

# Übungsblatt 1: Mathematische Notationen und grundlegende Begriffe

15. 04. 2024

## Allgemeine Hinweise

- Abgabetermin für die Lösungen ist **Kalenderwoche 18, in der Übung**.
- Die Aufgabenblätter sind in 4er Gruppen zu bearbeiten.
- Jede Gruppe MUSS jedes Aufgabenblatt bearbeiten und abgeben.
- Die Abgabe findet am Anfang von jedem Übungstermin statt.
- Jede Gruppe MUSS angeben, welche Aufgaben von dem Aufgabenblatt bearbeitet wurden.
- Auf Basis der angegebenen Aufgaben werden einzelne Gruppen nach dem Zufallsprinzip zum Vortragen der angekreuzten Aufgaben aufgerufen.
- Am Ende des Semesters sollen alle Aufgabenblätter bearbeitet worden sein, und zu jedem Aufgabenblatt sollen Aufgaben angekreuzt worden sein.

## Aufgabe 1.1: Mathematische Notationen, Mengenoperationen

Gegeben seien drei Mengen  $A = \{0, 1, 2\}$ ,  $B = \{a, b, c, d\}$  und  $C = \{?, /, a, u, d, 3, 5, 0\}$ . Beschreiben Sie bzw. geben Sie folgende Mengen oder Informationen zu einer Menge an:

- $A \cup B$
- $A \cup C$
- $(A \cup B) \cup C$
- $B \cup C$
- $\#A$ ,  $\#B$  und  $\#C$
- $A \cap B$
- $A \cap C$
- $A \cap (B \cap C)$
- $B \cap C$

- $A \setminus B$
- $A \setminus C$
- $(A \setminus B) \setminus C$
- $B \setminus C$
- $\mathcal{P}(A)$  und  $\mathcal{P}(B)$
- $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$
- $\#\mathcal{P}(A)$ ,  $\#\mathcal{P}(B)$  und  $\#\mathcal{P}(C)$  - geben Sie dabei eine Formel an, wie man die Mächtigkeit der Potenzmenge jeweils berechnen kann, und erklären Sie diese Formel.

## Aufgabe 1.2: Beweistechniken

Erklären Sie folgende Beweistechniken aus dem Skript (Teil C. *Einige formale Grundlagen von Beweistechniken*) von Prof. Reith:

- Direkte Beweise
- Kontraposition
- Widerspruchsbeweise
- Schubfachschluss
- Vollständige Induktion

Erläutern Sie die Anwendung von jeder Beweistechnik und geben Sie bei Bedarf einfache Beispiele an.

## Aufgabe 1.3: Durchführung eines Induktionsbeweises

Beweisen Sie die sogenannte Gaußsche Summenformel mit Hilfe von vollständiger Induktion.

Die Gaußsche Summenformel gibt eine geschlossene Form zur Berechnung der Summe der Zahlen von 0 bis  $n \in \mathbb{N}$  und lautet:

$$\sum_{i=0}^n i = \frac{n \times (n+1)}{2} \text{ für } \forall n \in \mathbb{N}.$$