Ü B U N G E N

zur Veranstaltung ***Quantencomputing*** im Studiengang Angewandte Informatik

No. 7 Martin Rehberg

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Bestimmen Sie für $2 \leq n \leq 6$ die n-ten Einheitswurzeln und zeichnen Sie diese in ein Koordinatensystem.

Aufgabe 2: Berechnen Sie

$$\sum_{k=0}^{n-1} \omega_n^{k\ell}$$

und

$$\prod_{k=0}^{n-1} \omega_n^k$$

für $\omega_n = \exp\left(\frac{2\pi i}{n}\right)$ und $1 \leq \ell < n,\ n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 3: Gegeben sei ein Quantenregister im Zustand

$$|q_3q_2q_1q_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|0000\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|0010\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}|0011\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}|1110\rangle.$$

Bestimmen Sie das Ergebnis der Messung nach $|q_3\rangle$.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Bezeichne QFT die Quanten-Fouriertransformation der Ordnung N und ω die N-te Einheitswurzel. Sei

$$M = \mathrm{QFT}^\dagger\,\mathrm{QFT}$$

und M_{rs} das Element der Matrix M in Zeile r und Spalte s. Zeigen Sie

(i.)

$$M_{rs} = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \omega^{k(s-r)}.$$

(ii.) $M_{rs} = 1$ für $r = s$.

(iii.) $M_{rs} = 0$ für $r \neq s$.

Hinweis: Sie haben damit gezeigt, dass QFT eine unitäre Transformation ist.

Aufgabe 2: Lösen Sie die (in der Vorlesung kennengelernte) Rekursionsgleichung

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n),\ T(1) = O(1)$$

der FFT für den Spezialfall $n = 2^k$.