

CAPÍTULO 8

PROJETO E SINTONIA DE CONTROLADORES PID ANALÓGICOS

Com o sistema de controle instalado, os parâmetros do controlador devem ser ajustados para tornar satisfatório o desempenho do sistema. Essa tarefa é intitulada **sintonia do controlador**. Na prática, a sintonia é muitas vezes realizada por tentativa e erro, podendo ser demorada. Por isso, é desejável dispor de boas estimativas preliminares dos parâmetros do controlador. Uma boa estimativa inicial pode ser sugerida por experiência prévia com sistemas de controle similares. Quando se dispõe de um modelo matemático do sistema, métodos de projeto baseados na teoria de controle podem ser aplicados. Mas, mesmo nesses casos, o ajuste no campo pode ser necessário para garantir a sintonia fina do controlador, principalmente se o modelo disponível não for muito preciso.

3.1 O QUE SE BUSCA AO SINTONIZAR UM CONTROLADOR

Nesta seção, são abordados tópicos relativos à sintonia de um controlador PID.

3.1.1 CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DESEJÁVEIS DA MALHA DE CONTROLE

Como já foi dito no Capítulo 5, a função do controle por realimentação é assegurar que o sistema em malha fechada tenha certas características de resposta estacionária e transitória. Idealmente, seria desejável que o sistema em malha fechada atendesse aos seguintes critérios de desempenho e robustez (GARCIA; MORARI, 1982; SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2010):

- resposta em malha fechada estável;

- comportamento regulatório eficiente, isto é, a variável controlada deve ser mantida no valor de referência, independentemente das perturbações (não medidas) afetando o processo, de modo que os efeitos das perturbações externas devam ser minimizados;
- comportamento de servomecanismo satisfatório, de maneira que mudanças no valor de referência devam ser seguidas de forma rápida e suave;
- erro de regime (e_{ss}) nulo;
- robustez assegurada, de modo que a estabilidade e o desempenho aceitável de controle sejam mantidos perante mudanças estruturais e paramétricas no processo. Isso equivale a dizer que o controlador deve ser projetado com um mínimo de informações acerca do processo e que o sistema de controle deve ser robusto, isto é, insensível a mudanças nas condições de processo e a erros no modelo assumido do processo.

Outros critérios ou estão incluídos nos cinco anteriores ou são de menor importância. Em problemas típicos de controle, é impossível alcançar todas essas metas, pois elas envolvem conflitos inerentes. Por exemplo, ajustes de controladores PID que minimizem os efeitos de distúrbios tendem a produzir grandes sobressinais em mudanças do valor desejado. Por outro lado, se o controlador é ajustado para prover uma resposta rápida e suave a uma mudança no valor desejado, ele normalmente gera um controle vagaroso para perturbações. Assim, um balanço é requerido ao ajustar os controladores, de forma a satisfazer tanto mudanças no valor desejado quanto em perturbações na carga.

Um segundo tipo de balanço é requerido entre robustez e desempenho. É possível tornar um sistema de controle robusto, escolhendo valores conservativos para seus parâmetros (por exemplo, K_C pequeno, T_I grande), mas essa escolha resulta em respostas lentas a variações na carga e no valor desejado.

8.1.2 EFEITOS NA MALHA DE CONTROLE DE CADA UM DOS TRÊS PARÂMETROS DE SINTONIA DE UM CONTROLADOR PID

Em geral, o aumento do ganho K_C tende a acelerar a resposta, mas valores altos de K_C podem gerar oscilações excessivas ou mesmo instabilizar o sistema. Assim, “valores intermediários” de K_C , em geral, produzem o “melhor” controle. Isso se aplica também a controladores PI e PID. O aumento de T_I normalmente torna os controladores PI e PID mais conservadores. Teoricamente, o erro estacionário é eliminado para todos os valores de $T_I > 0$, mas, para valores muito altos, a variável controlada retorna ao *set point* muito lentamente após uma mudança no valor desejado ou a ocorrência de um distúrbio.

É um pouco mais difícil generalizar sobre o efeito do tempo derivativo T_D . Para valores pequenos de T_D , seu aumento tende a melhorar a resposta, reduzindo o desvio máximo, o tempo de resposta e a intensidade das oscilações. Por outro lado, com T_D alto, o ruído de medição da variável controlada tende a ser amplificado, e a resposta pode se tornar oscilatória. Então, um valor “intermediário” de T_D é desejável.

8.1.3 CRITÉRIOS NORMALMENTE EMPREGADOS PARA AVALIAR O DESEMPENHO DA SINTONIA DE UM CONTROLADOR

Há três critérios normalmente aceitos para avaliar se a sintonia de um controlador é satisfatória, todos eles se referindo à curva de reação da variável controlada a uma perturbação. A escolha do melhor critério depende do processo em questão. A melhor resposta de um processo não é necessariamente a melhor para outro. Os três critérios são:

- critério da área mínima: é o critério mais usado. O controlador é ajustado para minimizar a área de erro (diferença entre a variável controlada e o *set point*). A taxa de decaimento de $\frac{1}{4}$ se encaixa nesse critério. Muitos métodos de sintonia foram criados empiricamente para prover respostas em malha fechada com taxa de decaimento de $\frac{1}{4}$ ($\frac{1}{4}$ decay ou *quarter damp*). A taxa de decaimento é a relação entre a altura de dois picos sucessivos de uma oscilação amortecida, medidos a partir do novo valor de regime permanente da resposta. Essa taxa implica obter decaimento de $\frac{1}{4}$ entre o primeiro e o segundo picos da curva de resposta, como mostra a Figura 8.1.

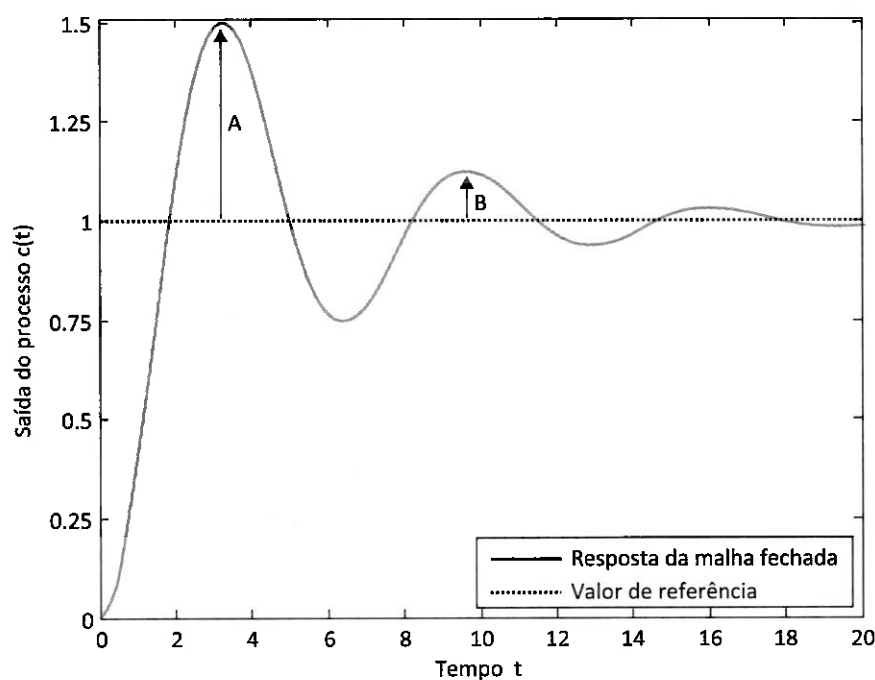


Figura 8.1 – Curva de resposta de um sistema de segunda ordem com taxa de decaimento de $\frac{1}{4}$.

Em um sistema de segunda ordem, o decaimento de $\frac{1}{4}$ equivale a um coeficiente de amortecimento $\xi \cong 0,215$ e a um sobressinal máximo de 50% para mudanças no *set point*. Em controle de processos, os valores desejáveis de ξ estão na faixa de 0,4

a 0,8, pois a oscilação não deve ser grande, e a resposta deve ser rápida. Como não se conhecem todas as entradas (ou perturbações) que atuam no sistema, ξ deve ser escolhido "conservadoramente" ($\xi \cong 0,5$) (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2010). Esse amortecimento corresponde a um decaimento de 1/8. Na Figura 8.1, vê-se que a relação entre as amplitudes B e A é dada por:

$$\frac{B}{A} = \frac{0,126}{0,501} \cong 0,25 = \frac{1}{4}$$

- b) critério da perturbação mínima: o ajuste visa estabilizar o processo no menor tempo possível sem oscilar. Aceita-se um grande sobressinal da resposta. É usado em processos que não podem oscilar.
- c) critério da amplitude de oscilação mínima: busca-se minimizar o desvio entre a variável controlada e o valor desejado. Isso implica aceitar oscilações de baixa amplitude por um longo tempo, sem perder a estabilidade. É usado em casos em que desvios excessivos podem danificar o produto sendo fabricado ou o equipamento em que o processo está ocorrendo.

8.2 PROJETO E SINTONIA DE CONTROLADORES PID

Com o sistema de controle instalado, os parâmetros do controlador PID devem ser ajustados até que o desempenho do sistema seja considerado satisfatório. Essa tarefa é conhecida como sintonia do controlador ou sintonia em campo do controlador. Visto que a sintonia é usualmente feita pelo método da tentativa e erro, essa tarefa pode ser tediosa e longa. Portanto, é desejável ter boas estimativas preliminares de ajustes satisfatórios. Uma boa estimativa inicial pode advir da experiência com malhas de controle similares. Como opção, se há um modelo aproximado do processo, os métodos desta seção podem ser usados para a sintonia. No entanto, um ajuste em campo pode ainda ser requerido para a sintonia fina do controlador, quando as informações disponíveis do processo são incompletas ou imprecisas. O ajuste do controlador afeta a estabilidade em malha fechada. Para a maioria dos casos práticos de controle, o sistema em malha fechada é estável para uma faixa de valores dos parâmetros do controlador. Assim, é possível selecionar valores que resultem no desempenho desejado do sistema em malha fechada.

Os primeiros métodos sistemáticos de sintonia de controladores PID foram criados em 1942 por John G. Ziegler e Nataniel B. Nichols, na época engenheiros da Taylor Instrument Company. Até então, só se usavam métodos de sintonia por tentativa e erro. O motivo para se criar essas técnicas foi que a linha de controladores Fulscope da Taylor havia acabado de ser lançada no mercado, e Ziegler, que era da área comercial, precisava de um método de sintonia do PID para incentivar as vendas, e trabalhou com Nichols, da área de pesquisa, para atingir seu intento (CAMPOS; TEIXEIRA,

ser rápida. Como não
o sistema, ξ deve ser
MELlichamp, 2010).
Figura 8.1, vê-se que a

processo no menor tem-
resposta. É usado em

minizar o desvio entre
as oscilações de baixa
É usado em casos em
fabricado ou o equipa-

ID

ador PID devem ser
fatório. Essa tarefa é
o controlador. Visto
essa tarefa pode ser
ares de ajustes satis-
malhas de controle
os métodos desta
campo pode ainda
ações disponíveis
dor afeta a estabili-
controle, o sistema em
es do controlador.
desejado do sistema

PID foram criados
primeiros da Taylor
por tentativa e
adores Fulscope da
área comercial,
e trabalhou
POS; TEIXEIRA,

2006). Esses métodos são amplamente usados até hoje, tanto em sua forma original como com variantes.

A seguir, são apresentados os principais métodos de sintonia de controladores PID lineares, agrupando-os segundo as técnicas empregadas em seu desenvolvimento:

- a) método da tentativa e erro: ajuste no campo após a instalação;
- b) métodos empregando relações de ajuste:
 - em malha fechada:
 - Oscilações Contínuas de Ziegler e Nichols;
 - Tyreus e Luyben;
 - Oscilações Contínuas de Åström e Hägglund;
 - em malha aberta:
 - Curva de Reação do Processo de Ziegler e Nichols;
 - Chien, Hrones e Reswick (CHR);
 - Cohen e Coon;
 - 3C;
 - Minimização do Erro Integrado;
 - Curva de Reação do Processo de Åström e Hägglund;
- c) métodos de projeto baseados em modelo do processo:
 - Síntese Direta ou Sintonia Lambda;
 - IMC (*Internal Model Control*);
 - SIMC (*Simple Internal Model Control*).

Os três últimos métodos se baseiam em um modelo aproximado do processo e fornecem uma primeira estimativa para o ajuste final no campo, o qual é frequentemente necessário, visto que os modelos do processo são raramente exatos.

8.2.1 SINTONIA DE CONTROLADORES PID POR TENTATIVA E ERRO

O ajuste em campo de controladores PID é normalmente feito por condutas de tentativa e erro sugeridas pelos fabricantes. Uma abordagem típica é (SEBORG; EDGAR; MELlichamp, 2010):

- passo 1: elimine as ações integral e derivativa, minimizando T_d e $1/T_I$;
- passo 2: ajuste K_C em um valor baixo (por exemplo, 0,5) e ponha o controlador em automático;

- passo 3: aumente o ganho K_C lentamente até que oscilações contínuas (com amplitude constante) ocorram após uma pequena mudança no valor desejado ou na carga;
- passo 4: reduza K_C à metade;
- passo 5: diminua T_I lentamente até que as oscilações contínuas ocorram novamente. Ajuste T_I igual a três vezes esse valor;
- passo 6: aumente T_D até que oscilações contínuas ocorram. Ajuste T_D em um terço desse valor.

O valor de K_C que gera as oscilações contínuas do passo 3 é intitulado “ganho limite” ou “ganho crítico” (*ultimate gain*), e é denotado por K_{CU} , sendo que é o valor de K_C que provoca uma resposta em malha fechada com oscilações mantidas ao se usar um controlador P. Ao realizar os experimentos, é importante que a saída do controlador não seja saturada. Se saturar, uma oscilação mantida pode resultar, mesmo que $K_C > K_{CU}$, o que resultaria em um controle ineficiente, pois o ganho do controlador calculado no passo 4 seria muito alto.

Se $K_C < K_{CU}$, a resposta de malha fechada normalmente é superamortecida ou levemente oscilatória. O aumento de K_C até atingir o valor K_{CU} leva a oscilações mantidas. Se $K_C > K_{CU}$, o sistema em malha fechada é instável e teoricamente apresentará uma resposta de amplitude ilimitada se a saturação do controlador for ignorada. No entanto, na prática, a saturação do controlador normalmente impede que a resposta cresça indefinidamente, gerando-se, então, uma oscilação mantida. É óbvio que uma oscilação mantida pode levar a um valor superestimado de K_{CU} , que pode gerar um desempenho de baixa qualidade, uma vez que o ganho do controlador do passo 4 será demasiado elevado.

A seguinte variante do método proposto visa obter decaimento de $\frac{1}{4}$:

- passos 1 a 4: idênticos;
- passo 5: duplicar o valor de T_P ;
- passo 6: ajustar $T_D = T_I$.

Há outras opções para a sintonia por tentativa e erro, tais como as citadas a seguir.

- a) Controlador P: ao aumentar o ganho K_C , normalmente o processo tende a oscilar cada vez mais. Ao reduzi-lo, o erro em regime permanente (*offset*) cresce. Deve-se, então, iniciar com K_C baixo e variar o *set point* em degrau. Repetir esse procedimento, aumentando gradativamente K_C , até alcançar a resposta desejada, segundo o critério escolhido (taxa de decaimento de $\frac{1}{4}$, perturbação mínima ou amplitude de oscilação mínima).

b) Controlador PI:

- 1º passo: inicie com K_C baixo e $T_I \rightarrow \infty$. Provoque variações em degrau no valor desejado e vá aumentando K_C até obter decaimento de $\frac{1}{4}$. Então, reduza levemente K_C .
- 2º passo: deixe K_C no valor obtido no 1º passo, gere pequenas variações em degrau no *set point* e vá diminuindo T_I até as oscilações começarem a aumentar. Aumente um pouco T_I até obter um retorno rápido da variável controlada ao valor desejado.

c) Controlador PD:

- 1º passo: inicie com K_C baixo e $T_D = 0$. Varie o valor desejado em degrau e vá aumentando gradativamente K_C , visando atingir a taxa de decaimento de $\frac{1}{4}$.
- 2º passo: deixe K_C no ajuste obtido no 1º passo, aumente gradativamente T_D e vá provocando pequenos degraus no valor desejado até que as oscilações comecem a aumentar. Então, reduza um pouco T_D , até obter um mínimo de oscilações e, a seguir, aumente um pouco K_C , para reduzir o erro em regime permanente (*offset*).

d) Controlador PID:

- 1º passo: inicie com K_C baixo, $T_I \rightarrow \infty$ e $T_D = 0$. Varie o valor desejado em degrau e vá aumentando gradativamente K_C , visando atingir taxa de amortecimento de $\frac{1}{4}$.
- 2º passo: deixando K_C no ajuste obtido no 1º passo, provoque pequenos degraus no valor de referência e vá diminuindo T_I até chegar próximo à instabilidade.
- 3º passo: deixando o ganho K_C e o tempo integral T_I nos ajustes obtidos nos passos anteriores, varie o valor desejado em degrau e vá aumentando levemente o tempo derivativo T_D até o comportamento cíclico começar a aumentar. A seguir, diminua levemente T_D e, depois, aumente levemente K_C para reduzir o erro em regime permanente.

Os procedimentos de sintonia por tentativa e erro têm diversos inconvenientes:

- será uma conduta muito longa se for preciso um grande número de tentativas para otimizar K_C , T_I e T_D , ou se a dinâmica do processo for muito lenta. Esse teste pode sair caro devido a perdas na produção ou redução na qualidade do produto;
- a geração das oscilações contínuas pode gerar situações indesejáveis, pois o processo é levado ao limite da estabilidade, e, nessa condição, se perturbações ocorrerem, poderá resultar em uma operação instável e uma situação perigosa no processo;
- essa técnica de sintonia é inaplicável a processos que sejam não autorregulados (instáveis em malha aberta), porque tais processos são tipicamente instáveis para valores altos e baixos de K_C , mas são estáveis para valores intermediários;

8.2.3 MÉTODO DA CURVA DE REAÇÃO DO PROCESSO DE ZIEGLER E NICHOLS

Ziegler e Nichols (1942) lançaram outro método de sintonia (Curva de Reação), feito em um único teste experimental com o sistema em malha aberta (controlador em manual) e o processo em equilíbrio. Aplica-se um degrau na saída do controlador e a resposta (curva de reação do processo) $c(t)$ é registrada. Na Figura 8.5, há dois tipos de curva de reação: um processo autorregulado com a saída atingindo um valor de regime e um processo não autorregulado com a resposta subindo até saturar. O método é usado em processos autorregulados e foi proposto para responder em malha fechada com taxa de decaimento de $\frac{1}{4}$.

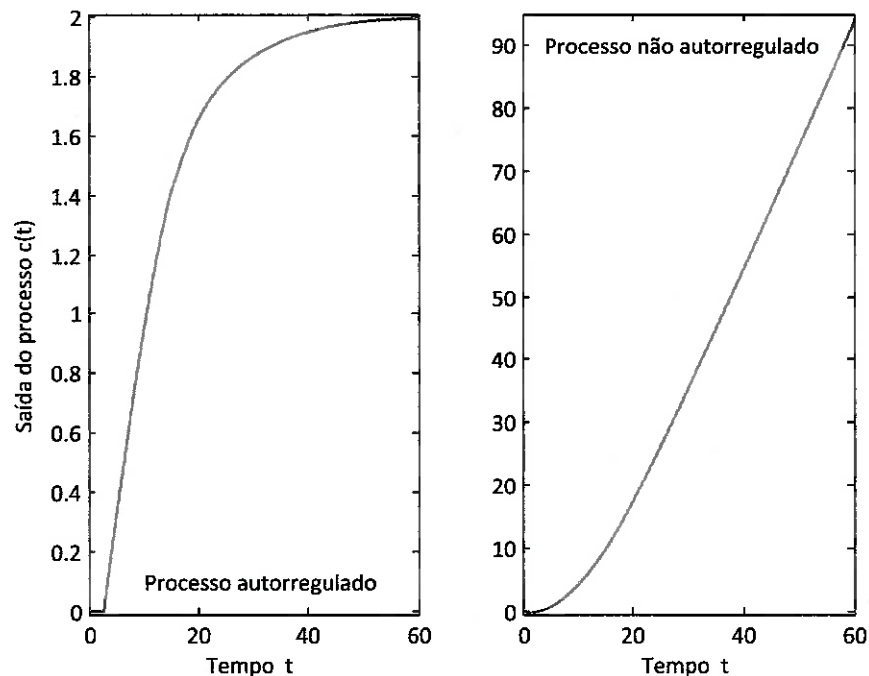


Figura 8.5 – Curvas de resposta de processos autorregulados e não autorregulados.

Dois parâmetros representam a resposta do processo: S (inclinação da tangente no ponto de inflexão da curva) e θ (tempo morto), como se vê na Figura 8.6. A sintonia desse método aparece na Tabela 8.6, em que S^* é a inclinação normalizada da tangente ($S^* = S/\Delta m$, sendo Δm a magnitude da mudança na saída do controlador (m)). O traçado da tangente à curva de reação usualmente tem grande incerteza.

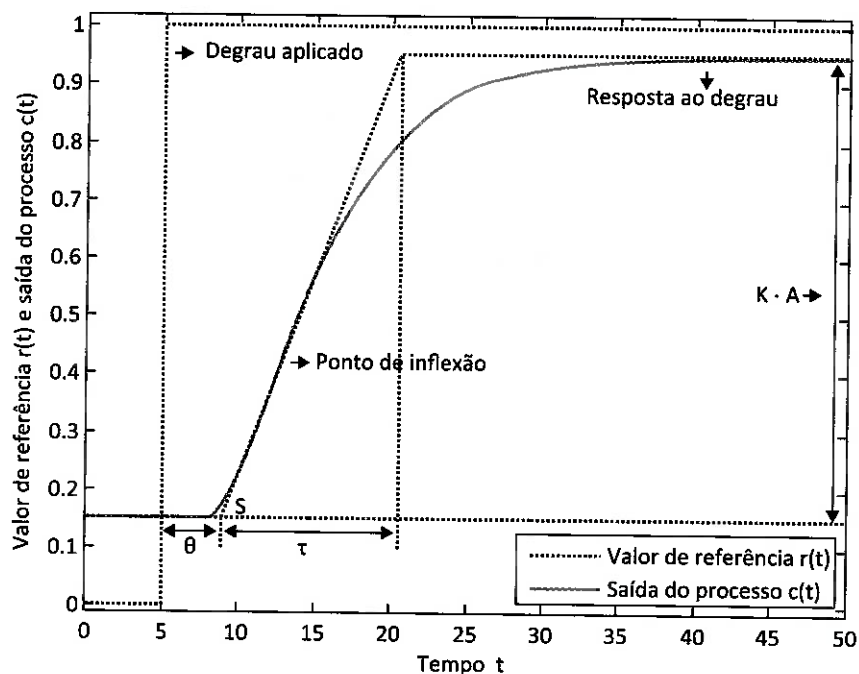


Figura 8.6 – Parâmetros de sintonia para método da Curva de Reação do Processo.

Tabela 8.6 – Parâmetros de sintonia pelo método da Curva de Reação do Processo

Tipo de controlador	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{1}{\theta \cdot S^*}$	---	---
PI	$\frac{0,9}{\theta \cdot S^*}$	$\frac{10 \cdot \theta}{3}$	---
PID	$\frac{1,2}{\theta \cdot S^*}$	$2 \cdot \theta$	$\frac{\theta}{2}$

Para não precisar traçar a tangente à curva de reação do processo, aproxima-se essa curva por um sistema de primeira ordem com tempo morto (ver Subseção 3.5.2). Se a curva de reação se assemelha à Figura 8.6, o seguinte modelo provê um ajuste satisfatório:

$$G(s) = \frac{B(s)}{M(s)} = G_v \cdot G_p \cdot G_M = \frac{K \cdot e^{-\theta \cdot s}}{\tau \cdot s + 1}$$

Os parâmetros do controlador PID são estimados a partir desse modelo. O ajuste do ganho K_c com base nesse modelo é mostrado na Tabela 8.7 (ZIEGLER; NICHOLS, 1943).

Tabela 8.7 – Tabela alterada de ganho K_c pelo método da Curva de Reação do Processo

Tipo de controlador	K_c
P	$\frac{\tau}{K \cdot \theta}$
PI	$\frac{0,9 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$
PID	$\frac{1,2 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$

O método da Curva de Reação do Processo apresenta diversas vantagens:

- somente um teste experimental é necessário;
- não requer tentativa e erro;
- os parâmetros de ajuste do controlador são facilmente calculados.

No entanto, há também diversas desvantagens:

- como o ensaio é feito em malha aberta, se houver uma mudança significativa na carga durante o teste, não haverá nenhuma correção, e os resultados ficarão muito distorcidos;
- os valores precisos dos parâmetros θ e τ podem ser difíceis de se obter se a saída do processo é ruidosa;
- a resposta tende a ser oscilatória, pois o método foi criado para decaimento de $\frac{1}{4}$;
- o método não se aplica a sistemas que tenham uma resposta oscilatória em malha aberta, uma vez que esta não tem a forma padrão apresentada na Figura 8.6;
- o método gera bons resultados quando a relação θ/τ (fator de incontabilidade do processo F_c) estiver entre 0,1 e 0,5. Para $F_c > 4$, os métodos de Ziegler-Nichols criam malhas instáveis. O fator F_c indica a qualidade do controle que se pode esperar;
- não há garantia de estabilidade.

Foram propostas versões em malha fechada desse método como um paliativo para a primeira desvantagem. Nesse caso, uma curva de reação do processo é criada, gerando uma mudança em degrau no valor desejado, com o controlador só com ação P. Os parâmetros (K , θ e τ) são estimados a partir da resposta em malha fechada. Analisando-se os parâmetros de sintonia das Tabelas 8.6 e 8.7, conclui-se que (CAMPOS; TEIXEIRA, 2006):

- o ganho proporcional K_C é inversamente proporcional ao ganho do processo K ;
- o ganho K_C também é inversamente proporcional ao fator de incontrolabilidade do processo θ/τ , significando que, quanto maior essa razão, menor deve ser o ganho K_C ;
- o tempo integral T_I está relacionado com o tempo morto do processo θ , de modo que quanto maior θ (e quanto mais lento for o processo), maior deve ser T_I ;
- o tempo derivativo T_D está relacionado com o tempo morto θ , de modo que quanto maior θ , maior deve ser T_D . Ziegler e Nichols sugerem uma relação de 1/4 entre T_D e T_I .

Os métodos de sintonia de Ziegler-Nichols geram boas respostas a distúrbios em processos integradores, mas, para outros processos, as sintonias são muito agressivas e criam um mau desempenho quando o tempo morto é significativo (SKOGESTAD, 2003).

Exemplos de aplicação do método de sintonia da Curva de Reação de Ziegler-Nichols são apresentados nas Subseções 8.3.2 e 8.3.7.

8.2.4 RELAÇÃO ENTRE GANHO LIMITE E PERÍODO LIMITE E OS PARÂMETROS DE UM PROCESSO DE PRIMEIRA ORDEM COM TEMPO MORTO

Pode-se definir uma relação aproximada entre o ganho limite K_{CU} e o período limite P_U e os parâmetros de um processo de primeira ordem com tempo morto do seguinte tipo:

$$G(s) = \frac{K \cdot e^{-\theta s}}{\tau \cdot s + 1}$$

Deseja-se estimar o ganho e o período limite desse processo ao ser submetido a um controlador P de ganho K_C . A equação característica da malha fechada é:

$$1 + K_C \cdot G(s) = 0$$

Substituindo-se a função de transferência do processo:

$$1 + \frac{K_C \cdot K \cdot e^{-\theta s}}{\tau \cdot s + 1} = 0$$

Expressando-se $e^{-\theta s}$ pela aproximação de Padé de primeira ordem da Equação (4.7):

$$1 + \frac{K_C \cdot K}{\tau \cdot s + 1} \frac{1 - \frac{\theta \cdot s}{2}}{1 + \frac{\theta \cdot s}{2}} = 0$$

Manipulando-se essa equação, chega-se a:

$$\frac{\tau \cdot \theta}{2} s^2 + \left(\tau + \frac{\theta}{2} - \frac{K_c \cdot K \cdot \theta}{2} \right) \cdot s + 1 + K_c \cdot K = 0$$

Supondo que o sistema esteja no limiar da estabilidade, faz-se $s = j \cdot \omega_n$ e $K_c = K_{cu}$:

$$-\frac{\tau \cdot \theta}{2} \omega_n^2 + j \cdot \left(\tau + \frac{\theta}{2} - \frac{K_{cu} \cdot K \cdot \theta}{2} \right) \cdot \omega_n + 1 + K_{cu} \cdot K = 0$$

Desmembrando-se essa equação em parte real e parte imaginária:

$$-\frac{\tau \cdot \theta}{2} \omega_n^2 + 1 + K_{cu} \cdot K = 0 \quad (\text{parte real})$$

$$\left(\tau + \frac{\theta}{2} - \frac{K_{cu} \cdot K \cdot \theta}{2} \right) \cdot \omega_n = 0 \quad (\text{parte imaginária})$$

Da parte imaginária, resulta:

$$K_{cu} = \frac{2 \cdot \tau + \theta}{K \cdot \theta} \quad (8.2)$$

Da parte real, extrai-se:

$$\omega_n = \frac{2}{\theta} \cdot \sqrt{1 + \frac{\theta}{\tau}}$$

Para calcular P_u , faz-se:

$$P_u = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_n} = \frac{\pi \cdot \theta}{\sqrt{1 + \frac{\theta}{\tau}}} \quad (8.2a)$$

Para o processo da Equação (8.1), os valores aproximados são:

$$K_{cu} = \frac{2 \cdot \tau + \theta}{K \cdot \theta} = \frac{2 \cdot 10 + 3}{2 \cdot 3} = 3,83 \quad \text{e} \quad P_u = \frac{\pi \cdot \theta}{\sqrt{1 + \frac{\theta}{\tau}}} = \frac{\pi \cdot 3}{\sqrt{1 + \frac{3}{10}}} = 8,27$$

Os valores obtidos na Subseção 8.2.2 são:

$$K_{CU} = 2,94 \quad \text{e} \quad P_U = 10,8$$

Há um desvio entre os valores estimados pelas Equações (8.2a) e (8.2b) e aqueles da Subseção 8.2.2. Pode-se também fazer o inverso, usando-se as seguintes expressões, que relacionam K_{CU} e P_U a parâmetros de um modelo de primeira ordem com tempo morto:

$$G(s) = \frac{K \cdot e^{-\theta s}}{\tau \cdot s + 1}$$

A constante de tempo pode ser estimada a partir da Equação (8.3) ou da Equação (8.4) (YU, 2006):

$$\tau = \frac{P_U}{2 \cdot \pi} \tan \left[\frac{\pi \cdot (P_U - 2 \cdot \theta)}{P_U} \right] \quad (8.3)$$

ou

$$\tau = \frac{P_U}{2 \cdot \pi} \sqrt{(K \cdot K_{CU})^2 - 1} \quad (8.4)$$

As Equações (8.3) e (8.4) têm três incógnitas: K , θ e τ . Deve-se saber o tempo morto θ ou o ganho do processo K para poder calcular os outros dois parâmetros. Por exemplo, caso θ seja estimado por inspeção visual ou por um teste de resposta ao degrau em malha aberta (curva de reação), τ pode ser estimado pela Equação (8.3), e K pode ser estimado a partir de um rearranjo da Equação (8.4). Para o exemplo do processo da Equação (8.1), tem-se que:

$$K_{CU} = 2,94 \quad \text{e} \quad P_U = 10,8$$

Supondo-se que se conheça com precisão o tempo morto θ , da Equação (8.3) resulta:

$$\tau = \frac{P_U}{2 \cdot \pi} \tan \left[\frac{\pi \cdot (P_U - 2 \cdot \theta)}{P_U} \right] = \frac{10,8}{2 \cdot \pi} \tan \left[\frac{\pi \cdot (10,8 - 2 \cdot 3)}{10,8} \right] = 9,75$$

Rearranjando-se a Equação (8.4) para poder calcular K , resulta:

$$K = \frac{\sqrt{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \tau}{P_U} \right)^2 + 1}}{K_{CU}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 9,75}{10,8} \right)^2 + 1}}{2,94} = 1,96$$

Comparando-se os valores de τ e K com os da Equação (8.1) ($\tau = 10$ e $K = 2$), a aproximação foi boa. Considere que se aplicou o valor real de θ , e não uma aproximação.

8.2.5 MÉTODO CHR

O método CHR foi criado por Chien, Hrones e Reswick (1952), que definiram ajustes para os modos servo e regulatório. A sintonia para a resposta mais rápida possível sem sobressinal para o modo servo está na Tabela 8.8 (CAMPOS; TEIXEIRA, 2006).

Tabela 8.8 – Parâmetros de sintonia do método CHR para resposta mais rápida possível sem sobressinal para o modo servo

Tipo de controlador	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{0,3 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$	---	---
PI	$\frac{0,35 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$	$1,16 \cdot \tau$	---
PID	$\frac{0,6 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$	τ	$\frac{\theta}{2}$

A sintonia para a resposta mais rápida possível sem sobressinal para o modo regulatório está na Tabela 8.9.

Tabela 8.9 – Parâmetros de sintonia do método CHR para resposta mais rápida possível sem sobressinal para o modo regulatório

Tipo de controlador	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{0,3 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$	---	---
PI	$\frac{0,6 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$	$4 \cdot \theta$	---
PID	$\frac{0,95 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$	$2,375 \cdot \theta$	$0,421 \cdot \theta$

Os ajustes para a resposta mais rápida possível com um sobressinal máximo de 20% para o modo servo estão na Tabela 8.10 (CAMPOS; TEIXEIRA, 2006).

Tabela 8.10 – Parâmetros de sintonia do método CHR para resposta mais rápida possível com sobressinal máximo de 20% para o modo servo

Tipo de controlador	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{0,7 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$	---	---
PI	$\frac{0,6 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$	τ	---
PID	$\frac{0,95 \cdot \tau}{K \cdot \theta}$	$1,357 \cdot \tau$	$0,473 \cdot \theta$

Um exemplo de aplicação do método CHR é visto na Subseção 8.3.4.

8.2.6 MÉTODO DE COHEN-COON

Esse método é aplicável a processos modeláveis por sistemas de primeira ordem mais tempo morto. Ele foi concebido para prover taxa de decaimento de $\frac{1}{4}$ e para ser aplicado a processos com tempo morto mais elevado, isto é, com fator de incontabilidade $F_c = \theta/\tau \geq 0,3$. As equações de sintonia de Cohen-Coon foram posteriormente recalculadas por Witt e Waggoner (1999). A Tabela 8.11 mostra os ajustes (COHEN; COON, 1953).

Tabela 8.11 – Ajustes propostos pelo método de Cohen-Coon

Controlador	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{1}{K} \cdot \left(\frac{\tau}{\theta} + \frac{1}{3} \right)$	---	---
PI	$\frac{1}{K} \cdot \left(\frac{0,9 \cdot \tau}{\theta} + \frac{1}{12} \right)$	$3 \cdot \theta \cdot \frac{10 + \frac{\theta}{\tau}}{9 + \frac{20 \cdot \theta}{\tau}}$	---
PD	$\frac{1}{K} \cdot \left(\frac{1,25 \cdot \tau}{\theta} + \frac{1}{6} \right)$	---	$2 \cdot \theta \cdot \frac{3 - \frac{\theta}{\tau}}{22 + \frac{3 \cdot \theta}{\tau}}$
PID	$\frac{1}{K} \cdot \left(\frac{4 \cdot \tau}{3 \cdot \theta} + \frac{1}{4} \right)$	$\theta \cdot \frac{32 + \frac{6 \cdot \theta}{\tau}}{13 + \frac{8 \cdot \theta}{\tau}}$	$\frac{4 \cdot \theta}{11 + \frac{2 \cdot \theta}{\tau}}$

Exemplos de aplicação desse método são exibidos nas Subseções 8.3.1 e 8.3.3.

8.2.7 MÉTODO 3C

Murrill e Smith (MURRILL; SMITH, 1966; SMITH; MURRILL, 1966a; SMITH; MURRILL, 1966b) criaram o método de sintonia intitulado 3C, por requerer três condições para gerar um conjunto único de parâmetros de ajuste de PIDs. Os critérios de desempenho incluíam o decaimento de $\frac{1}{4}$, o valor mínimo da integral do erro absoluto (IAE) e o cumprimento da relação $K_c \cdot K \cdot \theta/\tau = 0,5$. O método se aplica a processos modeláveis por sistemas de primeira ordem com tempo morto. Os ajustes sugeridos estão na Tabela 8.12 (SMITH, MURRILL; 1966a).

Tabela 8.12 – Ajustes propostos pelo método 3C

Tipo de controlador	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{1,208}{K} \cdot \left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{0,956}$	---	---
PI	$\frac{0,928}{K} \cdot \left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{0,946}$	$0,928 \cdot \tau \cdot \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0,583}$	---
PID	$\frac{1,370}{K} \cdot \left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{0,950}$	$0,740 \cdot \tau \cdot \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0,738}$	$0,365 \cdot \tau \cdot \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0,950}$

8.2.8 RELAÇÕES DE SINTONIA BASEADAS EM CRITÉRIOS DE ERRO INTEGRADO

O projeto baseado no decaimento de $\frac{1}{4}$ apresenta diversas desvantagens:

- respostas com esse decaimento são usualmente consideradas oscilatórias demais pelos operadores de plantas industriais;
- o critério considera apenas dois pontos da resposta em malha fechada $c(t)$, a saber, os dois primeiros picos da curva de resposta.

Um enfoque opcional é gerar relações para sintonia dos controladores baseadas em um índice de desempenho que considere a resposta inteira em malha fechada. Foram criadas relações de sintonia para reguladores PID que minimizam os seguintes critérios de erro integrado: IAE, ISE e ITAE (*Integrated Absolute Error*, *Integrated Squared Error*, *Integral of Time multiplied Absolute Error*, respectivamente). Elas geram sintonias eficientes, tanto no modo regulatório (mudanças na carga) como no modo servo (variações no valor desejado). Em geral, o critério ITAE resulta no ajuste mais conservativo, enquanto o ISE, no menos conservativo.

O primeiro método de sintonia baseado em critérios de erro integrado foi criado por López et al. (1967), sendo aplicável ao modo regulatório. Rovira, Murrill e Smith (1969) estimaram a sintonia para o modo servo. Os métodos de López e de Rovira se aplicam a controladores PID padrão. Kaya e Sheib (1988) estudaram como calcular os parâmetros de sintonia usando critérios de erro integrado, tanto para o modo servo como regulatório, para controladores PID não padrão. Em particular, estudaram o controlador PID série e uma variante do PID padrão. Esses métodos de sintonia são válidos no intervalo $0,1 \leq \theta/\tau \leq 1$.

O ajuste do PID baseado nos critérios de erro integrado considera o seguinte:

- o controlador PID usa o algoritmo padrão: $G_c(s) = K_c \cdot [1 + 1/(T_i \cdot s) + T_d \cdot s]$;
- o modelo aproximado do processo é um sistema de primeira ordem mais tempo morto;