

1 Função de Ackermann

1.1 Descrição

Certo dia, os jovens Gabriel Sudan e Whilhelm Ackermann, alunos de David Hilbert, estavam estudando os fundamentos da computação. Os dois criaram e algum tempo depois publicaram, cada um, uma função, sendo que a de Ackermann tornou-se a mais famosa das duas. Esta ficou conhecida como função de Ackermann e tem por símbolo φ . A função de Ackermann possui três parâmetros $\varphi(m, n, p)$ e é definida de tal forma que, para $p=0, 1$ ou 2 ela reproduz as funções básicas de adição, multiplicação e exponenciação, como:

$$\begin{aligned}\varphi(m, n, 0) &= m + n \\ \varphi(m, n, 1) &= m \cdot n \\ \varphi(m, n, 2) &= m^n\end{aligned}$$

e para $p > 2$, ela estende as operações básicas de uma maneira que pode ser expressa pela Notação de Knuth como:

$$\varphi(m, n, p) = m \uparrow^{p-1} (n + 1)$$

Além de seu papel histórico, a função original de Ackermann é vista como uma extensão das funções aritméticas básicas além da exponenciação. A definição recursiva da função para números inteiros não negativos é apresentada a seguir:

$$\varphi(m, n, p) = \begin{cases} \varphi(m, n, 0) = m + n \\ \varphi(m, 0, 1) = 0 \\ \varphi(m, 0, 2) = 1 \\ \varphi(m, 0, p) = m & \text{para } n = 0 \text{ e } p > 2 \\ \varphi(m, n, p) = \varphi(m, \varphi(m, n-1, p), p-1) & \text{para } n > 0 \text{ e } p > 0 \end{cases}$$

Escreva um programa que calcula o valor da função de Ackermann para m, n e p .

1.2 Entrada

A entrada é composta por várias linhas, sendo que em cada linha é informado três números m, n e p . Quando $m = 0, n = 0$ e $p = 0$ o programa além de imprimir o resultado também termina a execução.

1.3 Saída

O programa deve imprimir o valor da função original de Ackermann para cada uma das linhas fornecidas na entrada.

1.4 Exemplo de Entrada

```
1 2 0
1 0 1
2 0 2
3 2 2
3 3 2
2 2 3
2 1 4
0 0 0
```

1.5 Exemplo de Saída

Para a entrada anterior a saída vale

```
3
0
1
9
27
16
16
0
```