

Medidas de Dispersão

Prof. Dr. Edson Melo de Souza
souzaem@unig.pro.br

Medidas de Posição

Variância e Desvio Padrão

Medidas de Dispersão

São parâmetros estatísticos usados para determinar o **grau de variabilidade** dos dados de um conjunto de valores.

A utilização desses parâmetros tornam a análise de uma amostra mais confiável, visto que as variáveis de tendência central (média, mediana, moda) muitas vezes escondem a **homogeneidade ou não dos dados**.

Variância e Desvio Padrão

Variância e Desvio Padrão são medidas de dispersão, ou seja, parâmetros utilizados na Estatística para calcular o **quanto os dados de um conjunto de valores podem variar.**

Variância

A variância (V) é útil para determinar o afastamento da média que os dados de um conjunto analisado apresentam. A variância é determinada pela média dos quadrados das diferenças entre cada uma das observações e a média aritmética da amostra.

Variância - Exemplo

Por exemplo, vamos considerar que um animador de festas infantis selecione as atividades de acordo com a **média das idades das crianças convidadas** para uma festa.

Variância - Exemplo

Vamos considerar as idades de dois grupos de crianças que irão participar de duas festas diferentes:

Festa A: 1 ano, 2 anos, 2 anos, 12 anos, 12 anos e 13 anos

Festa B: 5 anos, 6 anos, 7 anos, 7 anos, 8 anos e 9 anos

Variância - Exemplo

Festa A: 1 ano, 2 anos, 2 anos, 12 anos, 12 anos e 13 anos

Festa B: 5 anos, 6 anos, 7 anos, 7 anos, 8 anos e 9 anos

Média da Festa A: $(1+2+2+12+12+13) / 6 = 7$ anos

Média da Festa B: $(5+6+7+7+8+9) / 6 = 7$ anos

Em ambos os casos, a média é igual a 7 anos de idade. Entretanto, ao observar as idades dos participantes podemos admitir que as atividades escolhidas sejam iguais? Portanto, neste exemplo, a média não é uma medida eficiente, pois não indica o grau de dispersão dos dados.

Calculando a Variância

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - MA)^2}{n}$$

Sendo,

V: variância

x_i : valor observado

MA: média aritmética da amostra

n: número de dados observados

Festa A

Dados: 1 ano, 2 anos, 2 anos, 12 anos, 12 anos e 13 anos

Média:

$$MA_a = \frac{1 + 2 + 2 + 12 + 12 + 13}{6} = \frac{42}{6} = 7 \text{ anos}$$

Variância:

$$V_a = \frac{(1 - 7)^2 + (2 - 7)^2 + (2 - 7)^2 + (12 - 7)^2 + (12 - 7)^2 + (13 - 7)^2}{6}$$

$$V_a = \frac{36 + 25 + 25 + 25 + 25 + 36}{6} \cong 28,67 \text{ anos}^2$$

Calculando a Variância

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - MA)^2}{n}$$

Sendo,

V: variância

x_i : valor observado

MA: média aritmética da amostra

n: número de dados observados

Festa B

Dados: 5 anos, 6 anos, 7 anos, 7 anos, 8 anos e 9 anos

Média:

$$MA_b = \frac{5 + 6 + 7 + 7 + 8 + 9}{6} = 7 \text{ anos}$$

Variância:

$$V_b = \frac{(5 - 7)^2 + (6 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (7 - 7)^2 + (8 - 7)^2 + (9 - 7)^2}{6}$$
$$V_b = \frac{4 + 1 + 0 + 0 + 1 + 4}{6} \cong 1,67 \text{ anos}^2$$

Conclusão

Observe que apesar da média ser igual (7), o valor da variância (28,67 e 1,67) é bem diferente, ou seja, os dados do primeiro conjunto são bem mais heterogêneos.

$$DP = \sqrt{\sigma^2} \text{ ou } DP = \sqrt{s^2}$$

Desvio Padrão

O desvio padrão é definido como a raiz quadrada da variância. Desta forma, a unidade de medida do desvio padrão será a mesma da unidade de medida dos dados, o que não acontece com a variância.

Desvio Padrão

Assim, o desvio padrão é encontrado fazendo-se:

$$DP = \sqrt{V}$$

Quando todos os valores de uma amostra são iguais, o desvio padrão é igual a 0. Sendo que, quanto mais próximo de 0, menor é a dispersão dos dados.

Desvio Padrão sobre as Idades

Considerando ainda o exemplo anterior, vamos calcular o desvio padrão para as duas situações:

$$DP_a = \sqrt{28,67} = 5,35 \text{ anos}$$

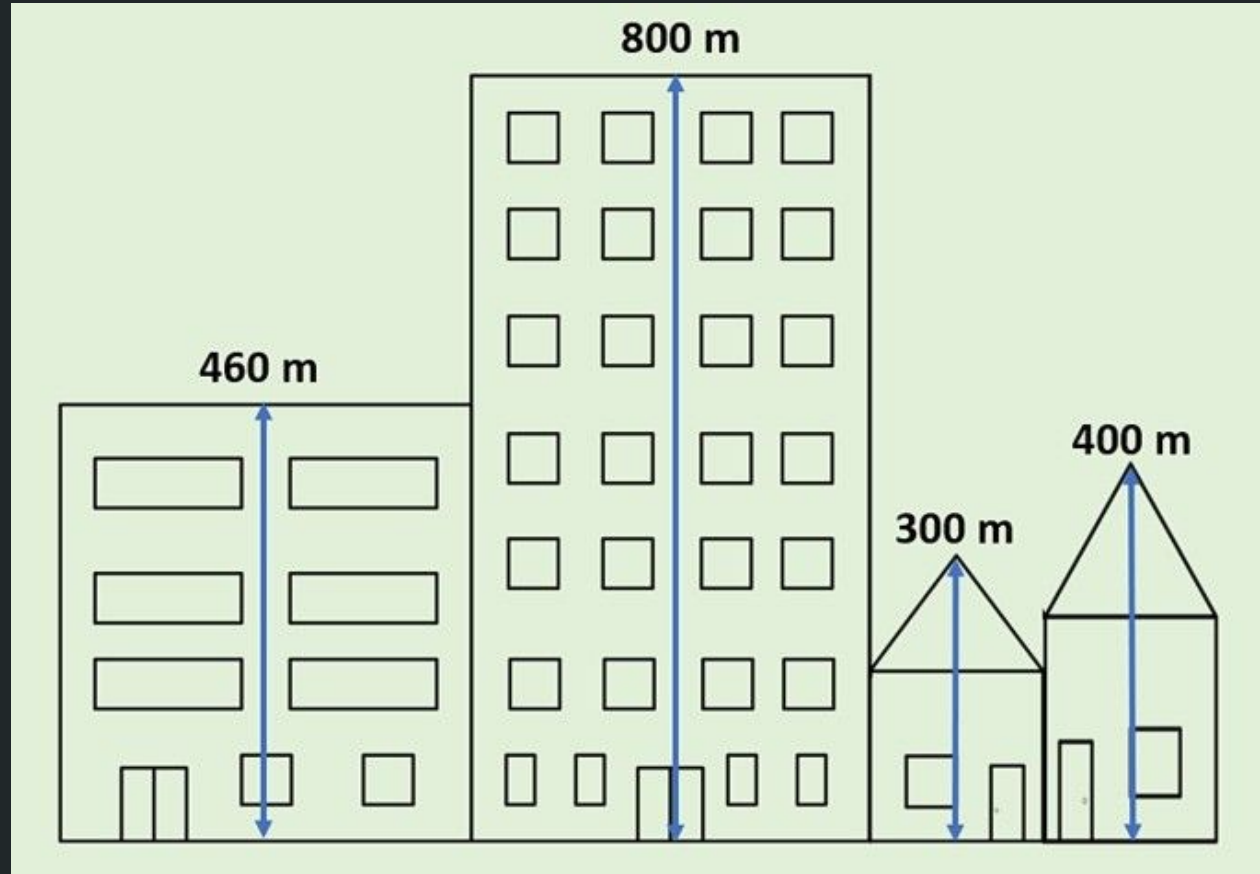
$$DP_b = \sqrt{1,67} = 1,29 \text{ anos}$$

Agora, sabemos que a variação das idades do primeiro grupo em relação a média é de aproximadamente 5 anos, enquanto que a do segundo grupo é de apenas 1 ano.

Exemplo Gráfico da Variância

A figura apresenta a altura de quatro construções (em metros).

Vamos calcular o desvio padrão e a variância.



Exemplo Gráfico da Variância

1º passo: calcular a média aritmética dos valores.

Para calcular a média deve-se somar todas as alturas e dividir pelo número de dados apresentados.

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4}$$

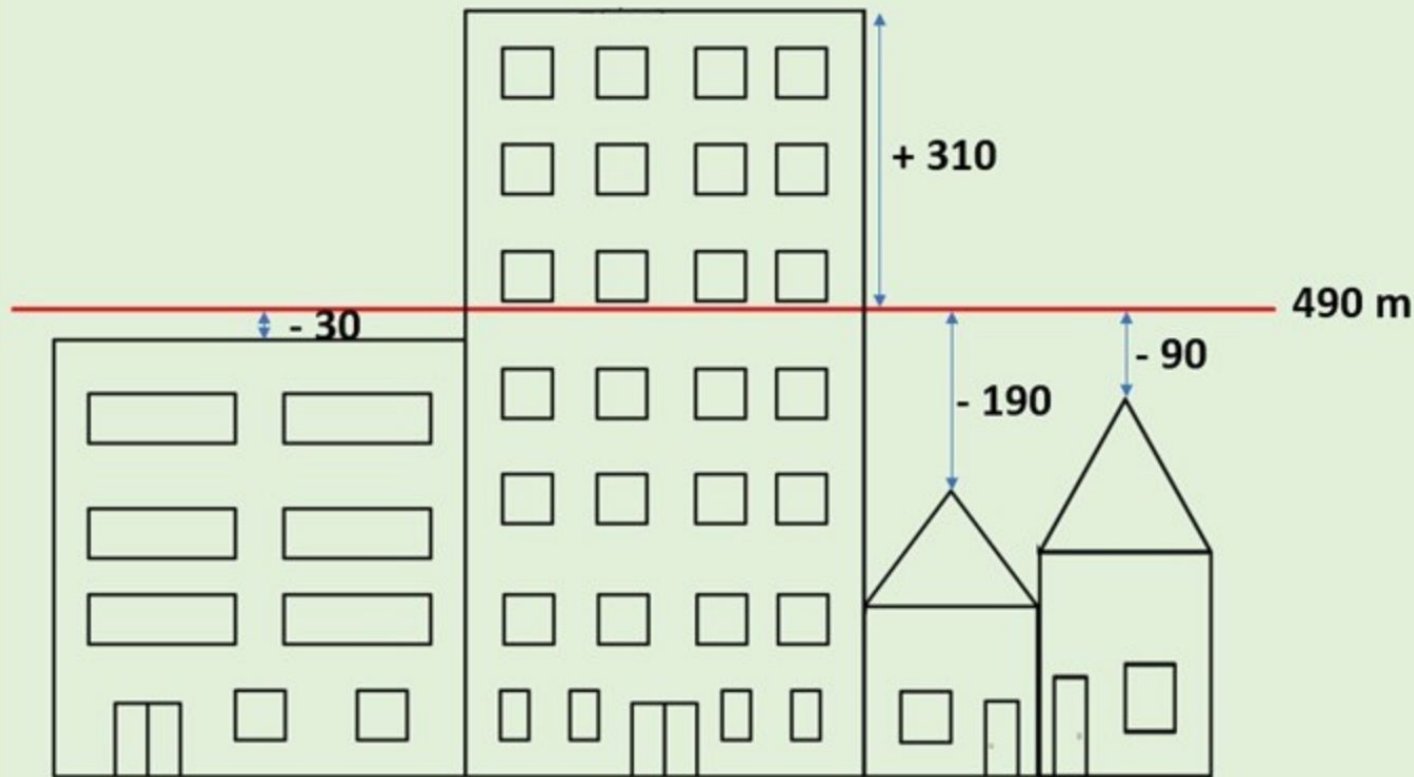
$$\bar{X} = \frac{460 \text{ m} + 800 \text{ m} + 300 \text{ m} + 400 \text{ m}}{4}$$

$$\bar{X} = \frac{1960 \text{ m}}{4}$$

$$\bar{X} = 490 \text{ m}$$

Exemplo Gráfico da Variância

Observe na imagem o quanto cada altura se distancia da média (linha vermelha).



Calculando a Variância

2º passo: calcular a variância

Agora, substituímos a média (

\bar{X}

) e os valores do conjunto (X_n) na fórmula de variância.

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - M_A)^2 + (x_2 - M_A)^2 + (x_3 - M_A)^2 + (x_4 - M_A)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{(460 - 490)^2 + (800 - 490)^2 + (300 - 490)^2 + (400 - 490)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-30)^2 + (310)^2 + (-190)^2 + (-90)^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{900 \text{ m}^2 + 96100 \text{ m}^2 + 36100 \text{ m}^2 + 8100 \text{ m}^2}{4}$$

$$\sigma^2 = \frac{141200 \text{ m}^2}{4}$$

$$\sigma^2 = 35300 \text{ m}^2$$

Calculando o Desvio Padrão

3º passo: calcular o desvio padrão

Para encontrar o desvio padrão basta tirar a raiz quadrada do valor da variância.

$$DP = \sqrt{\sigma^2}$$

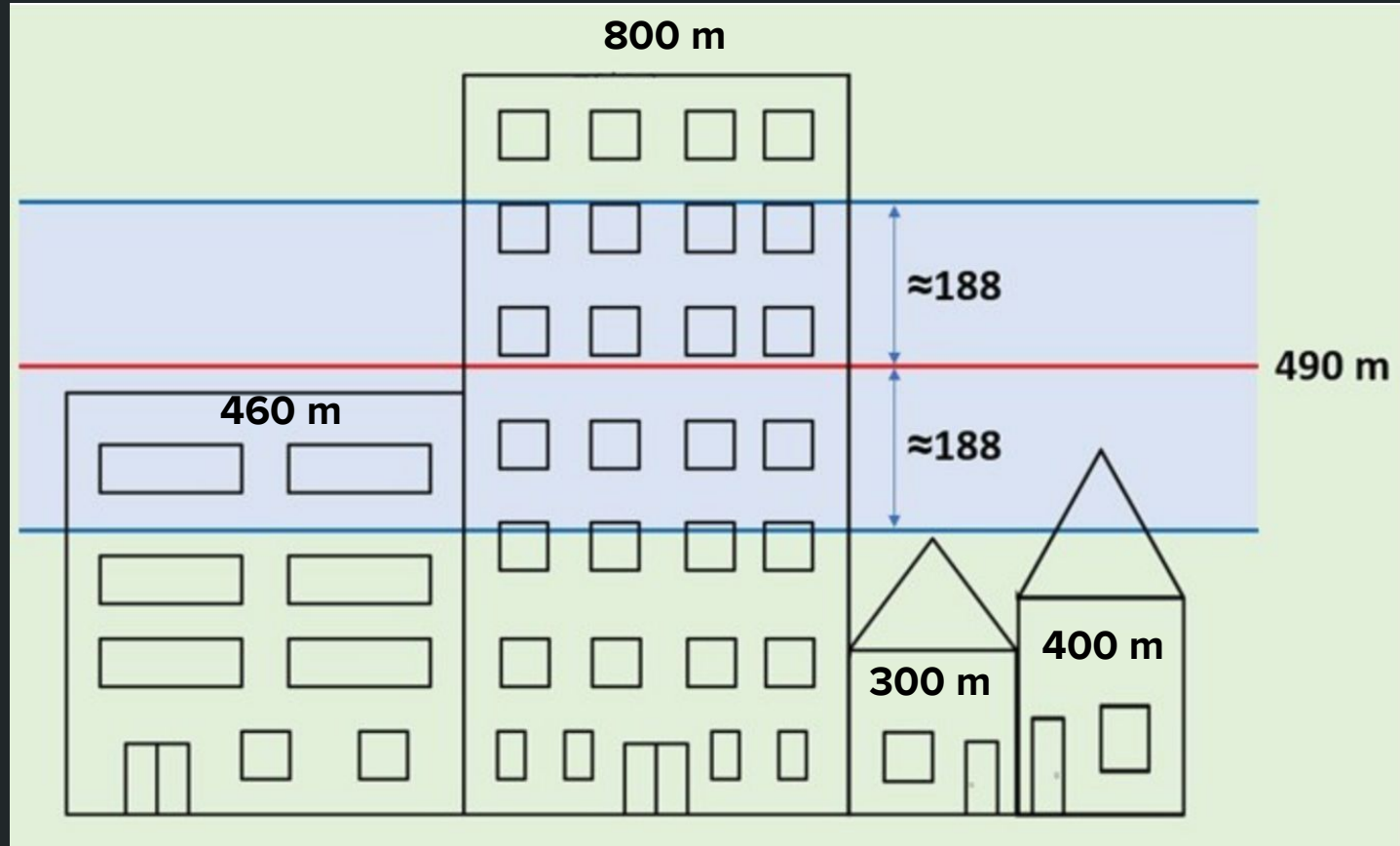
$$DP = \sqrt{35300 \text{ m}^2}$$

$$DP \cong 188 \text{ m}$$

Exemplo Gráfico da Variância

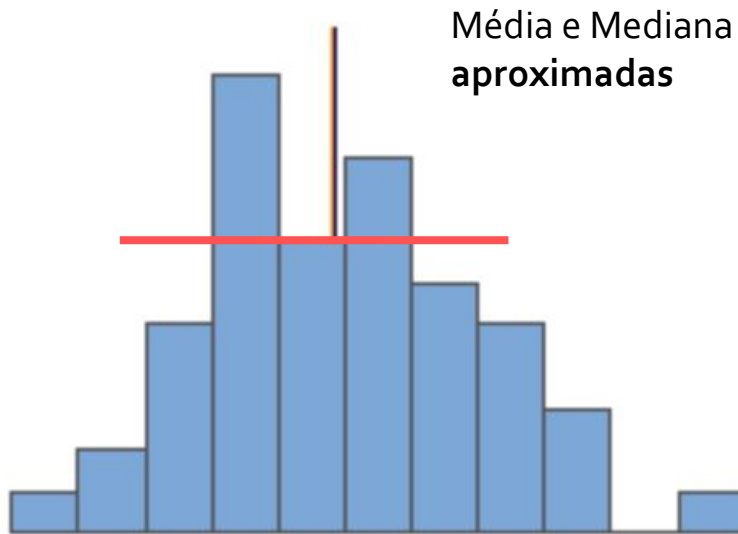
Observe a imagem com a sinalização do desvio padrão.

Podemos perceber que dois prédios estão próximos de um “padrão” enquanto dois estão acima e abaixo, respectivamente.

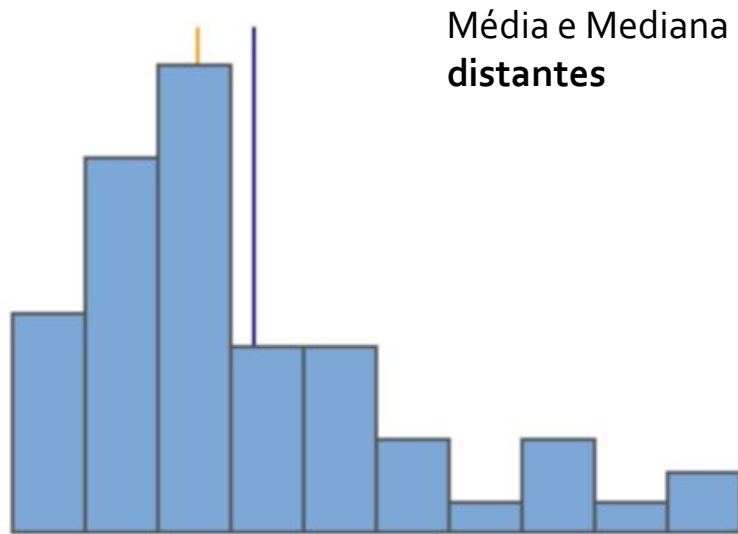


Gráficos para Medir Dispersão

Histograma



Simétrico



Assimétrico

Referências

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. Estatística Básica, 8ª Edição, 1ª Tiragem. São Paulo, Editora Saraiva, 2013.

DA CUNHA, Sônia Baptista; CARVAJAL, Santiago Ramírez. **Estatística Básica - A Arte de Trabalhar com Dados**. Elsevier Brasil, 2009.

DE BRUM PIANA, Clause Fátima; DE ALMEIDA MACHADO, Amauri; SELAU, Lisiane Priscila Roldão. Estatística básica. 2009.

MAGALHÃES, Marcos Nascimento; DE LIMA, Antônio Carlos Pedroso. **Noções de probabilidade e estatística**. Editora da Universidade de São Paulo, 2002.

MOORE, David S.; NOTZ, William I.; FLIGNER, Michael A. **A estatística básica e sua prática**. Livros Técnicos e Científicos, 2000.

Toda Matéria. Variância e Desvio Padrão. Disponível em:

<<https://www.todamateria.com.br/variancia-e-desvio-padrao/>>. Acesso em: 27 Ago. 2021.