

# Uso del método de elementos finitos en el diseño de rodamientos magnéticos

José D. Rairán  
Docente Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
Bogotá D.C., Colombia

y

Julio C. Cañón  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
Bogotá D.C., Colombia

## RESUMEN

En este artículo se propone un método para el diseño de un rodamiento magnético. Este rodamiento reemplaza a uno convencional, porque sustenta al eje de una máquina rotativa utilizando el principio de la levitación magnética, lo que hace que se eliminen las pérdidas por fricción.

El método de diseño del rodamiento consiste en observar la influencia de los cambios en un parámetro dimensional del núcleo, sobre la distribución de densidad de campo magnético, y esto por medio del método de elementos finitos. La densidad de campo define la fuerza magnética, que es el valor a optimizar. La mejor configuración resulta en la conexión de seis electroimanes, cada uno en forma de “C”, alrededor del eje de la máquina.

**Palabras Claves:** Campo magnético, Elementos Finitos, Levitación Magnética, Rodamiento Magnético, Optimización.

## 1. INTRODUCCIÓN

La única forma de eliminar las pérdidas por fricción, producidas durante la rotación de una máquina eléctrica, es reemplazar el rodamiento convencional por uno que trabaje con el principio de la levitación. En este sentido se han presentado trabajos desde mediados de la década anterior, por ejemplo [1], realizado cuando aún no se había acuñado el término de rodamiento magnético (AMB, por sus siglas en inglés). Hoy la historia es otra; se encuentran empresas especializadas que construyen estos rodamientos a medida; sin embargo, no puede afirmarse que este sea un problema ya resuelto.

Además de eliminar las pérdidas por fricción, los rodamientos magnéticos minimizan el mantenimiento, dado que no existen partes móviles en este dispositivo; además, se hace posible la construcción de máquinas con velocidades imposibles de alcanzar con los rodamientos clásicos, por el calentamiento que se produce en ellos; así, trabajar a 30.000 rpm no es ninguna dificultad. Otras aplicaciones interesantes son, por ejemplo, el facilitar el manejo de la energía almacenada en ruedas volantes [2], o la construcción de mesas XY para el posicionamiento de precisión, como se expone en la presentación de avances de una tesis doctoral en [3]. En este último documento el rodamiento magnético no solo es encargado de sustentar, sino además de

producir el desplazamiento lineal. Por último, una aplicación de resaltar es el proyecto de la empresa estadounidense “Maglev Wind Turbine Technologies, Inc”, por lo ambicioso. Se espera construir un aerogenerador de 1 GW, en donde los rodamientos magnéticos, además del tamaño, sean la diferencia principal con respecto a las aplicaciones actuales. Su implementación está proyectada para el 2012.

La atracción magnética es el principio por el cual se logra la levitación del eje. El proceso completo implica el vigilar el valor del entrehierro; cuando este es mayor al deseado se incrementa el voltaje de alimentación, por tanto la corriente se incrementa, igual que la densidad “J”; como resultado “B” aumenta y la fuerza magnética también. El papel de esta fuerza es oponerse a la fuerza gravitacional. Este proceso se repite hasta alcanzar el entrehierro nominal. En caso contrario, cuando el entrehierro es menor al deseado, se anula el voltaje, hasta que por gravedad el eje cae al punto indicado. La vigilancia y toma de decisiones es realizada por un algoritmo de control, el cual puede ser implementado en una tarjeta electrónica o en un PC.

## 2. DETERMINACIÓN DE LA FUERZA MAGNÉTICA

En esta sección se calcula una expresión para la fuerza magnética “F”, la cual es ejercida por la bobina sobre el eje a sustentar. El resultado es que esta fuerza depende de la densidad de campo magnético “B”; por lo cual se incluyen los fundamentos del método de elementos finitos, dado que este es usado en el cálculo de la distribución de campo “B”.

Supóngase un desplazamiento infinitesimal “dl” del eje hacia la bobina, como se presenta en la figura 1. Por el principio de conservación de energía, el cambio de energía en la fuente debe alimentar los cambios de energía mecánica y magnética. El cambio de energía magnética “dUm” se deriva del teorema de Poynting, y se escribe en la Ec. (1).

$$dU_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu} \cdot S \cdot d\ell \quad (1)$$

El diferencial de energía mecánica “dU” está en la Ec. (2).

$$dU = F \cdot d\ell \quad (2)$$

En el circuito eléctrico se desprecian las pérdidas en la resistencia, así que la fuente solo debe oponerse al voltaje inducido, descrito por la ley de Faraday. Si se tiene en cuenta a la corriente en condiciones estáticas, y que la inductancia cambia, por el desplazamiento imaginario, se llega al cambio de energía en la fuente “dUs” en la Ec. (3).

$$dUs = I^2 \cdot d\ell \quad (3)$$

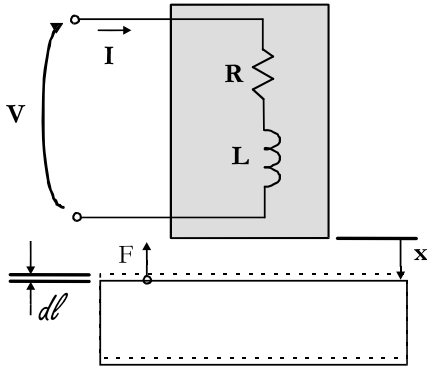


Figura 1. Desplazamiento imaginario “dℓ” del eje hacia la bobina. Configuración para demostrar la proporcionalidad entre densidad de campo y fuerza magnética.

En este momento debe recordarse que la energía magnética es almacenada en la bobina, e igual a  $\frac{1}{2}I^2dL$ . Esto significa que “dUs” es el doble del cambio en la energía magnética. Por tanto  $dUm = dU$ . Al igualar la Ec. (1) y la Ec. (2) se encuentra la fuerza que ejerce la bobina sobre el eje, como se expresa en la Ec. (4). En ella “μ” es la permeabilidad del medio y “S” la superficie de la bobina por la cual el flujo se dirige hacia o desde el eje.

$$F = \frac{B^2 \cdot S}{2\mu} \quad (4)$$

La Ec. (4) indica que la fuerza magnética es proporcional al cuadrado de la densidad de campo, de hay la importancia de calcular “B”. Entonces, ahora el trabajo es encontrar la ecuación diferencial que expresa “B” en el espacio, en términos de la corriente. La ecuación diferencial se soluciona por medio del método de elementos finitos, el cual se apoya de una variable intermedia, denominada potencial magnético vectorial “A”. Este se define en la Ec. (5).

$$B = \nabla \times A \quad (5)$$

Los campos magnetostáticos, fundamentales en el artículo, se rigen por las ecuaciones de Maxwell en las Ec. (6) y (7). La no divergencia de “B”, descrita en la Ec. (6), significa que las líneas de flujo magnético son cerradas. En la Ec. (7) dice que una corriente continua, de densidad “J”, puede ser la fuente de la intensidad de campo “H”.

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (6)$$

$$\nabla \times H = J \quad (7)$$

Una vez se calcula “A” puede conocerse “B” y de ahí “H”, pues la relación de B con H es  $B = \mu H$ . Los párrafos siguientes se dedican a encontrar la ecuación diferencial, en términos de “A” con fuente “J”.

Por medio de la ley de Faraday, y al tener en cuenta que “E” (intensidad de campo eléctrico) es  $\Delta V / \Delta X$ , es posible encontrar la expresión en la Ec. (8).

$$E = -\nabla V - \frac{\partial A}{\partial t} \quad (8)$$

Con el fin de llegar a la expresión en la Ec. (9) se utiliza la Ec. (7), pero en el caso variante en el tiempo, en combinación con la Ec. (8). Además debe recordarse que  $D = \epsilon E$ , donde “ε” es la permitividad eléctrica del medio y “D” la densidad de campo eléctrico.

$$\nabla \times (\nabla \times A) = \mu J - \mu \epsilon \frac{\partial \nabla V}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad (9)$$

Luego de algunas identidades trigonométricas de la Ec. (9) se llega a la Ec. (10), ver [4].

$$\nabla^2 A = \nabla \left( \nabla \cdot A + \mu \epsilon \frac{\partial V}{\partial t} \right) + \mu \epsilon \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \mu J \quad (10)$$

La simplificación de la Ec. (10) se debe a la expresión de Lorentz, la cual relaciona “A” con “V”, en la Ec. (11).

$$\nabla \cdot A = -\mu \epsilon \frac{\partial V}{\partial t} \quad (11)$$

Si se reemplaza la Ec. (11) en la Ec. (10) se obtiene la Ec. (12).

$$\nabla^2 A = \mu \epsilon \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \mu J \quad (12)$$

Ahora, en el caso magnetostático en la Ec. (12) se convierte en la Ec. (13).

$$\nabla^2 A = -\mu J \quad (13)$$

La Ec. (13) es la ecuación de Poisson para campos magnetostáticos [5]. Es usual trabajar la Ec. (13) como se presenta en la Ec. (14): esta es la ecuación diferencial a solucionar.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) + J = 0 \quad (14)$$

En la solución de la Ec. (14) se requieren dos condiciones de frontera, conocidas como Dirichlet y de Neumann [6]. En la Ec. (15) estas se suponen como cero, como ejemplo. Las condiciones de Dirichlet equivalen al potencial de la parte externa de la configuración, y las de Neumann, a los cambios en la dirección de “A” en la frontera.

$$A = 0 \quad \therefore \quad \frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad (15)$$

Una vez se conoce “A” puede calcularse “B”, como se muestra en la Ec. (16); en la cual se supone una distribución de campo en el plano XY [7], [8].

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} \quad \therefore \quad B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} \quad (16)$$

En resumen, en la Ec. (4) se demuestra que la fuerza en el rodamiento depende de la densidad de campo magnético. En la Ec. (16), “B” se calcula a partir del potencial magnético vectorial “A”; a su vez, “A” es el resultado de la aplicación del método de elementos finitos en la solución de la ecuación diferencial en la Ec. (14).

### 3. PROGRAMA DE SIMULACIÓN: COMSOL MULTYPHYSICS 3.2

Esta herramienta computacional está diseñada para realizar el modelado y la simulación de fenómenos físicos en 2D y 3D. Algunas de sus aplicaciones son: la acústica, el electromagnetismo, la dinámica de fluidos, la transferencia de calor, el cálculo de esfuerzos, entre otros. En cada uno de ellos es posible hacer análisis estacionario, lineal o no lineal, y en alta frecuencia. Otra característica de este programa es que permite realizar la simulación de dos fenómenos físicos a la vez; de esta manera, por ejemplo, es posible evaluar la distribución de campo magnético, junto con la transferencia de calor [9].

El procedimiento para simular una distribución de campo magnético en 3D es el siguiente:

- 1) Se asigna el nombre y el valor de las constantes de la configuración. Por ejemplo el ancho de un núcleo, su altura, el área que ocupa una bobina, así como sus dimensiones; el diámetro del conductor, la corriente, su densidad, etc.
- 2) Se realiza el esquema físico en 2D. Por medio de la unión de rectángulos, junto con otras formas simples, en combinación con funciones booleanas, las cuales permiten unir o excluir una región de otra.
- 3) De la configuración en 2D se pasa a 3D. Este procedimiento lo hace el programa de manera automática, mediante una instrucción que realiza la extrusión de la configuración.
- 4) Se asignan las condiciones de frontera, asimismo el material y la densidad de corriente de cada sub-dominio u objeto. Por ejemplo a la bobina se le asigna “J” (del paso uno); también puede asignarse hierro al núcleo de la bobina, aire al contorno y cobre a la bobina.
- 5) Se enmalla la configuración. Este paso es fundamental para el método de elementos finitos, pues el método calcula el valor del potencial magnético vectorial de los vértices de los triángulos y realiza una interpolación, la cual puede ser lineal, de un vértice a otro [10]. Este proceso también es automático.

- 6) Por último se simula la distribución de campo, por medio de la opción “solve”. En la figura 2 está el resultado del seguimiento de estos seis pasos sobre una bobina, la cual crea un campo que atraviesa una esfera metálica, y por tanto la atrae.

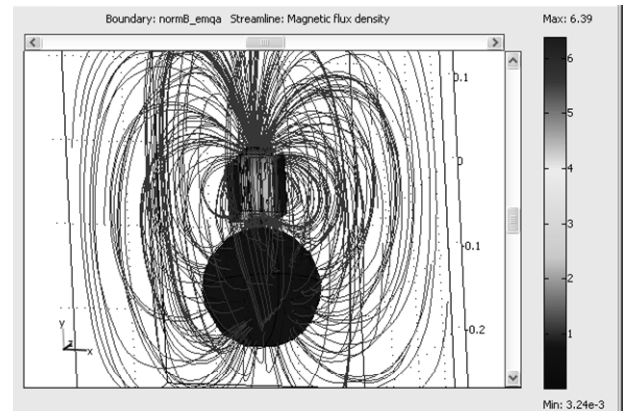


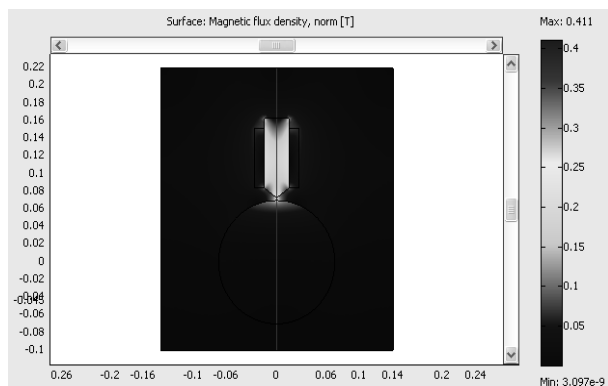
Figura 2. Resultado de una simulación en COMSOL Multiphysics. La bobina en forma de cubo crea un campo que envuelve y atrae a la esfera.

La simulación en la figura 2 supone materiales lineales. En lugar de esto, ellos en realidad son no lineales; por ejemplo, el parámetro “μ” no es una constante, sino función de la intensidad magnética “H”. COMSOL permite asignar ese tipo de relación de tres maneras:

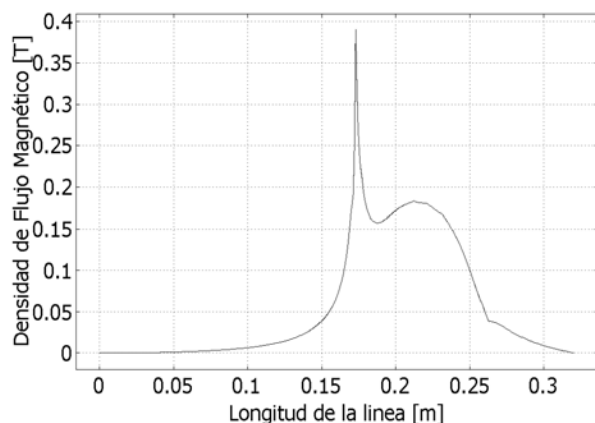
- 1) por medio de una ecuación,
- 2) con una tabla, durante la simulación, la cual puede ser el resultado de datos experimentales, o
- 3) con un archivo de texto. Esta última fue la metodología usada, porque guarda los datos y resulta fácil de leer a partir de una curva característica del material.

Además del archivo de relación entre “H” y “B” debe asignarse un tipo de interpolación entre datos, el cual puede ser lineal; también, el método de extrapolación, por ejemplo, suponer el último valor de la lista. Asimismo es importante consignar el valor de “B” primero, y en seguida “H”; esto se debe al procedimiento de cálculo del programa, el cual comienza con la determinación de “A”, del cual se obtiene “B” (como se explica en la Ec. (16), y finalmente “H”. En la figura 3 está una simulación con “μ” no lineal, con la curva característica del hierro común [11].

En la parte b) de la figura 3 se observa el valor de “B”, sobre una línea imaginaria que va desde arriba hasta abajo de la configuración en la parte a), y por el centro de la misma. El máximo de campo (en 0,17 m) corresponde a la punta del núcleo; de esta manera se observa que la forma del núcleo permite concentrar el campo magnético, lo cual ayuda en la estabilidad de este tipo de sistemas. El máximo local en 0,22 m corresponde a la superficie de la esfera.



a)



b)

Figura 3. Comportamiento con un material no lineal. a) Simulación de la distribución de “B”, b) “B” en el centro de la configuración. Los máximos corresponden a la punta del núcleo y a la superficie de la esfera.

#### 4. DISEÑO DEL RODAMIENTO MAGNÉTICO

La función objetivo del diseño maximiza la fuerza que produce el rodamiento al usar cierta cantidad de energía eléctrica. La medida de fuerza es indirecta, a través de “B”, y la de energía, a través de “J”. Se parte de la simulación de la configuración en la figura 3, y se llega a un sistema con seis electroimanes distribuidos alrededor del eje.

El diseño se divide en tres partes:

- 1) se encuentra la forma del electroimán (compuesto por una bobina y su núcleo), en relación con el tamaño del eje a sustentar;
- 2) se tiene en cuenta el efecto de la saturación en el hierro; así se refina la forma por medio de la eliminación de las esquinas donde se concentra el campo; y
- 3) se unen los electroimanes alrededor del eje y se calcula el entrehierro óptimo, en función del radio del eje.

#### Definición de la forma del electroimán

En primera medida se simulan cambios en el diámetro del eje, con la configuración en la figura 3, entre 0,5 y 30 veces el ancho del núcleo, y se mide el campo en el entrehierro en cada caso. Se selecciona la razón ocho, porque valores superiores no presentan incrementos significativos de campo en el entrehierro.

En seguida se analiza la relación alto-ancho en el núcleo, para lo cual se mantiene fija el área de la bobina, aunque su alto se iguala al del núcleo. El resultado de las simulaciones se presenta en la figura 4; se concluye que 1,33 es la mejor relación.

Luego se cambia la forma del núcleo; se lleva a una “C”, se agrega una bobina y se anexan tapas en los brazos del núcleo, como se explica en [4]. Esto aumenta el campo útil para crear fuerza, pues ahora los dos extremos del núcleo están cerca del eje, como se presenta en la figura 5. Sin embargo se hace una corrección más: esta consiste en dar curva a la superficie activa de las tapas; así la distribución de campo se hace más uniforme. En este paso también se realizan simulaciones para determinar la separación entre las tapas; el resultado es que este es tres veces el entrehierro.

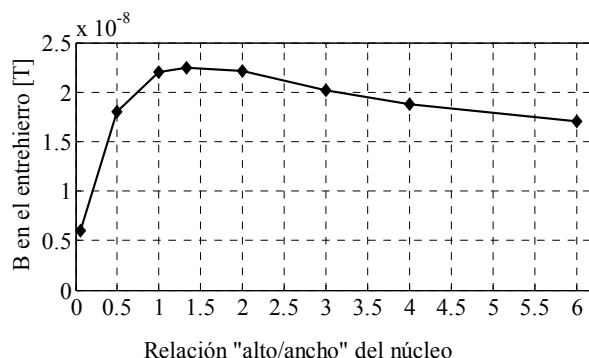


Figura 4. Selección de la relación alto-ancho del núcleo. El óptimo está en 1,33.

Por último se optimiza el tamaño de las tapas. En esta decisión se tienen en cuenta dos parámetros: el primero es la uniformidad del campo, medida como la diferencia entre el campo en el centro de la tapa y en sus extremos; el segundo es la fuerza que produce el campo promedio. Mientras el primero disminuye si las tapas son más largas, el segundo aumenta; por lo cual su producto genera un máximo, el cual corresponde a un ancho de la tapa de 2,7 veces el ancho del brazo del núcleo.

#### Reducción de los efectos de la saturación

La influencia de la saturación no se observa en las simulaciones de la sección anterior, porque se trabajan materiales lineales. Al suponerlos no lineales, en este caso con permeabilidad magnética variable, el campo se concentra en las esquinas; tanto, que el material entra en saturación. Como consecuencia se obtiene menos densidad de campo magnético al mismo valor de densidad de corriente.

En la figura 6 se presenta la variación de permeabilidad relativa para la configuración con la cual se terminó la sección a), pero con permeabilidad variable. En este artículo se asume que la curva de permeabilidad comienza en  $\mu_r = 35$  cuando “B” es cero; además,  $\mu_r$  máximo de 350, en 1,1 Teslas; y al campo máximo, 1,7 Teslas,  $\mu_r = 140$ .

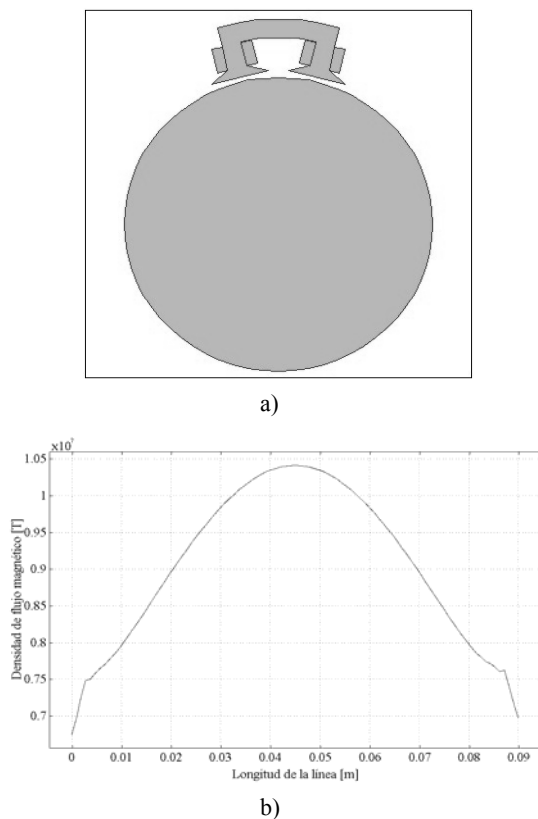


Figura 5. Núcleo en forma de “C”. a) Esquema, b) campo en el entrehierro, su distribución no es homogénea porque la distancia entre la tapa y el eje cambia en cada punto.

Se comienza con la eliminación de las puntas terminales en las tapas, pero se tiene cuidado de no alterar las proporciones ya calculadas en el paso anterior. Entonces se aumenta el grueso de las tapas: muy poco y la punta se satura, mucho y la reluctancia del circuito magnético aumenta y reduce “B”. Se selecciona la quinta parte del entrehierro.

En seguida se suaviza la esquina que se forma en la unión de la tapa con el brazo del núcleo. Se encuentra que el radio de curvatura óptimo es igual a la cuarta parte del ancho del núcleo. Cuando el radio es menor se incrementa la saturación, si es superior aumenta la cantidad de material y la reluctancia hace que “B” disminuya.

Las esquinas internas, sobre las bobinas, también son suavizadas. Si la curvatura es muy grande, entonces el flujo magnético puede circular con mayor facilidad; esto hace que la saturación disminuya, pero se aumenta la separación entre las tapas, por tal razón la cantidad de material se incrementa y se alarga el camino que debe recorrer el flujo. El resultado final es que “B” decrece. Al tener esto en cuenta, y por las

simulaciones, se decide definir el radio de curvatura igual a la mitad del ancho del brazo.

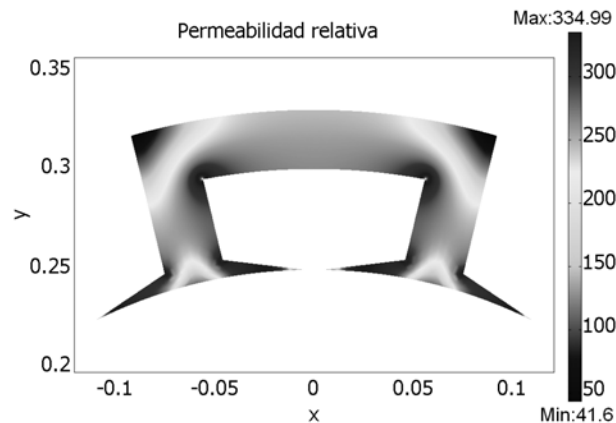


Figura 6. Permeabilidad magnética relativa en el núcleo. Se observa que en los extremos de las tapas y en las curvas internas del núcleo se alcanza la permeabilidad máxima.

En la figura 7 se observan los cambios realizados a la forma del núcleo de la figura 6, los cuales son:

- 1) aumento del grueso de la tapa;
- 2) suavización con una curva del punto que une la tapa con el brazo; y por último,
- 3) suavización de las esquinas internas encima de las bobinas.

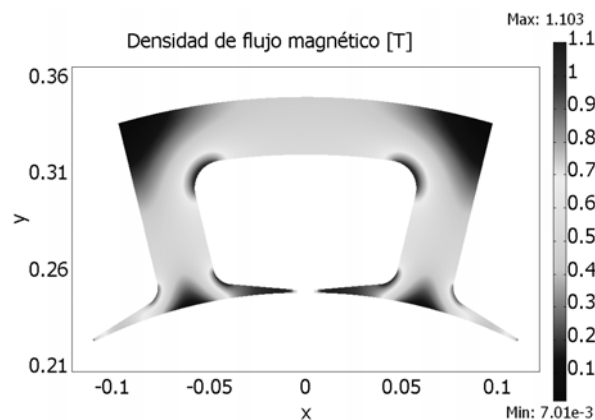
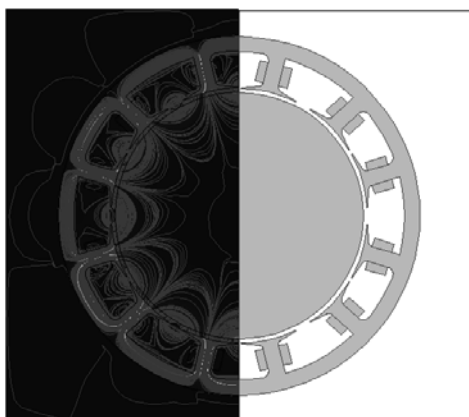


Figura 7. Disminución de la saturación en el núcleo. Se ha logrado reducir el campo máximo de manera que no se alcanza saturación, además resulta una distribución de campo magnético más uniforme.

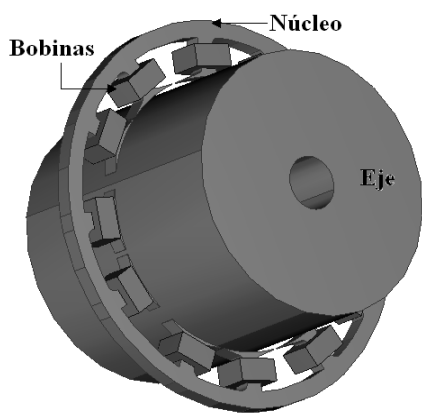
### Unión de varios electroimanes

Antes de unir los electroimanes se busca el entrehierro óptimo, en función del radio del eje. Se fija un radio del eje y se simula la configuración con entrehierros diferentes, luego se cambia el radio del eje y se repiten las mediciones. De esta forma se genera una grafica en 3D, de la cual “X” y “Y” son la dimensión del entrehierro y el radio del eje; “Z” es la densidad de campo en el entrehierro. La conclusión es que un valor adecuado de entrehierro es  $r/30$ . Valores menores incrementan el campo, pero resultan difíciles de controlar. Así que esta

decisión es una combinación entre el resultado de las simulaciones y la experiencia con el control de posición del sistema.



a)



b)

Figura 8. Rodamiento magnético final. a) Electroimanes unidos. Configuración física y curvas de densidad de campo magnético, b) Vista en 3D.

En seguida se estudia el efecto de utilizar de entre tres hasta seis electroimanes, distribuidos alrededor del eje. El resultado es que con seis electroimanes la distribución de campo es más uniforme. No se agregaron más electroimanes porque las proporciones del núcleo no lo permiten; por ejemplo, porque el ángulo entre los brazos es de  $52,5^\circ$ .

Además se tuvo en cuenta que algunas líneas en la parte superior del electroimán se cierran en el aire y que estos requieren un sustento mecánico, por lo cual, para finalizar, se anexa material y se unen los seis electroimanes. Una simulación de esta distribución se presenta en la figura 8. También puede observarse que las líneas de campo que atraviesan el eje no llegan hasta el centro del mismo.

El resultado en la figura 8 brinda estabilidad mecánica, debido a que el trabajo de subir o bajar el eje se reparte entre dos o tres juegos de electroimanes. En la aplicación de este diseño en la construcción de un rodamiento, debe tenerse en cuenta no solo el peso del eje sino el del rotor de la máquina, asimismo los desequilibrios que pueden causar algunos tipos de carga.

También es importante la resistencia del devanado, porque esta define la energía usada para hacer levitar al eje.

## 5. CONCLUSIONES

El análisis de las simulaciones realizadas por medio del método de elementos finitos permite incrementar la fuerza del rodamiento magnético. Al comparar la fuerza magnética de la configuración en la figura 3 y la final, se observa un incremento de 3,8 veces por cada electroimán. Este resultado demuestra que el método asumido para solucionar el problema es correcto, es decir, el realizar simulaciones en donde se cambia un parámetro dimensional de la configuración a la vez; como una altura o un ancho, en función del tamaño del eje o del entrehierro, hasta que se alcanza el campo máximo a cierta densidad de corriente. En este artículo se comienza con un electroimán en forma de "I" y se termina con seis electroimanes unidos alrededor del eje, a los cuales se les denomina rodamiento magnético.

En las tapas de los brazos es donde se realiza la mayor cantidad de cambios. Se comienza con la forma plana que se cambia a un arco con la misma curvatura del eje, con el fin de aumentar la uniformidad de campo; se calcula el ancho de la tapa que produce mejores resultados; se incrementa el grueso de las tapas con el fin de disminuir la saturación causada por su terminación en punta; se suaviza la unión entre la tapa y el brazo del electroimán, así se disminuye el efecto de la saturación por el campo que se acumula en ella; y se encuentra la distancia óptima entre tapas, en relación con el valor del entrehierro. Todos estos cambios en un solo elemento del rodamiento permiten afirmar que a este es al que se debe dedicar más esfuerzo de diseño. Algunas ideas para otros trabajos son: estudiar el efecto de usar un material con una permeabilidad magnética mejor a la del núcleo, analizar el efecto mecánico que implica la sujeción de las tapas con los brazos del núcleo, entre otras.

## 6. REFERENCIAS

- [1] Trejo H., "Utilización de la ingeniería asistida por computación para el diseño y construcción de un sistema de levitación magnética", Tesis de maestría en ciencias computacionales, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, diciembre de 1996.
- [2] Pradhananga S., "Experimental validation of a smart-bias active magnetic bearing controller", Tesis de maestría, Louisiana State University, Master of Science in Mechanical Engineering, Agosto de 2004.
- [3] Molenaar L., Zaaier E.H., y Van Beek H. F. "A novel lons stroke planar magnetic bearing configuration", **Proceeding Conference Actuator 98**, pp 541-544, Bremen, June 1998
- [4] Rairán D., Aguirre Ch., y Castañeda J., "Diseño de un electroimán mediante el método de elementos finitos", **Revista Tecnura**, Núm. 17. II Semestre de 2005. pp. 38-46
- [5] Johnk C., "Engineering Electromagnetic Fields & Waves", Editorial: Wiley International Edition. Estados Unidos de América, 1975.

- [6] Meeker D., “**Finite Element Method. Magnetic User’s Manual**”, version 4.0, 2004.
- [7] Amaya M., y Roldán C., “Estudio de una máquina sincrónica de imanes permanentes por el método de elementos finitos”, **Revista Energía y Computación**, vol 7, Nº 1, pp 45-50, febrero de 1998.
- [8] Rairán D., Aguirre Ch., y Castañeda J., “Programa didáctico para el cálculo de campo magnético estático, mediante elementos finitos, usando matlab” **Revista Científica**. Fondo de publicaciones de la Universidad Distrital. V.7, pp. 657 - 686, 2005.
- [9] COMSOL Inc., “**Femlab 3 – user’s guide, model library, modeling guide**”, Los Ángeles – California, 2004.
- [10] Pilat A., “FEMLAB Software Applied To Active Magnetic Bearing Analysis”, **International Journal of Appl. Math. Comput. Sci.**, Vol. 14, No. 4, pp 497–501, 2004.
- [11] Kraus J., Fleish D., “**Electromagnetismo con aplicaciones**”, McGraw-Hill, Interamericana, edición 5, 1999.