

## 2.5 - Comportamento em Manobras e Curvas

### 2.5.1 - Introdução

As características de comportamento do veículo em curvas são importantes indicações do desempenho relacionado com o comportamento. Como já descrito na parte introdutória deste trabalho, *handling* é o termo utilizado para expressar as respostas do veículo aos comandos do motorista e a facilidade com que se consegue efetuar o seu controle. Quando a análise do conjunto motorista e veículo é feita, tem-se o que é chamado de sistema fechado. Isto significa que o motorista acompanha o movimento do carro e efetua correções no ângulo do volante para percorrer o caminho desejado. Neste capítulo é estudado o sistema aberto, no qual é analisado somente o veículo submetido a comandos de esterçamento específicos, ou seja, o comportamento direcional. O gradiente de sub-esterço é uma das grandezas mais utilizadas para definir o comportamento em sistema aberto (Gillespie, 1992). A abordagem é feita a partir do estudo em baixas velocidades. Baseados nos resultados, pode-se fazer as considerações para os efeitos de manobras e respostas em alta velocidade.

### 2.5.2 - Geometria de Ackerman

O comportamento do veículo pode ser estudado a partir de baixas velocidades. Isto significa que não são desenvolvidas forças laterais nos pneus. O esquema da geometria básica para a realização de curvas é apresentado na Fig.2.36, onde o esterçamento é realizado somente pelas rodas dianteiras e as traseiras permanecem perpendiculares. Desta maneira, o centro da curva corta o prolongamento da linha do eixo traseiro e os ângulos ideais para a realização de curvas são os representados pelas letras  $d_o$  e  $d_i$ , respectivamente ângulos da roda externa e roda interna. Os ângulos são representados pelas Eq. (2.6) e (2.7):

$$d_o \cong \frac{L}{(R + t / 2)} \quad (2.6)$$

$$d_i \cong \frac{L}{(R - t / 2)} \quad (2.7)$$

A média dos ângulos das rodas dianteiras, supondo valores de pequeno esterçamento, é definido como sendo o Ângulo de Ackerman, representado pela relação da Eq. (2.8):

$$d = L / R \quad (2.8)$$

A geometria de Ackerman é amplamente utilizada para representar a geometria ideal das rodas dianteiras. Os ângulos corretos variam em função da distância entre eixos e do raio da curva desejada. Os erros provenientes da incorreta aplicação da geometria proposta podem acarretar um significativo aumento do desgaste dos pneus dianteiros. A correta aplicação da geometria de Ackerman proporciona o aumento progressivo do esforço de direção com o aumento dos ângulos de esterçamento, trazendo para o motorista uma agradável sensação de controle.

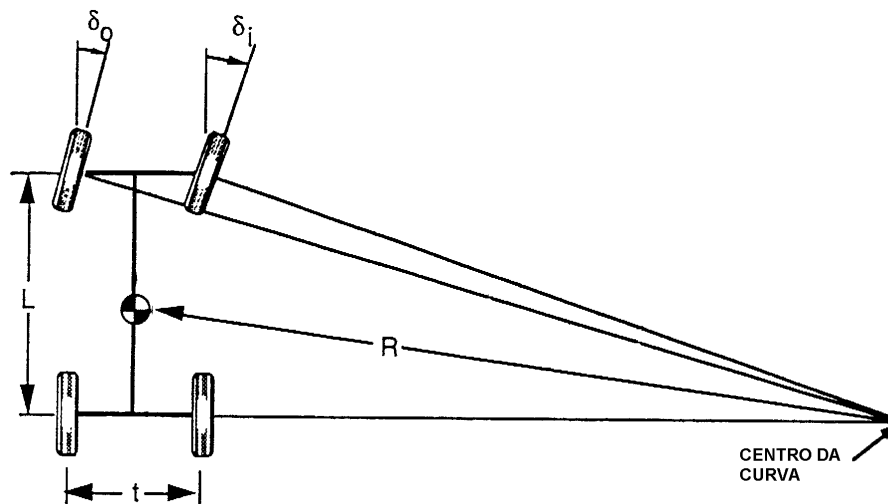
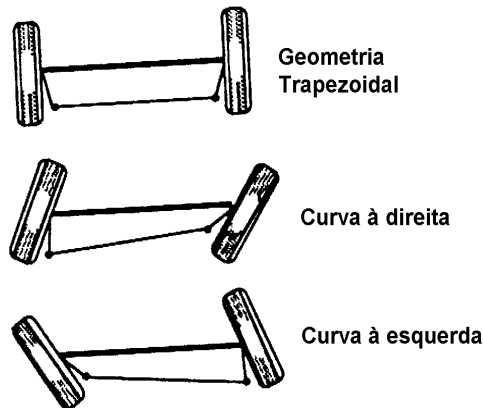


Figura 2.36 - Geometria de Ackerman para realização de curvas.

De modo geral, os ângulos exatos de Ackerman dificilmente podem ser encontrados nas geometrias reais dos veículos, sendo que o sistema de braços em forma trapezoidal conforme mostrado na Fig. 2.37 é o que permite maior aproximação. Os erros de ângulo em relação à geometria perfeita normalmente têm pouca influência no comportamento direcional do veículo em altas

velocidades. Sua maior influência está no torque de auto alinhamento durante a realização de manobras de baixa velocidade e grandes ângulos de esterçamento, como por exemplo em garagens e estacionamentos.



*Figura 2.37 - Variação dos ângulos de esterçamento com o sistema de braços em forma trapezoidal.*

### 2.5.3 - Comportamento em altas velocidades

Durante a realização de curvas nas quais são desenvolvidas forças laterais, os pneus experimentam um deslizamento enquanto rolam. O ângulo formado entre a direção do eixo do veículo e a direção da trajetória é denominado ângulo de deslizamento  $\alpha$ . As características de deslizamento são representadas no gráfico da Fig. 2.38, mostrando a relação entre a força lateral gerada em função dos ângulos  $\alpha$ . O coeficiente calculado pela inclinação da curva, que geralmente pode ser considerada linear até o ângulo de  $5^\circ$ , é denominado de coeficiente de rigidez de curva  $C_\alpha$ , considerado sempre positivo por norma SAE, e obtido através da relação mostrada na Eq. (2.9):

$$C_a = \frac{F_y}{a} \quad (2.9)$$

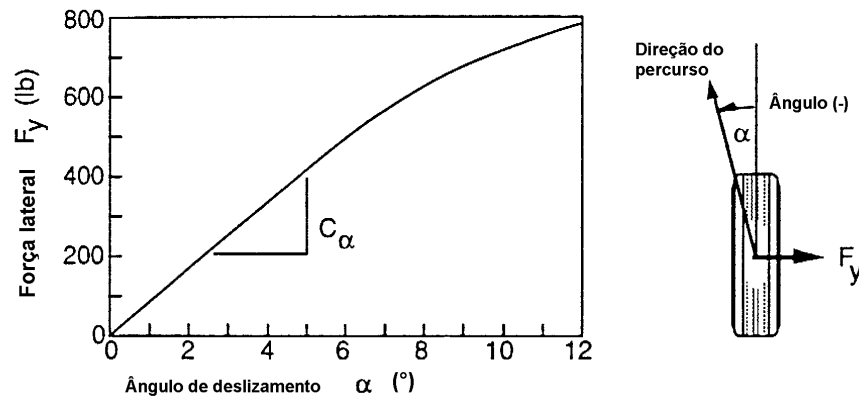


Figura 2.38 - Propriedades das forças dos pneus em curva.

### Equações da curva

As equações de estado que representam o veículo descrevendo uma curva são derivadas da aplicação da Segunda lei de Newton. Com o propósito de simplificar o equacionamento matemático, e também considerando que em altas velocidades o raio da curva é bem maior que a distância entre eixos do veículo, utiliza-se um modelo com uma roda posterior e uma anterior (tipo bicicleta) mostrado na Fig. 2.39. Supõe-se também que os ângulos de esterçamento das rodas direita e esquerda são iguais a  $\delta$ .

Para um veículo deslocando a uma velocidade  $V$ , a soma das forças na direção lateral, é igual à massa vezes a aceleração centrípeta, conforme Eq. (2.10). Da mesma maneira, o somatório dos momentos das forças laterais atuantes sobre as duas rodas é dado pela Eq. (2.11).

$$\sum F_y = F_{yf} + F_{yr} = W \frac{V^2}{R} \quad (2.10)$$

onde:

$F_{yf}$  = Força lateral no eixo dianteiro (N)

$F_{yr}$  = Força lateral no eixo traseiro (N)

$W$  = Massa do veículo (Kg)

$V =$  Velocidade longitudinal (m/s)

$R =$  Raio da curva (m)

$$F_{yb}b - F_{yr}c = 0 \quad (2.11)$$

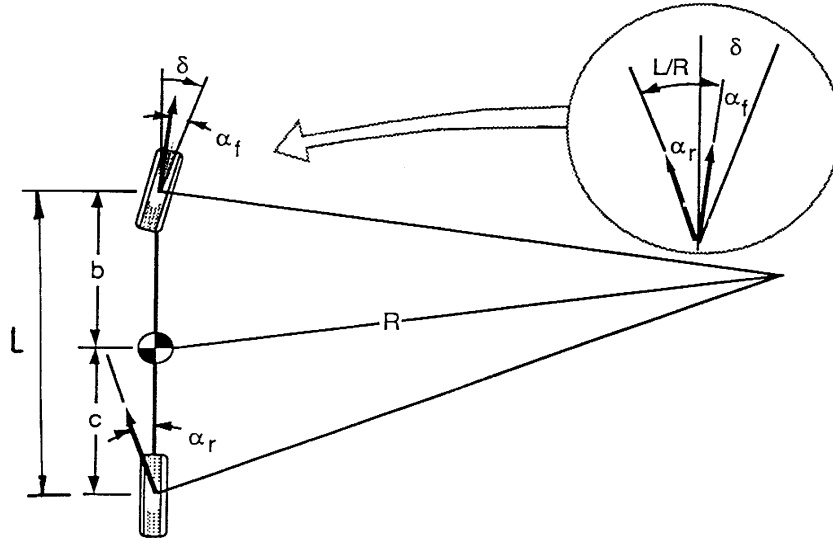


Figura 2.39 - Modelo de duas rodas para representação de curvas.

Fazendo o desenvolvimento matemático sobre o modelo acima, chega-se à relação para o ângulo de esterçamento dada pela Eq. (2.12):

$$d = \frac{180^\circ}{p} \frac{L}{R} + a_f - a_r \quad (2.12)$$

onde:

$a_f =$  Ângulo de deslizamento da roda dianteira (rad)

$a_r =$  Ângulo de deslizamento da roda traseira (rad)

Fazendo as substituições para os coeficientes de rigidez de curva, e fazendo  $180^\circ/\pi = 57,3$  chega-se à forma geral, conforme a Eq. (2.13):

$$d = 57,3 \frac{L}{R} + \left( \frac{W_f}{C_{af}} - \frac{W_r}{C_{ar}} \right) \frac{V^2}{gR} \quad (2.13)$$

onde:

$d$  = Ângulo de esterçamento da roda dianteira (grau)

$L$  = Distância entre eixos do veículo (m)

$R$  = Raio da curva ( m)

$V$  = Velocidade longitudinal (m/s)

$g$  = Aceleração da gravidade (m/s<sup>2</sup>)

$W_f$  = Massa do veículo sobre o eixo dianteiro (Kg)

$W_r$  = Massa do veículo sobre o eixo traseiro (Kg)

$C_{af}$  = Rigidez de curva do pneu dianteiro (N/rad ou N/grau)

$C_{ar}$  = Rigidez de curva do pneu traseiro (N/rad ou N/grau)

$$57,3 = 180^\circ / \pi$$

A Equação (2.13) representa uma importante característica da resposta do veículo em curvas. Ela descreve como o ângulo de esterçamento pode ser alterado em função do raio da curva  $R$ , ou da aceleração lateral  $V^2 / (gR)$ . Para facilitar a análise dos fenômenos de comportamento, esta pode ser escrita de uma forma condensada conforme a Eq. (2.14), onde o coeficiente  $K$ , representando a relação entre a carga no eixo e a rigidez de curva, é chamado de “gradiente de sub-esterço”.

$$d = 57,3 \frac{L}{R} + K a_y \quad (2.14)$$

onde:

$K$  = Gradiente de sub-esterço devido à rigidez dos pneus em curva  
(rad/ms<sup>-2</sup> ou graus / g )

$a_y$  = Aceleração lateral ( g)

$L$  = Distância entre eixos do veículo (m)

$R$  = Raio da curva (m)

Da análise da Eq. (2.14) pode-se encontrar três tipos de comportamento do veículo durante a realização de curvas, representadas graficamente na Fig. 2.40:

- 1) **Neutro:** ( $K = 0 \rightarrow a_f = a_r$ ) durante a realização de curvas de raio constante, não é necessária a correção do ângulo de esterçamento quando a velocidade é variada, respeitando integralmente a lei de Ackerman. Fisicamente representa uma alteração igual no ângulo de escorregamento  $\alpha$  das rodas dianteiras e traseiras, nas várias acelerações.
- 2) **Sub-esterçante:** ( $K > 0 \rightarrow a_f > a_r$ ) em uma curva de raio constante, o ângulo de esterçamento deve ser aumentado na proporção de  $K$ , em graus por aceleração lateral. Deste comportamento resulta um maior ângulo de escorregamento da roda dianteira em relação à traseira, que exige o aumento do ângulo do volante para manter a trajetória.
- 3) **Sobre-esterçante:** ( $K < 0 \rightarrow a_f < a_r$ ) em uma curva de raio constante, o ângulo de esterçamento deve ser diminuído à medida do aumento da velocidade. A aceleração lateral gerada provoca um maior ângulo de escorregamento das rodas traseiras, reduzindo o raio da curva. Para manter trajetória deve-se reduzir o ângulo do volante.

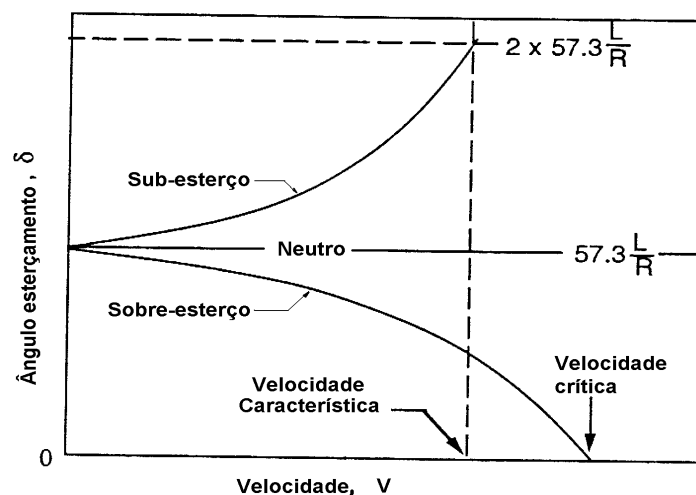


Figura 2.40 - Variação dos ângulos de esterçamento em função da velocidade.

Da visualização do gráfico da Fig. 2.40 são identificadas duas velocidades de referência utilizadas na análise de comportamento do veículo. A velocidade característica é utilizada para comportamentos sub-esterçantes, e é definida como sendo a velocidade na qual o ângulo de esterçamento necessário para manter a trajetória desejada, é igual ao dobro do ângulo de *Ackerman*. Esta é representada pela Eq (2.15):

$$V_{carct} = \sqrt{57,3Lg / K} \quad (2.15)$$

A outra velocidade representada é definida como velocidade crítica e é utilizada para comportamentos sobre-esterçantes, e identifica o momento no qual o veículo começa a ser instável. A Velocidade crítica é dada pela Eq. (2.16):

$$V_{crit} = \sqrt{-57,3Lg / K} \quad (2.16)$$

O sinal negativo da equação é eliminado em função do coeficiente de sub-esterço K ser também negativo para sobre esterço. Nota-se que o passo do veículo L, é um parâmetro importante para estes comportamentos.

### ***Ganho de aceleração lateral***

O esterçamento da direção para a realização de curvas gera uma aceleração lateral. Para analisar o fenômeno sobre esta perspectiva, Gillespie (1992) desenvolve a Eq. (2.17), que pode ser escrita em função da relação da aceleração lateral  $a_y$  com o ângulo de esterçamento  $\delta$ . Esta relação é definida como ganho de aceleração lateral, dado por:

$$\frac{a_y}{d} = \frac{\frac{V^2}{57,3Lg}}{1 + \frac{KV^2}{57,3Lg}} \quad (\text{graus} / g) \quad (2.17)$$



Da análise da equação verifica-se que para o veículo neutro com  $K$  igual a zero, o ganho de aceleração é determinado somente pelo numerador e diretamente proporcional ao quadrado da velocidade. Quando  $K$  é positivo e tem-se a característica sub-esterçante, o ganho diminui em função do segundo termo do denominador e é sempre menor que o do veículo neutro. Finalmente, quando o  $K$  é negativo, o segundo termo do denominador é menor do que 1, aumentando portanto o ganho de aceleração lateral.

### **Ganho de velocidade de rotação**

Uma outra maneira de se analisar o esterçamento é através da mudança do ângulo do eixo direcional do veículo desenvolvendo uma velocidade de rotação em torno do eixo vertical  $z$ . A relação de rotação (*yaw rate*)  $r$  é mostrada abaixo pela Eq. (2.18):

$$r = 57,3 V/R \quad (\text{graus/seg}) \quad (2.18)$$

Substituindo esta relação na Eq. (2.17) do gradiente de sub-esterço, chega-se à relação que define o ganho de velocidade de rotação, em função do ângulo de esterçamento, dado pela Eq. (2.19) abaixo:

$$\frac{r}{d} = \frac{V / L}{1 + \frac{KV^2}{57,3Lg}} \quad (2.19)$$

Para o veículo de comportamento neutro, a curva representativa do ganho em função da velocidade é uma reta. Quando o veículo tem a tendência de sobre-esterço, o ganho aumenta e tende para o infinito quando se chega na velocidade crítica. Por último o caso de veículo sub-esterçante, no qual o ganho aumenta até a velocidade característica e depois reduz. Estes comportamentos são representados no gráfico da Fig. 2.41.

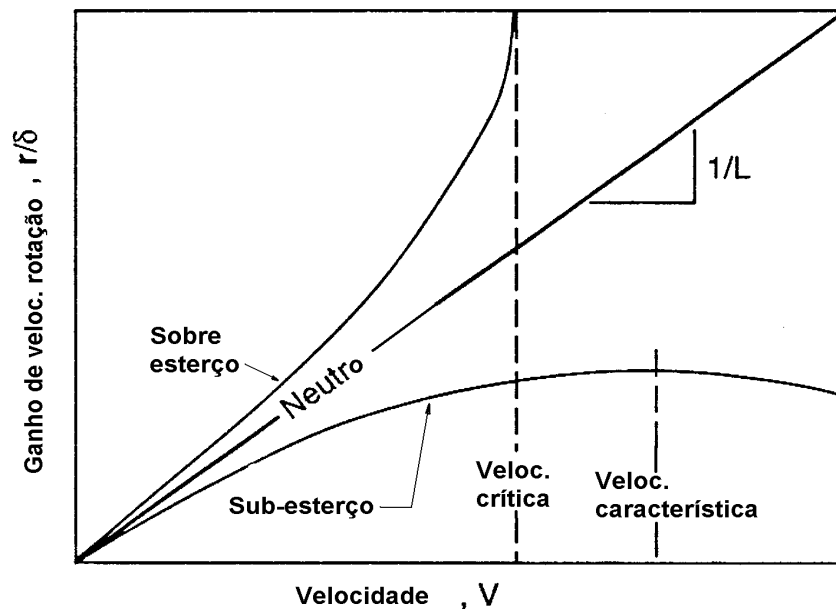
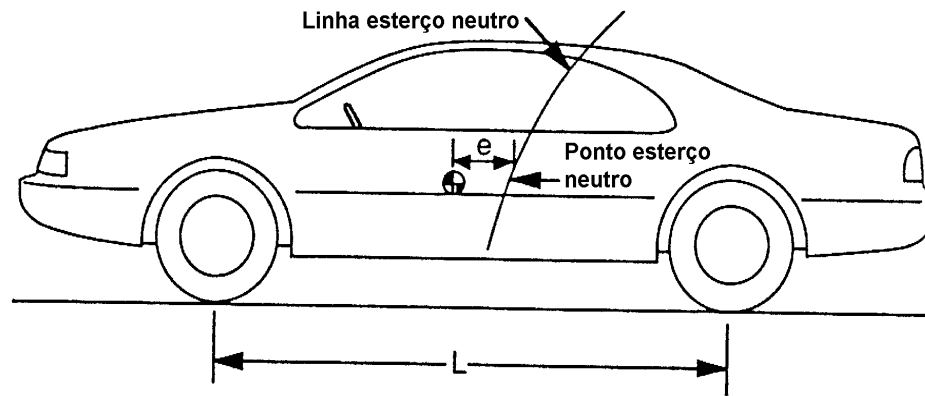


Figura 2.41 - Ganho da velocidade de rotação (Yaw velocity) em função da velocidade.

### **Margem Estática**

Um outro termo bastante utilizado para definir o comportamento de *handling* dos veículos é a margem estática, assim como o gradiente de sub-esterço e a velocidade característica.

A margem estática é definida como sendo o ponto no veículo onde a força lateral gerada durante a realização de curvas, não produz efeito de velocidade de rotação (comportamento neutro), conforme mostrado na Fig. 3.42. A linha de esterçamento neutro é composta pelos pontos que passam pelo plano x-z e não produz efeito rotacional.



*Figura 2.42 - Linha representativa do esterçamento neutro no veículo.*

A margem estática é definida como sendo a distância do ponto de esterçamento neutro localizado atrás do centro de gravidade (CG), ou seja:

$$\text{Margem estática} = e/L \quad (2.20)$$

Quando o ponto está atrás do CG a margem estática é positiva e o veículo é sub-esterçante. No CG a margem é zero e o comportamento neutro, e estando à frente, o veículo é sobre-esterçante. Mediamente para os veículos de passageiros a margem varia de 0,05 a 0,07 atrás do CG.

#### **2.5.4 - Efeitos da Suspensão sobre a Resposta em Curvas**

Normalmente o desenvolvimento da teoria de comportamento e respostas direcionais do veículo durante as manobras é feito a partir da análise básica do coeficiente de rigidez dos pneus e, a partir destes, são geradas as equações de sub e sobre-esterço. Esta análise foi feita na seção anteriormente apresentada e mostra que o comportamento é dependente da relação de carga / coeficiente de curvas nos eixos dianteiro e traseiro ( $W_f / C_{\alpha f}$  e  $W_r / C_{\alpha r}$ ). Porém deve ser considerado que outros fatores de projeto influenciam as forças desenvolvidas durante a realização de curvas e manobras e, portanto, afetam a resposta

direcional e o *handling*. Os sistemas de suspensão e direção são as fontes primárias destas influências e os fatores principais estão apresentados a seguir.

### ***Distribuição do Momento de Rolamento (Forças Laterais)***

As forças laterais de esterçamento são geradas pelos pneus em função principalmente da carga sobre eles. Quando a massa suspensa do veículo “rola” com inclinações ou velocidades maiores, provoca o efeito de variação de carga e forças laterais sobre as rodas, modificando o comportamento em manobras. Este mecanismo é trabalhado nas suspensões dianteira e traseira de modo a deixar o veículo com reações desejadas. Maior momento de rolamento do eixo dianteiro contribui para o sub-esterço, enquanto que maior momento de rolamento do eixo traseiro contribui para o sobre-esterço. As barras estabilizadoras são utilizadas como auxiliares no controle da inclinação lateral. Normalmente é desejável um comportamento sub-esterçante para os veículos de passageiros no limite da aderência. O esquema forças atuantes em um veículo básico durante uma curva é apresentado na Fig. 2.43.

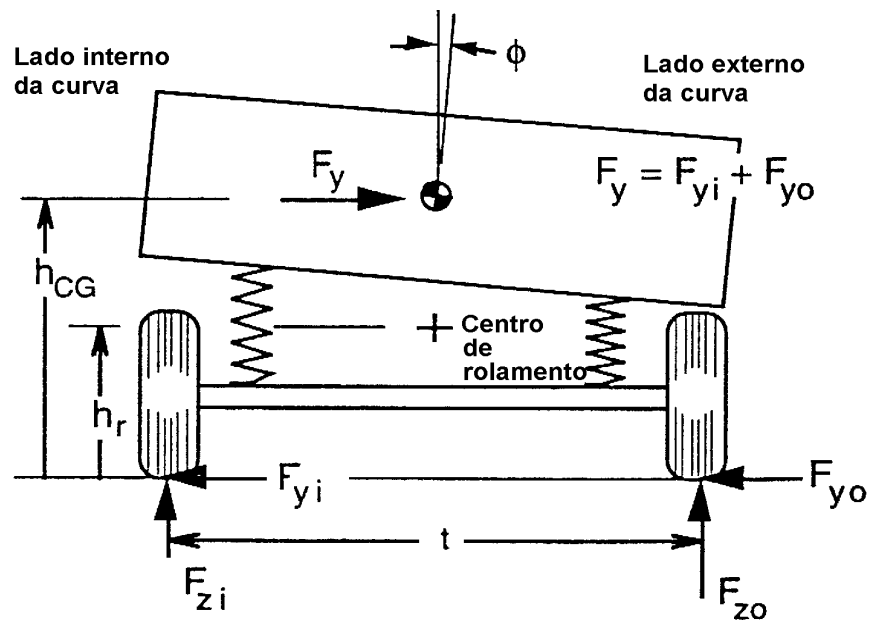


Figura 2.43 - Análise de forças em veículo simplificado durante a curva.

A partir do desenvolvimento matemático das forças atuantes e das características dos pneus e suspensões, Gillespie (1992) deriva a eq. (2.21) mostrada abaixo para o coeficiente de sub-esterço devido à transferência de cargas laterais nos eixos durante o rolamento:

$$K_{lt} = \frac{W_f}{C_{af}} \frac{2b\Delta F_{af}^2}{C_{af}} - \frac{W_r}{C_{ar}} \frac{2b\Delta F_{ar}^2}{C_{ar}} \quad (2.21)$$

onde:

$W_f$  = carga sobre o eixo dianteiro (Kg)

$W_r$  = carga sobre o eixo traseiro (Kg)

$C_{af}$  = rigidez de curva do eixo dianteiro (N/rad)

$C_{ar}$  = rigidez de curva do eixo traseiro (N/rad)

$\Delta F_{af}^2$  = variação de força sobre o eixo dianteiro (N)

$\Delta F_{ar}^2$  = variação de força sobre o eixo traseiro (N)

$b$  = Coeficiente polinomial de rigidez em curva dos pneus

### ***Alteração de Camber***

A alteração dinâmica do *camber*, em função de esforços laterais ou a compressão e a extensão da suspensão provoca a geração de força lateral. Em média são necessários entre 4° e 6° de *camber* para produzir a mesma força lateral de 1° de esterçamento da roda. Em função do maior grau de liberdade e utilização de coxins de borracha nas extremidades dos tirantes e braços, os eixos independentes são mais afetados pelas variações de *camber* que os eixos rígidos.

Da análise da Fig.2.44, chega-se à Eq. (2.22) que representa o ângulo de *camber* total durante uma curva:

$$g_g = g_b + f \quad (2.22)$$

onde:

$g_g$  = Ângulo de *camber* em relação ao solo (graus ou rad)

$g_b$  = Ângulo de *camber* da roda em relação ao veículo (graus ou rad)

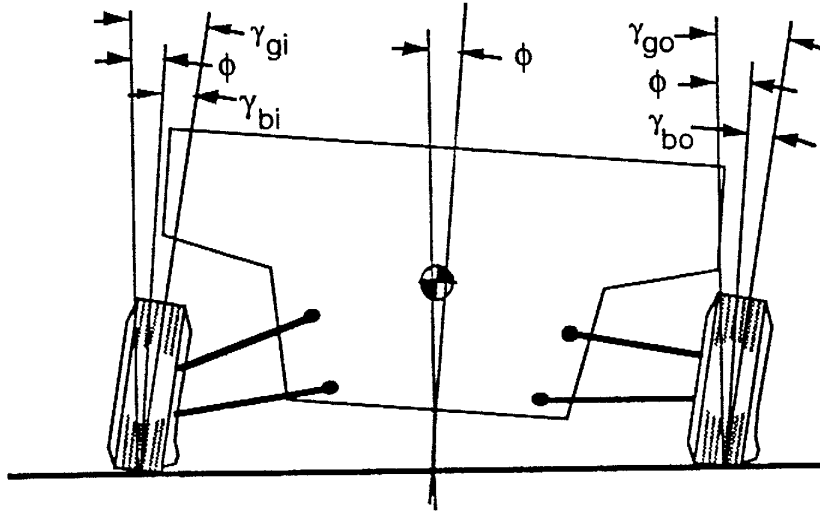


Figura 2.44 - Alteração de camber em curva de um veículo.

A partir do desenvolvimento da Eq. (2.12), Gillespie (1992) demonstra a eq. (2.23) derivada a relação final para o sub-esterço devido ao *camber* e representada por:

$$K_{camber} = \left( \frac{C_{g^c}}{C_{af}} \frac{\mathbb{I}_{g^c}}{\mathbb{I}f} - \frac{C_{g^r}}{C_{ar}} \frac{\mathbb{I}_{g^r}}{\mathbb{I}f} \right) \frac{\mathbb{I}f}{\mathbb{I}a_y} \quad (2.23)$$

### **Mudança de direção em função do Roll**

O esterçamento induzido durante a inclinação lateral da carroceira é definido como sendo o movimento de mudança de direção do veículo em relação à massa

suspensa quando esta é submetida a movimento de rolamento. O esterçamento pode ser provocado pelas rodas do eixo dianteiro, pelas traseiras, ou pela combinação de ambas. Estas alterações dinâmicas também afetam o comportamento de *handling* do veículo. Definindo “ $\epsilon$ ” como o coeficiente de esterço devido ao rolamento nos eixos (graus de esterçamento / graus de rolamento). O gradiente de sub-esterço pode então ser derivado conforme a Eq. (2.24) abaixo:

$$K_{roll} = (e_f - e_e) \frac{f}{a_y} \quad (2.24)$$

onde:

$e_f$  = Coeficiente de esterço devido ao rolamento susp. diant. (graus/grau).

$e_e$  = Coeficiente de esterço devido ao rolamento susp. tras. (graus/grau).

Um coeficiente positivo de esterçamento devido ao rolamento da carroceria para a direita provoca um esterçamento das rodas também para a direita. Portanto quando o veículo está realizando uma manobra ou curva para a esquerda, um coeficiente positivo para as rodas dianteiras provoca a redução do ângulo total e é sub-esterçamento. Desta maneira, o coeficiente positivo para as rodas traseiras é sobre esterçante (Gillespie, 1992).

### ***Esterçamento devido a cedimentos laterais***

Em função da adoção de buchas elásticas utilizadas nas articulações das suspensões, existe a possibilidade de esterçamento em função da presença de cargas laterais desenvolvidas nas mudanças de direção. Estes efeitos estão presentes no veículo de testes experimentais, principalmente pela configuração da suspensão traseira do tipo de braços longitudinais e travessa.

A influência devida aos cedimentos laterais pode ser determinada conforme demonstrado por Reimpell e Stoll (1996), definindo inicialmente um coeficiente dado pela Eq. (2.25):

$$A = \mathbf{d} / F_y \quad (\text{graus de esterço} / \text{força lateral unitária}) \quad (2.25)$$

onde:

$\mathbf{d}$  = ângulo de esterçamento (rad ou graus)

$F_y$  = força lateral (N)

Deste modo, o efeito de sub-esterço diretamente relacionado com as deformações elásticas das suspensões é dado pela Eq. (2.26):

$$K_{lfc s} = A_f W_f - A_r W_r \quad (2.26)$$

onde:

$A_f$  = Coeficiente de esterçamento em função de cargas laterais na susp. diant.

$A_r$  = Coeficiente de esterçamento em função de cargas laterais na susp. traseira.

### ***Torque de Alinhamento da Direção***

Durante a realização de curvas, o efeito do torque de alinhamento dos pneus devido aos esforços laterais é fonte de efeito sub-esterçante. Este torque pode ser entendido devido ao fato de que as forças laterais são desenvolvidas nos pneus em um ponto “p” atrás do seu centro. A influência no *handling* em função desta força pode ser derivada nas equações da curva, considerando que as forças laterais estão localizadas à distância “p” atrás de cada roda. Portanto o gradiente de sub-esterço fica representado pela Eq. (2.27) abaixo:

$$K_{at} = W \frac{p}{L} \frac{C_{af} + C_{ar}}{C_{af} C_{ar}} \quad (2.27)$$

Da análise acima, visto que  $C_a$  é sempre positivo, conclui-se que o efeito do torque de alinhamento é também positivo e provoca sempre sub-esterço.



### 2.5.5 - Método Experimental de Medição do Gradiente de Sub-esterço

Conforme descrito anteriormente e apresentado através da Eq. (2.14), o gradiente de sub-esterço é um índice importante para caracterizar o comportamento do veículo, podendo ser medido experimentalmente. Atualmente são sugeridos quatro métodos para realizar a medição: – raio constante, velocidade constante, ângulo de esterçamento constante, e abertura de acelerador constante. Os mais utilizados são os dois primeiros por representarem razoavelmente as condições normais de utilização (Milliken e Milliken, 1995), e somente estes estão relacionados abaixo.

#### ***Método do Raio Constante***

Durante a realização de curvas sucessivas de raio constante, o ângulo de esterçamento é analisado em função da aceleração lateral. A instrumentação embarcada deve permitir no mínimo as medições do ângulo do volante, a aceleração lateral e a velocidade do veículo. Sendo o raio da curva conhecido é obtida a relação para a aceleração lateral, conforme Eq. (2.28):

$$a_y = V^2 / (Rg) \quad (2.28)$$

A prova é executada mantendo-se o veículo na trajetória da curva, a partir de uma velocidade baixa na qual a aceleração lateral pode ser considerada desprezível. Gradualmente a velocidade é aumentada e a aceleração lateral monitorada em *steps* de 0,1 g. Um gráfico da relação do ângulo do volante pela relação de redução do sistema de direção, em função da aceleração lateral evidencia o comportamento, conforme mostrado na Fig. 2.45. A inclinação da curva define o gradiente de sub-esterço K. Inclinação positiva indica sub-esterço, inclinação zero tem um comportamento neutro, e negativa o veículo é sobre esterçante. A Equação (2.29), define a relação para K:

$$K = \frac{\delta}{a_y} \quad (2.29)$$

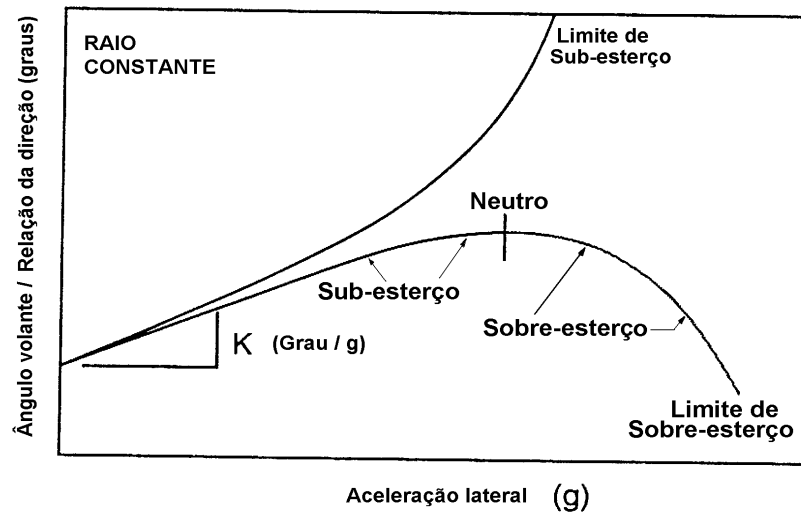


Figura 2.45 - Exemplo genérico do gradiente de sub-esterço em raio constante.

Este método de medição tem a vantagem de exigir pouca instrumentação embarcada no veículo. Uma desvantagem é a alteração do ângulo do volante pelo motorista ao longo da prova para manter a trajetória. Uma outra limitação é o fato de não se levar em consideração a alteração de esterçamento em função da compressão dinâmica da suspensão. Porém, considerando que a geometria do sistema de direção influi no sentido de aumentar o sub-esterço em compressão, sua análise conjunta proporciona uma maior precisão dos resultados obtidos.

### **Método da Velocidade Constante**

Um outro método bastante utilizado para se obter o gradiente de sub-esterço experimentalmente por representar condições próximas às reais, é o da velocidade constante. Nele o veículo percorre raios diferentes com a mesma velocidade, e são registrados parâmetros de velocidade, ângulo de esterçamento e o raio da curva, que pode também ser derivado em função da aceleração lateral em  $y$ . A Equação (2.30) abaixo mostra como derivar o raio da curva:

$$R = V^2/a_y = V/r \quad (2.30)$$

O ganho de velocidade de rotação  $r$  é obtido pela Eq. (2.18)