Tareas de segundo parcial-Topología

Alumnos:
Arturo Rodriguez Contreras - 2132880
Jonathan Raymundo Torres Cardenas - 1949731
Praxedis Jimenes Ruvalcaba
Erick Román Montemayor Treviño - 1957959
Alexis Noe Mora Leyva
Everardo Flores Rivera - 2127301

9 de abril de 2025

1 *Sea* $f, g : X \to Y$ *funciones continuas y* Y *bajo la top. del orden. Sea* $h(x) = \text{mín}\, f(x), g(x)$. *Demostrar que* h *es continua en* X

2 *Sea* $f : X \leftarrow Y$ *una función abierta. Si* $S \subset Y$ *y* C *cerrado en* X *tal que* $f^{-1}(S) \subset C$, *entonces existe* K *cerrado en* Y *tal que* $S \subset K$ *y* $f^{-1}(K) \subset C$

3 *Caso 1 y Caso 2 de ejemplo clase del 12/03/23*

4 *Ver que* $h^{-1} = g$ *es continua en [a,b]*

5 *Demostrar que la relación entre esp. top.* $X \sim Y$ *es de equivalencia*

6 *Demostrar que si* $f(\overline{A}) = \overline{f(A)}$ *para cada* $A \subset X$ *entonces* f *es un homeomorfismo*

7 *Demostrar que* $X \times Y \approx Y \times X$, *extenderlo a caso finito utilizando cualquier permutación.*

8 *Demostrar que* $\tau = \{\prod_{\alpha \in J} U_\alpha : U_\alpha \in \tau_\alpha\}$ *es una topologia para el producto y se le conoce como la topolofia por cajas*

9 *Verificar que si* $A_\alpha \subset X_\alpha$, *entonces* $\prod_{\alpha \in J} int(A_\alpha) = int(\prod_{\alpha \in J} A_\alpha)$ *en la topologia por cajas.*

10 *Verificar si las* β*-esima proyecciones son abiertas y/o cerradas en ambas topologias*

11 *Sea* $f : X \to Y$ *con la topologiamétrica en* $X \times Y$. *Demostrar que* f *es continua en* X *si y solo si* $\forall \epsilon > 0\ \exists \delta > 0 : f(B_{d_x}(x, \delta)) \subset B_{d_y}(f(x), \epsilon) \forall x \in X$

12 *Demostrar que la métrica uniforme* ρ *es métrica.*

13 *Sea* $A = \{(x_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^\omega : \exists N \in \mathbb{N} : x_n = 0; n \geq N\}$ *Hallar* $\overline{A}$ *en top. uniforme*

14 *Sea* A *del ejercicio anterior, hallar* $\overline{A}$ *en top. cajas*

15 *Demostrar que* $f^{-1}(Fr_Y(B)) \subset Fr_X(f^{-1}(B))$

16 *Sea* $h : \mathbb{R}^\omega \to \mathbb{R}^\omega$ *definida por:* $h((x_n)_{n \in \mathbb{N}}) = (a_n x_n + b_n)_{n \in \mathbb{N}}$. *Ver si* h *es homeomorfismo en* $\mathbb{R}^\omega$ *bajo top. cajas*