

# **BOMBA NUMÉRICA**

---

## **MANUAL DE DESACTIVACIÓN DE BOMBAS**

---

Equipo 8



## Contenido

Introducción .....	4
Desactivación de Bombas .....	5
Bomba: Interpolación .....	6
Interpolación Lineal .....	6
Newton hacia Adelante .....	7
Newton hacia Atrás .....	9
Newton con Diferencias Divididas .....	11
Lagrange .....	12
Bomba: Ecuaciones no Lineales .....	13
Grafico .....	13
Bisectriz .....	14
Punto fijo o Sustituciones Sucesivas .....	15
Newton Raphson .....	16
Falsa posición o Regula - Falsi (Latín) .....	17
Secante .....	19
Bomba: Ecuaciones lineales .....	20
Montante .....	20
Gauss - Jordán .....	21
Eliminación Gaussiana .....	24
Gauss - Seidel .....	26
Jacobi .....	30
Bomba: Mínimos Cuadrados .....	34
Línea Recta .....	34
Cuadrática .....	36
Cúbica .....	38
Lineal con Función .....	40
Cuadrática con Función .....	42



Bomba: Integración.....	44
Regla Trapezoidal .....	44
Regla de 1/3 Simpson .....	45
Regla de 3/8 Simpson .....	46
Newton - Cotes Cerradas.....	47
Newton - Cotes Abiertas .....	49
Bomba: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias .....	50
Euler Modificado .....	50
Runge - Kutta de Segundo Orden.....	51
Runge - Kutta de Tercer Orden .....	52
Runge - Kutta de Cuarto Orden por 3/8 de Simpson .....	55
Runge - Kutta de Orden Superior .....	57



# Introducción

Bienvenido al Manual de Bombas Numéricas, una guía diseñada para ayudar a los operadores a desactivar módulos matemáticos bajo presión extrema.

Este documento contiene instrucciones precisas, procedimientos paso a paso y reglas específicas que deben seguirse estrictamente para resolver cada módulo sin provocar un “colapso numérico”.

Cada módulo presenta un desafío diferente basado en métodos numéricos, álgebra, matrices o ecuaciones diferenciales, los cuales deberán resolverse siguiendo las instrucciones aquí descritas.

## **Recuerda:**

Este manual no contiene soluciones, solo métodos.

El tiempo es limitado.

**Un error... y todo explota.**



# Desactivación de Bombas

La desactivación de una Bomba Numérica requiere precisión y una estricta adherencia a los procedimientos establecidos en este manual. Cada bomba está compuesta por tres módulos matemáticos seleccionados de manera aleatoria entre todos los métodos numéricos disponibles de la bomba seleccionada, y la falla en cualquiera de ellos resultará en un colapso inmediato del sistema.

Un módulo se considera desactivado únicamente cuando el operador introduce la solución correcta siguiendo los métodos y pasos indicados. No se permite la improvisación: incluso una operación fuera de orden puede activar un mecanismo de fallo.

**La desactivación exitosa depende de:**

1. Aplicación estricta de los métodos numéricos tal como se presentan.
2. Gestión eficiente del tiempo.
3. Evitar suposiciones: solo seguir reglas.

**Recuerda:** cada módulo es independiente, pero todos deben completarse para asegurar que la bomba quede totalmente desactivada.

## Módulos:

Al iniciar una bomba, cada módulo se mostrara en rojo indicando que se necesita resolver.

En caso de



# Bomba: Interpolación

## Interpolación Lineal

Instrucciones:

Paso 1:

1. Asignar como "x" a x de Ln(x)
2. Asignar como "a" a  $x_1$  de Ln( $x_1$ ).
3. Asignar como "b" a  $x_2$  de Ln( $x_2$ ).
4. Asignar como f(a) al cálculo de Ln( $x_1$ ).
5. Asignar como f(b) al cálculo de Ln( $x_2$ ).
6. Asignar como f(x) al cálculo de Ln(x).
7. Calcula la pendiente:

$$g(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) + f(a)$$

8. Calcular margen de error:

$$\epsilon = |f(x) - g(x)|$$

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de g(x).
2. Si el tercer valor después del punto del margen de error es de 0 a 3 corta el cable azul ( $0 \leq \epsilon \leq 3$ ).
3. Si el tercer valor después del punto del margen de error es de 4 a 6 corta el cable azul ( $4 \leq \epsilon \leq 6$ ).
4. Si el tercer valor después del punto del margen de error es de 7 a 9 corta el cable azul ( $7 \leq \epsilon \leq 9$ ).

## Newton hacia Adelante

Instrucciones:

Paso 1:

1. Calcular si los intervalos son uniformes:

$$h = |x_{i+1} - x_i|$$

**Nota:** Se aplica para intervalos uniformes.

2. Calcular  $\Delta^k$ :

$x_i$	$y_i$	$\Delta' f(x_i)$	$\Delta^2 f(x_i)$	$\Delta^3 f(x_i)$
$x_1$	$y_1$	$\Delta'_1 = y_2 - y_1$	$\Delta^2_1 = \Delta'_2 - \Delta'_1$	$\Delta^3_1 = \Delta^2_2 - \Delta^2_1$
$x_2$	$y_2$	$\Delta'_2 = y_3 - y_2$	$\Delta^2_2 = \Delta'_3 - \Delta'_2$	
$x_3$	$y_3$	$\Delta'_3 = y_4 - y_3$		
$x_4$	$y_4$			

3. Calcular  $s$ :

$$s = \frac{x - x_i}{h}$$

4. Calcular coeficientes binomiales:

$$\binom{S}{0} = 1$$

$$\binom{S}{1} = s$$

$$\binom{S}{2} = \frac{s(s-1)}{2!}$$

$$\binom{S}{3} = \frac{s(s-1)(s-2)}{3!}$$

$$\binom{S}{n} = \frac{s(s-1)(s-2) \dots [s - (n+1)]}{n!}$$



5. Calcular  $g(x)$ :

$$g(x) = y_1 \binom{S}{0} + \Delta' f(x_i) \binom{S}{1} + \Delta^2 f(x_i) \binom{S}{2} + \dots$$

**Nota:**  $x_1$  es el primer número que se interpola.

**Paso 2:**

1. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
2. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{0}$ .
3. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{1}$ .
4. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{2}$ .
5. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{3}$ .
6. Si solo se necesitó  $\binom{S}{0}$  corta el cable azul.
7. Si se necesitaron  $\binom{S}{1}$  corta el cable verde.
8. Si se necesitaron  $\binom{S}{2}$  corta el cable rojo.
9. Si se necesitaron  $\binom{S}{3}$  o más corta el cable amarillo.



## Newton hacia Atrás

Instrucciones:

**Paso 1:**

1. Calcular si los intervalos son uniformes:

$$h = |x_{i+1} - x_i|$$

**Nota:** Se aplica para intervalos uniformes.

2. Calcular  $\nabla^{k-1}$ :

$x_i$	$y_i$	$\nabla' f(x_i)$	$\nabla^2 f(x_i)$	$\nabla^3 f(x_i)$
$x_1$	$y_1$			
$x_2$	$y_2$	$\nabla'_1 = y_2 - y_1$		
$x_3$	$y_3$	$\nabla'_2 = y_3 - y_2$	$\nabla^2_1 = \nabla'_2 - \nabla'_1$	
$x_4$	$y_4$	$\nabla'_3 = y_4 - y_3$	$\nabla^2_2 = \nabla'_3 - \nabla'_2$	$\nabla^3_1 = \nabla^2_2 - \nabla^2_1$

3. Calcular  $s$ :

$$s = \frac{x - x_i}{h}$$

4. Calcular coeficientes binomiales:

$$\binom{S}{0} = 1$$

$$\binom{S}{1} = s$$

$$\binom{S}{2} = \frac{s(s-1)}{2!}$$

$$\binom{S}{3} = \frac{s(s-1)(s-2)}{3!}$$

$$\binom{S}{n} = \frac{s(s-1)(s-2) \dots [s-(n+1)]}{n!}$$



5. Calcular  $g(x)$ :

$$g(x) = y_1 \binom{S}{0} + \nabla' f(x_i) \binom{S}{1} + \nabla^2 f(x_i) \binom{S}{2} + \dots$$

**Nota:**  $x_i$  es el último número que se interpola.

**Paso 2:**

1. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
2. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{0}$ .
3. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{1}$ .
4. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{2}$ .
5. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{3}$ .
6. Si solo se necesitó  $\binom{S}{0}$  corta el cable amarillo.
7. Si se necesitaron  $\binom{S}{1}$  corta el cable rojo.
8. Si se necesitaron  $\binom{S}{2}$  corta el cable verde.
9. Si se necesitaron  $\binom{S}{3}$  o más corta el cable azul.



## Newton con Diferencias Divididas

Instrucciones:

**Paso 1:**

1. Calcular si los intervalos son no uniformes:

$$h = |x_{i+1} - x_i|$$

**Nota:** Se aplica para intervalos no uniformes.

2. Calcular las diferencias:

$x_i$	$y_i$	$D^0$	$D^1 f(x_i)$	$D^2 f(x_i)$	$D^3 f(x_i)$
$x_1$	$y_1$		$D_1^1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$D_1^2 = \frac{D_2^1 - D_1^1}{x_3 - x_1}$	$D_1^3 = \frac{D_2^2 - D_1^2}{x_4 - x_1}$
$x_2$	$y_2$		$D_2^1 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$	$D_2^2 = \frac{D_3^1 - D_2^1}{x_4 - x_2}$	
$x_3$	$y_3$		$D_3^1 = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}$		
$x_4$	$y_4$				

3. Calcular  $g(x)$ :

$$g(x) = D^0 + D^1(x - x_1) + D^2(x - x_1)(x - x_2) + D^3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) + \dots$$

**Paso 2:**

1. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
2. Ingresar el resultado de  $D^0$ .
3. Ingresar el resultado de  $D^1$ .
4. Ingresar el resultado de  $D^2$ .
5. Ingresar el resultado de  $D^3$ .
6. Si solo se necesitó  $D^0$  corta el cable azul.
7. Si se necesitaron hasta  $D^1$  corta el cable verde.
8. Si se necesitaron hasta  $D^2$  corta el cable rojo.
9. Si se necesitaron hasta  $D^3$  o más corta el cable amarillo.



## **Lagrange**

**Instrucciones:**

**Paso 1:**

1. Calcular  $g(x)$ :

$$\begin{aligned} g(x) = & y_1 \frac{(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)} \\ & + y_2 \frac{(x - x_1)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)} \\ & + y_3 \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_4)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4)} \\ & + y_4 \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_4 - x_1)(x_4 - x_2)(x_4 - x_3)} \\ & + y_n \end{aligned}$$

**Nota:** Se aplica para intervalos uniformes y no uniformes.

**Paso 2:**

1. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
2. Ingresar el resultado por grupos antes de iniciar cada suma, es decir, el producto que le corresponde a cada "y".
3. Si el resultado es positivo, corta el cable azul.
4. Si el resultado es negativo, corta el cable verde.



# Bomba: Ecuaciones no Lineales

## Grafico

Instrucciones:

Paso 1:

1. Con ayuda de la función " $f(x)$ " presentada, calcular " $y$ " y colocar los resultados cuando:

x	y
-3	¿?
-2	¿?
-1	¿?
0	¿?
1	¿?
2	¿?
3	¿?

2. Dar clic al plano de coordenadas justamente en las raíces, es decir, justamente por los puntos por donde pasa la gráfica con respecto a  $x$ .



## **Bisectriz**

Instrucciones: No sé



## Punto fijo o Sustituciones Sucesivas

Instrucciones:

**Paso 1:**

1. Despejar  $x$  de la función  $f(x)$ .
2. Calcular  $x_i$  y  $\epsilon = |x_{i+1} - x_i|$ :

i	Resultado de la función despejada	$x_i$	$\epsilon =  x_{i+1} - x_i $
0	-	0	-
1	Se sustituye la $x$ de la función por el numero anterior de $x_i$ .	Se coloca el <u>resultado</u> que será utilizado en la siguiente iteración sustituyéndola en $x$ .	$ x_1 - x_0 $
2	Se sustituye la $x$ de la función por el numero anterior de $x_i$ .	Se coloca el resultado que será utilizado en la siguiente iteración sustituyéndola en $x$ .	Se calcula el margen de error hasta que sea menor o igual que $\epsilon = 0.00001$

**Paso 2:**

1. Ingresar el ultimo resultado de  $x_i$ .
2. Ingresar el margen de error calculado.
3. Si el quinto valor después del punto de  $x_i$  es de 0 a 3 corta el cable azul ( $0 \leq x_i \leq 3$ ).
4. Si el quinto valor después del punto de  $x_i$  es de 4 a 6 corta el cable verde ( $4 \leq x_i \leq 6$ ).
5. Si el quinto valor después del punto de  $x_i$  es de 7 a 9 corta el cable rojo ( $7 \leq x_i \leq 9$ ).



## Newton Raphson

Instrucciones:

**Paso 1:**

1. Encuentre la derivada de la función dada.
2. Calcular  $x_{i+1}$  y  $\epsilon = |x_{i+1} - x_i|$ :

i	$x_{i+1}$	$\epsilon =  x_{i+1} - x_i $
0	$x_0 = 1$	$ x_1 - x_0 $
1	$x_1 = x_0 - \left( \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \right)$	$ x_2 - x_1 $
2	$x_2 = x_1 - \left( \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \right)$	$ x_3 - x_2 $
3	El resultado de $x_i$ va substituyéndose con el numero anterior.	Se calcula el margen de error hasta que sea igual a $\epsilon = 0$

**Paso 2:**

1. Ingresar el ultimo resultado de  $x_i$ .
2. Si se realizaron de 0 a 4 iteraciones corta el cable azul.
3. Si se realizaron de 5 a 9 iteraciones corta el cable verde.
4. Si se realizaron más de 10 iteraciones corta el cable rojo.



## Falsa posición o Regula - Falsi (Latín)

Instrucciones:

**Paso 1:**

1. Teniendo en cuenta que el cambio de signo indica una raíz, calcular la raíz para la función dada:

	<b>x</b>	<b>f(x)</b>	
	-2	- (Numero negativo)	
	-1	- (Numero negativo)	
	0	- (Numero negativo)	
<b>a →</b>	1	- (Numero negativo)	<b>→ f(a)</b>
<b>b →</b>	2	+ (Numero positivo)	<b>→ f(b)</b>

2. Calcular las iteraciones:

$$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$$

<b>i</b>	<b>b</b>	<b>f(b)</b>	<b>a</b>	<b>x</b>	<b>f(a)</b>	<b>ε= x<sub>i-1</sub>-x<sub>i</sub> </b>
0	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "a" encontrado en la tabla anterior.	-	Valor de "f(a)" encontrado en la tabla anterior.	-
1	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "a" encontrado en la tabla anterior.	$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$	Valor de "f(a)" encontrado en la tabla anterior.	-
2	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de la "x" calculada en la iteración anterior.	$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$	Valor que resulta de la función dada al sustituir con "a" de la iteración actual.	x <sub>2</sub> -x <sub>1</sub>
3	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de la "x" calculada en la iteración anterior.	$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$	Valor que resulta de la función dada al sustituir con "a" de la iteración actual.	Se calcula el margen de error hasta que sea menor o igual a ε=0.001



**Paso 2:**

1. Ingresar el ultimo resultado de  $x_i$ .
2. Ingresar el margen de error calculado.
3. Si se realizaron de 0 a 4 iteraciones corta el cable rojo.
4. Si se realizaron de 5 a 9 iteraciones corta el cable azul.
5. Si se realizaron más de 10 iteraciones corta el cable verde.



## Secante

Instrucciones:

### Paso 1:

1. Calcular la raíz de la función proporcionada.

$x_0$ = Empezar con 0.	$f(x_0)$ = Sustituir $x_0$ en la función.	$f(x_0)$ = Resultado de $x_0$ en la función.
$x_1$ = Utilizar el resultado anterior.	$f(x_1)$ = Sustituir $x_1$ en la función.	$f(x_1)$ = Resultado de $x_1$ en la función.
$x_n$ = Utilizar el resultado anterior.	$f(x_n)$ = Sustituir $x_n$ en la función.	$f(x_n)$ = Resultado de $x_n$ en la función.

i	$x_i$	$ x_{i+1}-x_i $
0	$x_0$ = Valor de la tabla anterior que corresponde a $x_0$ de la primera columna.	-
1	$x_1$ = Valor de la tabla anterior que corresponde a $x_1$ de la primera columna.	$ x_1-x_0 $
2	$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1-x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$	$ x_2-x_1 $
3	$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})(x_{n-1}-x_{n-2})}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})}$	Se calcula el margen de error hasta que sea menor o igual a $\epsilon=0.001$

### Paso 2:

1. Ingresar el ultimo resultado de  $x_i$ .
2. Ingresar el margen de error calculado.
3. Si se realizaron de 0 a 4 iteraciones corta el cable verde.
4. Si se realizaron de 5 a 9 iteraciones corta el cable rojo.
5. Si se realizaron más de 10 iteraciones corta el cable azul.



# Bomba: Ecuaciones lineales

## Montante

Instrucciones:

### Paso 1:

1. Crear matriz aumentada con las ecuaciones dadas e identificar la diagonal principal, ya que son las posiciones de cada pivote:

$$\begin{aligned} a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z &= b_1 \\ a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z &= b_2 \\ a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z &= b_3 \end{aligned} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Empezamos con  $p^{(0)} = 1$ .

2. Identificar pivote para cada etapa que se realizara:

*Etapas k = 1:*

$$\left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

*Etapas k = 2:*

$$\left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

*Etapas k = 3:*

$$\left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

$$\text{Valor a encontrar} = \frac{(\text{Pivote actual} \cdot \text{Valor a transformar}) - (\text{Producto de elementos opuestos})}{\text{Pivote anterior}}$$

3. Al tener la matriz final, extraer la solución para sacar “x”, “y” y “z”.

### Paso 2:

1. Ingresar el valor de cada pivote.
2. Ingresar resultados de “x”, “y” y “z”.
3. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” ninguno fue negativo, corta el cable azul
4. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” uno fue negativo, corta el cable verde.
5. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” dos o más fueron negativos, corta el cable rojo.



## Gauss - Jordán

Instrucciones:

Paso 1:

1. Crear matriz aumentada con las ecuaciones dadas e identificar la diagonal principal, ya que son las posiciones de cada pivote:

$$\begin{aligned} a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z &= b_1 \\ a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z &= b_2 \\ a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z &= b_3 \end{aligned} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Pivote inicial:  $a_{11}$

2. Multiplicar la fila 1 por  $\frac{1}{a_{11}}$ :

$$F1 \leftarrow \frac{1}{a_{11}} F1$$

Esto convierte el pivote en 1:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{a_{12}}{a_{11}} & \frac{a_{13}}{a_{11}} & \frac{b_1}{a_{11}} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

3. Hacer ceros debajo del pivote:

Para la fila 2:

$$F2 \leftarrow F2 - a_{21}F1$$

Para la fila 3:

$$F3 \leftarrow F3 - a_{31}F1$$

Resultando:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{a_{12}}{a'_{11}} & \frac{a_{13}}{a'_{11}} & \frac{b_1}{a'_{11}} \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & b'_3 \end{array} \right)$$

Donde cada  $a'$  y  $b'$  representa expresiones simbólicas resultantes.



Siguiente pivote:  $a'_{22}$

4. Multiplicar la fila 2 por  $\frac{1}{a'_{22}}$ :

$$F2 \leftarrow \frac{1}{a'_{22}} F2$$

Así el pivote se convierte en 1:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{a_{12}}{a'_{11}} & \frac{a_{13}}{a'_{11}} & \frac{b_1}{a'_{11}} \\ 0 & 1 & \frac{a'_{23}}{a'_{22}} & \frac{b'_2}{a'_{22}} \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & b'_3 \end{array} \right)$$

5. Hacer ceros arriba y abajo del pivote:

Fila 1:

$$F1 \leftarrow F1 - \left( \frac{a_{12}}{a'_{11}} \right) F2$$

Fila 3:

$$F3 \leftarrow F3 - a'_{32} F2$$

Obtienes:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a''_{13} & b''_1 \\ 0 & 1 & a''_{23} & b''_2 \\ 0 & 0 & a''_{33} & b''_3 \end{array} \right)$$

Siguiente pivote:  $a''_{33}$

6. Multiplicar la fila 3 por  $\frac{1}{a''_{33}}$ :

$$F3 \leftarrow \frac{1}{a''_{33}} F3$$



Así el pivote se convierte en 1:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a''_{13} & b''_1 \\ 0 & 1 & a''_{23} & b''_2 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{b''_3}{a''_{23}} \end{array} \right)$$

Hacer ceros arriba del pivote:

Fila 1:

$$F1 \leftarrow F1 - a''_{13}F3$$

Fila 2:

$$F2 \leftarrow F2 - a''_{23}F3$$

Resultado final:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \end{array} \right)$$

7. Al tener la matriz final, extraer la solución para sacar “x”, “y” y “z”.

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de “x”, “y” y “z”.
2. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” ninguno fue negativo, corta el cable azul.
3. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” uno fue negativo, corta el cable verde.
4. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” dos o más fueron negativos, corta el cable rojo.



## Eliminación Gaussiana

Instrucciones:

Paso 1:

1. Crear matriz aumentada con las ecuaciones dadas e identificar la diagonal principal, ya que son las posiciones de cada pivote:

$$\begin{aligned} a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z &= b_1 \\ a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z &= b_2 \\ a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z &= b_3 \end{aligned} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Pivote inicial:  $a_{11}$

2. Crear ceros debajo del pivote:

Fila 2:

$$R2 \leftarrow R2 - \left( \frac{a_{21}}{a_{11}} \right) R1$$

Fila 3:

$$R3 \leftarrow R3 - \left( \frac{a_{31}}{a_{11}} \right) R1$$

Obtienes:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & b'_3 \end{array} \right)$$

Donde cada  $a'$  y  $b'$  representa expresiones simbólicas resultantes.

Siguiente pivote:  $a'_{22}$

3. Crear cero en la fila 3

$$R3 \leftarrow R3 - \left( \frac{a'_{32}}{a'_{22}} \right) R2$$



Obtienes:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & 0 & a''_{33} & b''_3 \end{array} \right)$$

4. Al tener la matriz final, extraer la solución para sacar “x”, “y” y “z”.

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de “x”, “y” y “z”.
2. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” ninguno fue negativo, corta el cable rojo.
3. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” uno fue negativo, corta el cable azul.
4. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” dos o más fueron negativos, corta el cable verde.



## Gauss - Seidel

Instrucciones:

### Paso 1:

Identificar el sistema

$$1. \quad a_{11}a + a_{12}b + a_{13}c = d_1$$

$$2. \quad a_{21}a + a_{22}b + a_{23}c = d_2$$

$$3. \quad a_{31}a + a_{32}b + a_{33}c = d_3$$

Asignar tolerancia:  $\varepsilon = 0.001$

### Paso 1:

Verificar diagonal dominante:

$$|a_{11}| \ ? \ > \ |a_{12}| + |a_{13}|$$

$$|a_{22}| \ ? \ > \ |a_{21}| + |a_{23}|$$

$$|a_{33}| \ ? \ > \ |a_{31}| + |a_{32}|$$

- Si se cumple en todas las filas, es probable que el método converja.
- Si no se cumple, intentar permutar filas.
- Si no se puede dejar dominante, advertir que puede no converger.

### Paso 2:

Despejar las tres incógnitas de sus ecuaciones correspondientes:

$$a = \frac{d_1 - a_{12}b - a_{13}c}{a_{11}}$$

4.

$$b = \frac{d_2 - a_{21}a - a_{23}c}{a_{22}}$$

5.

$$c = \frac{d_3 - a_{31}a - a_{32}b}{a_{33}}$$

6.

### Paso

3:

Asignar valores iniciales para comenzar el proceso iterativo:



$$a^{(0)} = a_0, b^{(0)} = b_0, c^{(0)} = c_0$$

Generalmente se usan ceros.

**Paso 4:**

Utilizar las ecuaciones 4, 5 y 6 para las iteraciones.

Con  $b^{(0)}, c^{(0)}$  obtener  $a^{(1)}$  usando la ec.4:

$$a^{(1)} = \frac{d_1 - a_{12}b^{(0)} - a_{13}c^{(0)}}{a_{11}}$$

Con  $a^{(1)}, c^{(0)}$  obtener  $b^{(1)}$  usando la ec.5:

$$b^{(1)} = \frac{d_2 - a_{21}a^{(1)} - a_{23}c^{(0)}}{a_{22}}$$

Con  $a^{(1)}, b^{(1)}$  obtener  $c^{(1)}$  usando la ec.6:

$$c^{(1)} = \frac{d_3 - a_{31}a^{(1)} - a_{32}b^{(1)}}{a_{33}}$$

Iteración general (hasta  $e_{0.001}$ ).

Repetir el mismo proceso: con los valores de la iteración anterior obtener las nuevas componentes  $x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)}$  aplicando las ecuaciones 4, 5 y 6 en ese orden, usando siempre los valores ya actualizados cuando estén disponibles.

El método se detiene cuando:

$$e_a \leq e_0, e_b \leq e_0, e_c \leq e_0$$



Si los errores empiezan a aumentar o no disminuyen:  
**el método no converge** → se debe anotar y considerar otro procedimiento.

**Paso 5:** Tabla de interacciones

i	$a^{(i)}$	$b^{(i)}$	$c^{(i)}$
0	0	0	0
1	$\frac{d_1 - a_{12}b^{(0)} - a_{13}c^{(0)}}{a_{11}}$	$\frac{d_2 - a_{21}a^{(0)} - a_{23}c^{(0)}}{a_{22}}$	$\frac{d_3 - a_{31}a^{(0)} - a_{32}b^{(0)}}{a_{33}}$
2	$\frac{d_1 - a_{12}b^{(1)} - a_{13}c^{(1)}}{a_{11}}$	$\frac{d_2 - a_{21}a^{(2)} - a_{23}c^{(1)}}{a_{22}}$	$\frac{d_3 - a_{31}a^{(2)} - a_{32}b^{(2)}}{a_{33}}$
n	$\frac{d_1 - a_{12}b^{(n-1)} - a_{13}c^{(n-1)}}{a_{11}}$	$\frac{d_2 - a_{21}a^{(n)} - a_{23}c^{(n-1)}}{a_{22}}$	$\frac{d_2 - a_{31}a^{(n)} - a_{32}b^{(n)}}{a_{33}}$
$\varepsilon$	$e_a =  a^{(n)} - a^{(n-1)} $	$e_b =  b^{(n)} - b^{(n-1)} $	$e_c =  c^{(n)} - c^{(n-1)} $

**Paso 6:** Corte de Cable

Si el método converge en **0-4 iteraciones** → cortar **cable azul**.

Si converge en **5-9 iteraciones** → cortar **cable verde**.



Si converge en 10-19 iteraciones → cortar cable rojo.

Si necesita 20 o más → cortar cable amarillo



## Jacobi

Instrucciones:

### Paso 1:

Identificar el sistema

$$1. \quad a_{11}a + a_{12}b + a_{13}c = d_1$$

$$2. \quad a_{21}a + a_{22}b + a_{23}c = d_2$$

$$3. \quad a_{31}a + a_{32}b + a_{33}c = d_3$$

Asignar tolerancia:  $\varepsilon = 0.001$

### Paso 1:

Verificar diagonal dominante:

$$|a_{11}| \quad ? \quad > \quad |a_{12}| + |a_{13}|$$

$$|a_{22}| \quad ? \quad > \quad |a_{21}| + |a_{23}|$$

$$|a_{33}| \quad ? \quad > \quad |a_{31}| + |a_{32}|$$

- Si se cumple en todas las filas, es probable que el método converja.
- Si no se cumple, intentar permutar filas.
- Si no se puede dejar dominante, advertir que **puede no converger**.

### Paso 2:

Despejar las tres incógnitas de sus ecuaciones correspondientes:

$$a = \frac{d_1 - a_{12}b - a_{13}c}{a_{11}}$$

4.

$$b = \frac{d_2 - a_{21}a - a_{23}c}{a_{22}}$$

5.

$$c = \frac{d_3 - a_{31}a - a_{32}b}{a_{33}}$$

6.

### Paso

3:

Asignar valores iniciales para comenzar el proceso iterativo:

$$a_0 = 1, \quad b_0 = 1, \quad c_0 = 1$$



### Primera iteración

- Calcular  $a_1$  usando ecuación 4 y los valores iniciales  $b_0, c_0$

$$a_1 = \frac{d_1 - a_{12}b_0 - a_{13}c_0}{a_{11}}$$

- Calcular  $b_1$  usando ecuación 5 y los valores iniciales  $a_0, c_0$

$$b_1 = \frac{d_2 - a_{21}a_0 - a_{23}c_0}{a_{22}}$$

- Calcular  $c_1$  usando ecuación 6 y los valores iniciales  $a_0, b_0$

$$c_1 = \frac{d_3 - a_{31}a_0 - a_{32}b_0}{a_{33}}$$

### Segunda iteración

- Calcular  $a_2$  usando ecuación 4 y los valores de la iteración anterior  $b_1, c_1$

$$a_2 = \frac{d_1 - a_{12}b_1 - a_{13}c_1}{a_{11}}$$

- Calcular  $b_2$  usando ecuación 5 y los valores de la iteración anterior  $a_1, c_1$

$$b_2 = \frac{d_2 - a_{21}a_1 - a_{23}c_1}{a_{22}}$$

- Calcular  $c_2$  usando ecuación 6 y los valores de la iteración anterior  $a_1, b_1$



$$c_2 = \frac{d_3 - a_{31}a_1 - a_{32}b_1}{a_{33}}$$

### Iteraciones siguientes

- Repetir el mismo procedimiento:
  - Para cada iteración  $n$ , calcular  $a_n, b_n, c_n$  usando siempre los valores de la iteración anterior.
  - Las ecuaciones 4, 5 y 6 no cambian, solo se sustituyen los valores de la iteración previa.

i	$a^{(i)}$	$b^{(i)}$	$c^{(i)}$
0	1	1	1
1	$\frac{d_1 - a_{12}^{(0)} - a_{13}c^{(0)}}{a_{11}}$	$\frac{d_2 - a_{21}a^{(0)} - a_{23}c^{(0)}}{a_{22}}$	$\frac{d_3 - a_{31}a^{(0)} - a_{32}b^{(0)}}{a_{33}}$
2	$\frac{d_1 - a_{12}^{(1)} - a_{13}c^{(1)}}{a_{11}}$	$\frac{d_2 - a_{21}a^{(1)} - a_{23}c^{(1)}}{a_{22}}$	$\frac{d_3 - a_{31}a^{(1)} - a_{32}b^{(1)}}{a_{33}}$
n	$\frac{d_1 - a_{12}a^{(n-1)} - a_{13}c^{(n-1)}}{a_{11}}$	$\frac{d_2 - a^{(n)} - c^{(n-1)}}{a_{22}}$	$\frac{d_2 - a^{(n)} - c^{(n)}}{a_{33}}$



$\varepsilon$	$e_a =  a^{(n)} - a^{(n-1)} $	$e_b =  b^{(n)} - b^{(n-1)} $	$e_c =  c^{(n)} - c^{(n-1)} $
---------------	-------------------------------	-------------------------------	-------------------------------

### Paso 6: Corte de Cable

Si el método converge en **0-4 iteraciones** → cortar **cable azul**.

Si converge en **5-9 iteraciones** → cortar **cable verde**.

Si converge en **10-19 iteraciones** → cortar **cable rojo**.

Si necesita **20 o más** → cortar **cable amarillo**

# Bomba: Mínimos Cuadrados

## Línea Recta

Instrucciones:

Paso 1:

1. Contar el número de puntos dados y asignarlo a  $n$ .
2. Construir una tabla con 4 columnas fundamentales:
  - $x$  (Datos independientes)
  - $y$  (Datos dependientes)
  - $x^2$  (El valor de  $x$  al cuadrado)
  - $xy$  (El producto de  $x$  por  $y$ )

$x$	$y$	$x^2$	$xy$
$x_1$	$y_1$	$x_1^2$	$(xy)_1$
$x_2$	$y_2$	$x_2^2$	$(xy)_2$
$x_3$	$y_3$	$x_3^2$	$(xy)_3$
$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$(xy)_i$
$\Sigma x$	$\Sigma y$	$\Sigma x^2$	$\Sigma xy$

3. Realizar la sumatoria ( $\Sigma$ ) de cada columna por separado para obtener  $\Sigma x$ ,  $\Sigma y$ ,  $\Sigma x^2$  y  $\Sigma xy$ .
4. Sustituir estas sumatorias en la siguiente matriz de  $2 \times 2$  para formar el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x \\ \Sigma x & \Sigma x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \end{bmatrix}$$



**Paso 2:**

1. Resolver el sistema (usando Gauss-Jordan o determinantes) para encontrar los valores de  $a_0$  y  $a_1$ .
2. Calcular  $g(x)$  sustituyendo los coeficientes encontrados en  $g(x) = a_0 + a_1x$  evaluando con el último valor de  $x$  de tu tabla de datos.
3. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
4. Observar el primer decimal del resultado:
  - Si es 0, 1, 2, 3 o 4, corta el cable azul ( $0 \leq \text{decimal} \leq 4$ ).
  - Si es 5, 6, 7, 8 o 9, corta el cable rojo ( $5 \leq \text{decimal} \leq 9$ ).

## Cuadrática

Instrucciones:

Paso 1:

1. Identificar  $n$  (número de pares de datos).
2. Construir una tabla extendida calculando las siguientes 7 columnas:
  - $x, y$  (Datos independientes)
  - $x^2, x^3, x^4$  (Potencias de  $x$ )
  - $xy$  (El producto de  $x$  por  $y$ )
  - $x^2y$  (El producto de  $x^2$  por  $y$ )

$x$	$y$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$xy$	$x^2y$
$x_1$	$y_1$	$x_1^2$	$x_1^3$	$x_1^4$	$(xy)_1$	$(x^2y)_1$
$x_2$	$y_2$	$x_2^2$	$x_2^3$	$x_2^4$	$(xy)_2$	$(x^2y)_2$
$x_3$	$y_3$	$x_3^2$	$x_3^3$	$x_3^4$	$(xy)_3$	$(x^2y)_3$
$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i^3$	$x_i^4$	$(xy)_i$	$(x^2y)_i$
$\Sigma x$	$\Sigma y$	$\Sigma x^2$	$\Sigma x^3$	$\Sigma x^4$	$\Sigma xy$	$\Sigma x^2y$

3. Realizar las sumatorias de todas las columnas.
4. Armar el sistema de ecuaciones matricial sustituyendo las sumas en la siguiente estructura:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma x^2 \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 \\ \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma x^2y \end{bmatrix}$$



**Paso 2:**

1. Resolver el sistema (usando Gauss-Jordan o determinantes) para encontrar los valores de  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$ .
2. Calcular  $g(x)$  sustituyendo los coeficientes encontrados en  $g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$  evaluando con el último valor de  $x$  de tu tabla de datos.
3. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
4. Analizar la parte entera de tu resultado (el número antes del punto decimal):
  - Si la parte entera es un número par, corta el cable verde.
  - Si la parte entera es un número impar, corta el cable amarillo.

## Cúbica

### Instrucciones:

#### Paso 1:

1. Preparar una tabla de datos. Debes calcular columnas para:

- Potencias de  $x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6$ .
- Productos con  $y, xy, x^2y, x^3y$ .

$x$	$y$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$x^5$	$x^6$	$xy$	$x^2y$	$x^3y$
$x_1$	$y_1$	$x_1^2$	$x_1^3$	$x_1^4$	$x_1^5$	$x_1^6$	$(xy)_1$	$(x^2y)_1$	$(x^3y)_1$
$x_2$	$y_2$	$x_2^2$	$x_2^3$	$x_2^4$	$x_2^5$	$x_2^6$	$(xy)_2$	$(x^2y)_2$	$(x^3y)_2$
$x_3$	$y_3$	$x_3^2$	$x_3^3$	$x_3^4$	$x_3^5$	$x_3^6$	$(xy)_3$	$(x^2y)_3$	$(x^3y)_3$
$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i^3$	$x_i^4$	$x_i^5$	$x_i^6$	$(xy)_i$	$(x^2y)_i$	$(x^3y)_i$
$\Sigma x$	$\Sigma y$	$\Sigma x^2$	$\Sigma x^3$	$\Sigma x^4$	$\Sigma x^5$	$\Sigma x^6$	$\Sigma xy$	$\Sigma x^2y$	$\Sigma x^3y$

2. Calcular la sumatoria de cada una de estas columnas.

3. Configurar la matriz de  $4 \times 4$  siguiendo el patrón simétrico de las potencias:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 \\ \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 & \Sigma x^5 \\ \Sigma x^3 & \Sigma x^4 & \Sigma x^5 & \Sigma x^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma x^2y \\ \Sigma x^3y \end{bmatrix}$$



**Paso 2:**

1. Resolver el sistema para obtener los cuatro coeficientes.
2. Calcular  $g(x)$  sustituyendo los coeficientes encontrados en  $g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  evaluando con el último valor de  $x$  de tu tabla de datos.
3. Comparar el resultado de  $g(x)$  con el valor original de  $y$  correspondiente a esa  $x$ :
  - Si  $g(x)$  es mayor que  $y$ , corta el cable blanco.
  - Si  $g(x)$  es menor que  $y$ , corta el cable negro.
  - Si son iguales, corta el cable morado.



## Lineal con Función

Instrucciones:

Paso 1:

1. Definir cuál es la función  $f(x)$  requerida (ej.  $\text{sen}(x)$ ,  $e^x$ , etc.).
2. Construir la tabla de datos. Además de  $x$  y  $y$ , necesitas calcular:
  - Columna  $f(x)$ : Evaluar la función en cada  $x$ .
  - Columna  $x^2$ :  $x$  al cuadrado.
  - Columna  $xf(x)$ : Multiplicar  $x$  por el resultado de la función.
  - Columna  $f(x)^2$ : Elevar al cuadrado el resultado de la función.
  - Columna  $yf(x)$ : Multiplicar  $y$  por el resultado de la función.

$x$	$y$	$f(x)$	$x^2$	$xf(x)$	$f(x)^2$	$yf(x)$	$xy$
$x_1$	$y_1$	$f(x)_1$	$x_1^2$	$xf(x)_1$	$f(x)_1^2$	$yf(x)_1$	$(xy)_1$
$x_2$	$y_2$	$f(x)_2$	$x_2^2$	$xf(x)_2$	$f(x)_2^2$	$yf(x)_2$	$(xy)_2$
$x_3$	$y_3$	$f(x)_3$	$x_3^2$	$xf(x)_3$	$f(x)_3^2$	$yf(x)_3$	$(xy)_3$
$x_i$	$y_i$	$f(x)_i$	$x_i^2$	$xf(x)_i$	$f(x)_i^2$	$yf(x)_i$	$(xy)_i$
$\Sigma x$	$\Sigma y$	$\Sigma f(x)$	$\Sigma x^2$	$\Sigma xf(x)$	$\Sigma f(x)^2$	$\Sigma yf(x)$	$\Sigma xy$

3. Realizar todas las sumatorias y armar la matriz:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma f(x) \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma xf(x) \\ \Sigma f(x) & \Sigma xf(x) & \Sigma f(x)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma yf(x) \end{bmatrix}$$



**Paso 2:**

1. Resolver el sistema para obtener los coeficientes.
2. Calcular  $g(x)$  sustituyendo los coeficientes encontrados en  $g(x) = a_0 + a_1x + a_2[f(x)]$  evaluando con la función  $f(x)$ .
3. Observar el segundo decimal del resultado:
  - Si el segundo decimal es 0, 1, 2 o 3, corta el cable azul.
  - Si el segundo decimal es 4, 5 o 6, corta el cable rojo.
  - Si el segundo decimal es 7, 8 o 9, corta el cable verde.

## Cuadrática con Función

Instrucciones:

Paso 1:

1. Identificar la función  $f(x)$  a utilizar.
2. Generar una tabla extensa con las siguientes columnas y sus sumatorias:
  - Básicas:  $x, y$ .
  - Potencias de  $x$ :  $x^2, x^3, x^4$ .
  - Relacionadas con la función:  $f(x), f(x)^2$ .
  - Productos cruzados:  $xy, x^2y, xf(x), x^2f(x), yf(x)$ .

$x$	$y$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$f(x)$	$xf(x)$	$x^2f(x)$	$f(x)^2$	$xy$	$x^2y$	$yf(x)$
$x_1$	$y_1$	$x_1^2$	$x_1^3$	$x_1^4$	$f(x)_1$	$xf(x)_1$	$x^2f(x)_1$	$f(x)_1^2$	$(xy)_1$	$(x^2y)_1$	$yf(x)_1$
$x_2$	$y_2$	$x_2^2$	$x_2^3$	$x_2^4$	$f(x)_2$	$xf(x)_2$	$x^2f(x)_2$	$f(x)_2^2$	$(xy)_2$	$(x^2y)_2$	$yf(x)_2$
$x_3$	$y_3$	$x_3^2$	$x_3^3$	$x_3^4$	$f(x)_3$	$xf(x)_3$	$x^2f(x)_3$	$f(x)_3^2$	$(xy)_3$	$(x^2y)_3$	$yf(x)_3$
$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i^3$	$x_i^4$	$f(x)_i$	$xf(x)_i$	$x^2f(x)_i$	$f(x)_i^2$	$(xy)_i$	$(x^2y)_i$	$yf(x)_i$
$\Sigma x$	$\Sigma y$	$\Sigma x^2$	$\Sigma x^3$	$\Sigma x^4$	$\Sigma f(x)$	$\Sigma xf(x)$	$\Sigma x^2f(x)$	$\Sigma f(x)^2$	$\Sigma xy$	$\Sigma x^2y$	$\Sigma yf(x)$

3. Llenar la matriz de 4x4 con las sumatorias correspondientes:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma f(x) \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma xf(x) \\ \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 & \Sigma x^2f(x) \\ \Sigma f(x) & \Sigma xf(x) & \Sigma x^2f(x) & \Sigma f(x)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma x^2y \\ \Sigma yf(x) \end{bmatrix}$$



**Paso 2:**

1. Resolver el sistema para obtener los coeficientes.
2. Calcular  $g(x)$  sustituyendo los coeficientes encontrados en  $g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3[f(x)]$  evaluando con la función  $f(x)$ .
3. Observar el segundo decimal del resultado:
  - Si el resultado es positivo (+), corta el cable naranja.
  - Si el resultado es negativo (-), corta el cable gris.

# Bomba: Integración

## Regla Trapezoidal

Instrucciones:

### Paso 1:

1. Identificar los límites de integración  $a$  y  $b$ , y el número de segmentos  $n$ .
2. Calcular el ancho de cada subintervalo ( $h$ ) o altura promedio utilizando la fórmula:

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Incrementar el valor de  $x$  desde  $a$  sumando  $h$  en cada paso ( $x = a + ih$ ) para obtener los puntos intermedios.
4. Calcular la integral  $I$  utilizando la fórmula de la regla trapezoidal:

$$I = \frac{h}{2} \left[ f(a) + 2 \sum_{i=0}^{n-1} f(a + ih) + f(b) \right]$$

**Nota:** Para obtener una precisión aceptable se requiere de un gran número de subintervalos.

### Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de  $I$ .
2. Analizar el segundo decimal de tu resultado obtenido:
  - Si el segundo decimal es 0, 1 o 2, corta el cable azul.
  - Si el segundo decimal es 3, 4 o 5, corta el cable rojo.
  - Si el segundo decimal es 6, 7, 8 o 9, corta el cable verde.



## **Regla de 1/3 Simpson**

**Instrucciones:**

### **Paso 1:**

1. Verificar que el número de intervalos  $n$  sea un número par ( $n = 2, 4, 6 \dots$ ).
2. Calcular el valor de  $h$ :

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Aplicar la fórmula de Simpson 1/3, teniendo cuidado de multiplicar por 4 los términos con índice impar y por 2 los términos con índice par en la sumatoria interna:

$$I = \frac{h}{3} \left[ f(a) + 4 \sum_{i=1,3,5\dots}^{n-1} f(a + ih) + 2 \sum_{i=2,4,6\dots}^{n-2} f(a + ih) + f(b) \right]$$

### **Paso 2:**

1. Ingresar el resultado final de  $I$ .
2. Compara la parte entera del resultado (antes del punto decimal) con el valor de  $n$  utilizado:
  - Si la parte entera es mayor que  $n$ , corta el cable amarillo.
  - Si la parte entera es menor que  $n$ , corta el cable blanco.
  - Si son iguales, corta el cable negro.



## Regla de 3/8 Simpson

Instrucciones:

### Paso 1:

1. Verificar que el número de intervalos  $n$  sea un **múltiplo de 3** (o impar según el caso específico, pero idealmente múltiplo de 3 para la aplicación estricta).
2. Calcular el valor de  $h$ :

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Calcular la integral  $I$ , multiplicando el paso  $h$  por 3/8:

$$I = \frac{3}{8}h \left[ f(a) + 3 \sum_{i=1}^{n-1} f(a + ih) + f(b) \right]$$

### Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de  $I$ .
2. Observar el signo del resultado:
  - Si el resultado es positivo (+), corta el cable morado.
  - Si el resultado es negativo (-), corta el cable naranja.
  - Si el resultado es cero, corta el cable gris.



## Newton – Cotes Cerradas

Instrucciones:

Paso 1:

1. Determinar el grado  $n$  del polinomio a utilizar.

2. Calcular  $h$  usando la fórmula estándar:

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Consultar la "Tabla de Constantes para fórmulas Cerradas" para encontrar el valor de  $\alpha$  y los pesos  $\omega_i$  correspondientes a  $n$ .

n		i = 0	i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	i = 5	i = 6	i = 7	i = 8	i = 9	i = 10
1	1/2	1	1									
2	1/3	1	4	1								
3	3/8	1	3	3	1							
4	2/45	7	32	12	32	7						
5	5/288	19	75	50	50	75	19					
6	1/140	41	216	27	272	27	216	41				
7	7/17280	751	3577	1323	2989	2989	1323	3577	751			
8	14/14175	989	5888	-928	10946	-4540	10946	-928	5888	989		
9	9/89600	2857	15741	1080	19344	5788	5788	19344	1080	15741	2857	
10	5/299376	16067	106300	-48525	272400	-260550	427368	-260550	272400	-48525	106300	16067

4. Calcular la integral  $I$  sumando los productos de los pesos por la función evaluada:

$$I = \alpha h \sum_{i=0}^n \omega_i f(a + ih)$$

**Paso 2:**

1. Ingresar el valor de  $\alpha$  utilizado (ej.  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $3/8$ , etc.).
2. Ingresar el resultado final de  $I$ .
  - Si utilizaste  $n = 1$  (Regla del Trapecio) o  $n = 2$  (Simpson  $1/3$ ), corta el cable azul.
  - Si utilizaste  $n = 3$  (Simpson  $3/8$ ) o  $n = 4$ , corta el cable rojo.
  - Si utilizaste  $n \geq 5$ , corta el cable verde.



## Newton – Cotes Abiertas

### Instrucciones:

#### Paso 1:

1. Determinar el valor de  $n$ .
2. Calcular  $h$  dividiendo entre  $n + 2$  debido a la extensión del intervalo:

$$h = \frac{b - a}{n + 2}$$

3. Consultar la "Tabla de Constantes para fórmulas Abiertas" para obtener  $\alpha$  y los pesos  $\omega_i$ .

n		i = 0	i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	i = 5	i = 6	i = 7	i = 8
1	3/2	0	1	1	0					
2	4/3	0	2	-1	2	0				
3	5/24	0	11	1	1	11	0			
4	6/20	0	11	-14	26	-14	11	0		
5	7/1440	0	611	-453	562	562	-453	611	0	
6	8/945	0	460	-954	2196	-2459	2196	-954	460	0

4. Calcular la integral  $I$ :

$$I = \alpha h \sum_{i=0}^n \omega_i f(a + ih)$$

#### Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de  $I$ .
2. Identificar el primer número distinto de cero después del punto decimal:
  - Si ese número es par (2, 4, 6, 8), corta el cable amarillo.
  - Si ese número es impar (1, 3, 5, 7, 9), corta el cable azul.



# Bomba: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

## Euler Modificado

Instrucciones:

Fórmulas:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(y_n, t_n) + f(y_{n+1}, t_{n+1})]$$

$$y'_1 = y_0 + \frac{h}{2} [f(y_0, t_0) + f(y_1, t_1)]$$

Considerar  $t_0 = 0$ .

Paso 1:

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.
2. Considerar  $t_0 = 0$  y  $t_1 = t_0 + h$ .
3. Sustituir  $y'$ ,  $t_0$ ,  $t_1$  y las condiciones iniciales ( $y_0$ ,  $h$ ,  $y_1$ ) proporcionadas, en la fórmula  $y'_1$ .
4. Al obtener el resultado de  $y'_1$  calcular  $y'_2$  considerando:

$$t_0 = t_1$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_1 = y'_1$$

Paso 2:

1. Ingresar resultados de  $y'_1$  y  $y'_2$ .
2. Si el ultimo dígito de  $y'_1$  es mayor que  $y'_2$ , corta el cable rojo.
3. Si el ultimo dígito de  $y'_1$  es menor que  $y'_2$ , corta el cable amarillo.
4. Si el ultimo dígito de  $y'_1$  es igual que  $y'_2$ , corta el cable verde.



## Runge – Kutta de Segundo Orden

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f(y_n + k_1, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

**Paso 1:**

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.
2. Considerar  $t_0 = 0$ .
3. Calcular  $k_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
4. Calcular  $k_2$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
5. Calcular  $y_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas y  $k_1$  y  $k_2$ .
6. Al obtener el resultado de  $y_1$  calcular  $y_2$  considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de  $y_1$  y  $y_2$ .
2. Si  $k_1$  y  $k_2$  tienen mismo signo, corta el cable verde.
3. Si  $k_1$  y  $k_2$  tienen signos opuestos, corta el cable amarillo.



## Runge – Kutta de Tercer Orden

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f\left(y_n + \frac{k_1}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right)$$

$$k_3 = h f(y_n - k_1 + 2k_2, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)$$

**Paso 1:**

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.
2. Considerar  $t_0 = 0$ .
3. Calcular  $k_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
4. Calcular  $k_2$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
5. Calcular  $k_3$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
6. Calcular  $y_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas,  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$ .
7. Al obtener el resultado de  $y_1$  calcular  $y_2$  considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de  $y_1$  y  $y_2$ .
2. Si el término  $k_1 + 4k_2 + k_3$  es positivo, corta el cable verde.
3. Si el término  $k_1 + 4k_2 + k_3$  es negativo, corta el cable rojo.
4. Si el término  $k_1 + 4k_2 + k_3$  es cercano a cero, corta el cable amarillo.



## Runge – Kutta de Cuarto Orden por 1/3 de Simpson

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f(y_n + \frac{k_1}{2}, t_n + \frac{h}{2})$$

$$k_3 = h f(y_n + \frac{k_2}{2}, t_n + \frac{h}{2})$$

$$k_4 = h f(y_n + k_3, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Paso 1:

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.
2. Considerar  $t_0 = 0$ .
3. Calcular  $k_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
4. Calcular  $k_2$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
5. Calcular  $k_3$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
6. Calcular  $k_4$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
7. Calcular  $y_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas,  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$ .
8. Al obtener el resultado de  $y_1$  calcular  $y_2$  considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de  $y_1$  y  $y_2$ .
2. Si el término  $(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$  es positivo, corta el cable verde.
3. Si el término  $(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$  es negativo, corta el cable rojo.
4. Si el término  $(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$  es cercano a cero, corta el cable azul.



## Runge - Kutta de Cuarto Orden por 3/8 de Simpson

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f(y_n + \frac{k_1}{3}, t_n + \frac{h}{3})$$

$$k_3 = h f(y_n + \frac{k_1}{3} + \frac{k_2}{3}, t_n + \frac{2h}{3})$$

$$k_4 = h f(y_n + k_1 - k_2 + k_3, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{8}(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$$

Paso 1:

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.
2. Considerar  $t_0 = 0$ .
3. Calcular  $k_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
4. Calcular  $k_2$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
5. Calcular  $k_3$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
6. Calcular  $k_4$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
7. Calcular  $y_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas,  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$ .
8. Al obtener el resultado de  $y_1$  calcular  $y_2$  considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de  $y_1$  y  $y_2$ .
2. Si el término  $(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$  es positivo, corta el cable azul.
3. Si el término  $(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$  es negativo, corta el cable rojo.
4. Si el término  $(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$  es cercano a cero, corta el cable amarillo.



## Runge - Kutta de Orden Superior

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = hV_n$$

$$m_1 = h[\pm a V_n \pm b U_n, q_n]$$

$$k_2 = h(V_n + m_1)$$

$$m_2 = h[\pm a(V_n + m_1) \pm b(U_n + k_1), q_n + h]$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

$$y'_{n+1} = y'_n + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$$

$$V_n = y'$$

$$U_n = y$$

$$q_n = t$$

Paso 1:

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.

2. Considerar:

$$t_0 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 1$$

$$V_n = y'_0$$

$$U_n = y_0$$

$$q_n = t = 0$$

$$k_1 = h(y'_0)$$

$$k_2 = h(y'_0 + m_1)$$

$$m_1 = h(y'_0 + y)$$

$$m_2 = h[a(y'_0 + m_1)(t + h) + b(y_0 + k_1)]$$

~~2.3.~~ Calcular  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  y  $k_4$  sustituyendo los valores proporcionados y encontrados.

~~3.4.~~ Calcular  $y_1$  y  $y'_1$  sustituyendo los valores proporcionados y encontrados.

~~4.5.~~ Al obtener los resultados de  $y_1$  y  $y'_1$  calcular  $y_2$  y  $y'_2$  considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de  $y'_1$  y  $y'_2$ .
2. Si  $k_1$  y  $k_2$  tienen mismo signo, corta el cable verde.
3. Si  $k_1$  y  $k_2$  tienen signos opuestos, corta el cable azul.
4. Si  $k_1$  o  $k_2$  es casi cero, corta el cable amarillo.