



ÜBUNGEN

zur Veranstaltung **Quantencomputing** im Studiengang Angewandte Informatik

No. 3

Martin Rehberg

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass das Toffoli-Gatter

$$T : \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}^3, \quad T(a, b, c) := (a, b, (a \cdot b) \oplus c).$$

universell ist, indem Sie zeigen das

- (i) NOT(a)
- (ii) AND(a, b)
- (iii) OR(a, b)

mittels Toffoli-Gattern beschrieben werden kann. Zeigen Sie im Anschluss, dass das Toffoli-Gatter auch umkehrbar ist.

Hinweis: Verwenden Sie die Hilfsfunktion $\text{BIT}_3(a, b, c) = c$.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie das Tensorprodukt $A \otimes B$ und $B \otimes A$ der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3: Zeigen Sie, dass der Zustand

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\sqrt{3}|00\rangle - \sqrt{3}|01\rangle + |10\rangle - |11\rangle \right)$$

separabel ist.

Übungsaufgaben

Aufgabe 1: Implementieren Sie den n -Bit Zufallsgenerator so, dass dieser ein Zufallsbyte erzeugt.

Aufgabe 2: Der Zustand eines Quantenregisters bestehend aus drei Qubits sei

$$|q_2 q_1 q_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|000\rangle + \frac{1}{2}|100\rangle + \frac{1}{\sqrt{8}}|101\rangle + \frac{1}{\sqrt{8}}|111\rangle$$

Bestimmen Sie das Ergebnis der Messung, wenn Sie

- (i) $|q_0\rangle$ messen.
- (ii) $|q_2\rangle$ messen.

Aufgabe 3: Zur Verdeutlichung von Kontrollqubit und Zielqubit schreibt man auch CNOT_{ij} für das CNOT-Gatter mit Kontrollqubit i und Zielqubit j . In diesem Sinne gilt $\text{CNOT} = \text{CNOT}_{10}$ für das kennengelernte Gatter $\text{CNOT} : |x, y\rangle \mapsto |x, x \oplus y\rangle$. Das lässt sich vertauschen:

Sei $\text{CNOT}_{01} : |x, y\rangle \mapsto |x \oplus y, y\rangle$ das CNOT-Gatter *mit Kontrolle im 2. Qubit*.

- (i) Zeigen Sie, dass CNOT_{01} eine unitäre Transformation beschreibt.
- (ii) Konstruieren Sie CNOT_{01} aus CNOT und vier Hadamard-Gattern.