ll inv[maxn]; /// 我們只需要 1e6次的逆元，提前處理出来
ll power(ll a,ll b) {
    ll ans = 1;
    while(b) {
        if(b&1) ans = ans * a % mod;
        a = a * a % mod;
        b>>=1;
    }
    return ans;
}
void get_inv(){
    inv[1] = 1;
    for (ll i = 2; i < maxn; i++){
        inv[i] = (ll)(mod - mod/i) * inv[mod % i] % mod;

    }
}
void init(ll m,ll k) {
    cm[0] = ck[0] = 1;
    for(ll i=1;i<=k;i++) {
        cm[i] = cm[i-1] * (m-i+1) % mod * inv[i] % mod;
        ck[i] = ck[i-1] * (k-i+1) % mod * inv[i] % mod;
    }
}
ll solve(ll n,ll m,ll k) {
    ll ans = 0,t = 1;
    for(ll i = k ;i >= 1;i--) {
        ll temp =  t * ck[i] % mod * i % mod * power(i-1,n-1) % mod;
        ans = (ans + temp ) % mod;
        if(ans < 0) ans = (ans + mod) % mod;  /// 這里可能会得到負数！
        t = -t;
    }
    return ans * cm[k] % mod;
}
int main()
{
    get_inv();
    int caset,cas=0;
    scanf("%d",&caset);
    while(caset--) {
        ll n,m,k;///
        scanf("%d %d %d",&n,&m,&k);
        init(m,k);
        printf("Case #%d: %lld\n",++cas,solve(n,m,k));
    }
    return 0;
}
```

雜項&&想法

- 費式數列公式=1/sqrt(5)*((1+sqrt(5)/2)$^{n-(1-sqrt(5)/2)}$n)
  use:Fn= 上n-1階 一次跨1or2階的方法數
  用 1×2 和 2×1 骨牌拼滿 2×(n−1) 方格的方法數
  (Fn,Fn−1)^t = A$^{n-2(F2,F1)}$t = (A$^{n-2)x(1,1)}$t

- 模逆元
  use:if gcd(a,m)==1,a^(phi(m))%m== 1
  if p is prime ,then a^p%p== a
  a^(p-1)%p== 1
  a^(p-2)%p== a^-1(模逆元)

- 中國剩餘定理：
  三人同行七十稀
  五樹梅花二十一
  七十團圓正半月
  減百零五便得知

- 韓信點兵：對S中每一個元素A，加總：滿足除A以外所有元素之LCM
  乘上 LCM餘A的模逆元
  EXAMPLE:X%3=2,X%5=3,X%7=2;

$$
\begin{aligned}
ans &+= 5 \times 7 \times inv(5 \times 7\%3) \times 2 \\
&+= 3 \times 7 \times inv(3 \times 7\%5) \times 3 \\
&+= 3 \times 5 \times inv(3 \times 5\%7) \times 2 \\
&= 140 + 63 + 30 \\
&= 233 \\
&233 - 105n = 23
\end{aligned}
$$