



Tecnológico de Monterrey

Generaciones en “Pasante de moda”

Erik García Cruz, A01732440

Escuela de Ingeniería y Ciencias, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

TE3001B.101: Fundamentación de robótica (Gpo 101)

19 de febrero, 2025

Análisis de transformaciones

Planteamiento

Tomando en consideración un brazo de robot antropomórfico así como un brazo de robot planar realizar un código en Matlab para obtener y analizar las matrices de transformación homogénea locales y globales para cada configuración.

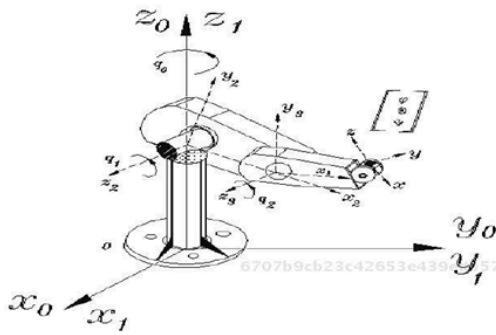
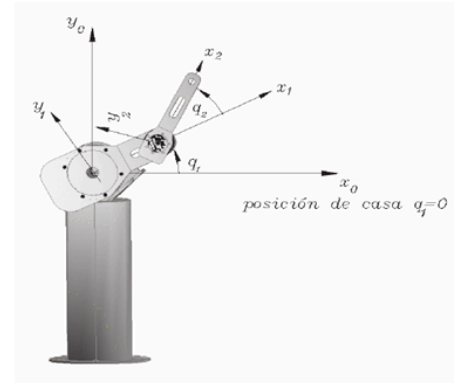


Figura 4.15 Robot antropomórfico.

ROBOT ANTROPOMÓRFICO (3GDL)



ROBOT PLANAR (3GDL)

Desarrollo

Matrices de transformación locales:

Matrices de transformación de A1

Matriz de Transformación local A1

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_1(t)) & -\sin(\theta_1(t)) & 0 & l_1 \cos(\theta_1(t)) \\ \sin(\theta_1(t)) & \cos(\theta_1(t)) & 0 & l_1 \sin(\theta_1(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot antropomórfico

Matriz de Transformación local A1

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_1(t)) & 0 & \sin(\theta_1(t)) & 0 \\ \sin(\theta_1(t)) & 0 & -\cos(\theta_1(t)) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot planar

Se aprecia que el robot antropomórfico tiene, a diferencia del robot planar tiene rotación en el eje y, esto es debido a cómo está configurado su eje. El robot planar, según sus configuración, no tiene desplazamiento en y pues es un eje para el cual no tiene movilidad dado que solo “sube y baja” la primera junta. Mientras que el robot antropomórfico no tiene desplazamiento en z pues solo rota y esa primera articulación no tiene la capacidad de subir o bajar, sino que está fijo. También se ve que el robot planar no tuvo traslación.

Matrices de transformación de A2

Matriz de Transformación local A2

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_2(t)) & -\sin(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \cos(\theta_2(t)) \\ \sin(\theta_2(t)) & \cos(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \sin(\theta_2(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot antropomórfico

Matriz de Transformación local A2

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_2(t)) & -\sin(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \cos(\theta_2(t)) \\ \sin(\theta_2(t)) & \cos(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \sin(\theta_2(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot planar

Para el caso del robot antropomórfico no tiene movimiento en z en sus ejes x, y, sin embargo tuvo un giro completo de z de 90 grados, lo que se expresa con 1. También se aprecia que al igual que con el robot planar sí tuvo movimiento de traslación, es decir, un desplazamiento. Es el mismo caso que con el antropomórfico, pues tampoco tiene movimiento en el eje z para sus partes x, y mientras que es su parte z tuvo un giro de posición de 90°.

Matrices de transformación de A3

Matriz de Transformación local A3

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_3(t)) & -\sin(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \cos(\theta_3(t)) \\ \sin(\theta_3(t)) & \cos(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \sin(\theta_3(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot antropomórfico

Matriz de Transformación local A3

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_3(t)) & -\sin(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \cos(\theta_3(t)) \\ \sin(\theta_3(t)) & \cos(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \sin(\theta_3(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot planar

Tal como el caso anterior ambos robots tienen el mismo tipo de movimiento en su junta local 3 lo que se ve en las matrices pues tienen el mismo movimiento en x, y, z, y para sus partes en x, y, z.

Matrices de transformación globales:

Matrices de transformación de T1

$$\begin{array}{c} \text{Matriz de Transformación global T1} \\ \left[\begin{array}{cccc} \cos(\theta_1(t)) & -\sin(\theta_1(t)) & 0 & l_1 \cos(\theta_1(t)) \\ \sin(\theta_1(t)) & \cos(\theta_1(t)) & 0 & l_1 \sin(\theta_1(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{array}$$

Robot antropomórfico

$$\left[\begin{array}{cccc} \cos(\theta_1(t)) & 0 & \sin(\theta_1(t)) & 0 \\ \sin(\theta_1(t)) & 0 & -\cos(\theta_1(t)) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Robot planar

El caso de las matrices globales (T) se aprecia que el movimiento tanto de la junta 1 y 2 para el caso de X es el mismo en ambos robots. Para el caso de Y el robot antropomórfico si tiene una rotación pues en su parte en X se mueve hacia $-\sin(\theta_1(t))$ y $\cos(\theta_1(t))$ mientras que el planar no tiene rotación, esto por lo ya mencionado en las locales 1 pues no se mueve en el eje y por una imposibilidad mecánica del mismo. Sin embargo, para el robot antropomórfico tiene un desplazamiento calculado por sus componentes en x, y pues en z no se mueve. En contraste el robot planar no se mueve en x, y pero en z tiene un desplazamiento completo de la distancia del brazo l_1 .

Matrices de transformación de T2

$$\left[\begin{array}{cccc} \#2 & -\#1 & 0 & l_1 \cos(\theta_1(t)) + l_2 \#2 \\ \#1 & \#2 & 0 & l_1 \sin(\theta_1(t)) + l_2 \#1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

where

$$\#1 == \sin(\theta_1(t) + \theta_2(t))$$

$$\#2 == \cos(\theta_1(t) + \theta_2(t))$$

Robot antropomórfico

Para el robot antropomórfico en la matriz global de T2 no tiene rotación en z, lo que se previene desde la matriz local. así mismo tiene una traslación dada en x, y pero en z no se traslada.

$$\left[\begin{array}{cccc} \cos(\theta_1(t)) \cos(\theta_2(t)) & -\cos(\theta_1(t)) \sin(\theta_2(t)) & \sin(\theta_1(t)) & l_1 \cos(\theta_1(t)) \cos(\theta_2(t)) \\ \cos(\theta_2(t)) \sin(\theta_1(t)) & -\sin(\theta_1(t)) \sin(\theta_2(t)) & -\cos(\theta_1(t)) & l_1 \cos(\theta_2(t)) \sin(\theta_1(t)) \\ \sin(\theta_2(t)) & \cos(\theta_2(t)) & 0 & l_1 + l_2 \sin(\theta_2(t)) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Robot planar

El robot planar tiene movimiento casi completo. Tiene rotación en x, y, z. Aunque en contraste con el antropomórfico su traslación es en todos los ejes: x, y, z.

Matrices de transformación de T3

Matriz de Transformación global T3

$$\begin{array}{l} / \quad \#2, \quad -\#1, \quad 0, \quad l1 \cos(th1(t)) + l3 \#2 + l2 \cos(th1(t) + th2(t)) \quad \backslash \\ | \quad \#1, \quad \#2, \quad 0, \quad l1 \sin(th1(t)) + l3 \#1 + l2 \sin(th1(t) + th2(t)) \quad | \quad \#1 == \sin(th1(t) + th2(t) + th3(t)) \\ | \quad 0, \quad 0, \quad 1, \quad 0 \quad | \quad \#2 == \cos(th1(t) + th2(t) + th3(t)) \\ \backslash \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 1 \quad / \end{array}$$

Robot antropomórfico

$$\begin{array}{l} / \quad \cos(th1(t)) \cos(\#2), \quad -\cos(th1(t)) \sin(\#2), \quad \sin(th1(t)), \quad \cos(th1(t)) \#1 \quad \backslash \\ | \quad \sin(th1(t)) \cos(\#2), \quad -\sin(th1(t)) \sin(\#2), \quad -\cos(th1(t)), \quad \sin(th1(t)) \#1 \quad | \\ | \quad \sin(\#2), \quad \cos(\#2), \quad 0, \quad l1 + l2 \sin(th2(t)) + l3 \sin(\#2) \quad | \\ \backslash \quad 0, \quad 0, \quad 0, \quad 1 \quad / \end{array}$$

$$\#1 == l2 \cos(th2(t)) + l3 \cos(\#2)$$

$$\#2 == th2(t) + th3(t)$$

Robot planar

Para el caso del robot antropomórfico podemos ver que en la matriz de rotación en Z no tiene rotaciones tanto para los ejes X, Y mientras que para el eje Z en Z rota 90°, de ahí el 1 mostrado; además de presentar una traslación dada por las componentes tanto de X como Y pues en Z no se mueve. En el caso del robot planar podemos ver que tiene rotación en todos los ejes ejes en todas las direcciones salvo por el eje Z y la dirección Z donde se mantiene igual, por esto se presenta un 0. Así mismo tiene un desplazamiento.

Velocidades

Velocidad lineal

Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal

$$\begin{pmatrix} -\#4 (13 \sin(\#1) + 12 \sin(\#2)) - \#5 (11 \sin(\text{th1}(t)) + 13 \sin(\#1) + 12 \sin(\#2)) - 13 \#3 \sin(\#1) \\ \#4 (13 \cos(\#1) + 12 \cos(\#2)) + \#5 (11 \cos(\text{th1}(t)) + 13 \cos(\#1) + 12 \cos(\#2)) + 13 \#3 \cos(\#1) \\ 0 \end{pmatrix}$$

where

$$\#1 == \text{th1}(t) + \text{th2}(t) + \text{th3}(t)$$

$$\#2 == \text{th1}(t) + \text{th2}(t)$$

$$\#3 == \frac{d}{dt} \text{th3}(t)$$

$$\#4 == \frac{d}{dt} \text{th2}(t)$$

$$\#5 == \frac{d}{dt} \text{th1}(t)$$

Robot antropom3rfico

where

$$\#1 == \text{th1}(t) + \text{th2}(t) + \text{th3}(t)$$

$$\#2 == \text{th1}(t) + \text{th2}(t)$$

$$\#3 == \frac{d}{dt} \text{th3}(t)$$

$$\#4 == \frac{d}{dt} \text{th2}(t)$$

$$\#5 == \frac{d}{dt} \text{th1}(t)$$

Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{dt} (-\text{th1}(t) \sin(\text{th1}(t)) \#3 - \#2 \cos(\text{th1}(t)) \#4 - 13 \#1 \cos(\text{th1}(t)) \#6) \\ \frac{d}{dt} (\text{th1}(t) \cos(\text{th1}(t)) \#3 - \#2 \sin(\text{th1}(t)) \#4 - 13 \#1 \sin(\text{th1}(t)) \#6) \\ \#2 \#3 + 13 \#1 \#5 \end{pmatrix}$$

Robot planar

Vemos que la velocidad lineal del robot antropomórfico es solamente en X, Y lo que sirve para inferir que no tiene desplazamiento completo en Z. Mientras que para el robot planar sí presenta velocidad en los 3 ejes, lo que indica un movimiento completo de todos los ejes.

Velocidad angular

Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{d}{dt} \theta_1(t) + \frac{d}{dt} \theta_2(t) + \frac{d}{dt} \theta_3(t) \end{bmatrix}$$

Robot antropomórfico

Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular

$$\begin{bmatrix} \sin(\theta_1(t)) \left[\frac{d}{dt} \theta_2(t) + \frac{d}{dt} \theta_3(t) \right] \\ -\cos(\theta_1(t)) \left[\frac{d}{dt} \theta_2(t) + \frac{d}{dt} \theta_3(t) \right] \\ \frac{d}{dt} \theta_1(t) \end{bmatrix}$$

Robot Planar

En la velocidad angular el robot antropomórfico presenta velocidad solamente en el eje Z lo que indica que no se mueven los otros ejes, por que el movimiento obtenido de los otros ejes resulta por el giro en el eje Z y, al estar unidos, los ejes X, Y también se ven afectados. En el caso del robot planar tiene velocidad en los 3 ejes lo que indica que en todos los ejes se movió el robot.