

BOMBA NUMÉRICA

MANUAL DE DESACTIVACIÓN DE BOMBAS

Equipo 8

Contenido

Introducción	4
Desactivación de Bombas.....	5
Bomba: Interpolación	6
Interpolación Lineal	6
Newton hacia Adelante.....	7
Newton hacia Atrás.....	9
Newton con Diferencias Divididas	11
Lagrange	12
Bomba: Ecuaciones no Lineales	13
Gráfico.....	13
Bisectriz.....	14
Punto fijo o Sustituciones Sucesivas.....	16
Newton Raphson	17
Falsa posición o Regula - Falsi (Latín).....	18
Secante.....	20
Bomba: Ecuaciones lineales	21
Montante	21
Gauss - Jordán.....	22
Eliminación Gaussiana	25
Gauss - Seidel	27
Jacobi	29
Bomba: Mínimos Cuadrados.....	31
Línea Recta	31
Cuadrática	33
Cúbica	35
Lineal con Función	37
Cuadrática con Función	39
Bomba: Integración	41
Regla Trapezoidal	41
Regla de 1/3 Simpson.....	42
Regla de 3/8 Simpson	43
Newton - Cotes Cerradas	44

Newton - Cotes Abiertas	46
Bomba: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	47
Euler Modificado.....	47
Runge - Kutta de Segundo Orden	48
Runge - Kutta de Tercer Orden	49
Runge - Kutta de Cuarto Orden por 1/3 de Simpson.....	50
Runge - Kutta de Cuarto Orden por 3/8 de Simpson.....	52
Runge - Kutta de Orden Superior	54
Bibliografía.....	56

Introducción

Bienvenido al Manual de Bombas Numéricas, una guía diseñada para ayudar a los operadores a desactivar módulos matemáticos bajo presión extrema. Este documento contiene instrucciones precisas, procedimientos paso a paso y reglas específicas que deben seguirse estrictamente para resolver cada módulo sin provocar un “colapso numérico”.

Cada módulo presenta un desafío diferente basado en métodos numéricos, álgebra, matrices o ecuaciones diferenciales, los cuales deberán resolverse siguiendo las instrucciones aquí descritas.

Recuerda:

Este manual no contiene soluciones, solo métodos.

El tiempo es limitado.

Un error... y todo explota.

Desactivación de Bombas

La desactivación de una Bomba Numérica requiere precisión y una estricta adherencia a los procedimientos establecidos en este manual. Cada bomba está compuesta por tres módulos matemáticos seleccionados de manera aleatoria entre todos los métodos numéricos disponibles de la bomba seleccionada, y la falla en cualquiera de ellos resultará en un colapso inmediato del sistema.

Un módulo se considera desactivado únicamente cuando el operador introduce la solución correcta siguiendo los métodos y pasos indicados. No se permite la improvisación: incluso una operación fuera de orden puede activar un mecanismo de fallo.

La desactivación exitosa depende de:

1. Aplicación estricta de los métodos numéricos tal como se presentan.
2. Gestión eficiente del tiempo.
3. Evitar suposiciones: solo seguir reglas.

Recuerda: cada módulo es independiente, pero todos deben completarse para asegurar que la bomba quede totalmente desactivada.

Módulos:

Al activarse una bomba, cada uno de sus módulos aparecerá marcado en rojo, indicando que aún no han sido resueltos.

Cuando el operador complete correctamente un módulo siguiendo las instrucciones del método correspondiente, este cambiará a color verde, señalando que ha sido desactivado exitosamente.

Si alguno de los módulos permanece sin resolverse al finalizar el tiempo, o si se introduce una solución incorrecta en un paso crítico, la bomba detonará de inmediato.

Bomba: Interpolación

Interpolación Lineal

Instrucciones:

Paso 1:

1. Asignar como "x" a x de $\ln(x)$
2. Asignar como "a" a x_1 de $\ln(x_1)$.
3. Asignar como "b" a x_2 de $\ln(x_2)$.
4. Asignar como $f(a)$ al cálculo de $\ln(x_1)$.
5. Asignar como $f(b)$ al cálculo de $\ln(x_2)$.
6. Asignar como $f(x)$ al cálculo de $\ln(x)$.
7. Calcula la pendiente:

$$g(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) + f(a)$$

8. Calcular margen de error:

$$\epsilon = |f(x) - g(x)|$$

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de $g(x)$.
2. Si el tercer valor después del punto del margen de error es de 0 a 3 corta el cable azul ($0 \leq \epsilon \geq 3$).
3. Si el tercer valor después del punto del margen de error es de 4 a 6 corta el cable azul ($4 \leq \epsilon \geq 6$).
4. Si el tercer valor después del punto del margen de error es de 7 a 9 corta el cable azul ($7 \leq \epsilon \geq 9$).

Newton hacia Adelante

Instrucciones:

Paso 1:

1. Calcular si los intervalos son uniformes:

$$h = |x_{i+1} - x_i|$$

Nota: Se aplica para intervalos uniformes.

2. Calcular Δ^k :

xi	yi	$\Delta' f(x_i)$	$\Delta^2 f(x_i)$	$\Delta^3 f(x_i)$
x₁	y₁	$\Delta'_1 = y_2 - y_1$	$\Delta^2_1 = \Delta'_2 - \Delta'_1$	$\Delta^3_1 = \Delta^2_2 - \Delta^2_1$
x₂	y₂	$\Delta'_2 = y_3 - y_2$	$\Delta^2_2 = \Delta'_3 - \Delta'_2$	
x₃	y₃	$\Delta'_3 = y_4 - y_3$		
x₄	y₄			

3. Calcular s:

$$s = \frac{x - x_i}{h}$$

4. Calcular coeficientes binomiales:

$$\binom{S}{0} = 1$$

$$\binom{S}{1} = s$$

$$\binom{S}{2} = \frac{s(s-1)}{2!}$$

$$\binom{S}{3} = \frac{s(s-1)(s-2)}{3!}$$

$$\binom{S}{n} = \frac{s(s-1)(s-2) \dots [s-(n+1)]}{n!}$$

5. Calcular $g(x)$:

$$g(x) = y_1 \binom{S}{0} + \Delta' f(x_i) \binom{S}{1} + \Delta^2 f(x_i) \binom{S}{2} + \dots$$

Nota: x_i es el primer número que se interpola.

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de $g(x)$.
2. Ingresar el resultado de $\binom{S}{0}$.
3. Ingresar el resultado de $\binom{S}{1}$.
4. Ingresar el resultado de $\binom{S}{2}$.
5. Ingresar el resultado de $\binom{S}{3}$.
6. Si solo se necesitó $\binom{S}{0}$ corta el cable azul.
7. Si se necesitaron $\binom{S}{1}$ corta el cable verde.
8. Si se necesitaron $\binom{S}{2}$ corta el cable rojo.
9. Si se necesitaron $\binom{S}{3}$ o más corta el cable amarillo.

Newton hacia Atrás

Instrucciones:

Paso 1:

1. Calcular si los intervalos son uniformes:

$$h = |x_{i+1} - x_i|$$

Nota: Se aplica para intervalos uniformes.

2. Calcular ∇^{k-1} :

xi	yi	$\nabla' f(x_i)$	$\nabla^2 f(x_i)$	$\nabla^3 f(x_i)$
x₁	y₁			
x₂	y₂	$\nabla'_1 = y_2 - y_1$		
x₃	y₃	$\nabla'_2 = y_3 - y_2$	$\nabla'^2_1 = \nabla'_2 - \nabla'_1$	
x₄	y₄	$\nabla'_3 = y_4 - y_3$	$\nabla'^2_2 = \nabla'_3 - \nabla'_2$	$\nabla'^3_1 = \nabla'^2_2 - \nabla'^2_1$

3. Calcular s:

$$s = \frac{x - x_i}{h}$$

4. Calcular coeficientes binomiales:

$$\binom{S}{0} = 1$$

$$\binom{S}{1} = s$$

$$\binom{S}{2} = \frac{s(s-1)}{2!}$$

$$\binom{S}{3} = \frac{s(s-1)(s-2)}{3!}$$

$$\binom{S}{n} = \frac{s(s-1)(s-2) \dots [s - (n+1)]}{n!}$$

5. Calcular $g(x)$:

$$g(x) = y_1 \binom{S}{0} + \nabla' f(x_i) \binom{S}{1} + \nabla^2 f(x_i) \binom{S}{2} + \dots$$

Nota: x_i es el último número que se interpola.

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de $g(x)$.
2. Ingresar el resultado de $\binom{S}{0}$.
3. Ingresar el resultado de $\binom{S}{1}$.
4. Ingresar el resultado de $\binom{S}{2}$.
5. Ingresar el resultado de $\binom{S}{3}$.
6. Si solo se necesitó $\binom{S}{0}$ corta el cable amarillo.
7. Si se necesitaron $\binom{S}{1}$ corta el cable rojo.
8. Si se necesitaron $\binom{S}{2}$ corta el cable verde.
9. Si se necesitaron $\binom{S}{3}$ o más corta el cable azul.

Newton con Diferencias Divididas

Instrucciones:

Paso 1:

1. Calcular si los intervalos son no uniformes:

$$h = |x_{i+1} - x_i|$$

Nota: Se aplica para intervalos no uniformes.

2. Calcular las diferencias:

x_i	y_i	D⁰f(x_i)	D²f(x_i)	D³f(x_i)
x₁	y₁	$D_1^1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$D_1^2 = \frac{D_2^1 - D_1^1}{x_3 - x_1}$	$D_1^3 = \frac{D_2^2 - D_1^2}{x_4 - x_1}$
x₂	y₂	$D_2^1 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$	$D_2^2 = \frac{D_3^1 - D_2^1}{x_4 - x_2}$	
x₃	y₃	$D_3^1 = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}$		
x₄	y₄			

3. Calcular g(x):

$$g(x) = D^0 + D^1(x - x_1) + D^2(x - x_1)(x - x_2) + D^3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) + \dots$$

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de g(x).
2. Ingresar el resultado de D⁰.
3. Ingresar el resultado de D¹.
4. Ingresar el resultado de D².
5. Ingresar el resultado de D³.
6. Si solo se necesitó D⁰ corta el cable azul.
7. Si se necesitaron hasta D¹ corta el cable verde.
8. Si se necesitaron hasta D² corta el cable rojo.
9. Si se necesitaron hasta D³ o más corta el cable amarillo.

Lagrange

Instrucciones:

Paso 1:

1. Calcular $g(x)$:

$$g(x) = y_1 \frac{(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)}$$
$$+ y_2 \frac{(x - x_1)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)}$$
$$+ y_3 \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_4)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4)}$$
$$+ y_4 \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_4 - x_1)(x_4 - x_2)(x_4 - x_3)}$$
$$+ y_n$$

Nota: Se aplica para intervalos uniformes y no uniformes.

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de $g(x)$.
2. Ingresar el resultado por grupos antes de iniciar cada suma, es decir, el producto que le corresponde a cada "y".
3. Si el resultado es positivo, corta el cable azul.
4. Si el resultado es negativo, corta el cable verde.

Bomba: Ecuaciones no Lineales

Gráfico

Instrucciones:

Paso 1:

1. Con ayuda de la función “ $f(x)$ ” presentada, calcular “y” y colocar los resultados cuando:

x	y
-3	?
-2	?
-1	?
0	?
1	?
2	?
3	?

2. Dar clic al plano de coordenadas justamente en las raíces, es decir, justamente por los puntos por donde pasa la gráfica con respecto a x.

Bisectriz

Instrucciones:

Fórmula:

$$x = \frac{a + b}{2}$$

Paso 1:

1. Dada la función y los valores de “a” y “b”, encuentra el margen de error $\epsilon = |x_{i+1} - x_i| = 0.001$:

i	a	b	x	$\epsilon = x_{i+1} - x_i $	Comportamiento
0	Valor de “a” proporcionado.	Valor de “b” proporcionado.	Valor resultado de la formula.	$ x_1 - x_0 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.
1	Mismo valor de “a” anterior.	Valor resultado de la fórmula de la iteración anterior.	Valor resultado de la formula.	$ x_2 - x_1 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.
2	Valor resultado de la fórmula de la iteración anterior.	Mismo valor de “b” anterior.	Valor resultado de la formula.	$ x_3 - x_2 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.
3	Mismo valor de “a” anterior.	Valor resultado de la fórmula de la iteración anterior.	Valor resultado de la formula.	$ x_4 - x_3 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.
4	Mismo valor de “a” anterior.	Valor resultado de la fórmula de la iteración anterior.	Valor resultado de la formula.	$ x_5 - x_4 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.
5	Cambia los valores oscilando entre los valores anteriores de “x” o valores cercanos para llegar al error.	Cambia los valores oscilando entre los valores anteriores de “x” o valores cercanos para llegar al error.	Valor resultado de la formula.	$ x_6 - x_5 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.

Paso 2:

1. Ingresar los resultados de “a”, “b” y “x” de las últimas dos iteraciones.
2. Si el margen de error debe ser 0.001, identifica el cuarto valor después del punto (0.001-) y corta el cable correspondiente:
 - o Si el cuarto valor después del punto del margen de error es de 0 a 3 corta el cable azul ($0 \leq \epsilon \geq 3$).
 - o Si el cuarto valor después del punto del margen de error es de 4 a 6 corta el cable azul ($4 \leq \epsilon \geq 6$).
 - o Si el cuarto valor después del punto del margen de error es de 7 a 9 corta el cable azul ($7 \leq \epsilon \geq 9$).

Punto fijo o Sustituciones Sucesivas

Instrucciones:

Paso 1:

1. Despejar x de la función $f(x)$.
2. Calcular x_i y $\epsilon = |x_{i+1} - x_i|$:

i	Resultado de la función despejada	x_i	$\epsilon = x_{i+1} - x_i $
0	-	0	-
1	Se sustituye la x de la función por el numero anterior de x_i .	Se coloca el resultado que será utilizado en la siguiente iteración sustituyéndola en x .	$ x_1 - x_0 $
2	Se sustituye la x de la función por el numero anterior de x_i .	Se coloca el resultado que será utilizado en la siguiente iteración sustituyéndola en x .	Se calcula el margen de error hasta que sea menor o igual que $\epsilon = 0.00001$

Paso 2:

1. Ingresar el ultimo resultado de x_i .
2. Ingresar el margen de error calculado.
3. Si el quinto valor después del punto de x_i es de 0 a 3 corta el cable azul ($0 \leq x_i \geq 3$).
4. Si el quinto valor después del punto de x_i es de 4 a 6 corta el cable verde ($4 \leq x_i \geq 6$).
5. Si el quinto valor después del punto de x_i es de 7 a 9 corta el cable rojo ($7 \leq x_i \geq 9$).

Newton Raphson

Instrucciones:

Paso 1:

1. Encuentre la derivada de la función dada.
2. Calcular x_{i+1} y $\epsilon = |x_{i+1} - x_i|$:

i	x_{i+1}	$\epsilon = x_{i+1} - x_i $
0	$x_0 = 1$	$ x_1 - x_0 $
1	$x_1 = x_0 - \left(\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \right)$	$ x_2 - x_1 $
2	$x_2 = x_1 - \left(\frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \right)$	$ x_3 - x_2 $
3	El resultado de x_i va sustituyéndose con el numero anterior.	Se calcula el margen de error hasta que sea igual a $\epsilon=0$

Paso 2:

1. Ingresar el ultimo resultado de x_i .
2. Si se realizaron de 0 a 4 iteraciones corta el cable azul.
3. Si se realizaron de 5 a 9 iteraciones corta el cable verde.
4. Si se realizaron más de 10 iteraciones corta el cable rojo.

Falsa posición o Regula - Falsi (Latín)

Instrucciones:

Paso 1:

1. Teniendo en cuenta que el cambio de signo indica una raíz, calcular la raíz para la función dada:

x	f(x)
-2	- (Número negativo)
-1	- (Número negativo)
0	- (Número negativo)
a → 1	- (Número negativo) → f(a)
b → 2	+ (Número positivo) → f(b)

2. Calcular las iteraciones:

$$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$$

i	b	f(b)	a	x	f(a)	$\epsilon = x_{i+1} - x_i $
0	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "a" encontrado en la tabla anterior.	-	Valor de "f(a)" encontrado en la tabla anterior.	-
1	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "a" encontrado en la tabla anterior.	$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$	Valor de "f(a)" encontrado en la tabla anterior.	-
2	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de la "x" calculada en la iteración anterior.	$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$	Valor que resulta de la función dada al sustituir con "a" de la iteración actual.	$ x_2 - x_1 $
3	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de la "x" calculada en la iteración anterior.	$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$	Valor que resulta de la función dada al sustituir con "a" de la iteración actual.	Se calcula el margen de error hasta que sea menor o igual a $\epsilon=0.001$

Paso 2:

1. Ingresar el ultimo resultado de x_i .
2. Ingresar el margen de error calculado.
3. Si se realizaron de 0 a 4 iteraciones corta el cable rojo.
4. Si se realizaron de 5 a 9 iteraciones corta el cable azul.
5. Si se realizaron más de 10 iteraciones corta el cable verde.

Secante

Instrucciones:

Paso 1:

1. Calcular la raíz de la función proporcionada.

$x_0 =$ Empezar con 0.	$f(x_0) =$ Sustituir x_0 en la función.	$f(x_0) =$ Resultado de x_0 en la función.
$x_1 =$ Utilizar el resultado anterior.	$f(x_1) =$ Sustituir x_1 en la función.	$f(x_1) =$ Resultado de x_1 en la función.
$x_n =$ Utilizar el resultado anterior.	$f(x_n) =$ Sustituir x_n en la función.	$f(x_n) =$ Resultado de x_n en la función.

i	x_i	$ x_{i+1} - x_i $
0	$x_0 =$ Valor de la tabla anterior que corresponde a x_0 de la primera columna.	-
1	$x_1 =$ Valor de la tabla anterior que corresponde a x_1 de la primera columna.	$ x_1 - x_0 $
2	$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$	$ x_2 - x_1 $
3	$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})(x_{n-1} - x_{n-2})}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})}$	Se calcula el margen de error hasta que sea menor o igual a $\epsilon=0.001$

Paso 2:

1. Ingresar el ultimo resultado de x_i .
2. Ingresar el margen de error calculado.
3. Si se realizaron de 0 a 4 iteraciones corta el cable verde.
4. Si se realizaron de 5 a 9 iteraciones corta el cable rojo.
5. Si se realizaron más de 10 iteraciones corta el cable azul.

Bomba: Ecuaciones lineales

Montante

Instrucciones:

Paso 1:

1. Crear matriz aumentada con las ecuaciones dadas e identificar la diagonal principal, ya que son las posiciones de cada pivote:

$$\begin{array}{l} a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z = \pm b_1 \\ a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z = \pm b_2 \\ a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z = \pm b_3 \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Empezamos con $p^{(0)} = 1$.

2. Identificar pivote para cada etapa que se realizara:

Etapa $k = 1$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Etapa $k = 2$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Etapa $k = 3$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

$$Valor \text{ a } encontrar = \frac{(Pivote \text{ actual} \cdot Valor \text{ a transformar}) - (Producto \text{ de } elementos \text{ opuestos})}{Pivote \text{ anterior}}$$

3. Al tener la matriz final, extraer la solución para sacar "x", "y" y "z".

Paso 2:

1. Ingresar el valor de cada pivote.
2. Ingresar resultados de "x", "y" y "z".
3. Si de los resultados de "x", "y" y "z" ninguno fue negativo, corta el cable azul.
4. Si de los resultados de "x", "y" y "z" uno fue negativo, corta el cable verde.
5. Si de los resultados de "x", "y" y "z" dos o más fueron negativos, corta el cable rojo.

Gauss – Jordán

Instrucciones:

Paso 1:

- Crear matriz aumentada con las ecuaciones dadas e identificar la diagonal principal, ya que son las posiciones de cada pivote:

$$\begin{array}{l} a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z = \pm b_1 \\ a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z = \pm b_2 \\ a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z = \pm b_3 \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Pivote inicial: a_{11}

- Multiplicar la fila 1 por $\frac{1}{a_{11}}$:

$$F1 \leftarrow \frac{1}{a_{11}} F1$$

Esto convierte el pivote en 1:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{a_{12}}{a_{11}} & \frac{a_{13}}{a_{11}} & \frac{b_1}{a_{11}} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

- Hacer ceros debajo del pivote:

Para la fila 2:

$$F2 \leftarrow F2 - a_{21}F1$$

Para la fila 3:

$$F3 \leftarrow F3 - a_{31}F1$$

Resultando:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{a_{12}}{a'_{11}} & \frac{a_{13}}{a'_{11}} & \frac{b_1}{a'_{11}} \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & b'_3 \end{array} \right)$$

Donde cada a' y b' representa expresiones simbólicas resultantes.

Siguiente pivote: a'_{22}

4. Multiplicar la fila 2 por $\frac{1}{a'_{22}}$:

$$F2 \leftarrow \frac{1}{a'_{22}} F2$$

Así el pivote se convierte en 1:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{a_{12}}{a'_{11}} & \frac{a_{13}}{a'_{11}} & \frac{b_1}{a_{11}} \\ 0 & 1 & \frac{a'_{23}}{a'_{22}} & \frac{b'_2}{a'_{22}} \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & b'_3 \end{array} \right)$$

5. Hacer ceros arriba y abajo del pivote:

Fila 1:

$$F1 \leftarrow F1 - \left(\frac{a_{12}}{a_{11}} \right) F2$$

Fila 3:

$$F3 \leftarrow F3 - a'_{32} F2$$

Obtienes:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a''_{13} & b''_1 \\ 0 & 1 & a''_{23} & b''_2 \\ 0 & 0 & a''_{33} & b''_3 \end{array} \right)$$

Siguiente pivote: a''_{33}

6. Multiplicar la fila 3 por $\frac{1}{a''_{33}}$:

$$F3 \leftarrow \frac{1}{a''_{33}} F3$$

Así el pivote se convierte en 1:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a''_{13} & b''_1 \\ 0 & 1 & a''_{23} & b''_2 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{b''_3}{a''_{23}} \end{array} \right)$$

Hacer ceros arriba del pivote:

Fila 1:

$$F1 \leftarrow F1 - a''_{13}F3$$

Fila 2:

$$F2 \leftarrow F2 - a''_{23}F3$$

Resultado final:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \end{array} \right)$$

7. Al tener la matriz final, extraer la solución para sacar “x”, “y” y “z”.

Paso 2:

1. Ingresar resultados de “x”, “y” y “z”.
2. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” ninguno fue negativo, corta el cable azul.
3. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” uno fue negativo, corta el cable verde.
4. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” dos o más fueron negativos, corta el cable rojo.

Eliminación Gaussiana

Instrucciones:

Paso 1:

- Crear matriz aumentada con las ecuaciones dadas e identificar la diagonal principal, ya que son las posiciones de cada pivote:

$$\begin{array}{l} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = \pm b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = \pm b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = \pm b_3 \end{array} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Pivote inicial: a_{11}

- Crear ceros debajo del pivote:

Fila 2:

$$R2 \leftarrow R2 - \left(\frac{a_{21}}{a_{11}} \right) R1$$

Fila 3:

$$R3 \leftarrow R3 - \left(\frac{a_{31}}{a_{11}} \right) R1$$

Obtienes:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & b'_3 \end{array} \right)$$

Donde cada a' y b' representa expresiones simbólicas resultantes.

Siguiente pivote: a'_{22}

- Crear cero en la fila 3

$$R3 \leftarrow R3 - \left(\frac{a'_{32}}{a'_{22}} \right) R2$$

Obtienes:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & 0 & a''_{33} & b''_3 \end{array} \right)$$

4. Al tener la matriz final, extraer la solución para sacar “x”, “y” y “z”.

Paso 2:

1. Ingresar resultados de “x”, “y” y “z”.
2. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” ninguno fue negativo, corta el cable rojo.
3. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” uno fue negativo, corta el cable azul.
4. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” dos o más fueron negativos, corta el cable verde.

Gauss - Seidel

Instrucciones:

Paso 1:

1. Identificar el sistema:

$$\begin{aligned} 1) \quad & a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = \pm b_1 \\ 2) \quad & a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = \pm b_2 \\ 3) \quad & a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = \pm b_3 \end{aligned}$$

Asignar tolerancia: $\epsilon = 0.001$

2. Verificar diagonal dominante:

$$\begin{aligned} |a_{11}| &> |a_{12}| + |a_{13}| \\ |a_{21}| &> |a_{22}| + |a_{23}| \\ |a_{31}| &> |a_{32}| + |a_{33}| \end{aligned}$$

- Si se cumple en todas las filas, es probable que el método converja.
- Si no se cumple, permutar filas.

3. Despejar las tres incógnitas de sus ecuaciones correspondientes:

$$4) \quad a = \frac{\pm b_1 \pm a_{12}y \pm a_{13}z}{a_{11}}$$

$$5) \quad b = \frac{\pm b_2 \pm a_{21}x \pm a_{23}z}{a_{22}}$$

$$6) \quad c = \frac{\pm b_3 \pm a_{31}x \pm a_{32}y}{a_{33}}$$

4. Asignar valores iniciales para comenzar el proceso iterativo:

$$a_0 = 0$$

$$b_0 = 0$$

$$c_0 = 0$$

Generalmente se usan ceros.

5. Utilizar las ecuaciones 4, 5 y 6 para las iteraciones:

- Con b_0 y c_0 obtener a_1 usando la ecuación 4.
- Con a_1 y c_0 obtener b_1 usando la ecuación 5.
- Con a_1 y b_1 obtener c_1 usando la ecuación 6.

6. Repetir el mismo proceso:

Con los valores de la iteración anterior obtener los nuevos componentes aplicando las ecuaciones 4, 5 y 6 en ese orden, usando siempre los valores ya actualizados cuando estén disponibles.

7. Tabla de iteraciones:

i	a	b	c
0	$a_0 = 0$	$b_0 = 0$	$c_0 = 0$
1	a_1	b_1	c_1
2	a_2	b_2	c_2
n	a_n	b_n	c_n

ϵ	$\epsilon = a_n - a_{n-1} $	$\epsilon = b_n - b_{n-1} $	$\epsilon = c_n - c_{n-1} $
------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------

Detenerse hasta que $\epsilon = 0.001$.

Paso 2:

1. Ingresar los últimos resultados de la última iteración realizada de “a”, “b” y “c”.
2. Ingresar los márgenes finales de error de “a”, “b” y “c”.
3. Si se realizaron de 0 o 1 iteración corta el cable azul.
4. Si se realizaron de 2 a 3 iteraciones corta el cable verde.
5. Si se realizaron más de 4 iteraciones corta el cable rojo.

Jacobi

Instrucciones:

Paso 1:

1. Identificar el sistema:

$$\begin{aligned} 1) \quad & a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z = \pm b_1 \\ 2) \quad & a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z = \pm b_2 \\ 3) \quad & a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z = \pm b_3 \end{aligned}$$

Asignar tolerancia: $\epsilon = 0.001$

2. Verificar diagonal dominante:

$$\begin{aligned} |a_{11}| &> |a_{12}| + |a_{13}| \\ |a_{21}| &> |a_{22}| + |a_{23}| \\ |a_{31}| &> |a_{32}| + |a_{33}| \end{aligned}$$

- Si se cumple en todas las filas, es probable que el método converja.
- Si no se cumple, permutar filas.

3. Despejar las tres incógnitas de sus ecuaciones correspondientes:

$$4) \quad a = \frac{\pm b_1 \pm a_{12}y \pm a_{13}z}{a_{11}}$$

$$5) \quad b = \frac{\pm b_2 \pm a_{21}x \pm a_{23}z}{a_{22}}$$

$$6) \quad c = \frac{\pm b_3 \pm a_{31}x \pm a_{32}y}{a_{33}}$$

4. Asignar valores iniciales para comenzar el proceso iterativo:

$$a_0 = 1$$

$$b_0 = 1$$

$$c_0 = 1$$

5. Utilizar las ecuaciones 4, 5 y 6 para las iteraciones:

- Con b_0 y c_0 obtener a_1 usando la ecuación 4.
- Con a_0 y c_0 obtener b_1 usando la ecuación 5.
- Con a_0 y b_0 obtener c_1 usando la ecuación 6.

6. Repetir el mismo proceso:

Con los valores de la iteración anterior obtener los nuevos componentes aplicando las ecuaciones 4, 5 y 6 en ese orden, usando siempre los valores de a_n , b_n y c_n de la iteración anterior.

7. Tabla de iteraciones:

i	a	b	c
0	$a_0 = 1$	$b_0 = 1$	$c_0 = 1$
1	a_1	b_1	c_1
2	a_2	b_2	c_2
n	a_n	b_n	c_n

ϵ	$\epsilon = a_n - a_{n-1} $	$\epsilon = b_n - b_{n-1} $	$\epsilon = c_n - c_{n-1} $
------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------

Detenerse hasta que $\epsilon = 0.001$.

Paso 2:

1. Ingresar los últimos resultados de la última iteración realizada de “a”, “b” y “c”.
2. Ingresar los márgenes finales de error de “a”, “b” y “c”.
3. Si se realizaron de 0 o 1 iteración corta el cable azul.
4. Si se realizaron de 2 a 3 iteraciones corta el cable verde.
5. Si se realizaron más de 4 iteraciones corta el cable rojo.

Bomba: Mínimos Cuadrados

Línea Recta

Instrucciones:

Paso 1:

1. Contar el número de puntos dados y asignarlo a n .
2. Construir una tabla con 4 columnas fundamentales:
 - o x (Datos independientes)
 - o y (Datos dependientes)
 - o x^2 (El valor de x al cuadrado)
 - o xy (El producto de x por y)

x	y	x^2	xy
x_1	y_1	x_1^2	$(xy)_1$
x_2	y_2	x_2^2	$(xy)_2$
x_3	y_3	x_3^2	$(xy)_3$
x_i	y_i	x_i^2	$(xy)_i$
Σx	Σy	Σx^2	Σxy

3. Realizar la sumatoria (Σ) de cada columna por separado para obtener Σx , Σy , Σx^2 y Σxy .
4. Sustituir estas sumatorias en la siguiente matriz de 2×2 para formar el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x \\ \Sigma x & \Sigma x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \end{bmatrix}$$

Paso 2:

1. Resolver el sistema (usando Gauss-Jordan o determinantes) para encontrar los valores de a_0 y a_1 .
2. Calcular $g(x)$ sustituyendo los coeficientes encontrados en $g(x) = a_0 + a_1x$ evaluando con el último valor de x de tu tabla de datos.
3. Ingresar el resultado final de $g(x)$.
4. Observar el primer decimal del resultado:
 - o Si es 0, 1, 2, 3 o 4, corta el cable azul ($0 \leq \text{decimal} \leq 4$).
 - o Si es 5, 6, 7, 8 o 9, corta el cable rojo ($5 \leq \text{decimal} \leq 9$).

Cuadrática

Instrucciones:

Paso 1:

1. Identificar n (número de pares de datos).
2. Construir una tabla extendida calculando las siguientes 7 columnas:
 - o x, y (Datos independientes)
 - o x^2, x^3, x^4 (Potencias de x)
 - o xy (El producto de x por y)
 - o x^2y (El producto de x^2 por y)

x	y	x^2	x^3	x^4	xy	x^2y
x_1	y_1	x_1^2	x_1^3	x_1^4	$(xy)_1$	$(x^2y)_1$
x_2	y_2	x_2^2	x_2^3	x_2^4	$(xy)_2$	$(x^2y)_2$
x_3	y_3	x_3^2	x_3^3	x_3^4	$(xy)_3$	$(x^2y)_3$
x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$(xy)_i$	$(x^2y)_i$
Σx	Σy	Σx^2	Σx^3	Σx^4	Σxy	Σx^2y

3. Realizar las sumatorias de todas las columnas.
4. Armar el sistema de ecuaciones matricial sustituyendo las sumas en la siguiente estructura:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma x^2 \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 \\ \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma x^2y \end{bmatrix}$$

Paso 2:

1. Resolver el sistema (usando Gauss-Jordan o determinantes) para encontrar los valores de a_0 , a_1 y a_2 .
2. Calcular $g(x)$ sustituyendo los coeficientes encontrados en $g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ evaluando con el último valor de x de tu tabla de datos.
3. Ingresar el resultado final de $g(x)$.
4. Analizar la parte entera de tu resultado (el número antes del punto decimal):
 - Si la parte entera es un número par, corta el cable verde.
 - Si la parte entera es un número impar, corta el cable amarillo.

Cúbica

Instrucciones:

Paso 1:

1. Preparar una tabla de datos. Debes calcular columnas para:

- Potencias de $x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6$.
- Productos con y, xy, x^2y, x^3y .

x	y	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	xy	x^2y	x^3y
x_1	y_1	x_1^2	x_1^3	x_1^4	x_1^5	x_1^6	$(xy)_1$	$(x^2y)_1$	$(x^3y)_1$
x_2	y_2	x_2^2	x_2^3	x_2^4	x_2^5	x_2^6	$(xy)_2$	$(x^2y)_2$	$(x^3y)_2$
x_3	y_3	x_3^2	x_3^3	x_3^4	x_3^5	x_3^6	$(xy)_3$	$(x^2y)_3$	$(x^3y)_3$
x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	x_i^5	x_i^6	$(xy)_i$	$(x^2y)_i$	$(x^3y)_i$
Σx	Σy	Σx^2	Σx^3	Σx^4	Σx^5	Σx^6	Σxy	Σx^2y	Σx^3y

2. Calcular la sumatoria de cada una de estas columnas.

3. Configurar la matriz de 4×4 siguiendo el patrón simétrico de las potencias:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 \\ \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 & \Sigma x^5 \\ \Sigma x^3 & \Sigma x^4 & \Sigma x^5 & \Sigma x^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma x^2y \\ \Sigma x^3y \end{bmatrix}$$

Paso 2:

1. Resolver el sistema para obtener los cuatro coeficientes.
2. Calcular $g(x)$ sustituyendo los coeficientes encontrados en $g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ evaluando con el último valor de x de tu tabla de datos.
3. Comparar el resultado de $g(x)$ con el valor original de y correspondiente a esa x :
 - o Si $g(x)$ es mayor que y , corta el cable blanco.
 - o Si $g(x)$ es menor que y , corta el cable negro.
 - o Si son iguales, corta el cable morado.

Lineal con Función

Instrucciones:

Paso 1:

1. Definir cuál es la función $f(x)$ requerida (ej. $\sin(x)$, e^x , etc.).
2. Construir la tabla de datos. Además de x y y , necesitas calcular:
 - Columna $f(x)$: Evaluar la función en cada x .
 - Columna x^2 : x al cuadrado.
 - Columna $xf(x)$: Multiplicar x por el resultado de la función.
 - Columna $f(x)^2$: Elevar al cuadrado el resultado de la función.
 - Columna $yf(x)$: Multiplicar y por el resultado de la función.

x	y	$f(x)$	x^2	$xf(x)$	$f(x)^2$	$yf(x)$	xy
x_1	y_1	$f(x)_1$	x_1^2	$xf(x)_1$	$f(x)_1^2$	$yf(x)_1$	$(xy)_1$
x_2	y_2	$f(x)_2$	x_2^2	$xf(x)_2$	$f(x)_2^2$	$yf(x)_2$	$(xy)_2$
x_3	y_3	$f(x)_3$	x_3^2	$xf(x)_3$	$f(x)_3^2$	$yf(x)_3$	$(xy)_3$
x_i	y_i	$f(x)_i$	x_i^2	$xf(x)_i$	$f(x)_i^2$	$yf(x)_i$	$(xy)_i$
Σx	Σy	$\Sigma f(x)$	Σx^2	$\Sigma xf(x)$	$\Sigma f(x)^2$	$\Sigma yf(x)$	Σxy

3. Realizar todas las sumatorias y armar la matriz:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma f(x) \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma xf(x) \\ \Sigma f(x) & \Sigma xf(x) & \Sigma f(x)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma yf(x) \end{bmatrix}$$

Paso 2:

1. Resolver el sistema para obtener los coeficientes.
2. Calcular $g(x)$ sustituyendo los coeficientes encontrados en $g(x) = a_0 + a_1x + a_2[f(x)]$ evaluando con la función $f(x)$.
3. Observar el segundo decimal del resultado:
 - Si el segundo decimal es 0, 1, 2 o 3, corta el cable azul.
 - Si el segundo decimal es 4, 5 o 6, corta el cable rojo.
 - Si el segundo decimal es 7, 8 o 9, corta el cable verde.

Cuadrática con Función

Instrucciones:

Paso 1:

1. Identificar la función $f(x)$ a utilizar.
2. Generar una tabla extensa con las siguientes columnas y sus sumatorias:
 - o Básicas: x, y .
 - o Potencias de x : x^2, x^3, x^4 .
 - o Relacionadas con la función: $f(x), f(x)^2$.
 - o Productos cruzados: $xy, x^2y, xf(x), x^2f(x), yf(x)$.

x	y	x^2	x^3	x^4	$f(x)$	$xf(x)$	$x^2f(x)$	$f(x)^2$	xy	x^2y	$yf(x)$
x_1	y_1	x_1^2	x_1^3	x_1^4	$f(x)_1$	$xf(x)_1$	$x^2f(x)_1$	$f(x)_1^2$	$(xy)_1$	$(x^2y)_1$	$yf(x)_1$
x_2	y_2	x_2^2	x_2^3	x_2^4	$f(x)_2$	$xf(x)_2$	$x^2f(x)_2$	$f(x)_2^2$	$(xy)_2$	$(x^2y)_2$	$yf(x)_2$
x_3	y_3	x_3^2	x_3^3	x_3^4	$f(x)_3$	$xf(x)_3$	$x^2f(x)_3$	$f(x)_3^2$	$(xy)_3$	$(x^2y)_3$	$yf(x)_3$
x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$f(x)_i$	$xf(x)_i$	$x^2f(x)_i$	$f(x)_i^2$	$(xy)_i$	$(x^2y)_i$	$yf(x)_i$
Σx	Σy	Σx^2	Σx^3	Σx^4	$\Sigma f(x)$	$\Sigma xf(x)$	$\Sigma x^2f(x)$	$\Sigma f(x)^2$	Σxy	Σx^2y	$\Sigma yf(x)$

3. Llenar la matriz de 4×4 con las sumatorias correspondientes:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma f(x) \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma xf(x) \\ \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 & \Sigma x^2f(x) \\ \Sigma f(x) & \Sigma xf(x) & \Sigma x^2f(x) & \Sigma f(x)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma x^2y \\ \Sigma yf(x) \end{bmatrix}$$

Paso 2:

1. Resolver el sistema para obtener los coeficientes.
2. Calcular $g(x)$ sustituyendo los coeficientes encontrados en $g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3[f(x)]$ evaluando con la función $f(x)$.
3. Observar el segundo decimal del resultado:
 - Si el resultado es positivo (+), corta el cable naranja.
 - Si el resultado es negativo (-), corta el cable gris.

Bomba: Integración

Regla Trapezoidal

Instrucciones:

Paso 1:

1. Identificar los límites de integración a y b , y el número de segmentos n .
2. Calcular el ancho de cada subintervalo (h) o altura promedio utilizando la fórmula:

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Incrementar el valor de x desde a sumando h en cada paso ($x = a + ih$) para obtener los puntos intermedios.
4. Calcular la integral I utilizando la fórmula de la regla trapezoidal:

$$I = \frac{h}{2} \left[f(a) + 2 \sum_{i=0}^{n-1} f(a + ih) + f(b) \right]$$

Nota: Para obtener una precisión aceptable se requiere de un gran número de subintervalos.

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de I .
2. Analizar el segundo decimal de tu resultado obtenido:
 - Si el segundo decimal es 0, 1 o 2, corta el cable azul.
 - Si el segundo decimal es 3, 4 o 5, corta el cable rojo.
 - Si el segundo decimal es 6, 7, 8 o 9, corta el cable verde.

Regla de 1/3 Simpson

Instrucciones:

Paso 1:

1. Verificar que el número de intervalos n sea un número par ($n = 2, 4, 6 \dots$).
2. Calcular el valor de h :

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Aplicar la fórmula de Simpson 1/3, teniendo cuidado de multiplicar por 4 los términos con índice impar y por 2 los términos con índice par en la sumatoria interna:

$$I = \frac{h}{3} [f(a) + 4 \sum_{i=1,3,5\dots}^{n-1} f(a + ih) + 2 \sum_{i=2,4,6\dots}^{n-2} f(a + ih) + f(b)]$$

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de I .
2. Compara la parte entera del resultado (antes del punto decimal) con el valor de n utilizado:
 - Si la parte entera es mayor que n , corta el cable amarillo.
 - Si la parte entera es menor que n , corta el cable blanco.
 - Si son iguales, corta el cable negro.

Regla de 3/8 Simpson

Instrucciones:

Paso 1:

1. Verificar que el número de intervalos n sea un múltiplo de 3 (o impar según el caso específico, pero idealmente múltiplo de 3 para la aplicación estricta).
2. Calcular el valor de h :

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Calcular la integral I , multiplicando el paso h por 3/8:

$$I = \frac{3}{8}h [f(a) + 3 \sum_{i=1}^{n-1} f(a + ih) + f(b)]$$

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de I .
2. Observar el signo del resultado:
 - Si el resultado es positivo (+), corta el cable morado.
 - Si el resultado es negativo (-), corta el cable naranja.
 - Si el resultado es cero, corta el cable gris.

Newton – Cotes Cerradas

Instrucciones:

Paso 1:

1. Determinar el grado n del polinomio a utilizar.

2. Calcular h usando la fórmula estándar:

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Consultar la "Tabla de Constantes para fórmulas Cerradas" para encontrar el valor de α y los pesos ω_i correspondientes a n .

n		$i = 0$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$i = 6$	$i = 7$	$i = 8$	$i = 9$	$i = 10$
1	$1/2$	1	1									
2	$1/3$	1	4	1								
3	$3/8$	1	3	3	1							
4	$2/45$	7	32	12	32	7						
5	$5/288$	19	75	50	50	75	19					
6	$1/140$	41	216	27	272	27	216	41				
7	$7/17280$	751	3577	1323	2989	2989	1323	3577	751			
8	$14/14175$	989	5888	-928	10946	-4540	10946	-928	5888	989		
9	$9/89600$	2857	15741	1080	19344	5788	5788	19344	1080	15741	2857	
10	$5/299376$	16067	106300	-48525	272400	-260550	427368	-260550	272400	-48525	106300	16067

4. Calcular la integral I sumando los productos de los pesos por la función evaluada:

$$I = \alpha h \sum_{i=0}^n \omega_i f(a + ih)$$

Paso 2:

1. Ingresar el valor de α utilizado (ej. $1/2$, $1/3$, $3/8$, etc.).
2. Ingresar el resultado final de I .
 - Si utilizaste $n = 1$ (Regla del Trapecio) o $n = 2$ (Simpson 1/3), corta el cable azul.
 - Si utilizaste $n = 3$ (Simpson 3/8) o $n = 4$, corta el cable rojo.
 - Si utilizaste $n \geq 5$, corta el cable verde.

Newton – Cotes Abiertas

Instrucciones:

Paso 1:

1. Determinar el valor de n .
2. Calcular h dividiendo entre $n + 2$ debido a la extensión del intervalo:

$$h = \frac{b - a}{n + 2}$$

3. Consultar la "Tabla de Constantes para fórmulas Abiertas" para obtener α y los pesos ω_i .

n		$i = 0$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$i = 6$	$i = 7$	$i = 8$
1	$3/2$	0	1	1	0					
2	$4/3$	0	2	-1	2	0				
3	$5/24$	0	11	1	1	11	0			
4	$6/20$	0	11	-14	26	-14	11	0		
5	$7/1440$	0	611	-453	562	562	-453	611	0	
6	$8/945$	0	460	-954	2196	-2459	2196	-954	460	0

4. Calcular la integral I :

$$I = \alpha h \sum_{i=0}^n \omega_i f(a + ih)$$

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de I .
2. Identificar el primer número distinto de cero después del punto decimal:
 - o Si ese número es par (2, 4, 6, 8), corta el cable amarillo.
 - o Si ese número es impar (1, 3, 5, 7, 9), corta el cable azul.

Bomba: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Euler Modificado

Instrucciones:

Fórmulas:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(y_n, t_n) + (y_{n+1}, t_{n+1})]$$

$$y'_1 = y_0 + \frac{h}{2} [f(y_0, t_0) + (y_1, t_1)]$$

Considerar $t_0 = 0$.

Paso 1:

1. Despejar y' de la ecuación proporcionada.
2. Considerar $t_0 = 0$ y $t_1 = t_0 + h$.
3. Sustituir y' , t_0 , t_1 y las condiciones iniciales (y_0 , h , y_1) proporcionadas, en la fórmula y'_1 .
4. Al obtener el resultado de y'_1 calcular y'_2 considerando:

$$t_0 = t_1$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_1 = y'_1$$

Paso 2:

1. Ingresar resultados de y'_1 y y'_2 .
2. Si el ultimo dígito de y'_1 es mayor que y'_2 , corta el cable rojo.
3. Si el ultimo dígito de y'_1 es menor que y'_2 , corta el cable amarillo.
4. Si el ultimo dígito de y'_1 es igual que y'_2 , corta el cable verde.

Runge – Kutta de Segundo Orden

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f(y_n + k_1, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2} (k_1 + k_2)$$

Paso 1:

1. Despejar y' de la ecuación proporcionada.
2. Considerar $t_0 = 0$.
3. Calcular k_1 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
4. Calcular k_2 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
5. Calcular y_1 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas y k_1 y k_2 .
6. Al obtener el resultado de y_1 calcular y_2 considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

Paso 2:

1. Ingresar resultados de y_1 y y_2 .
2. Si k_1 y k_2 tienen mismo signo, corta el cable verde.
3. Si k_1 y k_2 tienen signos opuestos, corta el cable amarillo.

Runge – Kutta de Tercer Orden

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f\left(y_n + \frac{k_1}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right)$$

$$k_3 = h f\left(y_n - k_1 + 2k_2, t_n + h\right)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)$$

Paso 1:

1. Despejar y' de la ecuación proporcionada.
2. Considerar $t_0 = 0$.
3. Calcular k_1 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
4. Calcular k_2 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
5. Calcular k_3 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
6. Calcular y_1 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas, k_1 , k_2 y k_3 .
7. Al obtener el resultado de y_1 calcular y_2 considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

Paso 2:

1. Ingresar resultados de y_1 y y_2 .
2. Si el término $k_1 + 4k_2 + k_3$ es positivo, corta el cable verde.
3. Si el término $k_1 + 4k_2 + k_3$ es negativo, corta el cable rojo.
4. Si el término $k_1 + 4k_2 + k_3$ es cercano a cero, corta el cable amarillo.

Runge - Kutta de Cuarto Orden por 1/3 de Simpson

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f\left(y_n + \frac{k_1}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right)$$

$$k_3 = h f\left(y_n + \frac{k_2}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right)$$

$$k_4 = h f(y_n + k_3, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Paso 1:

1. Despejar y' de la ecuación proporcionada.
2. Considerar $t_0 = 0$.
3. Calcular k_1 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
4. Calcular k_2 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
5. Calcular k_3 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
6. Calcular k_4 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
7. Calcular y_1 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas, k_1 , k_2 y k_3 .
8. Al obtener el resultado de y_1 calcular y_2 considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

Paso 2:

1. Ingresar resultados de y_1 y y_2 .
2. Si el término $(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$ es positivo, corta el cable verde.
3. Si el término $(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$ es negativo, corta el cable rojo.
4. Si el término $(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$ es cercano a cero, corta el cable azul.

Runge - Kutta de Cuarto Orden por 3/8 de Simpson

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f\left(y_n + \frac{k_1}{3}, t_n + \frac{h}{3}\right)$$

$$k_3 = h f\left(y_n + \frac{k_1}{3} + \frac{k_2}{3}, t_n + \frac{2h}{3}\right)$$

$$k_4 = h f(y_n + k_1 - k_2 + k_3, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{8}(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$$

Paso 1:

1. Despejar y' de la ecuación proporcionada.
2. Considerar $t_0 = 0$.
3. Calcular k_1 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
4. Calcular k_2 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
5. Calcular k_3 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
6. Calcular k_4 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas.
7. Calcular y_1 sustituyendo y' , t_0 , las condiciones iniciales (y_0 , h) proporcionadas, k_1 , k_2 y k_3 .
8. Al obtener el resultado de y_1 calcular y_2 considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

Paso 2:

1. Ingresar resultados de y_1 y y_2 .
2. Si el término $(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$ es positivo, corta el cable azul.
3. Si el término $(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$ es negativo, corta el cable rojo.
4. Si el término $(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$ es cercano a cero, corta el cable amarillo.

Runge - Kutta de Orden Superior

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = hV_n$$

$$m_1 = h[\pm a V_n \pm b U_n, q_n]$$

$$k_2 = h(V_n + m_1)$$

$$m_2 = h[\pm a(V_n + m_1) \pm b(U_n + k_1), q_n + h]$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

$$y'_{n+1} = y'_n + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$$

$$V_n = y'$$

$$U_n = y$$

$$q_n = t$$

Paso 1:

1. Despejar y' de la ecuación proporcionada.

2. Considerar:

$$t_0 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 1$$

$$V_n = y'_0$$

$$U_n = y_0$$

$$q_n = t = 0$$

$$k_1 = h(y'_0)$$

$$k_2 = h(y'_0 + m_1)$$

$$m_1 = h(y't + y)$$

$$m_2 = h[a(y'_0 + m_1)(t + h) + b(y_0 + k_1)]$$

3. Calcular k_1 , k_2 , k_3 y k_4 sustituyendo los valores proporcionados y encontrados.
4. Calcular y_1 y y'_1 sustituyendo los valores proporcionados y encontrados.
5. Al obtener los resultados de y_1 y y'_1 calcular y_2 y y'_2 considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

Paso 2:

1. Ingresar resultados de y'_1 y y'_2 .
2. Si k_1 y k_2 tienen mismo signo, corta el cable verde.
3. Si k_1 y k_2 tienen signos opuestos, corta el cable azul.
4. Si k_1 o k_2 es casi cero, corta el cable amarillo.

Bibliografía

Zamora Pequeño, O., Zamora Pequeño, R. S., & Del Ángel Ramírez, A. (2020). *Métodos numéricos* (2.ª ed.). Universidad Autónoma de Nuevo León.