



# Tecnológico de Monterrey

## **Actividad 4. Análisis General**

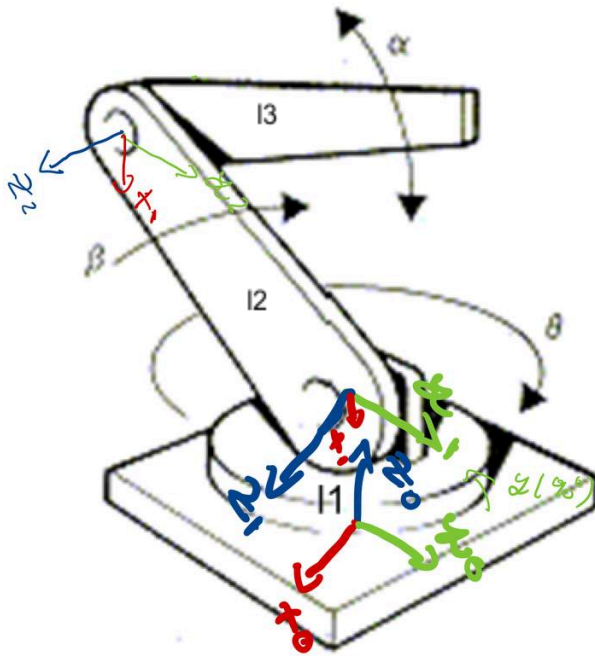
Erik García Cruz, A01732440

Escuela de Ingeniería y Ciencias, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

TE3001B.101: Fundamentación de robótica (Gpo 101)

26 de febrero, 2025

## Robot Angular 3GDL



Primeramente se debe de ubicar los ejes necesarios para poder tener un marco de referencia con el cual se ubicaran las transformaciones de las siguientes juntas. Por convención en el eje Z es donde rota el robot. Para esto en la base del sistema ubicamos el eje Z en donde rota el brazo y colocamos los ejes X, Y en donde van según la regla de la mano derecha.

Posteriormente para trasladarnos a la siguiente junta debemos de realizar una rotación de  $90^\circ$  en Y así como una traslación de  $l1$  en el eje Z. Esto ubica ya en la junta 2 con el eje Z perpendicular al movimiento, es decir, rota en Z.

```
%Articulación 1
%Articulación 1 a Articulación 2
%Posición de la articulación 1 a 2
P(:, :, 1) = [0; 0; l1];
%Matriz de rotación de la junta 1 a 2
R(:, :, 1) = [ 0      0      1;
               sin(th1) cos(th1) 0;
               -cos(th1) sin(th1) 0];
```

```
Matriz de Transformación local A1
/      0,      0,      1,  0  \
|      sin(th1(t)), cos(th1(t)), 0,  0  |
|      -cos(th1(t)), sin(th1(t)), 0,  l1  |
\      0,      0,      0,  1  /
```

Posterior a ello para trasladarse de la junta 2 a la junta 3 debemos de realizar un simple traslado, pues no hay rotación en los ejes. Dicha traslación está dada por las componentes en X, Y de l2 con respecto a th2 (ángulo theta 2 mostrado en la imagen como Betha).

```
%Articulación 2|
%Articulación 2 a Articulación 3
%Posición de la articulación 2 a 3
P(:, :, 2) = [l2*cos(th2); l2*sin(th2); 0];
%Matriz de rotación de la junta 2 a 3
R(:, :, 2) = [cos(th2) -sin(th2) 0;
              sin(th2)  cos(th2) 0;
              0         0        1];
```

Matriz de Transformación local A2

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_2(t)) & -\sin(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \cos(\theta_2(t)) \\ \sin(\theta_2(t)) & \cos(\theta_2(t)) & 0 & l_2 \sin(\theta_2(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Finalmente en la junta 3 debido a que ya no hay rotaciones en los ejes y simplemente gira en Z la matriz que describe el movimiento es la rotación en Z, es por esto que la matriz de la junta 2 y la junta 3 de rotación son iguales, solo cambia la traslación pues es realizada en diferentes longitudes según el brazo; todo esto con respecto al ángulo que lo describe que es th3 (theta 3).

```
%Articulación 3
%Posición de la articulación 3 respecto a 2
P(:, :, 3) = [l3*cos(th3); l3*sin(th3); 0];
%Matriz de rotación de la junta 3 respecto a 2
R(:, :, 3) = [cos(th3) -sin(th3) 0;
              sin(th3)  cos(th3) 0;
              0         0        1];
```

Matriz de Transformación local A3

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_3(t)) & -\sin(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \cos(\theta_3(t)) \\ \sin(\theta_3(t)) & \cos(\theta_3(t)) & 0 & l_3 \sin(\theta_3(t)) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La Matriz de Transformación T3 cuenta con los valores de l1, l2 y l3 además de valores diferentes en la parte de rotación a las otras tres matrices, esto es debido a que se trata de una matriz que describe el movimiento de traslación y rotación de desde la junta 1 hasta la junta 3.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \#1 & \#2 & 0 & l_3 \#1 + l_2 \sin(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \\ -\#2 & \#1 & 0 & l_1 - l_3 \#2 - l_2 \cos(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

where

#1 == sin(theta1(t) + theta2(t) + theta3(t))

#2 == cos(theta1(t) + theta2(t) + theta3(t))

Debido a la configuración del robot (angular) tiene movimiento lineal, lo que genera una velocidad en los tres ejes X, Y, Z pues se traslada, es decir, se mueve a lo largo de estos ejes con sus componentes encontradas con el ángulo de cada junta.

Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{dt} \text{th1}(t) \#2 \\ \frac{d}{dt} \text{th2}(t) (13 \#1 + 12 \cos(\text{th1}(t) + \text{th2}(t))) + 13 \frac{d}{dt} \text{th3}(t) \#1 \\ \frac{d}{dt} \text{th2}(t) \#2 + 13 \frac{d}{dt} \text{th3}(t) \#3 \end{pmatrix}$$

where

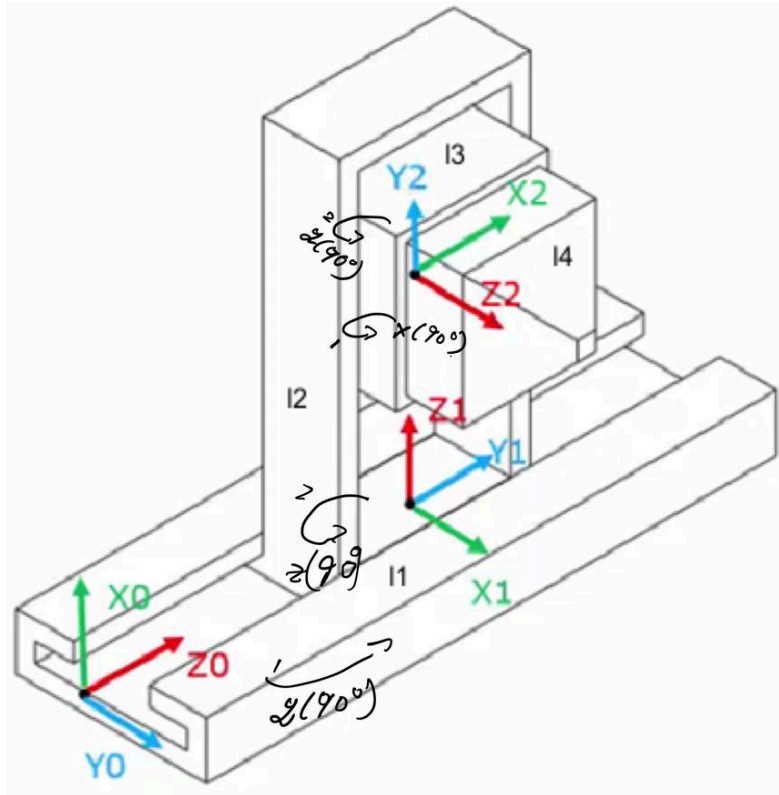
$$\begin{aligned} \#1 &== \cos(\text{th1}(t) + \text{th2}(t) + \text{th3}(t)) \\ \#2 &== 13 \#3 + 12 \sin(\text{th1}(t) + \text{th2}(t)) \\ \#3 &== \sin(\text{th1}(t) + \text{th2}(t) + \text{th3}(t)) \end{aligned}$$

Finalmente el robot no tiene rotación en el eje Y, pues siempre se mueve en X o en Z, lo que se muestra en la velocidad angular.

Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{dt} \text{th2}(t) + \frac{d}{dt} \text{th3}(t) \\ 0 \\ \frac{d}{dt} \text{th1}(t) \end{pmatrix}$$

## Robot Cartesiano 3GDL



Primeramente como ya están dados los ejes solo falta ver si en donde es que giran los ejes para llegar a la posición de la siguiente parte del robot que se traslada. En mi caso, según la regla de la mano derecha, primero se rota el eje en Y en  $90^\circ$  y luego en Z en  $90^\circ$ , es decir,  $\text{Rot}_y(90) \cdot \text{Rot}_z(90)$ ; así mismo se traslada en la distancia  $l1$  en el eje Z dado que inicialmente ahí es donde se ubica el eje. A la par, debido a que se trata de un robot cartesiano no cuenta con rotaciones, por lo que las matrices de rotación se componen de 1, -1 y 0.

```
%Articulación 1
%Posición de la articulación 1 respecto a 0
P(:, :, 1) = [0; 0; l1];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
R(:, :, 1) = [0 0 1;
              0 1 0;
              -1 0 0];
```

Matriz de Transformación local A1

```
/ 0, 0, 1, 0 \
| 0, 1, 0, 0 |
| -1, 0, 0, l1(t) |
| 0, 0, 0, 1 |
```

Posteriormente para pasar de la “junta 1” a la 2 tiene un giro de  $90^\circ$  en X y luego otro giro de  $90^\circ$  en Y así como una traslación de  $l_2$  en el eje Z dado que ahora el movimiento se sitúa en el nuevo eje.

```
%Articulación 2
%Posición de la articulación 2 respecto a 1
P(:,2)= [0; 0; l2];
%Matriz de rotación de la junta 2 respecto a 1
R(:,2)= [1 0 0;
         0 0 -1;
         0 1 0];
```

Matriz de Transformación local A2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_2(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En la Matriz de Transformación global T2 vemos que ya existen traslaciones en  $l_2$  y  $l_1$  debido a que es una matriz que describe la rotación y traslación de la junta 1 a la junta 2 y la junta 3 en cuanto a rotación debido a que la junta 3 no cambia con respecto a la junta 2.

Matriz de Transformación global T2

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & l_2(t) \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & l_1(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De la junta 2 a la 3 no hay cambio en los ejes por lo que su matriz sería la identidad aunque cuenta con una traslación en  $l_3$  también en el eje Z.

```
%Articulación 3
%Posición de la articulación 3 respecto a 2
P(:,3)= [0; 0; l3];
%Matriz de rotación de la junta 3 respecto a 2
R(:,3)= [1 0 0;
         0 1 0;
         0 0 1];
```

Matriz de Transformación local A3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_3(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para la matriz de transformación global T3 vemos que en la rotación es exactamente la misma que T2 debido a que no rota, sin embargo, sí tiene una traslación en el eje Z de I3, por lo que en la parte de traslación aparece el término de I3.

Matriz de Transformación global T3

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & l_2(t) \\ 0 & 0 & -1 & -l_3(t) \\ -1 & 0 & 0 & l_1(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Su velocidad lineal se ve denotada por los parámetros de I2, I3 y I1 debido a que solamente se va trasladando entre las diferentes secciones, pues al ser un robot cartesiano su movimiento es simplemente traslacional.

Velocidad lineal obtenida mediante el Jacobiano lineal

$$\begin{pmatrix} \frac{d}{dt} l_2(t) \\ - \frac{d}{dt} l_3(t) \\ \frac{d}{dt} l_1(t) \end{pmatrix}$$

Como ya se mencionó debido a que se trata de un robot cartesiano y solo se traslada, no rota, no cuenta con velocidad angular, lo que se ve en el Jacobiano.

Velocidad angular obtenida mediante el Jacobiano angular

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$