

## Ü B U N G E N

zur Veranstaltung *Quantencomputing* im Studiengang Angewandte Informatik

No. 2

Martin Rehberg

### Präsenzaufgaben

**Aufgabe 1:** Das SWAP-Gatter wurde (in der Vorlesung) definiert durch  $\text{SWAP} : |x\rangle|y\rangle \mapsto |y\rangle|x\rangle$ .

- (i) Begründen Sie, dass das SWAP-Gatter eine unitäre Transformation beschreibt.
- (ii) Zeigen Sie für die Wirkung auf zwei (allgemeinen) Qubits

$$\text{SWAP}((\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)(\gamma|0\rangle + \delta|1\rangle)) = (\gamma|0\rangle + \delta|1\rangle)(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle),$$

was die Bezeichnung rechtfertigt.

- (iii) Konstruieren Sie SWAP auf Schaltungsebene durch Kombination dreier CNOT-Gatter.

**Aufgabe 2:** Untersuchen Sie im Algorithmus von Deutsch die Fälle

- (i)  $f(0) = 1, f(1) = 0$ , d.h.  $f$  ist die Negation,
- (i)  $f(0) = f(1) = 1$ , d.h.  $f$  ist die Einsfunktion.

### Übungsaufgaben

**Aufgabe 1:** Implementieren Sie den Algorithmus von Deutsch für den Fall das  $f$  die Negation ist.

**Aufgabe 2:** Die Matrizen  $X, Y, Z$  aus der Vorlesung bzw. Aufgabe 2 (Serie 1) heißen *Pauli-Matrizen*. Zeigen Sie, dass jede komplexe  $(2 \times 2)$ -Matrix in der Form  $z_0 I_2 + z_1 X + z_2 Y + z_3 Z$  für gewisse  $z_0, z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$  geschrieben werden kann.

*Hinweis:* Ähnliche Zerlegungen werden wir später bei der Analyse von Fehlern auf Qubits verwenden.

**Aufgabe 3:** Zeigen Sie, dass  $U \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$  genau dann unitär ist, wenn

$$U = e^{i\varphi} \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\bar{\beta} & \bar{\alpha} \end{pmatrix}$$

für  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  mit  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$  gilt.