Aufgabe 1

Wir wissen: Der Winkel θ zwischen $|r\rangle$ und $|w\rangle$ beträgt $90°$ bzw. $\frac{\pi}{2}$, wobei (für $N=4$)

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{N}}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$$

Anwendung von $R_s U_f$ addiert (pro Anwendung) einen Winkel von 2θ hinzu;

hier nach einmaliger Anwendung also

$$\theta + 2\theta = 3\theta = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$$

Das ist genau ausgerichtet auf $|w\rangle$

Aufgabe 2

Wir berechnen im ersten Schritt

$$(H \otimes CNOT)\,|q_2 q_1 q_0\rangle =$$

$$= H|1\rangle \otimes CNOT_{01}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{2}|01\rangle + \frac{1}{2}|10\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \otimes \left(\frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{2}|11\rangle + \frac{1}{2}|10\rangle\right)$$

$$= \frac{1}{2}|000\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|011\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|010\rangle$$

$$- \frac{1}{2}|100\rangle - \frac{1}{2\sqrt{2}}|111\rangle - \frac{1}{2\sqrt{2}}|110\rangle =: |\psi\rangle$$

Im nächsten Schritt folgt

$$(SWAP \otimes I_2)\,|\psi\rangle =$$

$$= \frac{1}{2}|000\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|101\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}}|100\rangle$$

$$- \frac{1}{2}|010\rangle - \frac{1}{2\sqrt{2}}|111\rangle - \frac{1}{2\sqrt{2}}|110\rangle$$