Künstliche Intelligenz

Prof. Dr. Dirk Krechel
Hochschule RheinMain

Hochschule RheinMain
University of Applied Sciences
Wiesbaden Rüsselsheim Geisenheim

Inhalte

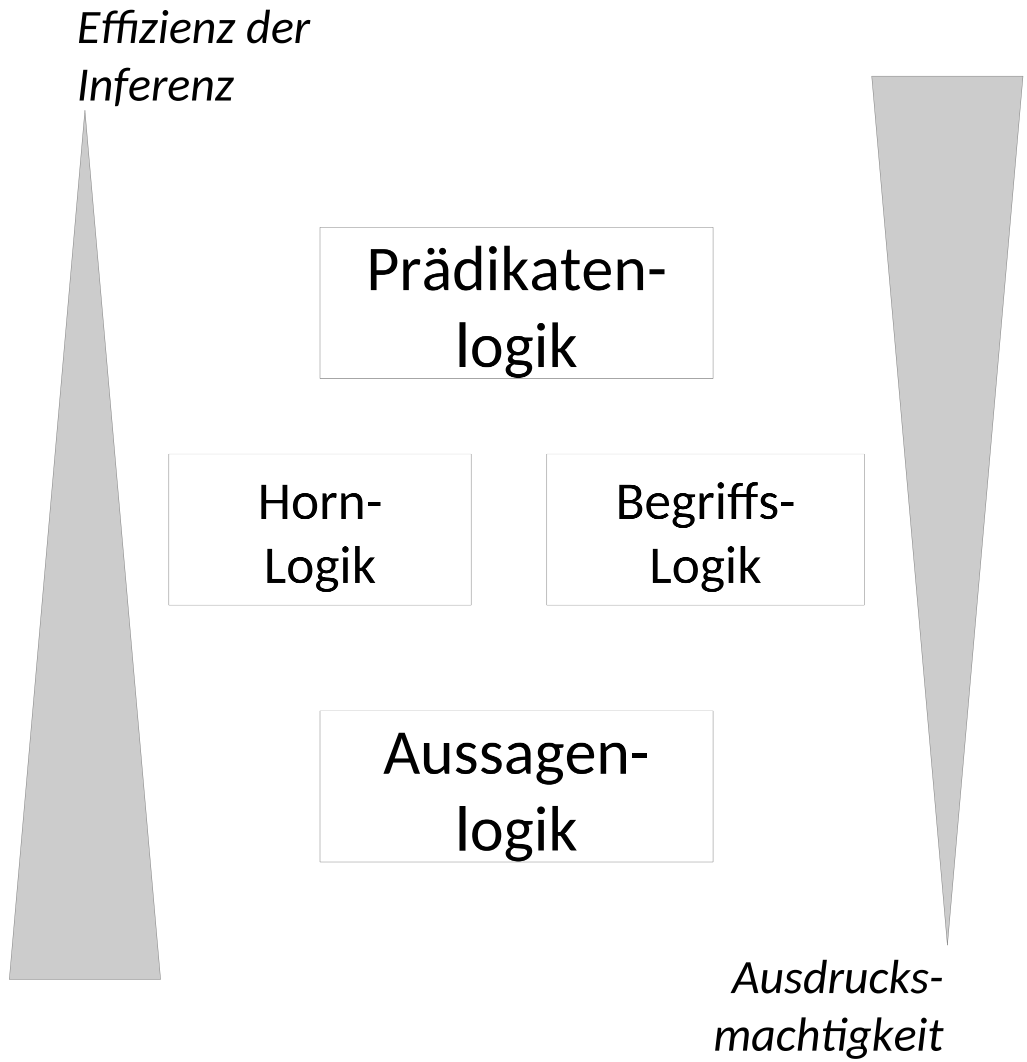
- **Symbolische Verfahren, Logik**
  - Aussagenlogik, Prädikatenlogik
  - Horn Logik, Prolog

Prof. Krechel

- Suchen und Bewerten
  - Problemlösen durch Suche
    - Uninformierte Suche
    - Heuristische Suche
    - Spielbäume

Symbolische Verfahren – Logik

- Logik
  - Verwendung der mathematischen Deduktion
  - um neues Wissen abzuleiten
- Prädikatenlogik
  - Mächtiges Repräsentations-werkzeug
  - Von vielen KI und anderen Programmen verwendet
- Aussagenlogik
  - Nur Repräsentation einfacher Sachverhalte,
    weniger mächtig als Prädikatenlogik
  - Von vielen KI und anderen Programmen verwendet



Aussagenlogik

- Symbole stellen *Propositionen* (Aussagen) dar
  - p, „Es regnet“
- Eine Proposition ist entweder *WAHR* (true) oder *FALSCH* (false)
  - *Belegen* der Proposition mit einem Wahrheitswert
  - Es regnet wirklich, „Es regnet“ ist WAHR
- Propositionen können mit *Booleschen Verknüpfungen* zu *komplexen Formeln* zusammengesetzt werden
  - $p \vee q$, „Es regnet“ $\Rightarrow$ „die Strasse ist nass“
- Formeln sind Sachverhalte die entweder WAHR oder FALSCH sind
  - Je nach dem Wahrheitswert der Propositionen

Aussagenlogik – Syntax

- Propositionen:
  - Symbole
  - Zum Beispiel p, q, r, s, P, Q, R, S …
- Konstanten
  - spezielle Propositionen
  - WAHR, FALSCH
- Logische Verknüpfungen
  - $\wedge$ UND, Konjunktion
  - $\vee$ ODER, Disjunktion
  - $\Rightarrow$ Implikation, Bedingung (If-then)
  - $\Leftrightarrow$ Äquivalenz
  - $\neg$ Negation (unär)
  - () Klammern (Gruppierung)

Definition: Aussagenlogische Formel

- Definition: Aussagenlogische Formel
  1. WAHR (true), FALSCH (false) und
     jedes Propositionssymbol p, q, r, P,Q,R, …
     ist eine aussagenlogische Formel
  2. Wenn α und β aussagenlogische Formeln sind dann sind es auch
     - (α)
     - $(\alpha \wedge \beta)$
     - $(\alpha \vee \beta)$
     - $(\alpha \Rightarrow \beta)$
     - $(\alpha \Leftrightarrow \beta)$
     - $(\neg \alpha)$
- Formeln werden nur durch die Regeln 1. und 2. gebildet.
- Einführung von Bindungsregeln zur Vermeidung übermäßig vieler Klammern
  – Bindungsstärke (aufsteigend): $\Leftrightarrow$, $\Rightarrow$, $\vee$, $\wedge$, $\neg$
  – Gleicher Operator: Annahme Bindung von links nach rechts

Beispiele

- $(p \vee q) \Rightarrow r$
  - Wenn p oder q wahr ist, dann ist auch r wahr

- $p \Leftrightarrow (q \wedge r)$
  - Wenn p wahr ist, dann ist sowohl q als auch r wahr und wenn
    sowohl q als auch r wahr sind, dann ist auch p wahr
  - Alternativ: p ist wahr genau dann wenn (gdw)
    sowohl q als auch r wahr ist

- $\neg p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
  - Wenn p falsch ist, dann muss wenn q wahr ist auch r wahr sein

Definition: Interpretation

- Eine Interpretation weist jeder Proposition eine Bedeutung zu, hier ein Wahrheitswert 0 oder 1
- Für eine Menge von Propositionen, kann es viele verschiedene Interpretationen geben
- Eine Interpretation ist eine Funktion

  I: {p, q, r, P, Q, R, ... } $\rightarrow$ {0, 1},

  die jeder Proposition einen Wert 0 or 1 zuweist.
- Interpretationen können wie folgt auf Formeln erweitert werden:

$$I(\neg \alpha) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } I(\alpha) = 1 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$I(WAHR) = 1 \qquad I(FALSCH) = 0$$

$$I((\alpha)) = I(\alpha)$$

$$I(\alpha \vee \beta) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } I(\alpha) = 1 \text{ oder } I(\beta) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$I(\alpha \wedge \beta) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } I(\alpha) = 1 \text{ und } I(\beta) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$I(\alpha \Leftrightarrow \beta) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } I(\alpha) = I(\beta) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$I(\alpha \Rightarrow \beta) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } I(\alpha) = 1 \text{ und } I(\beta) = 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

Erweiterung Interpretation – Alternativ

- Konstanten: $I(\text{true}) = 1$
  $I(\text{false}) = 0$
- Klammern: $I((\alpha)) = I()$
- Negation: $I(\neg \alpha) = 1 - I()$
- Oder: $I(\alpha \vee \beta) = \max(I(\alpha), I(\beta))$
- Und: $I(\alpha \wedge \beta) = \min(I(\alpha), I(\beta))$
- Äquivalenz: $I(\alpha \Leftrightarrow \beta) = 1 - |I(\alpha) - I(\beta)|$
- Implikation: $I(\alpha \Rightarrow \beta) = \max(I(\neg\alpha), I(\beta))$

Beispiel

- Formel $\alpha = (p \vee q) \Rightarrow r$
- Interpretation I_1:
  - $I_1(p) = 1$
  - $I_1(q) = 0$
  - $I_1(r) = 1$

dann $I_1(\alpha) = 1$

$$\underbrace{\underbrace{I_1(p) = 1 \qquad I_1(q) = 0}_{I_1(p \vee q) = 1} \qquad I_1(r) = 1}_{I_1((p \vee q) \Rightarrow r) = 1}$$

- Interpretation I_2:
  - $I_2(p) = 1$
  - $I_2(q) = 1$
  - $I_2(r) = 0$

dann $I2(\alpha) = 0$

Wahrheitstabellen

- Wahrheitstabellen
  - Beschreibung aller möglichen Interpretationen von Propositionen
    und damit Formeln
  - Bei n Propositionen 2^n Zeilen

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1

Erfüllbar, Allgemeingültig, Widerspruchsvoll

- Eine aussagenlogische Formel α ist *erfüllbar* gdw
  es existiert eine Interpretation I mit $I(\alpha)=1$
- Eine aussagenlogische Formel α ist *allgemeingültig* (ist eine *Tautologie*) gdw
  α ist unter allen möglichen Interpretationen wahr,
  das heißt gdw für alle Interpretationen I gilt: $I(\alpha)=1$
- Eine aussagenlogische Formel α ist *widerspruchsvoll* (*inkonsistent*) gdw
  α ist unter allen möglichen Interpretationen falsch,
  das heißt gdw für alle Interpretationen I gilt: $I(\alpha)=0$
- Es gelten die folgenden Zusammenhänge:
  - α ist widerspruchsvoll gdw
    α ist nicht erfüllbar gdw
    $\neg\alpha$ ist allgemeingültig

Beispiele

- p — ist erfüllbar aber nicht allgemeingültig
  es gibt zwei Interpretationen: I_1: $I_1(P)=1$ I_2: $I_2(P)=0$

- $p \wedge \neg p$ — ist widerspruchsvoll
- $p \vee \neg p$ — ist allgemeingültig (und natürlich erfüllbar)
- $p \wedge q \Rightarrow p$ — ist allgemeingültig (um falsch zu werden müßte links von $\Rightarrow$ 1 und rechts 0 stehen, dann wäre aber p rechts 0, aber dann wäre auch links eine 0, was nicht sein soll, also immer 1; alternativ alle Interpretationen prüfen)

- $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$ — ist allgemeingültig
- $p \wedge p \Leftrightarrow p$ — ist allgemeingültig

Definition: Semantische Folgerung

- Eine Formel β *folgt semantisch* aus einer Formel α gdw
  für jede Interpretation I gilt, dass wenn $I(\alpha)=1$ dann $I(\beta) = 1$.
  Wir schreiben: $\alpha \models \beta$
- Es gilt: $\alpha \models \beta$ gdw $\alpha \Rightarrow \beta$ ist allgemeingültig

- Eine Formel β *folgt semantisch* aus einer Menge von Formeln
  $\Sigma = \{ \alpha_1 ,\dots, \alpha_n \}$ gdw
  für jede Interpretation I gilt, dass wenn $I(\alpha_1)=1$ und … und $I(\alpha_n)=1$
  dann ist auch $I(\beta) = 1$.
  Wir schreiben: $\Sigma \models \beta$
- Es gilt: $\Sigma \models \beta$ gdw $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta$ ist allgemeingültig

Erfüllbar, Allgemeingültig, Widerspruchsvoll

- Eine Menge von aussagenlogischen Formeln $\Sigma = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$ ist *erfüllbar* gdw es existiert eine Interpretation I unter der alle Formeln α_i wahr sind, das heißt $I(\alpha_i)=1$ für i=1…n

- Eine Menge von aussagenlogischen Formeln $\Sigma = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$ ist *allgemeingültig* (ist eine *Tautologie*) gdw jede Formel α_i allgemeingültig ist
- Wenn $\Sigma = \emptyset$, dann ist Σ allgemeingültig

- Eine Menge von aussagenlogischen Formeln $\Sigma = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$ ist *widerspruchsvoll* (*inkonsistent*) gdw es gibt keine Interpretation I mit $I(\alpha_i)=1$ für i=1…n.

Beispiele

- $p \models p$
- $p \wedge q \models p$
- $\{ p, q \} \models p$
- $p \wedge \neg p \models q$
- $p \wedge \neg p \models q \wedge \neg q$
- $\{ p, q \vee r \} \models (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

- $\{ p, \neg p \wedge \neg q \}$ ist widerspruchsvoll
- $\{ p, \neg p \vee \neg q \}$ ist erfüllbar
- $\{ p \vee \neg p \}$ ist allgemeingültig

Äquivalenz

- Definition: Zwei aussagenlogische Formeln α und β sind äquivalent gdw

  $\alpha \Leftrightarrow \beta$ ist allgemeingültig
  Wir schreiben $\alpha \approx \beta$
- Einige wichtige Äquivalenzen:
  - Negation: $p \approx \neg\neg p$
  - Idempotenz: $p \wedge p \approx p$ $\quad p \vee p \approx p$
  - Kommutativität: $p \wedge q \approx q \wedge p$ $\quad p \vee q \approx q \vee p$
  - Assoziativität: $(p \wedge q) \wedge r \approx q \wedge (p \wedge r)$ $\quad (p \vee q) \vee r \approx q \vee (p \vee r)$
  - Distributivität: $p \vee (q \wedge r) \approx (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
    $p \wedge (q \vee r) \approx (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
  - De Morgan: $\neg(p \wedge q) \approx \neg p \vee \neg q$ $\quad \neg(p \vee q) \approx \neg p \wedge \neg q$
  - Transformation von Implikation and Äquivalenz:
    - $p \Rightarrow q \approx (\neg p \vee q)$
    - $p \Leftrightarrow q \approx (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
- Beweis durch Betrachtung aller möglichen Interpretationen

Normalformen

- Eine aussagenlogische Formel α ist in *konjunktiver Normalform (CNF, KNF)*, wenn sie die folgende Form hat:
  - $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_m$ und
  - jede Teilformel α_i (*Klausel*) hat die Form $\alpha_{i1} \vee \alpha_{i2} \vee \ldots \vee \alpha_{ik_i}$
  - jedes α_{ij} (*Literal*) ist entweder von der Form p oder ¬p für ein beliebiges Propositionssymbol p

Die *konjunktive Normalform* ist eine Konjunktion von Disjunktionen

- Eine aussagenlogische Formel α ist in *disjunktiver Normalform (DNF)*, wenn sie die folgende Form hat:
  - $\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \vee \alpha_m$ und
  - jede Teilformel α_i hat die Form $\alpha_{i1} \wedge \alpha_{i2} \wedge \ldots \wedge \alpha_{ik_i}$ und
  - jede α_{ij} (Literal) ist entweder von der Form p oder ¬p für ein beliebiges Propositionssymbol p

Die *diskjunktive Normalform* ist eine Disjunktion von Konjunktionen

Transformation in Normalformen

- Jede Formel kann durch Anwendung der Äquivalenzen in eine äquivalente Formel in konjunktiver beziehungsweise disjunktiver Normalform überführt werden

- Beispiele:
  - $p \wedge q \Rightarrow r \quad \approx \quad (\neg (p \wedge q)) \vee r$
    $\approx \quad (\neg p \vee \neg q) \vee r$
    $\approx \quad \neg p \vee \neg q \vee r$
    DNF und ebenfalls (!) CNF
  - $p \wedge (q \vee \neg r) \quad \approx \quad (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg r)$
    CNF — DNF

Systematische Transformation in CNF

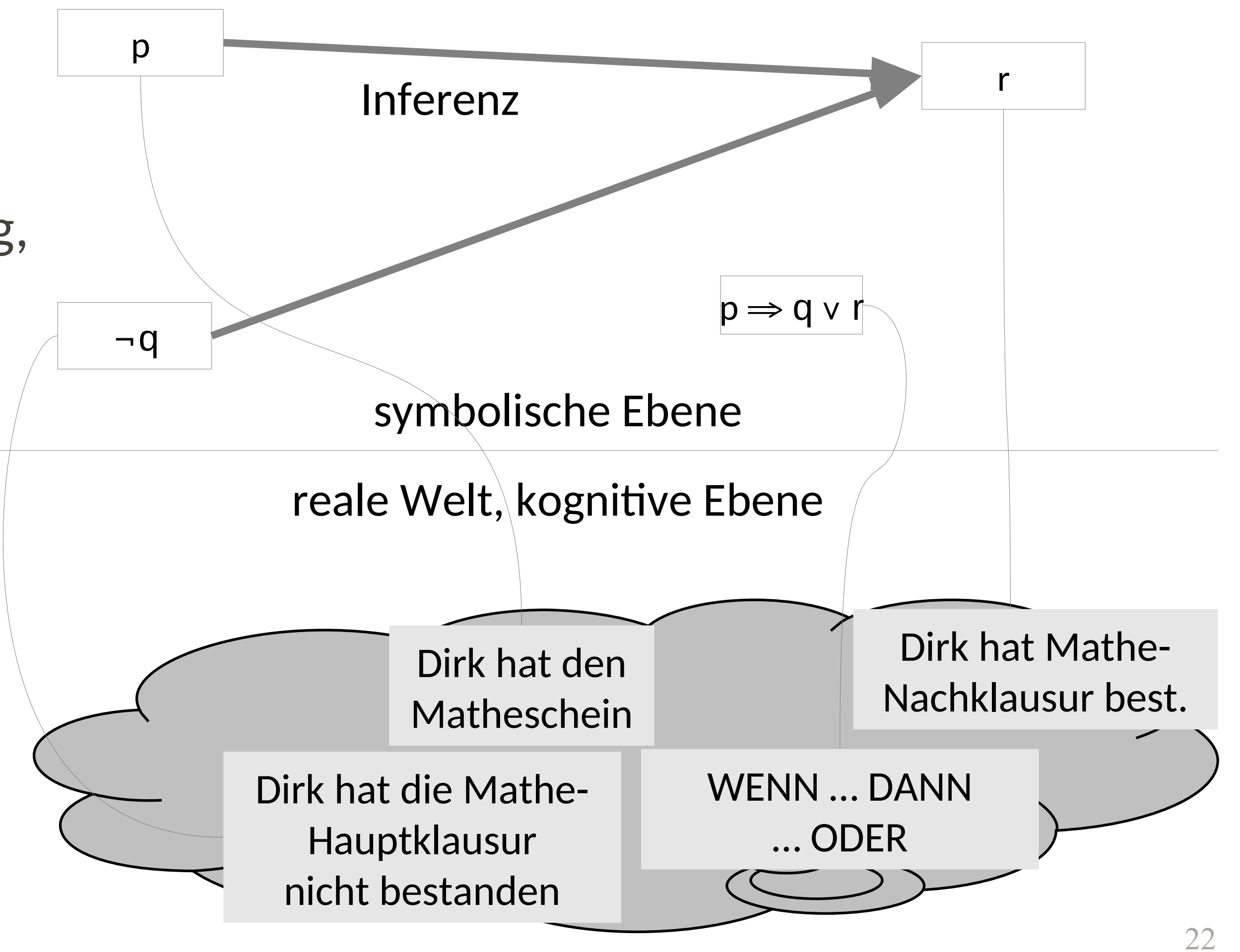
- Entfernen von Implikationen und Äquivalenzen.
  - *aus* $x \Rightarrow y$ wird $\neg x \vee y$
  - *aus* $x \Leftrightarrow y$ wird $(\neg x \vee y) \wedge (\neg y \vee x)$
- Reduzierung des Gültigkeitsbereiches von Negationen auf ein einzelnes Symbol:
  - *aus* $\neg (\neg x)$ wird x
  - *aus* $\neg(x \vee y)$ wird $(\neg y \wedge \neg x)$
  - *aus* $\neg(x \wedge y)$ wird $(\neg y \vee \neg x)$
- Verwendung der Distributivgesetze zur Konvertierung in eine Konjunktion von Disjunktionen
  - *aus* $(p \wedge q) \vee r$ wird $(p \vee r) \wedge (q \vee r)$

Aussagenlogik zur Wissensrepräsentation

- Wissensrepräsentation
  - Gegeben: Wissensbasis als Menge aussagenlogischer Formeln Σ
  - Ziel: Anfrage an Wissensbasis als aussagenlogische Formel β formuliert. Ist die Anfrage wahr oder falsch unter Berücksichtigung des Wissens in der Wissensbasis Σ? Folgt β semantisch aus Σ? Gilt also $\Sigma \models \beta$?
- Beispiel
  - Wissensbasis:
    - WENN “Dirk hat den Mathe-Schein” DANN
“Dirk hat die Mathe-Hauptklausur bestanden” ODER
“Dirk hat die Mathe-Nachklausur bestanden”
    - “Dirk hat den Mathe-Schein”
    - “Dirk hat die Mathe-Hauptklausur nicht bestanden”
  - Frage: Gilt “Dirk hat die Mathe-Nachklausur bestanden”?

Symbolische Wissensrepräsentation

- *Formalisieren*:
  Wissen der realen Welt in Symbole tranformieren
- *Schlussfolgern*:
  Kalkül zur korrekten Symbolverarbeitung, Herleiten von korrekten Aussagen
- *Interpretation*:
  Symbole zurück in Wissen der realen Welt



Semantische Folgerung

- Satz: $\Sigma \models \beta$ gdw $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ ist widerspruchsvoll
- Beweis:
  - $\Rightarrow$:
    Annahme $\Sigma=\{\alpha_1,\ldots,\alpha_n\} \models \beta$ gilt.
    Dann gilt für jede Interpretation I mit $I(\alpha_1)=1$, … und $I(\alpha_n)=1$, dass $I(\beta)=1$ und daher $I(\neg\beta) = 0$. Es gibt also keine Interpretation mit $I(\alpha_1)=1$, … und $I(\alpha_n)=1$, und $I(\neg\beta) = 1$. Folglich ist $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ widerspruchsvoll.
  - $\Leftarrow$:
    Annahme $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ ist widerspruchsvoll.
    Dann gibt es keine Interpretatation mit $I(\alpha_1)=1$, … und $I(\alpha_n)=1$, und $I(\neg\beta) = 1$. Falls also $I(\alpha_1)=1$, … und $I(\alpha_n)=1$ gilt, dann muss $I(\neg\beta) = 0$ gelten. Daher muss falls $I(\alpha_1)=1$, … und $I(\alpha_n)=1$ gilt, auch $I(\beta) = 1$ gelten. Folglich gilt $\Sigma \models \beta$.

Entscheidung semantischer Folgerung

- Benötigt wird Kalkül oder Algorithmus, der $\Sigma \models \beta$ zeigt indem zum Beispiel gezeigt wird, dass $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ widerspruchsvoll ist.
- Idee – vollständige Aufzählung, suche Modell
  - Konstruiere alle Interpretationen
    - Bei n verschiedenen Propositionssymbolen sind das 2^n Interpretationen
  - Für jede Interpretation I prüfe of $I(\alpha) = 1$ für alle $\alpha \in \Sigma \cup \{\neg\beta\}$.
    - Falls eine gefunden wird,
      dann ist $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ nicht widersprüchlich und folglich gilt $\Sigma \models \beta$ nicht.
    - Falls keine gefunden wird,
      dann ist $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ widersprüchlich und folglich gilt $\Sigma \models \beta$.
- Problem
  - **Vollständige** Aufzählung
  - Theoretisch möglich in der Aussagenlogik, aber meist prohibitiv teuer
  - Auch praktisch nicht mehr möglich in der Prädikatenlogik

Inferenzkalkül

- Ziel:
  - Aussagenlogische Formeln direkt syntaktisch manipulieren
  - Erzeugen von *korrekten* aussagenlogischen Formeln
- *Inferenzkalkül*
  - Vorschriften oder *Inferenzregeln*
  - Aus gegebenen aussagenlogischen Formeln
    neue aussagenlogische Formen generieren
- Definition: Eine Formel β *folgt syntaktisch* aus einer Formelmenge $\Sigma=\{\alpha_1,\ldots,\alpha_n\}$ und Inferenzregeln IR gdw
  - Es gibt eine Folge von $\Sigma=\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2, \ldots$ mit β aus einem Σ_i
  - $\Sigma_{i+1} = \Sigma_i \cup \{\gamma_i\}$; und γ_i und entsteht aus Anwendung einer Regel in IR auf Σ_i
  - Wir schreiben: $\Sigma_i \vdash \gamma_i$, $\Sigma \vdash^* \beta$ oder kurz $\Sigma \vdash \beta$ und $\Sigma_i \vdash \Sigma_j$ für $i \leq j$;
    um explizit auf IR hinzuweisen schreibt man auch $\vdash_{IR}$ statt $\vdash$

Korrektheit und Vollständigkeit

- Ziel
  - Ein Kalkül soll *vollständig* sein:
    Alles was (semantisch) korrekt ist soll (syntaktisch) herleitbar sein.
  - Ein Kalkül soll *korrekt* sein:
    Alles was (syntaktisch) hergleitet werden kann soll (semantisch) korrekt sein.
- Korrektheit und Vollständigkeit: $\vdash = \models$
  - Korrektheit: Für alle Σ, β gilt: Falls $\Sigma \vdash \beta$ gilt, dann gilt $\Sigma \models \beta$.
  - Vollständigkeit: Für alle Σ, β gilt: Falls $\Sigma \models \beta$ gilt, dann gilt $\Sigma \vdash \beta$.

- Satz: Es gibt einen korrekten und vollständigen Kalkül
  für die Aussagenlogik

Inferenzkalkül

- Inferenzkalkül
  - Ein Inferenzkalkül besteht aus einer Menge von Inferenzregeln
  - Jede Inferenzregel soll eine neue Formel aus vorhandenen Formeln herleiten können
- Inferenzregel
  - Eine Inferenzregel besteht aus einer Prämisse und einer Konklusion
  - *Prämisse*: Ein Muster, auf das eine Teilmenge der vorhandenen Menge von Formeln Σ_i passt
  - *Konklusion*: Eine Formel γ_i, die abgeleitet werden kann
  - Hinweis: Vorhandene Formeln können nicht entfernt werden
    - Für Korrektheit und Vollständigkeit ist das vollkommen in Ordnung
    - In Praxis auch Vereinfachungsregeln, die Formeln entfernen
- Notation Inferenzregel
  - Falls Variablen in der Prämisse durch aussagenlogische Literale ersetzt werden und die entsprechenden Formeln existieren, dann kann man die entsprechend ersetzte Konklusion der Formelmenge hinzufügen

$$\frac{\text{Prämisse}}{\text{Konklusion}}$$

Beispiele von Inferenzregeln

- Modus Ponens: $$\frac{x \Rightarrow y,\ x}{y}$$

  Falls *x* ⇒*y gilt und x gilt, dann kann man y hinzufügen. x und y sind durch beliebige Literale zu ersetzen.*

- Und-Elminination: $$\frac{x_1 \wedge x_2 \ldots x_{n-1} \wedge x_n}{x_i}$$
- Und-Einführung: $$\frac{x_1, x_2, \ldots x_{n-1}, x_n}{x_1 \wedge x_2 \ldots x_{n-1} \wedge x_n}$$
- Oder Einführung: $$\frac{x_1}{x_1 \vee x_2 \ldots x_{n-1} \vee x_n}$$
- Elminiation doppelter Negation: $$\frac{\neg\ \neg\ x}{x}$$
- Resolution: $$\frac{x_1 \vee x_2 \ldots x_n \vee z, \quad \neg z \vee y_1 \vee y_2 \ldots y_m}{x_1 \vee x_2 \ldots \vee x_n \vee y_1 \vee y_2 \ldots y_m}$$

Resolutionskalkül

- Normalisierung, Σ
  - Transformiere alle Formeln der Wissensbasis in CNF
  - Für jede Formel nehme jedes Konjunktionsglied als separate Formel auf
  - Die so entstehende neue Formelmenge Σ enthält jetzt nur noch Disjunktionen von Literalen (eventuell negierten Propositionssymbolen)
- Herleitung einer Anfrage β aus Σ
  - Idee: Zeige, dass β aus Σ folgt, da $\{\neg\beta\} \cup \Sigma$ widerspruchsvoll ist
  - Transformiere die Negation der Anfrage $\neg\beta$ (Beweisziel) in CNF
  - Füge Ergebnis dieser Transformation zu Σ hinzu
  - Verwende die Resolution als Inferenzregel um die leere Konklusion herzuleiten (ein Widerspruch)
  - Falls die leere Konklusion hergleitet werden kann, dann ist die erzeugte Formelmenge, $\{\neg\beta\} \cup \Sigma$ in CNF, widerspruchsvoll

Resolutionskalkül – Beispiel/1

- Wissensbasis:
  p,
  $(p \wedge q) \Rightarrow r$
  $(s \vee t) \Rightarrow q$,

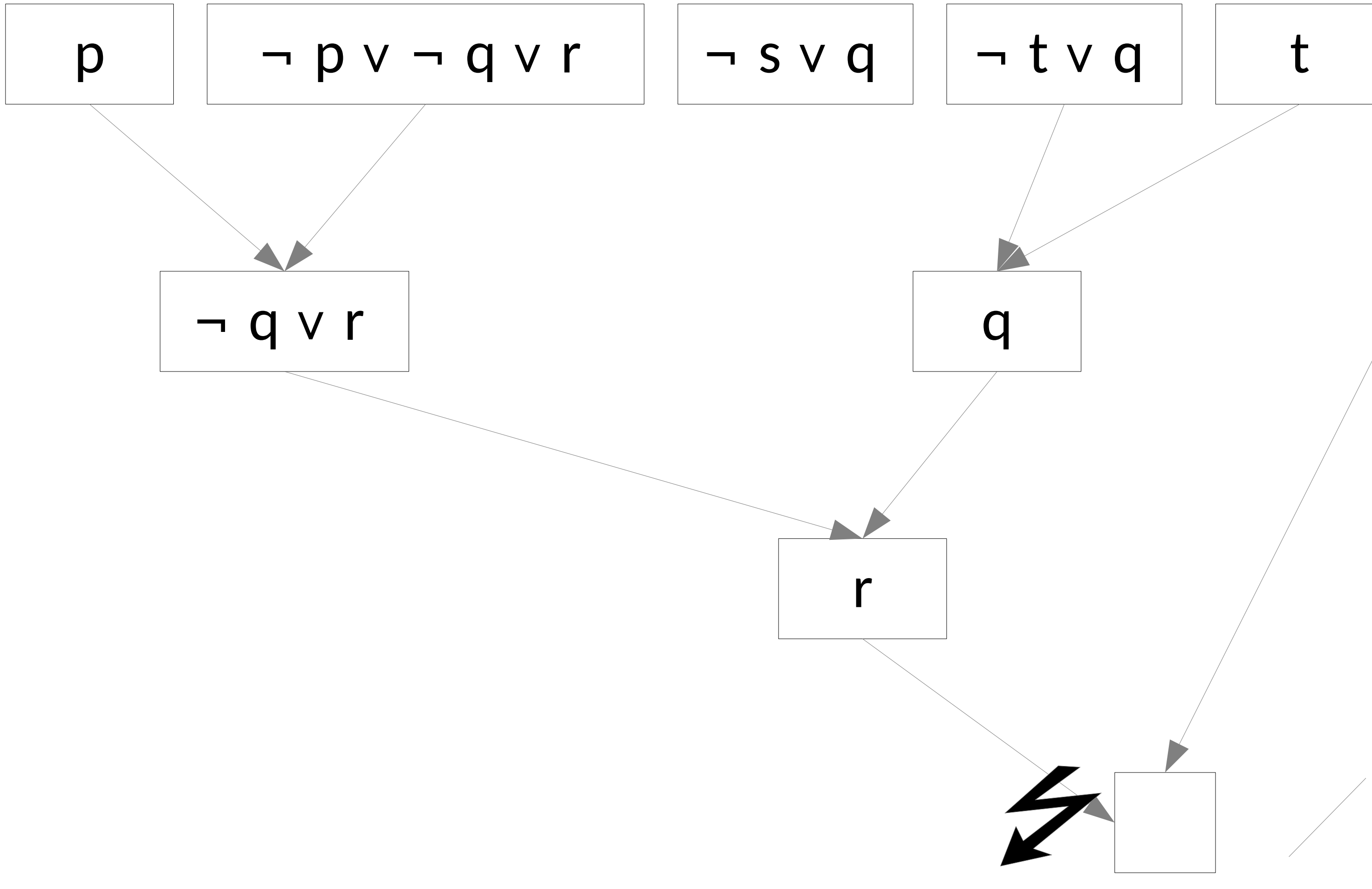
  t
- Anfrage:
  r

- Wissensbasis in CNF
  p,
  $\neg p \vee \neg q \vee r$,
  $\neg s \vee q$,
  $\neg t \vee q$,
  t
- Negation der Anfrage in CNF
  $\neg r$

p	$\neg p \vee \neg q \vee r$	$\neg s \vee q$	$\neg t \vee q$	t	$\neg r$

Anfrage folgt aus Wissenbasis wenn diese Klauselmenge widerspruchsvoll ist

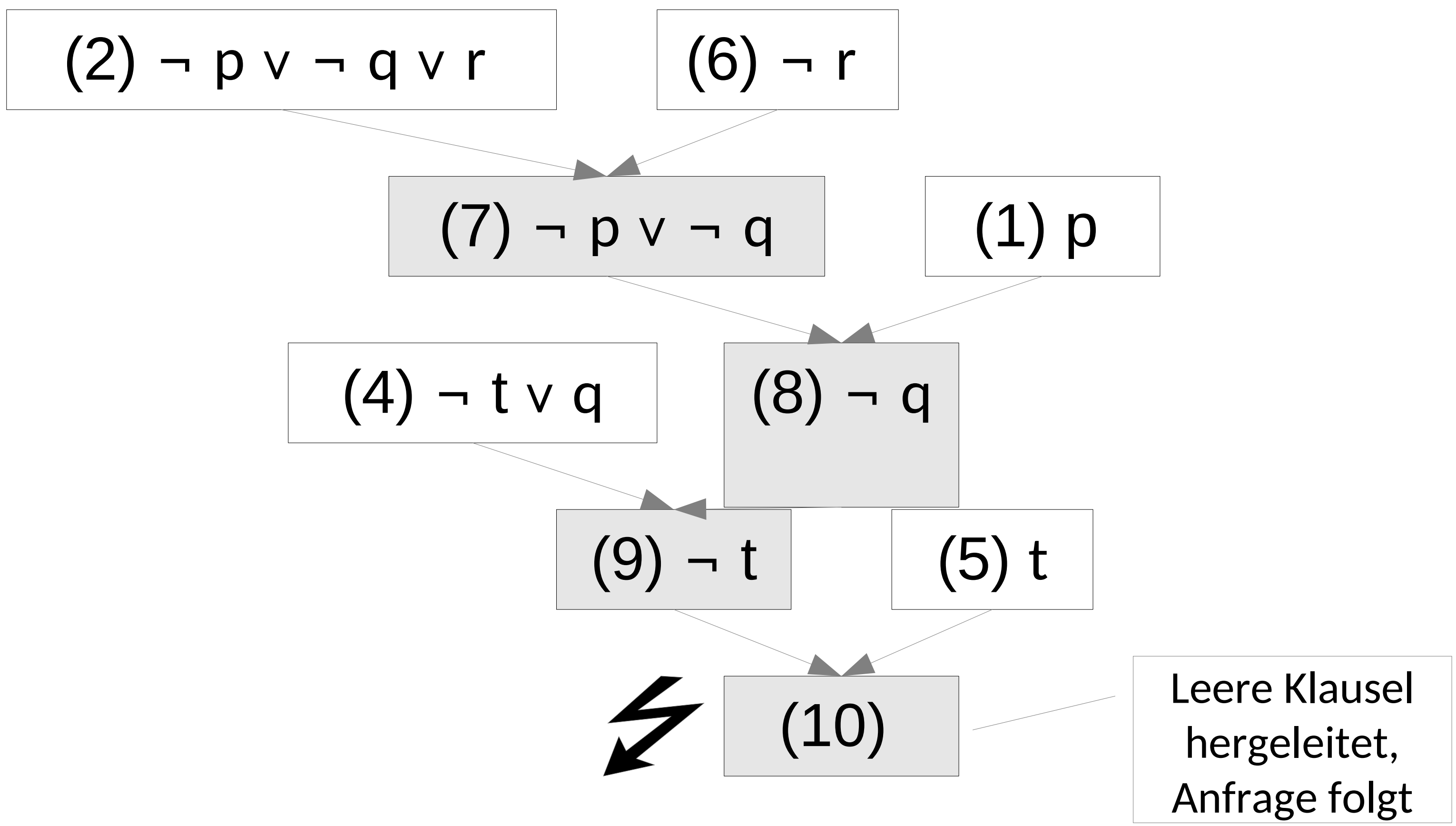
Resolutionskalkül – Beispiel/2



Leere Klausel hergeleitet, Anfrage folgt

Resolutionskalkül – Beispiel/3

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
p	¬ p v ¬ q v r	¬ s v q	¬ t v q	t	¬ r



Resolutionskalkül – Beispiel/4

- Propositionen
  - Joe ist klug: p
  - Joe mag Eishockey: q
  - Joe geht ins Stadion: r
  - Joe ist Kanadier: s
  - Joe fährt Schlittschuh: t

Wissensbasis in CNF plus negierte Anfrage

Wissensbasis		
– Joe ist klug:	p	p
– Wenn Joe klug ist und wenn Joe Eishockey mag, dann geht Joe ins Stadion:	$p \wedge q \Rightarrow r$	$\neg p \vee \neg q \vee r$
– Wenn Joe Kanadier ist oder wenn Joe Schlittschuh fährt, dann mag Joe Eishockey:	$s \vee t \Rightarrow q$	$\neg s \vee q$ $\neg t \vee q$
– Joe fährt Schlittschuh	s	s
Anfrage		
– Geht Joe ins Stadion?	r	$\neg r$

Resolutionskalkül – Beispiel/5

(1) Joe ist klug

(2) Joe ist nicht klug oder Joe mag kein Eishockey oder Joe geht ins Stadion

(3) …

(4) Joe fährt nicht Schlittschuh oder Joe mag Eishockey

(5) Joe fährt Schlittschuh

(6) Joe geht nicht ins Stadion

(2) Joe ist nicht klug oder Joe mag kein Eishockey oder Joe geht ins Stadion

(6) Joe geht nicht ins Stadion

(7) Joe ist nicht klug oder Joe mag kein Eishockey

(1) Joe ist klug

(4) Joe fährt nicht Schlittschuh oder Joe mag Eishockey

(8) Joe mag kein Eishockey

(9) Joe fährt nicht Schlittschuh

(5) Joe fährt Schlittschuh

(10) (kann nicht sein)

Leere Klausel hergeleitet, Anfrage folgt

Grenzen der Aussagenlogik

- Aussagenlogik
  - Annahme: Alles kann mit einfachen Fakten (Propositionen) ausgedrückt werden
  - Die Ausdrucksstärke ist beschränkt
- Ausblick – Prädikatenlogik
  - Sachverhalte der Welt modellieren mit Relationen und Eigenschaften
  - Prädikatenlogik stellt diese Modellierungselemente bereit