

# Übungsblatt 6: Das Wortproblem, Zustandsautomaten

21.05.2024

## Allgemeine Hinweise

- Abgabetermin für die Lösungen ist **Kalenderwoche 23, in der Übung**.
- Die Aufgabenblätter sind in 4er Gruppen zu bearbeiten.
- Jede Gruppe MUSS jedes Aufgabenblatt bearbeiten abgeben.
- Die Abgabe findet am Anfang von jedem Übungstermin statt.
- Jede Gruppe MUSS angeben, welche Aufgaben von dem Aufgabenblatt bearbeitet wurden.
- Auf Basis der angegebenen Aufgaben werden einzelne Gruppen nach dem Zufallsprinzip zum Vortragen der angekreuzten Aufgaben aufgerufen.
- Am Ende des Semesters sollen alle Aufgabenblätter bearbeitet worden sein, und zu jedem Aufgabenblatt sollen Aufgaben angekreuzt worden sein.

## Aufgabe 6.1: Das Wortproblem - Hüllenkonstruktion

In der Vorlesung haben wir uns mit dem sogenannten WORTPROBLEM beschäftigt. Das ist das Problem, bei dem geprüft wird, ob ein Wort  $w$  zu der Sprache gehört, die durch eine Grammatik  $G$  generiert wird.

Insbesondere haben wir einen Algorithmus zur Lösung von dem WORTPROBLEM für kontextsensitive Grammatiken konstruiert. Im Kern dieses Algorithmus liegt die Konstruktion von Hüllenmengen der Form

$$T_m^n =_{\text{def}} \{w \in (N \cup \Sigma)^* \mid S \vdash^* w \text{ in } \leq m \text{ Schritten und } |w| \leq n\}$$

mit  $n, m \in \mathbb{N}$  und für eine kontextsensitive Grammatik  $G = (\Sigma, N, P, S)$ .

Geben Sie die Mengen  $T_0^4$ ,  $T_1^4$ ,  $T_2^4$ ,  $T_3^4$  und  $T_4^4$  für folgende Grammatiken an:

- $G_1 = (\Sigma_1, N_1, P_1, S_1) = (A^\dagger \cup B, \{S, A\}, \{S \rightarrow aSa, aSa \rightarrow a3Aa, A \rightarrow a\}, S)$
- $G_2 = (\Sigma_2, N_2, P_2, S_2) = (A^\dagger \cup B, \{S, A, B\}, \{S \rightarrow aA, aA \rightarrow aBb, B \rightarrow 2|3\}, S)$
- $G_3 = (\Sigma_3, N_3, P_3, S_3) = (C, \{S, A, B\}, \{S \rightarrow aAB \mid S, BA \rightarrow ba, aAB \rightarrow aab, Ab \rightarrow ab\}, S)$

mit  $A^\dagger = \{0, 1, 2, 3\}$ ,  $B = \{a, b, c, d\}$  und  $C = \{?, /, a, u, d, 3, 5, 0, 2\}$ .

## Aufgabe 6.2: Das Wortproblem - Zugehörigkeit von Wörtern

Beim konstruierten Algorithmus für das WORTPROBLEM ging es darum, dass man auf Basis der Länge des Eingabewortes  $|w| = n$  die dazugehörigen Mengen  $T_m^n$  betrachtet, bis entweder das Wort  $w$  in einer dieser Mengen gefunden wird, oder die Mengen nicht mehr wachsen, d.h. dass keine neue Elemente aufgrund der Mengenkonstruktion dazukommen.

Beantworten Sie folgende Fragen auf Basis der Sprachen und Hüllenmengen von der vorherigen Aufgabe:

- $w \in L(G_1)$  für  $w = a3aa$  ?
- $w \in L(G_1)$  für  $w = bbbb$  ?
- $w \in L(G_2)$  für  $w = aa2b$  ?
- $w \in L(G_2)$  für  $w = a2b$  ?
- $w \in L(G_3)$  für  $w = aaab$  ?
- $w \in L(G_3)$  für  $w = aab$  ?

Argumentieren Sie dabei mit der Länge des Eingabewortes und den Mengen  $T_m^n$  der Hüllenkonstruktion.

## Aufgabe 6.3: Deterministische und Nicht-deterministische endliche Zustandsautomaten

Wir betrachten Zustandsautomaten der Form  $M = (Z, \Sigma, \sigma, z_0, E)$  an, mit

- $Z$  - die endliche Menge der Zustände
- $\Sigma$  - das Alphabet
- $\sigma$  - die Überföhrungsfunktion
- $z_0$  - der Startzustand
- $E$  - die Menge der Endzustände

Stellen Sie graphisch folgende Zustandsautomaten dar:

(1)  $M_1 = (Z, \Sigma, \sigma, z_0, E)$  mit

- $Z = \{q_1, q_2, q_3\}$
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $\sigma$  - die Überföhrungsfunktion mit  $\sigma(q_1, 0) = q_1$ ,  $\sigma(q_1, 1) = q_2$ ,  $\sigma(q_2, 1) = q_2$ ,  $\sigma(q_2, 0) = q_3$ ,  $\sigma(q_3, 0) = q_2$  und  $\sigma(q_3, 1) = q_2$ .
- $z_0 = q_1$
- $E = \{q_2\}$

(2)  $M_2 = (Z, \Sigma, \sigma, z_0, E)$  mit

- $Z = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$

- $\Sigma = \{a, b, c\}$
- $\sigma$  - die Überföhrungsfunktion mit  $\sigma(q_1, a) = q_1$ ,  $\sigma(q_1, b) = q_2$ ,  $\sigma(q_2, b) = q_2$ ,  $\sigma(q_2, a) = q_3$ ,  $\sigma(q_3, c) = q_3$  und  $\sigma(q_3, a) = q_4$ .
- $z_0 = q_1$
- $E = \{q_2, q_4\}$

(3)  $M_3 = (Z, \Sigma, \sigma, z_0, E)$  mit

- $Z = \{q_1, q_2\}$
- $\Sigma = \{0, 1\}$
- $\sigma$  - die Überföhrungsfunktion mit  $\sigma(q_1, 0) = q_2$  und  $\sigma(q_2, 1) = q_1$ .
- $z_0 = q_1$
- $E = \{q_2\}$

(4)  $M_4 = (Z, \Sigma, \sigma, z_0, E)$  mit

- $Z = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $\sigma$  - die Überföhrungsfunktion mit  $\sigma(\emptyset, a) = \emptyset$ ,  $\sigma(\emptyset, b) = \emptyset$ ,  $\sigma(\{1\}, b) = \{1\}$ ,  $\sigma(\{1\}, a) = \emptyset$  und  $\sigma(\{1\}, b) = \{2\}$ ,
- $z_0 = \{1\}$
- $E = \{\{1\}\}$

(5)  $M_5 = (Z, \Sigma, \sigma, z_0, E)$  mit

- $Z = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $\sigma$  - die Überföhrungsfunktion mit  $\sigma(\emptyset, a) = \emptyset$ ,  $\sigma(\emptyset, b) = \emptyset$ ,  $\sigma(\{1\}, a) = \emptyset$ ,  $\sigma(\{1\}, b) = \{2\}$ ,  $\sigma(\{2\}, b) = \{1, 2\}$ ,  $\sigma(\{1\}, b) = \emptyset$
- $z_0 = \{1\}$
- $E = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$