Lösungen zu möglichen Prüfungsfragen - Künstliche Intelligenz

August 21, 2024

1 Symbolische Verfahren und Logik

Unterschiede zwischen Aussagenlogik und Prädikatenlogik:

- **Aussagenlogik:** Behandelt einfache, wahrheitsfähige Aussagen (Propositionen), die entweder wahr (true) oder falsch (false) sind. Sie verwendet Symbole (p, q, r) zur Darstellung dieser Aussagen und kombiniert sie mit logischen Operatoren (UND, ODER, NICHT, IMPLIKATION, ÄQUIVALENZ). Sie eignet sich für die Darstellung und Verarbeitung von Fakten, die keine spezifischen Objekte oder Beziehungen zwischen Objekten berücksichtigen.
- **Prädikatenlogik:** Ermöglicht die Darstellung komplexerer Sachverhalte durch die Einführung von Prädikaten, die Beziehungen zwischen Objekten ausdrücken. Sie verwendet Terme (Konstanten, Funktionen, Variablen) und Quantoren ("für alle" und "es existiert"), um Aussagen über Mengen von Objekten zu treffen. Prädikatenlogik hat eine höhere Ausdruckskraft als Aussagenlogik, da sie spezifische Objekte und deren Beziehungen modellieren kann.

Semantische Folgerung:

- Eine Formel b folgt semantisch aus einer Formel a, wenn für jede Interpretation I gilt: Wenn $I(a) = 1$ (wahr), dann ist auch $I(b) = 1$. Dies wird als $a \models b$ notiert.
- $a \models b$ gilt genau dann, wenn die Implikation $a \rightarrow b$ allgemeingültig ist, d.h., sie ist in jeder Interpretation wahr.
- Eine aussagenlogische Formel ist erfüllbar, wenn es eine Interpretation gibt, in der sie wahr ist. Sie ist allgemeingültig, wenn sie in allen Interpretationen wahr ist, und widerspruchsvoll, wenn sie in keiner Interpretation wahr ist.

2 Aussagenlogik

Aussagenlogische Formel:

- Eine aussagenlogische Formel besteht aus Propositionen, die durch logische Verknüpfungen kombiniert werden. Grundlegende Verknüpfungen sind UND ($\land$), ODER ($\lor$), NICHT ($\neg$), IMPLIKATION ($\rightarrow$) und ÄQUIVALENZ ($\leftrightarrow$).
- Beispielsweise ist p eine einfache Formel, während $(p \lor q) \land \neg r$ eine komplexere Formel ist.

Wahrheitstabelle:

Eine Wahrheitstabelle listet alle möglichen Wahrheitswerte von Propositionen auf und zeigt, wie der Wahrheitswert einer zusammengesetzten Formel von den Wahrheitswerten ihrer Teile abhängt.

p	q	$p \lor q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Erfüllbare, allgemeingültige und widerspruchsvolle Aussagen:

- Eine Formel ist erfüllbar, wenn es mindestens eine Interpretation gibt, in der sie wahr ist.
- Sie ist allgemeingültig, wenn sie in allen möglichen Interpretationen wahr ist (Tautologie).
- Sie ist widerspruchsvoll, wenn sie in keiner Interpretation wahr ist (Kontradiktion).

3 Normalformen in der Logik

Konjunktive und disjunktive Normalform (KNF und DNF):

- **Konjunktive Normalform (KNF):** Eine Formel in KNF ist eine Konjunktion von Disjunktionen von Literalen. Beispiel: $(p \lor \neg q) \land (r \lor s)$.
- **Disjunktive Normalform (DNF):** Eine Formel in DNF ist eine Disjunktion von Konjunktionen von Literalen. Beispiel: $(p \land \neg q) \lor (r \land s)$.

Transformation in Klauselnormalform (KNF):

- Eine Formel wird in die Klauselnormalform überführt, indem sie in eine Konjunktion von Disjunktionen von Literalen umgeformt wird. Zunächst werden alle Implikationen und Äquivalenzen eliminiert, dann wird die Negation auf einfache Terme reduziert, und schließlich werden die Distributivgesetze angewandt, um die Formel in die KNF zu bringen.

4 Prädikatenlogik

Quantoren in der Prädikatenlogik:

- **Allquantor ($\forall$):** Gibt an, dass eine Aussage für alle Elemente einer Menge gilt. Beispiel: "Für alle x gilt: Katze(x) $\rightarrow$ Säugetier(x)" (Alle Katzen sind Säugetiere).
- **Existenzquantor ($\exists$):** Gibt an, dass es mindestens ein Element gibt, für das eine Aussage gilt. Beispiel: "Es existiert ein x, für das gilt: Katze(x) $\wedge$ Schwarz(x)" (Es gibt eine schwarze Katze).

Unifikator und Unifikationsalgorithmus:

- Ein Unifikator ist eine Substitution, die zwei Terme oder Formeln gleich macht. Ein allgemeinster Unifikator (MGU) ist der einfachste Unifikator, der keine unnötigen Ersetzungen enthält.
- Unifikationsalgorithmus: Dieser Algorithmus durchläuft die beiden zu unifizierenden Terme und sucht an der ersten Position, an der sie unterschiedlich sind, nach einem möglichen Unifikator. Wenn kein Unifikator gefunden werden kann (z.B. bei zyklischen Abhängigkeiten), bricht der Algorithmus ab und gibt zurück, dass die Terme nicht unifizierbar sind.

5 Skolem Normalform

Skolem-Normalform:

- Eine prädikatenlogische Formel ist in Skolem-Normalform, wenn sie in Pränex-Form vorliegt (alle Quantoren sind vorangestellt) und nur Allquantoren enthält. Existenzquantoren werden durch Skolem-Funktionen ersetzt.
- **Skolemisierung:** Der Prozess der Skolemisierung entfernt Existenzquantoren, indem die entsprechende Variable durch eine neue Funktion ersetzt wird, die von allen vorhergehenden Allquantoren abhängt. Beispiel: "Für alle x existiert ein y, so dass $P(x, y)$" wird zu "Für alle x gilt $P(x, f(x))$", wobei $f(x)$ eine neue Skolem-Funktion ist.

Bedeutung der Skolemisierung:

- Die Skolemisierung ermöglicht es, prädikatenlogische Formeln in eine Form zu bringen, die für algorithmische Entscheidungsverfahren geeignet ist, insbesondere für die Anwendung der Resolutionsmethode.

6 Inferenzkalkül

Inferenzkalkül:

- Ein Inferenzkalkül ist ein System von Regeln, mit denen man aus einer Menge von prädikatenlogischen Formeln neue Formeln ableiten kann. Diese Regeln beinhalten unter anderem Modus Ponens, Resolutionsregel und andere.
- **Modus Ponens:** Wenn $p \to q$ wahr ist und p wahr ist, dann folgt, dass q wahr ist.

Korrektheit und Vollständigkeit eines Kalküls:

- Ein Kalkül ist korrekt, wenn alle abgeleiteten Formeln semantisch gültig sind, d.h., wenn $\Sigma \vdash b$ (syntaktische Ableitung) gilt, dann folgt auch $\Sigma \models b$ (semantische Folgerung).
- Ein Kalkül ist vollständig, wenn alle semantisch gültigen Formeln auch syntaktisch ableitbar sind, d.h., wenn $\Sigma \models b$ gilt, dann folgt auch $\Sigma \vdash b$.
- Bedeutung: Ein korrekter und vollständiger Kalkül stellt sicher, dass alle logischen Schlüsse, die wir ziehen können, sowohl korrekt als auch vollständig sind. Dies ist essentiell für die Verlässlichkeit von logischen Systemen.

7 Mögliche Prüfungsfragen

7.1 Frage 1: Symbolische Verfahren, Logik

Frage: Was sind die Hauptunterschiede zwischen Aussagenlogik und Prädikatenlogik?
Antwort:

- **Aussagenlogik:** behandelt einfache, wahrheitsfähige Aussagen (Propositionen), die entweder wahr oder falsch sind. Sie verwendet logische Operatoren wie UND, ODER, NICHT, IMPLIKATION und ÄQUIVALENZ.
- **Prädikatenlogik:** ermöglicht die Darstellung komplexerer Sachverhalte durch die Einführung von Prädikaten, die Beziehungen zwischen Objekten ausdrücken. Sie verwendet Quantoren wie "für alle" ($\forall$) und "es existiert" ($\exists$) sowie Terme, um Aussagen über Mengen von Objekten zu treffen.

7.2 Frage 2: Suchen und Bewerten

Frage: Beschreiben Sie den Unterschied zwischen uninformierter und heuristischer Suche.
Antwort:

- **Uninformierte Suche:** generiert blind Zustände und testet diese systematisch, ohne zusätzliches Vorwissen über den Problembereich. Beispiele sind Breitensuche und Tiefensuche.
- **Heuristische Suche:** nutzt Vorwissen, um die Suche effizienter zu gestalten. Sie verwendet eine Schätzfunktion (Heuristik), um Zustände zu bewerten und die Suche gezielt in vielversprechendere Richtungen zu lenken. Beispiele sind die A*-Suche und die Greedy-Suche.

7.3 Frage 3: Suchalgorithmen

Frage: Was ist der Unterschied zwischen Breitensuche und Tiefensuche?
Antwort:

- **Breitensuche:** erkundet alle Knoten auf der aktuellen Tiefe, bevor sie zu Knoten auf der nächsten Tiefe übergeht. Sie ist vollständig und findet die optimale Lösung bei uniformen Pfadkosten, hat jedoch eine hohe Speicherkomplexität.
- **Tiefensuche:** erkundet zuerst die Tiefe eines Pfades, bevor sie alternative Pfade auf derselben Tiefe untersucht. Sie ist speichereffizienter, jedoch nicht vollständig und findet nicht immer die optimale Lösung.

7.4 Frage 4: A*-Suche

Frage: Warum ist die A*-Suche optimal?
Antwort: Die A*-Suche ist optimal, weil sie die bisher aufgelaufenen Kosten ($g(s)$) und die geschätzten Kosten bis zum Ziel ($h(s)$) kombiniert, um den nächsten zu expandierenden Knoten zu wählen. Solange die Heuristikfunktion $h(s)$ zulässig ist (d.h., die tatsächlichen Kosten nicht überschätzt), wird die A*-Suche den kürzesten Pfad zum Ziel finden.