Questão 1

Considere os seguinte problemas de decisão para a elaboração da redução e para a resolução da questão:

- Problema: Problema da Parada.
- Entrada: um par (M, w), onde M é uma máquina de Turing sobre o alfabeto Σ e $w \in \Sigma^*$.
- Pergunta: $w \in \text{ACEITA}(M) \cup \text{REJEITA}(M)$?

- Problema: Problema da Aceitação da Palavra Vazia.
- Entrada: uma máquina de Turing M sobre alfabeto Σ.
- Pergunta: $\varepsilon \in \text{ACEITA}(M)$?

Prove que o Problema da Aceitação da Palavra Vazia é um problema indecidível através de uma redução do Problema da Parada.

Teorema: Problema da Aceitação da Palavra Vazia, problema PAPV, é um problema indecidível. Usaremos o Problema da Parada, problema PP.

r: Problema da Parada $\Longrightarrow$ Problema da Aceitação da Palavra Vazia, sendo que Problema da Parada é indecidível.

A redução r recebe uma instância (M, w) do Problema da Parada e retorna uma instância do Problema da Aceitação da Palavra Vazia $r(M, w) = M'$ tal que M' é uma máquina de Turing que segue um algoritmo segundo os passos mostrados abaixo:

1. Apague t da fita, volte para o começo, escreva w na fita e volte para o começo. Então, avance para o passo dois.

2. Simule M com a entrada w. Caso a simulação pare, tanto aceitando quanto rejeitando, aceite.

• Vamos supor que $(M, w) \in Y(PP)$. Consequentemente, como a instância pertence à $Y(PP)$, temos que a simulação aceita ε e $r(M, w) = M' \in Y(PAPV)$.

• Vamos supor que $(M, w) \in N(PP)$. Consequentemente, como a instância pertence à $N(PP)$, temos que a simulação entra em loop infinito ao receber a entrada ε e $r(M, w) = M' \in N(PAPV)$.

Como a redução feita tem Problema da Aceitação da Palavra Vazia como o problema alvo e Problema da Parada, indecidível, como o problema fonte, temos que Problema da Aceitação da Palavra Vazia também, é indecidível.

Questão 2

Considere os seguinte problemas de decisão para a elaboração da redução e para a resolução da questão:

- Problema: Problema da Aceitação da Palavra Vazia.
- Entrada: um máquina de Turing M sobre o alfabeto Σ.
- Pergunta: $\varepsilon \in$ ACEITA(M)?

- Problema: Problema da Totalidade.
- Entrada: uma máquina de Turing M sobre alfabeto Σ.
- Pergunta: A função computada $< M > \Sigma^* \to \Sigma^*$ é total?

Escreva uma redução válida do Problema da Aceitação da Palavra Vazia para o Problema da Totalidade.

Teorema: Problema da Totalidade, problema PT, é um problema indecidível. Usaremos o Problema da Aceitação da Palavra Vazia, problema PAPV.

r: Problema da Aceitação da Palavra Vazia $\Longrightarrow$ Problema da Totalidade, sendo que Problema da Aceitação da Palavra Vazia é indecidível.

A redução r recebe uma instância M do Problema da Aceitação da Palavra Vazia e retorna uma instância do Problema da Aceitação da Palavra Vazia $r(M) = M'$ tal que M' é uma máquina de Turing que segue um algoritmo segundo os passos mostrados abaixo:

1. Apague t da fita e volte para o começo. Então, avance para o passo dois.
2. Simule M, transformando rejeição em loop infinito.

• Vamos supor que $M \in Y(PAPV)$. Consequentemente, como a instância pertence à $Y(PAPV)$, temos que a simulação aceita ε e $r(M) = M' \in Y(PT)$.

• Vamos supor que $M \in N(PAPV)$. Consequentemente, como a instância pertence à $N(PAPV)$, temos que a simulação retorna loop infinito ao receber a entrada ε e $r(M) = M' \in N(PT)$.

Como a redução feita tem Problemala da Totalidade como o problema alvo e Problema da Aceitação da Palavra Vazia, indecidível, como o problema fonte, temos que Problemala da Totalidade também, é indecidível.

Questão 3

Considere o seguinte problema de decisão para a elaboração da redução e para a resolução da questão:

- Problema: Problema da Mesma Linguagem de Aceitação.
- Entrada: um par (M_1, M_2) onde M_1 e M_2 são máquinas de Turing sobre o mesmo alfabeto Σ.
- Pergunta: ACEITA(M_1) = ACEITA(M_2)?

O Problema da Mesma Linguagem de Aceitação é decidível ou indecidível? Prove sua resposta com uma redução válida a partir de um problema válido.

Teorema: Problema da Mesma Linguagem de Aceitação, problema PMLA, é um problema indecidível. Usaremos o Problema da Aceitação Vazia.

r: Problema da Aceitação Vazia $\Longrightarrow$ Problema da Mesma Linguagem de Aceitação, sendo que Problema da Aceitação-Vazia é indecidível.

A redução r recebe uma instância M do Problema da Aceitação-Vazia, problema sabidamente indecidível, e retorna uma instância de Problema da Mesma Linguagem de Aceitação $r(M) = (M, M')$ tal que ACEITA$(M') = \emptyset$.

• Vamos supor que $M \in Y$(Aceitação-Vazia). Consequentemente, temos que ACEITA$(M) = \emptyset$. Finalmente, temos que $(M, M') \in Y(PMLA)$, uma vez que ACEITA$(M') = \emptyset$, por construção.

• Vamos supor que $M \in N$(Aceitação-Vazia). Consequentemente, temos que ACEITA$(M) \neq \emptyset$. Finalmente, como ACEITA$(M') = \emptyset$, por construção, temos que $(M, M') \in N(PMLA)$.

Como a redução feita tem Problema da Mesma Linguagem de Aceitação como o problema alvo e o problema Problema da Aceitação Vazia, indecidível, como o problema fonte, temos que Problema da Mesma Linguagem de Aceitação também é indecidível.