Modelos de agentes heterogeneos I

Erick Oré

September 11, 2024

Contenido

Contenido

Mercados Completos y risk sharing

- En mercados Arrow-Debreu completos, los choques individuales no importan.
- Dado el esquema de contratos de los estados contingentes, los choques individuales se distribuyen entre todos los agentes de la economía.

$$\frac{U'(c_t^i)}{U'(c_t^j)} = \frac{\mu_i}{\mu_j}$$

- Ejemplo clásico: dos agentes en una economía con mercados completos sin riesgo agregado:

$$y^A(s_t) = 1 - s_t$$
$$y_t^B(s_t) = s_t$$
$$c_t^i = (1-\beta)\sum_{\tau}\sum_{s^\tau}\beta^\tau \pi(s_\tau) y_\tau^i(s_\tau)$$

- El consumo de cada individuo no depende del estado de la naturaleza s_t debido a que este no implica riesgo agregado.

Mercados Incompletos

- Risk sharing no se mantiene en mercados incompletos.
- Límite de deuda: Mercado incompleto por excelencia
- Sin presencia de riesgo, el límite al endeudamiento provoca periodos de ahorro extremo hasta que se logre una acumulación de activos que asegure que no se vuelva a caer en la restricción. Consumo y endeudamiento convergen.
- Agentes tienden a sobre-acumular activos en presencia de limites al endeudamiento y riesgo. Consumo y acumulación de activos divergen en un caso en el que $\beta = 1/(1 + r)$. (Self-insurance)

$$U'(c_t) \geq E_t(U'(c_{t+1}))$$

Evidencia empírica: Mercados Completos como Benchmark

¿Es plausible el supuesto de mercados completos?

$$RS \rightarrow \Delta C_{it} = \Psi_t + \beta Z_{it} + \epsilon_{it}$$

Bajo el supuesto de mercados completos β debería no ser significativo.

- Nelson (1994): Cambios en el salario
- Cochrane (1991): Eventos no predecibles (cierres de plantas, enfermedades, catastrofes, ...)
- Attanasio and Davis (1996): Education premium

Evidencia empírica: Self Insurance

Deaton y Paxton (1994): Dentro de un cohorte, los ingresos tienden a crecer durante el ciclo de vida y heterogeneamente. El consumo tiende a seguir el patrón de los ingresos.
¿Ingreso Permanente?

$$y_t = y_t^p + e_t$$

$$y_t^p = y_{t-1}^p + \eta_t$$

$$c_t = c_{t-1} + \eta_t + \phi e_t$$

$$var(c_t) = var(c_{t-1}) + var(\eta)$$

- La varianza del consumo en la población crece con el tiempo debido a los choques permanentes.

Contenido

Motivación

- Modelo de agentes heterogeneos
- ¿Cómo afecta el self-insurance en un contexto de equilibrio general?
- Análisis de estado estacionario

Modelo

- Infinitos individuos idénticos ex-ante
- Shocks idiosincráticos al trabajo, sin shocks agregados
- Trabajo inelástico
- Mercados incompletos: Límite natural de deuda (Valor presente del mínimo salario que podría ganar una persona)

$$max \ E_0 \left(\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \right)$$

$$c_t + a_{t+1} = w_t l_t(s_t) + (1 + r_t) a_t$$

$$a_t > -\phi$$

- Empresa representativa produce acorde a una función agregada:

$$Y_t = F(K_t, L_t)$$

Problema de las familias

Solución recursiva del problema de las familias (Codigo aiyagari2.m):

$$V(a_t, s_t) = u(w_t l_t + (1 + r_t)a_t - a_{t+1}) + E_t(\beta V(a_{t+1}, s_{t+1}))$$

1. Aproximación de Tauchen para l_t
2. Guess inicial V
3. Dado el guess inicial y los precios de los factores calcular la función valor (V) mediante la ecuación de Bellman.

   $$V_{j+1}(a_t, s_t) = max_{a_{t+1} \in \Psi} u(w_t l_t + (1+r_t)a_t - a_{t+1}) + E_t(\beta V_j(a_{t+1}, s_{t+1}))$$

   Ψ es el conjunto de valores que pueden toma a_{t+1}. De este paso se obtiene la política óptima $a_{t+1} = f(a_t, s_t)$
4. Comparar V_{j+1} y V_j hasta lograr la convergencia.

Distribución estacionaria

¿Como se distribuiran los agentes dentro del modelo dada la solución encontrada?

- Política óptima $f(a_t, s_t)$
- Markov Chain de $P(s_{t+1}|s_t)$
- Transiciones λ de (a_t, s_t) a (a_{t+1}, s_{t+1})

$$\lambda(a_{t+1}, s_{t+1}, a_t, s_t) = P(s_{t+1}|s_t)1[a_{t+1} = f(a_t, s_t)]$$

Λ caracteriza el MC entre estados de un periodo a otro, por lo tanto debe tener una distribución estacionaria.

Distribución estacionaria

Cálculo de la DE

Opción 1

1. Guess inicial de la distribución $\tilde{\gamma}(a, s)$
2. $\gamma_{j+1} = \Lambda \gamma_j$
3. Repetir hasta lograr la convergencia

Opción 2

1. Autovector asociado al autovalor 1

Interpretaciones de la Distribución Estacionaria

- Porcentaje del tiempo de un agente de estar en un determinado estado
- Porcentaje de la población en un determinado estado en un punto del tiempo

Agregación y Equilibrio

$$A(r) = \int \int \gamma(a, s, r) a da ds$$

$$L = \int \int \gamma(a, s, r) l(s) da ds$$

Empresas competitivas

$$r = F_k(K, L)$$

$$w = F_L(K, L)$$

Dado que L es inelástico se puede decir que: $K = K(r)$

Hallando el equilibrio estacionario

1. Guess inicial de precio de factores r_0
2. Se calcula $A(r_j)$ y se compara contra $K(r_j)$. Si $A(r_j) \geq K(r_j) \rightarrow r_{j+1} \leq r_j$ o $A(r_j) \leq K(r_j) \rightarrow r_{j+1} \geq r_j$

Resultados

- Calibración replica las transiciones de ingresos en US
- Self insurance incrementa el nivel agregado de capital acumulado
- La tasa real de equilibrio se encuentra por debajo de la tasa de descuento. (Benchmark de mercados completos)
- Incremento en la varianza del shock al trabajo incrementa la acumulación de capital en equilibrio
- Incrementos en la persistencia de ingresos incrementan acumulación de activos agregados
- Incrementos en la aversión al riesgo incrementan acumulación de activos agregados
- Distribuciones generan heterogeneidad, pero no tanto como en US (Gini Ingresos: 0.12 Modelo / 0.4 US; Gini activos: 0.32 modelo/0.8 US)

Equilibrio

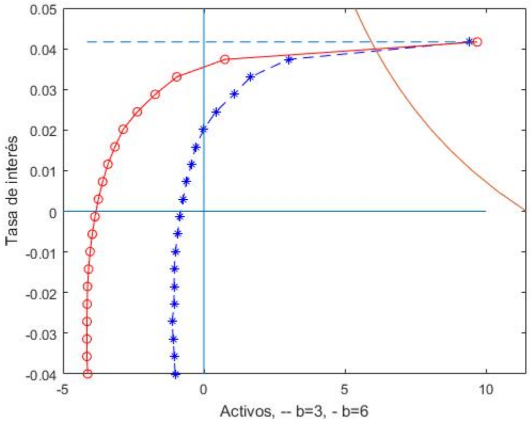


Figure: Estado Estacionario

Decisiones de Consumo y Activos

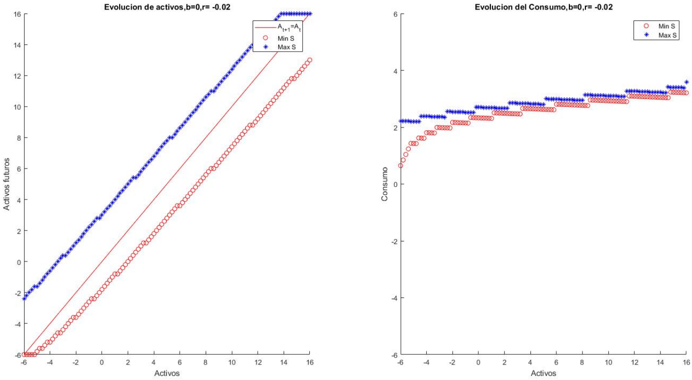


Figure: Consumo y Acumulación de activos

Distribuciones Estacionarias

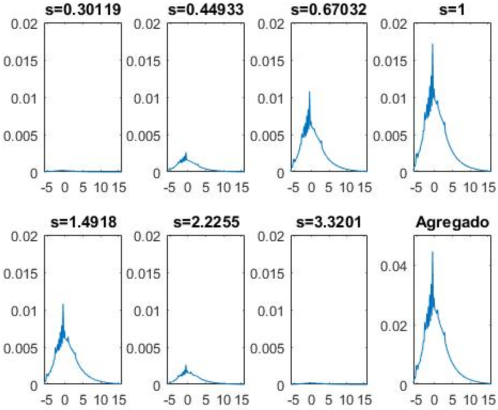


Figure: Distribuciones estacionarias

Curva de Lorenzs

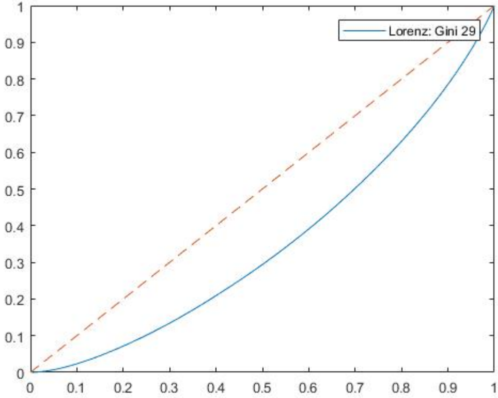


Figure: Curva de Lorenz

Contenido

Motivación

- Modelo de agentes heterogeneos
- ¿Importa la dinámica de las distribuciones ante la existencia de shocks agregados?

Modelo

- Shock agregado z_t
- Shock idisincratico al trabajo ϵ_t
- Acumulación de activos k
- Distribución de los agentes Γ_t
- Agregación $K = \int \int k\gamma(k, \epsilon, \Gamma, z) dk d\epsilon$
- Empresas competitivas
- ¿Expectativas racionales?
- La maldición de la dimensionalidad

Problema de las familias

- Solución recursiva del problema de la familias
- La distribución entra como un estado

$$V(a_t,\epsilon_t,\Gamma_t,z_t) = u(w_t l_t + (1+r_t)a_t - a_{t+1}) + E_t(\beta V(a_{t+1},\epsilon_{t+1},\Gamma_{t+1},z_{t+1}$$

$$\Gamma_{t+1} = H(\Gamma_t, z_t, z_{t+1})$$

- La maldición de la dimensionalidad (Γ es una distribución continua)
- Solución: Aproximar Γ usando un número finito de momentos. Guess de las familias respecto a la evolución de la distribución
- ¿Cuántos momentos importan?
  Aproximación de primer momento:

$$K_{t+1} = \beta_0^z + \beta_1^z K_t$$

  Aproximación de primer y segundo momento:

$$K_{t+1} = \beta_{01}^z + \beta_{11}^z K_t + +\beta_{21}^z \sigma^2(k_t)$$

$$\sigma^2(k_{t+1}) = \beta_{02}^z + \beta_{12}^z K_t + +\beta_{22}^z \sigma^2(k_t)$$

Algoritmo de solución

1. Guess inicial de regla de proyección de momentos $\tilde{H}_0$
2. Resolver el problema de consumo intertemporal dada la regla de proyección de momentos $\tilde{H}$: $a_{t+1} = f(a_t, \epsilon_t \tilde{H}, z_t)$
3. Dada la solución simular N agentes para T usando $f(.)$.
4. Aproximar los momentos usados para la regla de proyección de momentos y actualizar $\tilde{H}$.
5. Actualizar la regla $\tilde{H}$ hasta que converja.
6. En caso la regla H una vez que haya convergido no proyecte adecuadamente, probar con otras formas de $\tilde{H}$.

Resultados

- El modelo es calibrado para replicar la duración media del desempleo y la duración media de periodos de auge y crisis.
- Proyecciones usando solo el primer momento tienen un buen ajuste.
- Esto debido a que las distribucions de agentes se concentran en individuos con propensiones marginales a consumir/ahorrar similares.
- Las distribuciones de activos no logran replicar la evidencia empírica.
- Ejercicio adicional: factores de descuento estocásticos como shocks idiosincráticos. Sigue importando solo el primer momento.
  Los agregados se determinan por los percentiles más altos de la distribución, los cuáles poseen similares propensiones marginales.
- En el caso de betas estocásticos hay un mejor match a las distribuciones de activos.

Correlaciones - Series Agregadas

Table: Propiedades de series agregadas

	Media k_t	Corr (c_t, y_t)	DE (Inversión)	Corr (y_t, y_{t-1})
Benchmark				
Mercado Completos:	11.54	0.691	0.031	0.486
Mercado Incompletos:	11.61	0.701	0.030	0.481
$\sigma = 5$				
Mercado Completos	11.55	0.725	0.034	0.551
Mercado Incompletos	12.32	0.741	0.033	0.551
RBC				
Mercado Completos	11.56	0.639	0.027	0.342
Mercado Incompletos	11.58	0.669	0.027	0.339
β Estocástico				
Mercado Incompletos	11.78	0.825	0.027	0.459

Consumo y acumulación de activos

Figure: Consumo

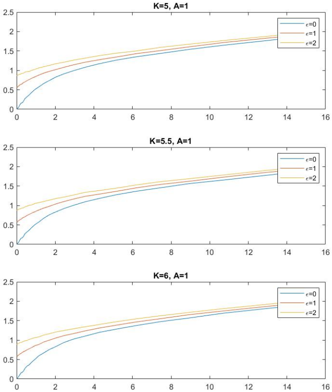


Figure: Activos del siguiente periodo

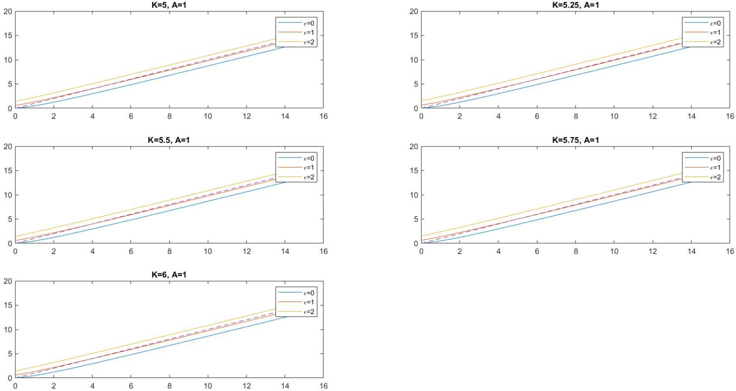
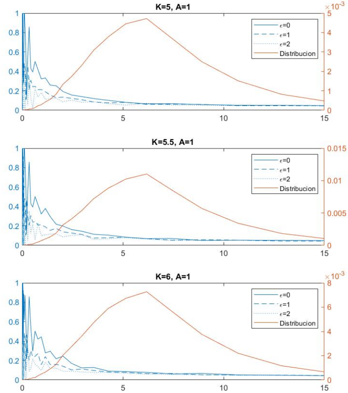


Figure: Propensión Marginal a Consumir



Simulación

Figure: Evolución de la distribución de activos

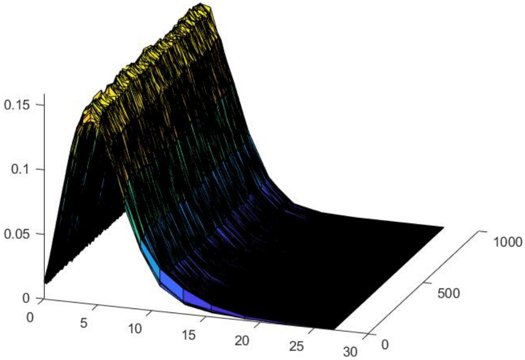
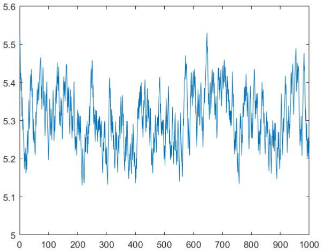
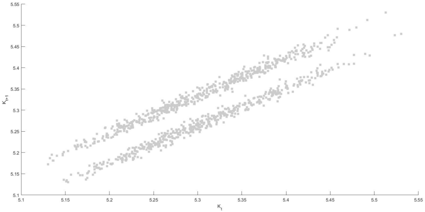


Figure: Evolución del Capital Agregado





Contenido

HA tiempo continuo

- Función Valor en tiempo continuo
- Transiciones en tiempo continuo $\rightarrow$ Ecuaciones de Fokker Planck
- Soluciones cerradas
- Política Monetaria en un contexto de HA
- HANK vs RANK