

Guia Prática 07 – Análise das Características de Malha Fechada

Prof. Lucas S. Oliveira *

* Departamento de Engenharia Mecatrônica, CEFET-MG, Campus
Divinópolis, (lqsoliveira@cefetmg.br)

Resumo: Neste guia de prática, busca-se analisar e avaliar o papel dos sinais de erro para caracterizar o desempenho da malha fechada de controle. Nesse sentido, serão exploradas as áreas que incluem a redução da sensibilidade a incertezas de modelo, erros de regime permanente e rejeição a perturbação. Nesses procedimentos o erro de rastreamento é usado na realimentação negativa da malha de controle. Sendo o erro de rastreamento usado para especificar o desempenho do sistema diante as áreas exploradas no guia de prática. Naturalmente, não se pode esquecer de avaliar o custo relativo das decisões tomadas pelo técnico projetista durante o projeto do controlador.

Keywords: Realimentação, sensibilidade, erro de rastreamento, rejeição à perturbação.

1. OBJETIVOS

São objetivos desse experimento:

- Trabalhar com sistemas superamortecidos com atraso.
- Analisar a dinâmica da malha fechada com controladores P e PI para:
 - sinal do erro de rastreamento,
 - sensibilidade a variação de parâmetros,
 - capacidade de rejeição à perturbação.

2. REVISÃO DE MÉTODOS

2.1 Análise do Sinal do Erro

Considere o sistema em malha fechada apresentado no diagrama da Figura 1. Nesse sistema têm-se que a refe-

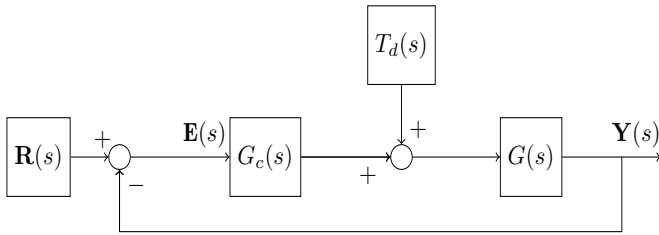


Figura 1. Diagrama de blocos para um sistema em malha fechada.

rência para a malha fechada é dada pela função $\mathbf{R}(s)$, enquanto a saída da malha de controle é definida pela função $\mathbf{Y}(s)$. Por sua vez a funções $G_c(s)$ é a função do controlador, $G(s)$ a função do sistema, e $T_d(s)$ um sinal de perturbação na entrada do sistema. A partir da análise do diagrama de blocos, defini-se a dinâmica da função do erro de rastreamento, $E(s)$, tal que (Dorf and Bishop, 2009):

$$\mathbf{E}(s) = \mathbf{R}(s) - \mathbf{Y}(s). \quad (1)$$

O qual após alguma manipulação do diagrama de blocos, pode ser expressa como:

$$\mathbf{E}(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} \mathbf{R}(s) - \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} T_d(s). \quad (2)$$

O produto entre as funções do controlador e do sistema presente no denominador da Equação (2), resulta na função do **ganho de malha**, $L(s)$, definida por: $L(s) = G_c(s)G(s)$, a qual desempenha papel fundamental na análise de sistemas de controle. A partir da função do ganho de malha, pode-se estabelecer a **função sensibilidade**, dada por:

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}. \quad (3)$$

De modo similar, pode-se definir a **função sensibilidade complementar** como

$$C(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}. \quad (4)$$

Desse modo, ao considerar (3) e (4) e a presença de ruído de medição, $N(s)$, a função do erro de rastreamento (2), pode ser reescrita como:

$$\mathbf{E}(s) = S(s)\mathbf{R}(s) - S(s)G(s)T_d(s) + C(s)N(s). \quad (5)$$

A partir da análise da Equação (5), verifica-se que o **erro de rastreamento** é reduzido quando as funções $S(s)$ e $C(s)$ são pequenas. Uma vez que, ambas funções estão diretamente relacionadas a dinâmica do controlador, via função $G_c(s)$, cabe ao responsável técnico privilegiar a demanda do sistema ser controlado. Note que, toda operação resulta em um custo de operação, e para o caso em tratamento está relacionado pela seguinte expressão de compromisso:

$$S(s) + C(s) = 1 \quad (6)$$

2.2 Sensibilidade do Sistema a Variação de Parâmetros

Retornando a Equação (2), pode-se verificar quando $T_d(s) = 0$ que o erro de rastreamento tende a zero, uma vez que se tenha a seguinte relação, $G_c(s)G(s) \gg 1$, o que resulta em:

$$\mathbf{Y}(s) \cong \mathbf{R}(s). \quad (7)$$

Contudo, saiba que a condição $G_c(s)G(s) \gg 1$, pode tornar a resposta do sistema altamente oscilatória ou mesmo levá-lo a instabilidade. No entanto, tal condição é notoriamente importante, visto que pequenas variações na função $G(s)$ pouco afetam a saída do sistema controlado. Em outras palavras, uma maior magnitude de $L(s)$ se traduz em menores variações no erro de rastreamento, isto é, uma menor sensibilidade da malha de controle a variações em $G(s)$ (Dorf and Bishop, 2009).

Nesse sentido, a **sensibilidade do sistema** é definida como a razão entre a variação percentual da função de transferência do sistema e a variação percentual da função de transferência do sistema, ou seja,

$$S = \frac{\Delta T(s)G(s)}{\Delta G(s)T(s)} \quad (8)$$

em que $T(s)$ é a função de transferência do sistema. No limite, para pequenas variações pode-se reescrever (8) como:

$$S = \frac{\partial T/T}{\partial G/G}. \quad (9)$$

Desse modo, têm-se que a sensibilidade do sistema em malha aberta é igual a 1, enquanto para o sistema em malha fechada determinado por (9).

3. ATIVIDADES

Considere que deseja-se controlar a Fan Plate na posição angular θ definido por cada dupla durante a execução do guia de prática 06. Portanto, faça o que se pede:

- (1) Considerando que o sistema possua um atraso de transporte de 4 s, projete um controlador proporcional e outro proporcional-integral para o sistema usando um dos métodos introduzidos no guia de prática 06.
- (2) Para os controladores P e PI obtido no item 1 determine as funções: de ganho de malha, sensibilidade e sensibilidade complementar para o sistema.
- (3) De posse das funções obtidas no item (2), proceda para cada controlador a análise do sinal do erro de rastreamento.
- (4) Use a definição de sensibilidade introduzida pela Equação (9), e determine as funções sensibilidade para os controladores P e PI.
- (5) Sabe-se que muitos sistemas de controle na prática estão sujeitos a perturbações. Um sinal de perturbação é um sinal de entrada indesejado que afeta a saída do sistema. Em função disso, é desejável que uma malha fechada de controle consiga rejeitar perturbações. Diante dessa situação, desenvolva a Equação (5) considerando $\mathbf{R}(s) = N(s) = 0$ e estabeleça condições para a malha fechada rejeitar perturbações.
- (6) As condições para rejeição de perturbação obtidas no item (5) são atendidas para a malha fechada com controladores P e PI? Justifique.
- (7) Valide a resposta dada no item (6), apresentado a resposta do sistema em malha fechada para
 - a) um impulso.
 - b) uma entrada ao degrau com amplitude de 0.25.
 - c) uma perturbação temporária na massa da placa do sistema da ordem 30%.

- (8) Como as funções determinadas no item (5) estão relacionados com a resposta temporal obtida no item (7)–c? Justifique.
- (9) Comente cada linha de comando do código para entrega do mesmo junto ao relatório.

REFERÊNCIAS

Dorf, R. and Bishop, R. (2009). *Sistemas de Controle Modernos*. Livros Técnicos Científicos - LTC, 11 edition. 724p.