Atividade da semana.
Antonio Erick Freitas Ferreira - 542631.

(h) Se $f(n) = 3n^2 - n + 4$, então $f(n) = \Theta(n^2)$

$\to \exists c_1 \wedge \exists c_2 \mid \forall n \geq n_0$

$g(n) = n^2$

$0 \leq c_1 \cdot n^2 \leq f(n) \leq c_2 \cdot n^2$

$0 \leq c_1 \cdot n^2 \leq 3n^2 - n + 4$

$0 \leq c_1 \cdot n^2 \leq 3n^2 - n + 4$

$0 \leq 3n^2 - n + 4$

Como pela notação O(n²) já achamos que n0 = 10.

$0 \leq 3 \cdot 100 - 100 + 4$

$\boxed{0 \leq 204}$

$c_1 \cdot n^2 \leq 3n^2 - n + 4 \ (\div n^2)$

$c_1 \leq 3 - \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2}$

Como 1/n e 4/n² tendem a 0 quando n tende ao infinito e 1/n > 4/n², então c1 = 2.

$0 \leq 3n^2 - n + 4 \leq c_2 \cdot n^2$

$n \geq 1$

$0 \leq 3 - 1 + 4$

$\boxed{0 \leq 6}$

$3n^2 - n + 4 \leq c_2 \cdot n^2 (\div n^2)$

$3 - \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2} \leq c_2$

Como -1/n e 4/n² tendem a 0 conforme n tende ao infinito e 1/n > 4/n², logo c2 = 3.

Agora vamos aproximar de forma mais justa este n.

$\boxed{n = 10}$

$3n^2 - n + 4 \leq c_2 n^2 \ (\div n^2)$

$3 - \frac{1}{n} + \frac{4}{n^2} \leq c_2$

$\boxed{c_2 = 3}$

logo $O(n^2)$
$\forall n \geq 10 \wedge c_2 = 3$

$\Downarrow$

$\boxed{\Theta(n^2)}$

$\Uparrow$

logo $\Omega(n^2)$
$\forall n \geq 10 \wedge c_1 = 2$

2. Suponha $f(n) = \lceil n/2 \rceil + 10$ e $g(n) = n$. Mostre que $f(n) = \Theta(g(n))$.

$$0 \leq c_1 \cdot n \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 10 \leq c_2 \cdot n \qquad \exists c_1 \wedge \exists c_2 \mid \forall n \geq n_0$$

$$0 \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 10 \leq c_2 \cdot n$$

Suponha n = 1.

$$0 \leq \left\lceil \frac{1}{2} \right\rceil + 10$$

$$\boxed{0 \leq 11}$$

$$\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 10 \leq c_2 \cdot n \quad (\div n)$$

$$\left\lceil \frac{1}{2} \right\rceil + \frac{10}{n} \leq c_2$$

Observe que conforme n tende ao infinito
10/n tende a 0, mas como por hora estamos
usando n0 = 1, c2 precisa ser igual a 11.
Por sua vez, se pensarmos em um n0 mais justo
como n0 = 10, c2 = 2

$$\boxed{\text{logo } O(n) \quad \forall n \geq 10 \wedge c_2 = 2}$$

$$\boxed{\Theta(n)}$$

Provando ômega:

$$0 \leq c_1 \cdot n \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 10$$

$$0 \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 10$$

Como estamos usando n0 = 10,
logo

$$\boxed{0 \leq 15}$$

$$c_1 \cdot n \leq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil + 10 \quad (\div n)$$

$$c_1 \leq \left\lceil \frac{1}{2} \right\rceil + \frac{10}{n}$$

Observe que 10/n tende a 0 quando
n tende ao infinito, que será sempre
somado a 1, logo c1 = 1, pois a função
em nenhuma hipótese será < 1.

$$\boxed{\text{logo } \Omega(n) \quad \forall n \geq 10 \wedge c_1 = 1}$$