Erick Henrique silva 11 201812308

Computação gráfica

1) $n = \dfrac{u \times v}{\|u \times v\|}$ onde $v = c - b =$

$u = b - a$

$a = (1,0,0)$, $b = (1,1,1)$, $c = (0,1,0)$

$v = (0,1,0) - (1,1,1) = (-1,0,-1)$

$u = (1,1,1) - (1,0,0) = (0,1,1)$

$u \times v = 0 \cdot -1 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot -1 = -1$

$\|u \times v\| = \sqrt{(0 \cdot -1)^2 + (1 \cdot 0)^2 + (1 \cdot -1)^2} = \sqrt{0 + 0 + 1} = \sqrt{1} = 1$

$n = \dfrac{-1}{1} \to \boxed{n = -1}$

2) $(\cos(a), \operatorname{sen}(a)) \times (\operatorname{sen}(a), -\cos(a))$

$\Downarrow$

$\cos(a) \cdot \operatorname{sen}(a) - (\operatorname{sen}(a)\cos(a))$

$\Downarrow$

0

Geometricamente podemos dizer que os vetores são ortogonais visto que $u \cdot v = 0$

Como a magnitude de ambos os vetores é 1 então já estão normalizados

3) $a = (0,0)$, $b = (1,0)$, $c = (0,1)$

$$G = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \to 0 + 0 + 1 - (0 + 0 + 0) = 1$$

Como $G > 0$ logo estamos em anti-horário

4) $r = 2(l \cdot n)n - l$

$l = (1,0,1)$
$n = (0,0,1)$

$r = 2 \cdot ((1,0,1) \cdot (0,0,1)) \cdot (0,0,1) - (1,0,1)$
$r = 2 \cdot (1) \cdot (0,0,1) - (1,0,1)$
$r = (0,0,2) - (1,0,1)$
$r = (-1,0,1)$

5) O produto vetorial entre dois vetores será nulo quando eles forem paralelos.
Por exemplo: $u = (1,1,1)$ $v = (2,2,2)$

$$u \times v = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} \to 0$$

ou $u = (4,4,8)$ $v = (3,3,6)$

$$u \times v = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 8 \\ 3 & 3 & 6 \end{vmatrix} \to 0$$

6) Estaremos rotacionando esse quadrado em um ângulo de 45°

7) Sim, podemos dizer que ela é uma matriz ortogonal pois sua inversa e sua transposta são iguais, ambas resultam em

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

data

8) O produto misto envolve três vetores quaisquer e pode ser utilizado para calcular o volume da figura formada pelos vetores

Para calcular podemos utilizar os conceitos de produto vetorial e de produto escalar, onde calculamos primeiro o produto vetorial entre dois vetores e no fim utilizamos esse resultado para calcular o produto escalar com o ultimo vetor, na forma

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

podemos também realizar esse calculo com o determinante desses vetores, na forma:

$$D = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

Em ambos os casos o resultado será o volume do objeto formado por esses vetores, já que teremos 3 direções distintas em 3 dimensões, possibilitando assim a geração de um objeto

9) vetores são linearmente independentes se não conseguirmos escrever um deles como combinação linear dos outros, logo temos a seguinte equação

$$x_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como não existem x_1, x_2 e x_3 que satisfazem essa equação então eles são linearmente independentes

(a)

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/3 & 2/3 & -1/3 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & -2 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\to \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/3 & 2/3 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -5/3 & -2/3 & -2/3 & 1 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2/3 & 2/3 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2/5 & 2/5 & -3/5 \end{array}\right]$$

$$\to \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 1/5 & -4/5 & 6/5 \\ 0 & 1 & 0 & 2/5 & -3/5 & 2/5 \\ 0 & 0 & 1 & 2/5 & 2/5 & -3/5 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -3/5 & 2/5 & 2/5 \\ 0 & 1 & 0 & 2/5 & -3/5 & 2/5 \\ 0 & 0 & 1 & 2/5 & 2/5 & -3/5 \end{array}\right]$$

logo a inversa de $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ é $\begin{bmatrix} -3/5 & 2/5 & 2/5 \\ 2/5 & -3/5 & 2/5 \\ 2/5 & 2/5 & -3/5 \end{bmatrix}$