<u>Übung</u> Handelt es sich bei $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$ und $\frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|1\rangle$ um zulässige Qubits?

Für $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$ ist $\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 + \left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

$\rightarrow$ zulässiges Qubit

Für $\frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|1\rangle$ ist $\left|\frac{1}{\sqrt{3}}\right|^2 + \left|\sqrt{\frac{2}{3}}\right|^2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$

$\Rightarrow$ zulässiges Qubit

<u>Übung</u> Bestimme die Normalisierungskonstante A von $A(\sqrt{2}|0\rangle + i|1\rangle)$

Für $z \in \mathbb{C}$ ist $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$ bzw. $|z|^2 = z\bar{z}$

In unserem Fall muss also gelten

$$1 \overset{!}{=} (A\sqrt{2})\overline{(A\sqrt{2})} + (Ai)\overline{(Ai)} = 2|A|^2 + |A|^2$$
$$= 3|A|^2$$

$\Rightarrow |A|^2 = \frac{1}{3}$ bzw. $A = \frac{1}{\sqrt{3}}$ als Lösung in $\mathbb{R}$

Der normalisierte Zustand ist $\frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{2}|0\rangle + i|1\rangle)$

<u>Übung</u> Was beobachten Sie beim Messen der Qubits $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$ und $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$?

Nach dem Messen ergibt sich mit Wahrscheinlichkeit $\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2}$ der Zustand $|0\rangle$ und mit Wahrscheinlichkeit $\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2}$ der Zustand $|1\rangle$

Analog: Mit Wahrscheinlichkeit $\left|\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2}$ der Zustand $|0\rangle$ und mit Wahrscheinlichkeit $\left|-\frac{1}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2}$ der Zustand $|1\rangle$

Beobachtung: Das Ergebnis ist unabhängig vom Vorzeichen der Amplitude

Übung Bestimme die Messwahrscheinlichkeiten des Qubits $\frac{2}{3}|0\rangle + \frac{1-2i}{3}|1\rangle$

Die Wahrscheinlichkeit $|0\rangle$ zu erhalten ist

$$\left|\frac{2}{3}\right|^2 = \frac{4}{9}$$

und die Wahrscheinlichkeit $|1\rangle$ zu erhalten ist

$$\left|\frac{1-2i}{3}\right|^2 = \frac{(1-2i)(1+2i)}{9} = \frac{5}{9}$$