Projeto Polinomial Discreto

terça-feira, 28 de janeiro de 2025 07:33

A partir das especificações, definir os polos desejados e equação característica da malha fechada desejada:

$$\xi = \frac{-ln(R)}{\sqrt{ln^2(R) + \theta^2}},$$

$$\omega_n = \left(\frac{1}{T}\right)\sqrt{ln^2(R) + \theta^2},$$

$$t_s = 4\left[\frac{T}{ln(R)}\right],$$

$$OS = e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}},$$

$$R = e^{\frac{-T}{\tau}},$$

$$\xi = \sqrt{\frac{[ln(OS)]^2}{\pi^2 + [ln(OS)]^2}},$$

$$\theta = \sqrt{\frac{[ln(R)]^2 - \xi^2[ln(R)]^2}{\xi^2}}.$$

$$p_d = (R\cos\theta) \pm (R\sin\theta)j$$

- Se for apenas um polo -> real puro (theta = 0).
- Para mais de dois polos, ajustar a dinâmica com um par complexo e alocar os outros em 0, fazendo com que eles tenham a dinâmica mais rápida possível e não alterem o transitório desejado.

Definir as matrizes E e D:

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

Considere os polinômios $A(z)$ e $B(z)$ dados por

$$A(z) = z^n + a_1 z^{n-1} + \cdots + a_{n-1}z + a_n$$

$$B(z) = b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \cdots + b_{n-1}z + b_n$$

em que:

- $A(z)$ é mônico;
- $A(z)$ e $B(z)$ são polinômios co-primos.

Seja $D(z)$ um polinômio estável de grau $\delta(D(z)) = (2n-1)$:

$$D(z) = d_0 z^{2n-1} + d_1 z^{2n-2} + \cdots + d_{2n-2}z + d_{2n-1}.$$

A partir do polinômio característico para a malha fechada:

Do polinômio $D(z)$ define-se

$$d_0 z^{2n-1} + d_1 z^{2n-2} + \cdots + d_{2n-2} z + d_{2n-1}$$
$$\Downarrow$$
$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{2n-1} \\ d_{2n-2} \\ \vdots \\ d_1 \\ d_0 \end{bmatrix},$$

Seja a matriz de Sylvester $\mathbf{E}$ com dimensões $2n \times 2n$ dada por:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} a_n & 0 & \cdots & 0 & b_n & 0 & \cdots & 0 \\ a_{n-1} & a_n & \cdots & 0 & b_{n-1} & b_n & \cdots & 0 \\ \vdots & a_{n-1} & \cdots & 0 & \vdots & b_{n-1} & \cdots & 0 \\ a_1 & \vdots & \ddots & \vdots & b_1 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_1 & \cdots & a_{n-1} & b_0 & b_1 & \cdots & b_{n-1} \\ 0 & 1 & \cdots & a_{n-2} & 0 & b_0 & \cdots & b_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & a_1 & 0 & 0 & \cdots & b_1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & b_0 \end{bmatrix}$$

Obter o controlador:

$$\mathbf{M} = \mathbf{E}^{-1}\mathbf{D}$$

$$C(z) = \frac{\beta(z)}{\alpha(z)}$$

$$\left.\begin{matrix} \alpha_0 z^{n-1} + \alpha_1 z^{n-2} + \cdots + \alpha_{n-2} z + \alpha_{n-1} \\ \& \\ \beta_0 z^{n-1} + \beta_1 z^{n-2} + \cdots + \beta_{n-2} z + \beta_{n-1} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \alpha_{n-1} \\ \alpha_{n-2} \\ \vdots \\ \alpha_0 \\ \beta_{n-1} \\ \beta_{n-2} \\ \vdots \\ \beta_0 \end{bmatrix}$$

Pré-filtro para erro estacionário nulo

Pré-multiplicar a malha fechada pelo inverso de seu ganho estático para torná-lo unitário.