

Übungsblatt 4: Chomsky Hierarchie, Grammatiken, Ableiten und Eigenschaften

07. 05. 2024

Allgemeine Hinweise

- Abgabetermin für die Lösungen ist **Kalenderwoche 21, in der Übung**.
- Die Aufgabenblätter sind in 4er Gruppen zu bearbeiten.
- Jede Gruppe MUSS jedes Aufgabenblatt bearbeiten abgeben.
- Die Abgabe findet am Anfang von jedem Übungstermin statt.
- Jede Gruppe MUSS angeben, welche Aufgaben von dem Aufgabenblatt bearbeitet wurden.
- Auf Basis der angegebenen Aufgaben werden einzelne Gruppen nach dem Zufallsprinzip zum Vortragen der angekreuzten Aufgaben aufgerufen.
- Am Ende des Semesters sollen alle Aufgabenblätter bearbeitet worden sein, und zu jedem Aufgabenblatt sollen Aufgaben angekreuzt worden sein.

Aufgabe 4.1: Ableitungen und Eigenschaften von kontextfreien und kontextsensitiven Sprachen

Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben. Geben Sie dabei an, ob es sich um eine kontextfreie oder kontextsensitive Sprache handelt.

- Gegeben sei die Grammatik $G_1 = (\{a, b, c\}, \{S, B\}, \{S \rightarrow aSBc, S \rightarrow abc, cB \rightarrow Bc, bB \rightarrow bb\}, S)$. Geben Sie die Sprache $L(G_1)$ an.
- Sei $G_2 = (\{0, 1\}, N, P, S)$ eine Chomsky-Grammatik, wobei $N = \{S\}$ und $P = \{S \rightarrow \epsilon, S \rightarrow 0S0, S \rightarrow 1S1\}$. Beschreiben Sie die Menge aller Wörter, die aus dem Startsymbol S erzeugt werden können. Geben Sie einige Beispiele an. Beweisen Sie, dass für jedes Wort $w \in L(G_2)$ gilt, dass $|w|_0$ und $|w|_1$ gerade sind.

Hinweis: Führen Sie einen Induktionsbeweis.

Aufgabe 4.2: Konkatenation von formalen Sprachen

Seien L_1 und L_2 zwei formale Sprachen mit dazugehörigen Grammatiken $G_1 = (\Sigma_1, N_1, P_1, S_1)$ und $G_2 = (\Sigma_2, N_2, P_2, S_2)$ mit $\Sigma_1 = \Sigma_2$, sodass $L_1 = L(G_1)$ und $L_2 = L(G_2)$.

Skizzieren Sie die Konkatenation folgender Sprachen. Geben Sie jeweils ein paar Beispiele:

- L_1 und L_2 mit $G_1 = (\{a, b, c\}, \{S, B\}, \{S \rightarrow aSc|aBc, B \rightarrow abc\}, S)$ und $G_2 = (\{a, b, c\}, \{S, B\}, \{S \rightarrow aBc, B \rightarrow aa\}, S)$
- L_1 und L_2 mit $G_1 = (\{a, b, c\}, \{S, B\}, \{S \rightarrow aSBc, S \rightarrow abc, cB \rightarrow Bc, bB \rightarrow bb\}, S)$ und $G_2 = (\{a, b, c\}, \{S, B\}, \{S \rightarrow aBc, S \rightarrow a, B \rightarrow bS\}, S)$
- L_1 und L_2 mit $G_1 = (\{a, b, c\}, \{S, B\}, \{S \rightarrow aBb, S \rightarrow abc, aB \rightarrow bb\}, S)$ und $G_2 = (\{a, b, c\}, \{S, B\}, \{S \rightarrow aBc, B \rightarrow bb\}, S)$

Aufgabe 4.3: Kontextfreie Sprachen

Zeigen Sie, dass folgende Sprachen kontextfrei sind:

- $L_1 =_{\text{def}} \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$
- $L_2 =_{\text{def}} \{w \# w^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$