

Introdução: Análise de Complexidade de Algoritmos (5)

Prof. Renê Rodrigues Veloso

Relação de Recorrência

- Define uma função através de uma expressão que inclui uma ou mais instâncias (menores) de si mesma.



Relação de Recorrência

- Exemplo: fatorial

$$\begin{aligned} n! &= (n - 1)! * n && \text{para } n > 1 \\ 1! &= 0! = 1 \end{aligned}$$

- Pode ser definida usando a seguinte recorrência:

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n - 1) + 1 && \text{para } n > 1 \\ T(0) &= T(1) = 0 \end{aligned}$$

Relação de Recorrência: expansão

$$\begin{aligned}T(n) &= T(n - 1) + 1 \\&= (T(n - 2) + 1) + 1 \\&= T(n - 2) + 1 + 1 \\&= (T(n - 3) + 1) + 1 + 1 \\&= T(n - 3) + 1 + 1 + 1\end{aligned}$$

- Padrão que generaliza a expansão: $T(n) = T(n - i) + (n - i)$
- Se continuarmos até o caso base da recursão:

$$\begin{aligned}T(n) &= T(n - (n - 1)) + (n - 1) \\&= T(1) + n - 1 \\&= 0 + n - 1 \\&= n - 1\end{aligned}$$

$$O(n)$$

Relação de Recorrência: expansão

- Exemplo:

$$T(n) = T(n - 1) + n; \quad T(1) = 1.$$

- Expandindo:

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n - 1) + n \\ &= T(n - 2) + (n - 1) + n \\ &= T(n - 3) + (n - 2) + (n - 1) + n \end{aligned}$$

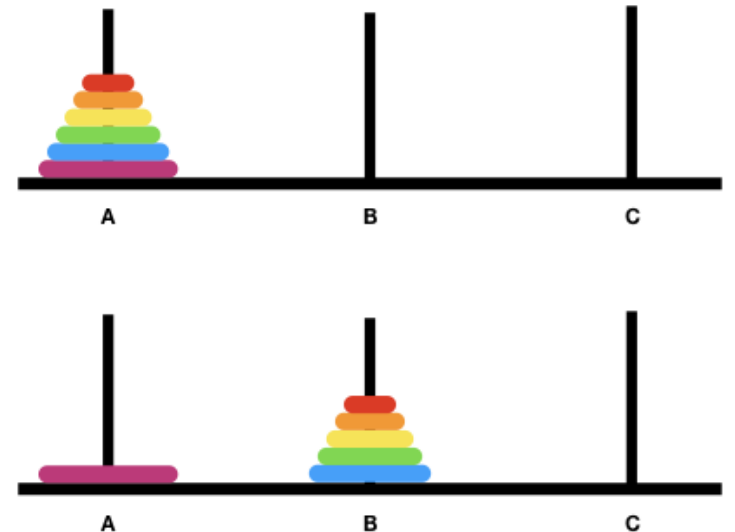
Padrão de expansão:

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n - (n - 1)) + (n - (n - 2)) + \dots + (n - 1) + n \\ &= 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + n \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n + 1)}{2}$$

Exemplo: torres de hanoi

```
void hanoi (int n, int origem, int auxiliar, int destino)
{
    if (n>0)
    {
        hanoi (n-1, origem, destino, auxiliar);
        printf ("Mover de %d para %d\n", origem, destino);
        hanoi (n-1, auxiliar, origem, destino);
    }
}
```



Exemplo: torres de hanoi

```
void hanoi (int n, int origem, int auxiliar, int destino)
{
    if (n>0)
    {
        hanoi (n-1, origem, destino, auxiliar);
        printf ("Mover de %d para %d\n", origem, destino);
        hanoi (n-1, auxiliar, origem, destino);
    }
}
```

$$T(n) = 2T(n - 1) + 1$$

$$T(1) = 1$$

