



Matemática Financeira

Prof. Eric Sampaio

Agenda

- › O que é Matemática Financeira?
- › Porque estudar Matemática Financeira?
- › Qual a importância da Matemática Financeira?
- › Conceitos básicos da Matemática Financeira:
 - Porcentagem
 - Acréscimo
 - Desconto
 - Juros Simples
 - Juros Composto
- › Exercício

O que é Matemática Financeira?

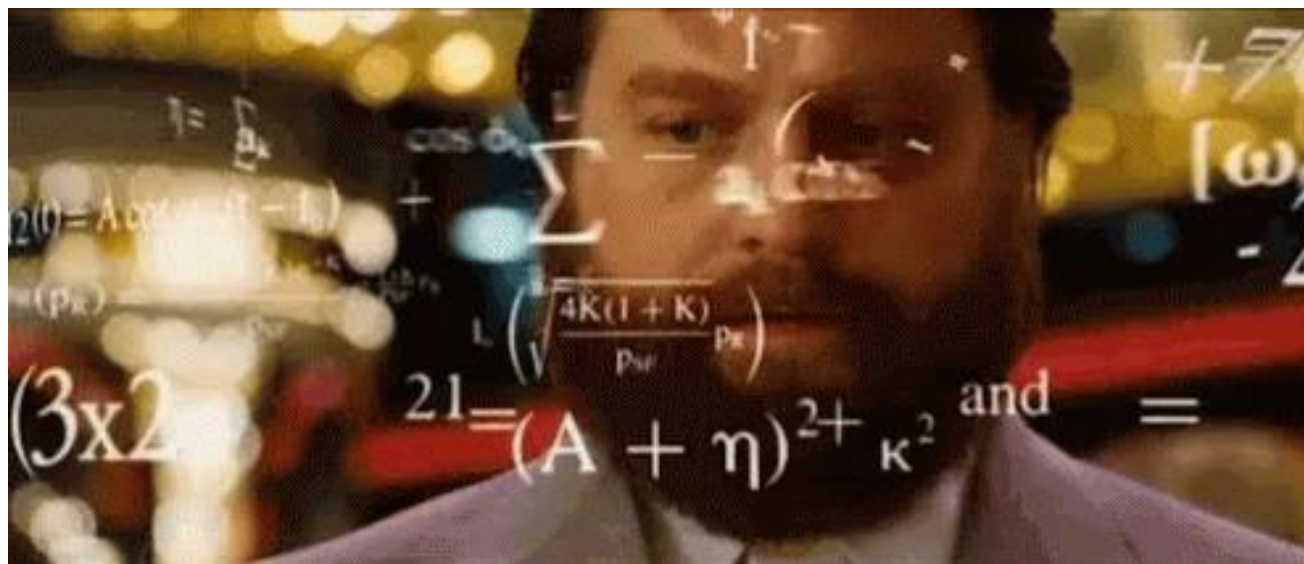
- › É uma categoria da matemática que é focada em análise de dados financeiros em geral. Para realizar essa função, ela utiliza um conjunto de conceitos, como:
 - investimento;
 - lucro;
 - juros;
 - inflação;
 - capital;
 - patrimônio;
 - valor presente;
 - valor futuro;
 - taxa de retorno;
 - fluxo de caixa.
- › Entre outros.



O principal objetivo da matemática financeira é estudar o comportamento do dinheiro.

Qual é o objetivo da matemática financeira?

- › O objetivo da matemática financeira é conhecer o comportamento que o dinheiro possui conforme o tempo passa.



Qual a importância da Matemática Financeira?

- › Na tomada de decisões de um negócio e, quando devidamente aplicada, traz índices de rentabilidade mais altos, permitindo o processo de maximização dos lucros.
- › Na utilização de uma série de situações cotidianas pessoais, como na hora de fazer o cálculo das prestações de um imóvel, optando entre pagar parcelado ou à vista.

Problemas



IR AO REI DO BAIÃO



Imagem: Patrick - Patrick / Quadro de Luiz Gonzaga. Caruaru (Pernambuco), Brasil / GNU Free Documentation License

Eduarda deseja viajar para conhecer a terra do Rei do Baião, Luiz Gonzaga. Ela recebeu de uma agência de viagens três pacotes, com diferentes condições de pagamento.

Veja as propostas apresentadas pela agência:

PACOTES DE VIAGEM

1

À vista R\$ 1.500,00.

2

R\$ 500,00 de entrada e mais 4 parcelas de R\$ 310,00.

3

R\$ 300,00 de entrada e mais 6 parcelas de R\$ 272,00.



Imagem: Rafael Ruivo / GNU Free Documentation License.

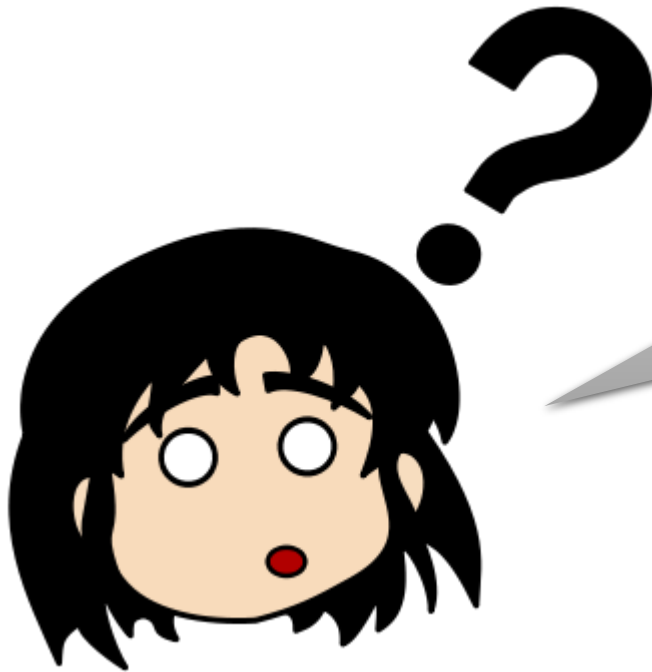
A ESCOLHA

Eduarda pretende pagar a prazo e escolher a proposta que lhe ofereça a menor *taxa de juros*. Ela acredita que a proposta com a menor taxa de juros é suficiente para garantir uma maior economia.

E VOCÊ?

- 1) Qual proposta você escolheria para fazer a maior economia possível?
- 2) E se você quisesse pagar a prazo, qual seria a melhor proposta?

CONHECIMENTOS PRÉVIOS



O que você já sabe sobre...

TAXA

JUROS

CAPITAL

Imagem: Lilyu / WTF Public License

π

BUSCANDO A SOLUÇÃO

Eduarda quer pagar a prazo, então ela deve optar pela *proposta 2* ou pela *proposta 3*. Ela deseja descobrir a taxa de juros que está inserida em cada proposta, para poder escolher de forma mais consciente o melhor pacote.



Imagem: Editor at Large / GNU
Free Documentation License

O QUE É TAXA DE JUROS?

Chamamos de **taxa** ou de **taxa de juros** a porcentagem paga por um empréstimo ou por uma compra a prazo (financiamento).



Imagem: Lilyu / WTF Public License

INVESTIGANDO A PROPOSTA 2

Veja o quadro com a síntese das informações da proposta 2.

Proposta 2: R\$ 500,00 de entrada e mais 4 parcelas de R\$ 310,00.

Valor da Entrada	Saldo para Financiar	Quantidade de parcelas x Valor da Parcela	Valor Financiado mais juros	VALOR TOTAL
R\$ 500,00	R\$ 1.000,00	4 x R\$ 310,00	R\$ 1.240,00	R\$ 1.740,00

Qual o valor de juros desta proposta?

INVESTIGANDO A PROPOSTA 3

Observe, agora, o quadro com a síntese das informações da proposta 3.

Proposta 3: R\$ 300,00 de entrada e mais 6 parcelas de R\$ 272,00.

Valor da Entrada	Saldo para Financiar	Quantidade de parcelas x Valor da Parcela	Valor Financiado mais juros	VALOR TOTAL
R\$ 300,00	R\$ 1.200,00	6 x R\$ 272,00	R\$ 1.632,00	R\$ 1.932,00

A PROPOSTA



Se levarmos em consideração o valor final de cada pacote de viagem (pago a prazo), **a proposta 2** é mais econômica que **a proposta 3**.

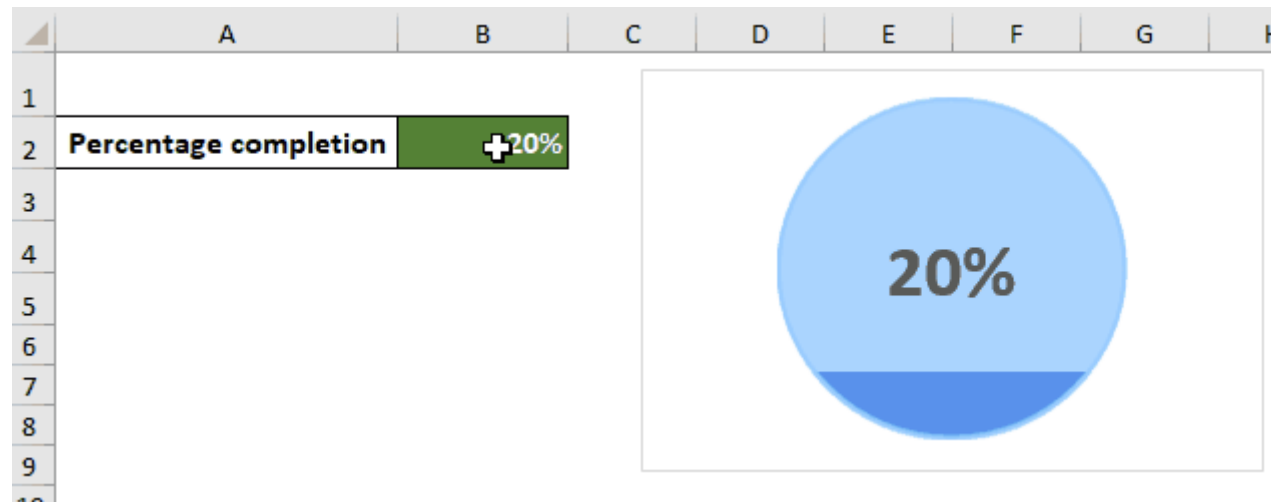
Imagem: Editor at Large / GNU
Free Documentation License

Acréscimo e Desconto

- › **Acréscimo:** é todo aumento sobre um valor inicial dado. ↑
- › **Desconto:** É toda redução ou abatimento ou dedução de um valor inicial dado ↓



Porcentagem



Porcentagem

- › A **porcentagem** é uma razão cujo o denominador é igual a 100.
- › **Porcentagem** ou **percentagem** é uma razão centesimal representada pelo símbolo % (por cento) usada para calcular descontos, acréscimo de preços, etc...

- › Ex. $5\% \rightarrow \frac{5}{100} \rightarrow 0,05$

- › Ex. $12\% \rightarrow \frac{12}{100} \rightarrow 0,12$

- › Ex. $80\% \rightarrow \frac{80}{100} \rightarrow 0,8$

Problemas

Em uma sala de aula há 30 alunos, dos quais 40% são meninas. Quantas meninas têm na sala?

- a) 10 meninas b) 12 meninas c) 15 meninas d) 18 meninas

Uma mercadoria que custava R\$ 450,00 reais sofreu um reajuste de 15% de acordo com a inflação do período. Qual é o seu preço atual?

Uma loja de eletrodomésticos está oferecendo um desconto de 14% nas compras feitas com pagamento à vista. Qual o valor de uma geladeira de R\$ 1.200,00 na promoção oferecida?

Na promoção de uma loja de eletrodomésticos, um aparelho de som que custava R\$ 400,00 teve um desconto de 12%. Quanto o cliente que decidir comprar o equipamento pagará?

- a) R\$ 372,00 b) R\$ 342,00 c) R\$ 362,00 d) R\$ 352,00

Problemas

Em uma sala de aula há 30 alunos, dos quais 40% são meninas. Quantas meninas têm na sala?

- a) 10 meninas **b) 12 meninas** c) 15 meninas d) 18 meninas

Uma mercadoria que custava R\$ 450,00 reais sofreu um reajuste de 15% de acordo com a inflação do período. Qual é o seu preço atual?

R\$ 517,50

Uma loja de eletrodomésticos está oferecendo um desconto de 14% nas compras feitas com pagamento à vista. Qual o valor de uma geladeira de R\$ 1.200,00 na promoção oferecida?

R\$ 1.032,00

Na promoção de uma loja de eletrodomésticos, um aparelho de som que custava R\$ 400,00 teve um desconto de 12%. Quanto o cliente que decidir comprar o equipamento pagará?

- a) R\$ 372,00 b) R\$ 342,00 c) R\$ 362,00 **d) R\$ 352,00**

Juros Simples

Juros Simples

› **Juros simples** é uma remuneração dada a alguém pelo aplicação de seu **capital** em um determinado **período**.

› Exemplos:

Se você pega **R\$ 500** emprestado por um mês, com taxa de juros de **5%**, terá que devolver **R\$ 525** depois de **30 dias** (R\$ 500 do valor original + R\$ 25 dos juros).

Pagar o boleto do aluguel atrasado, o valor de **R\$ 800** vai para **R\$ 816**, pois há uma multa de **2%**. Esse cálculo simples é **chamado de juros simples** ou juros não capitalizados.

Juros Simples

- › **Juros simples** é uma remuneração dada a alguém pela aplicação de seu **capital** em um determinado **período**.
- › A fórmula do juros Simples é apresentada pela seguinte fórmula:

$$J = c \cdot i \cdot t$$

E para cálculo do montante:

$$M = C + J$$

Então vamos conhecer essas variáveis envolvidas

Juros Simples

- › Em matemática financeira, para calcular os juros simples, antes precisaremos conhecer algumas variáveis:
- › **C (Capital):** Valor de uma quantia em dinheiro "na data zero", ou seja, no início de uma aplicação.
- › **T (Tempo):** Duração da aplicação
- › **I (Taxa):** Porcentagem envolvida
- › **M (Montante):** Soma do Capital mais o juros

Juros Simples

› Voltando para nossa fórmula:

$$J = c * i * t$$

Podemos saber os descobrir qualquer uma das variáveis nesta formula, vejamos:

$$i = \frac{J}{c * t} \quad \text{Cálculo para determinar taxa}$$

$$t = \frac{J}{c * i} \quad \text{Cálculo para determinar o tempo}$$

$$C = \frac{J}{i * t} \quad \text{Cálculo para determinar o capital}$$

Problemas Fase 1

Qual o valor do juros correspondente a um empréstimo de R\$ 3.200,00, pelo prazo de 18 meses, sabendo que a taxa cobrada é de 3% ao mês?

Qual o capital que, em quatro meses, rendeu R\$ 11.520,00 de juros à taxa de 8% ao mês?

Durante quanto tempo ficou empregado um capital de R\$ 45.000,00 que rendeu R\$ 8.100,00 de juros, à taxa de 2% ao mês?

A que taxa mensal devo empregar um capital de R\$ 10.000,00 para que, no fim de 2 meses renda R\$ 2.000,00 de juros?

Problemas Fase 1

Qual o valor do juros correspondente a um empréstimo de R\$ 3.200,00, pelo prazo de 18 meses, sabendo que a taxa cobrada é de 3% ao mês? **R\$1.728,00**

Qual o capital que, em quatro meses, rendeu R\$ 11.520,00 de juros à taxa de 8% ao mês? **R\$36.000,00**

Durante quanto tempo ficou empregado um capital de R\$ 45.000,00 que rendeu R\$ 8.100,00 de juros, à taxa de 2% ao mês? **9 meses**

A que taxa mensal devo empregar um capital de R\$ 10.000,00 para que, no fim de 2 meses renda R\$ 2.000,00 de juros? **10%**

Problemas Fase 2

João aplicou R\$20 000,00 durante 3 meses em uma aplicação a juros simples com uma taxa de 6% ao mês. Qual o valor recebido por João ao final desta aplicação?

A conta de água de um condomínio deve ser paga até o quinto dia útil de cada mês. Para pagamentos após o vencimento, é cobrado juros de 0,3% por dia de atraso. Se a conta de um morador for de R\$580,00 e ele pagar essa conta com 15 dias de atraso, qual será o valor pago?

Qual o valor do montante produzido por um capital de R\$ 1.200,00, aplicado no regime de juros simples a uma taxa mensal de 2% durante 10 meses?

Calcule os juros simples aplicado a um capital de R\$ 30.000,00, durante 5 meses, a uma taxa de 3% ao mês.

Problemas Fase 2

João aplicou R\$20 000,00 durante 3 meses em uma aplicação a juros simples com uma taxa de 6% ao mês. Qual o valor recebido por João ao final desta aplicação?

R\$ 23 600,00

A conta de água de um condomínio deve ser paga até o quinto dia útil de cada mês. Para pagamentos após o vencimento, é cobrado juros de 0,3% por dia de atraso. Se a conta de um morador for de R\$580,00 e ele pagar essa conta com 15 dias de atraso, qual será o valor pago?

R\$ 606,10

Qual o valor do montante produzido por um capital de R\$ 1.200,00, aplicado no regime de juros simples a uma taxa mensal de 2% durante 10 meses?

R\$ 1.440,00.

Calcule os juros simples aplicado a um capital de R\$ 30.000,00, durante 5 meses, a uma taxa de 3% ao mês.

R\$ 4.500,00

Juros Composto



JUROS COMPOSTOS

Em vendas a prazo, empréstimos e aplicações, o sistema mais usado é o de **JUROS COMPOSTOS**, em que os juros são calculados sempre sobre cada novo montante, que é a soma dos juros produzidos no período com a quantia aplicada (capital).

Esta modalidade de juros, também é conhecida como “juros sobre juros”.

Juros Composto

- › Juros compostos são acréscimos somados ao capital, ao fim de cada período de aplicação, formando com esta soma um novo capital, também conhecido como “juros sobre juros”.

$$M = C(1 + i)^n$$

- › M=Montante
- › C= Capital
- › I = Taxa
- › n = Número de períodos (Tempo)

A MELHOR APLICAÇÃO

Roni deseja fazer uma aplicação de R\$ 2.000,00. Ao ligar para um agente financeiro, este lhe apresentou duas propostas de investimentos:



Imagem: WG Film / Creative Commons Atribuição-Partilha nos Termos da Mesma Licença 2.5 Suécia

Veja a seguir, as propostas que Roni recebeu:

AS PROPOSTAS

PROPOSTA 1

Aplicação no regime de Juros Simples à taxa de 5% ao mês durante 2 anos.

PROPOSTA 2

Aplicação no regime de Juros Compostos à taxa de 4% ao mês durante 2 anos.

A DÚVIDA

Qual das duas propostas é mais vantajosa para Roni?

Se você estivesse no lugar de Roni, por qual proposta você optaria?

Imagem: Jonata / Creative Commons CC0 1.0 Universal Public Domain Dedication



Você já ouviu falar em JUROS COMPOSTOS?

A DÚVIDA

Antes de descobrir qual a melhor proposta para Roni, vamos revisar alguns conceitos:



Imagem: Jonata / Creative Commons CC0 1.0 Universal Public Domain Dedication

JUROS

TAXA

CAPITAL

π

REVISANDO CONCEITOS

JURO

Juro é a remuneração paga (ou recebida) por quem realiza uma compra ou um empréstimo durante certo tempo a um certo percentual.

CAPITAL

Capital é o valor financiado na realização de uma compra ou de um empréstimo.

TAXA

Chamamos de **taxa** ou de **taxa de juros** a porcentagem paga por um empréstimo ou por uma compra a prazo (financiamento).

UM PENSAMENTO

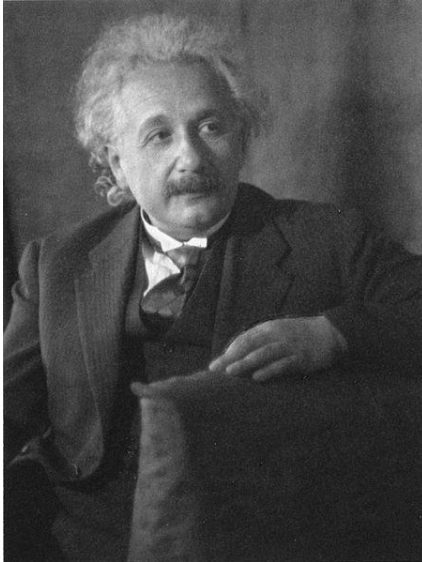


Imagem: Doris Ulmann / Albert Einstein / Public Domain

"O juro composto é a maior invenção da humanidade, porque permite uma confiável e sistemática acumulação de riqueza".

E os **Juros Simples** não permitem acumulação de riquezas? Você sabe qual a diferença entre essas duas modalidades de juros?

JUROS SIMPLES x JUROS COMPOSTOS

JUROS SIMPLES	JUROS COMPOSTOS
Apenas o capital inicial rende juros. O juro é proporcional à taxa e ao tempo.	O juro produzido em um período será acrescentado ao capital seguinte, ou seja, o juro gera novos juros.



O Juro Composto é sempre mais vantajoso?

QUAL A SUA OPINIÃO?

Você acha que os Juros Compostos são sempre mais vantajosos? Ou depende de outras variáveis como o tempo e a taxa?

E no caso da aplicação de Roni, qual a melhor proposta a que envolve **JUROS SIMPLES** ou a que envolve **JUROS COMPOSTOS**?

A DÍVIDA DE SEU JOÃO

Seu João está devendo R\$ 500,00 a um professor de Matemática. O professor querendo testar a habilidade de Seu João com a matemática lhe disse o seguinte: *Pronto Seu João está aí R\$ 500,00, o senhor me paga em 3 meses como combinado, a taxa de juros será de 5% ao mês, a modalidade de juros, simples ou compostos, fica à sua escolha.*



Imagem: (a) Banco Central do Brasil e Casa da Moeda Nacional/ Verso da nova nota de 100 reais / Free Art License; (b) Banco Central do Brasil e Casa da Moeda Nacional/ Verso da nova nota de 50 reais / Free Art License.

E SE VOCÊ FOSSE SEU JOÃO?

Imagem: Jonata / Creative Commons CC0 1.0 Universal Public Domain Dedication



Qual modalidade de JUROS
você escolheria? Por quê?

A ANÁLISE – JUROS SIMPLES

Seu João já desconfiava qual seria a melhor modalidade de juros, mas foi analisar cada uma delas. Veja os cálculos que ele fez:

JUROS SIMPLES	MÊS	DÍVIDA NO INÍCIO DE CADA MÊS	JUROS DO MÊS	DÍVIDA NO FINAL DE CADA MÊS
	1º	R\$ 500,00	5% de 500 = 25	525
	2º	R\$ 525,00	5% de 500 = 25	550
	3º	R\$ 550,00	5% de 500 = 25	575

π

Na modalidade de Juros Simples, ele pagará **R\$ 575,00.**

A ANÁLISE – JUROS COMPOSTOS

Agora, veja os cálculos que ele fez na modalidade de Juros Compostos:

JUROS COMPOSTOS	MÊS	DÍVIDA NO INÍCIO DE CADA MÊS	JUROS DO MÊS	DÍVIDA NO FINAL DE CADA MÊS
	1º	R\$ 500,00	5% de 500 = 25	525
	2º	R\$ 525,00	5% de 525 = 26,25	551,25
	3º	R\$ 551,25	5% de 551,25 = 27,56	578,81

Na modalidade de Juros Compostos, ele pagará **R\$ 578,81**.

O PAGAMENTO DE SEU JOÃO

Seu João confirmou que a modalidade de Juros Simples é mais econômica.

Imagem: Jonata / Creative Commons CC0 1.0 Universal Public Domain Dedication



Vou economizar e pagar com
JUROS SIMPLES!

E você escolheu a modalidade de JUROS mais econômica ou não?

RETOMANDO A QUESTÃO INICIAL

Acabamos de descobrir que para uma mesma taxa e um mesmo período de tempo, os **JUROS COMPOSTOS** rendem mais que os **JUROS SIMPLES**.



Imagem: Banco Central do Brasil e Casa da Moeda Nacional / Verso da nova nota de 100 reais / Free Art License;.

No caso do investimento de Roni, o período de tempo das duas propostas é o mesmo, mas a taxa e a modalidade de juros de cada proposta é diferente. Precisamos agora descobrir, qual é a melhor proposta para Roni investir o seu dinheiro.

MODELANDO À SOLUÇÃO

Vamos juntos resolver à questão apresentada no início desta aula. Veja a análise da proposta 1:

5% ao mês é o mesmo
que 60% ao ano

PROPOSTA 1

Aplicação no regime de Juros Simples à taxa de 5% ao mês durante 2 anos.

PROPOSTA 1

ANO	VALOR NO INÍCIO DE CADA ANO	JUROS DO ANO	MONTANTE NO FINAL DE CADA ANO
1º	R\$ 2.000,00	60% de 2.000 = 1.200	3.200
2º	R\$ 3.200,00	60% de 2.000 = 1.200	4.400

MODELANDO À SOLUÇÃO

Vamos juntos resolver à questão apresentada no início desta aula. Veja a análise da proposta 1:

PROPOSTA 2

Aplicação no regime de Juros Compostos à taxa de 4% ao mês durante 2 anos.

4% ao mês é o mesmo
que 48% ao ano

PROPOSTA 2

ANO	VALOR NO INÍCIO DE CADA ANO	JUROS DO ANO	MONTANTE NO FINAL DE CADA ANO
1º	R\$ 2.000,00	48% de 2.000 = 960	2.960
2º	R\$ 2.960,00	48% de 2.960 = 1.420,80	4.380,80

A MELHOR PROPOSTA

Finalmente, podemos perceber que a proposta 1 é a mais vantajosa para Roni. Perceba que, mesmo a proposta 2 oferecendo apenas 4% ao mês e a proposta 1 oferecendo 5% ao mês, o valor final das duas propostas não são tão distantes.

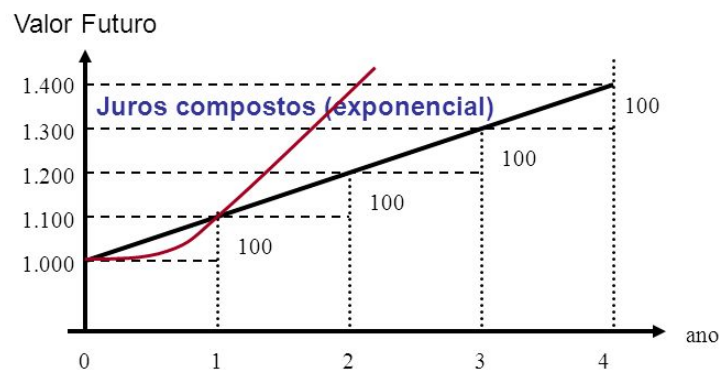
Imagem: Jonata / Creative Commons CC0 1.0 Universal Public Domain Dedication



Por que os valores se aproximaram mesmo com taxas diferentes?

Porque isso aconteceu?

Juros Compostos - Representação Gráfica Exemplo (continuação)



$$VF = VP \times (1 + i)^t$$

$$VF = 1.000 \times (1 + 0,1)^t$$

VF = capital ao final do ano t
 i = taxa de juros
 VP = capital inicial

33



Comparativo entre o crescimento dos juros nas capitalizações simples e compostas



Problemas Fase 1

Quanto receberá de juros, no fim de um semestre, uma pessoa que investiu, a juros compostos, a quantia de R\$5.000,00, à taxa de 1% ao mês?

Aplicando hoje na caderneta de poupança a quantia de R\$ 20.000,00, qual será o montante gerado ao final de 4 anos, sabendo que a rentabilidade mensal é de 0,5%?

Determinado capital gerou, após 24 meses, um montante de R\$ 15.000,00. Sabendo que a taxa de juros é de 2% ao mês, determine o valor desse capital.

Um capital de R\$1400 foi aplicado a juros compostos em um fundo de investimento que rende 7% a.a. Qual será o juros acumulado após 24 meses?

Problemas Fase 1

Quanto receberá de juros, no fim de um semestre, uma pessoa que investiu, a juros compostos, a quantia de R\$5.000,00, à taxa de 1% ao mês?

R\$ 307,60.

Aplicando hoje na caderneta de poupança a quantia de R\$ 20.000,00, qual será o montante gerado ao final de 4 anos, sabendo que a rentabilidade mensal é de 0,5%?

R\$ 25409,78.

Determinado capital gerou, após 24 meses, um montante de R\$ 15.000,00. Sabendo que a taxa de juros é de 2% ao mês, determine o valor desse capital.

R\$9.325,82

Um capital de R\$1400 foi aplicado a juros compostos em um fundo de investimento que rende 7% a.a. Qual será o juros acumulado após 24 meses?

R\$202,86

Contribuições



- › “O sucesso nasce do querer, da determinação e persistência em se chegar a um objetivo. Mesmo não atingindo o alvo, quem busca e vence obstáculos, no mínimo fará coisas admiráveis.” [José de Alencar](#)

