

# **BOMBA NUMÉRICA**

---

## **MANUAL DE DESACTIVACIÓN DE BOMBAS**

---

Equipo 8

## Contenido

Introducción .....	4
Desactivación de Bombas.....	5
Bomba: Interpolación .....	6
Interpolación Lineal .....	6
Newton hacia Adelante.....	7
Newton hacia Atrás .....	9
Newton con Diferencias Divididas .....	11
Lagrange.....	12
Bomba: Ecuaciones no Lineales .....	13
Gráfico.....	13
Bisectriz.....	14
Punto fijo o Sustituciones Sucesivas .....	16
Newton Raphson .....	17
Falsa posición o Regula - Falsi (Latín).....	18
Secante.....	20
Bomba: Ecuaciones lineales .....	21
Montante.....	21
Gauss - Jordán.....	22
Eliminación Gaussiana .....	25
Gauss - Seidel .....	27
Jacobi.....	29
Bomba: Mínimos Cuadrados.....	31
Línea Recta .....	31
Cuadrática .....	33
Cúbica .....	35
Lineal con Función .....	37
Cuadrática con Función .....	39
Bomba: Integración .....	41
Regla Trapezoidal .....	41
Regla de 1/3 Simpson.....	42
Regla de 3/8 Simpson .....	43
Newton - Cotes Cerradas.....	44

Newton - Cotes Abiertas .....	46
Bomba: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.....	47
Euler Modificado.....	47
Runge - Kutta de Segundo Orden .....	48
Runge - Kutta de Tercer Orden .....	49
Runge - Kutta de Cuarto Orden por $1/3$ de Simpson.....	50
Runge - Kutta de Cuarto Orden por $3/8$ de Simpson.....	52
Runge - Kutta de Orden Superior .....	54
Bibliografía.....	56

# Introducción

Bienvenido al Manual de Bombas Numéricas, una guía diseñada para ayudar a los operadores a desactivar módulos matemáticos bajo presión extrema.

Este documento contiene instrucciones precisas, procedimientos paso a paso y reglas específicas que deben seguirse estrictamente para resolver cada módulo sin provocar un “colapso numérico”.

Cada módulo presenta un desafío diferente basado en métodos numéricos, álgebra, matrices o ecuaciones diferenciales, los cuales deberán resolverse siguiendo las instrucciones aquí descritas.

## **Recuerda:**

Este manual no contiene soluciones, solo métodos.

El tiempo es limitado.

**Un error... y todo explota.**

# Desactivación de Bombas

La desactivación de una Bomba Numérica requiere precisión y una estricta adherencia a los procedimientos establecidos en este manual. Cada bomba está compuesta por tres módulos matemáticos seleccionados de manera aleatoria entre todos los métodos numéricos disponibles de la bomba seleccionada, y la falla en cualquiera de ellos resultará en un colapso inmediato del sistema.

Un módulo se considera desactivado únicamente cuando el operador introduce la solución correcta siguiendo los métodos y pasos indicados. No se permite la improvisación: incluso una operación fuera de orden puede activar un mecanismo de fallo.

**La desactivación exitosa depende de:**

1. Aplicación estricta de los métodos numéricos tal como se presentan.
2. Gestión eficiente del tiempo.
3. Evitar suposiciones: solo seguir reglas.

**Recuerda:** cada módulo es independiente, pero todos deben completarse para asegurar que la bomba quede totalmente desactivada.

## **Módulos:**

Al activarse una bomba, cada uno de sus módulos aparecerá marcado en rojo, indicando que aún no han sido resueltos.

Cuando el operador complete correctamente un módulo siguiendo las instrucciones del método correspondiente, este cambiará a color verde, señalando que ha sido desactivado exitosamente.

Si alguno de los módulos permanece sin resolverse al finalizar el tiempo, o si se introduce una solución incorrecta en un paso crítico, la bomba detonará de inmediato.

# Bomba: Interpolación

## Interpolación Lineal

Instrucciones:

Paso 1:

1. Asignar como "x" a x de  $\ln(x)$
2. Asignar como "a" a  $x_1$  de  $\ln(x_1)$ .
3. Asignar como "b" a  $x_2$  de  $\ln(x_2)$ .
4. Asignar como  $f(a)$  al cálculo de  $\ln(x_1)$ .
5. Asignar como  $f(b)$  al cálculo de  $\ln(x_2)$ .
6. Asignar como  $f(x)$  al cálculo de  $\ln(x)$ .
7. Calcula la pendiente:

$$g(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) + f(a)$$

8. Calcular margen de error:

$$\epsilon = |f(x) - g(x)|$$

Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
2. Si el tercer valor después del punto del margen de error es de 0 a 3 corta el cable azul ( $0 \leq \epsilon \leq 3$ ).
3. Si el tercer valor después del punto del margen de error es de 4 a 6 corta el cable azul ( $4 \leq \epsilon \leq 6$ ).
4. Si el tercer valor después del punto del margen de error es de 7 a 9 corta el cable azul ( $7 \leq \epsilon \leq 9$ ).

## Newton hacia Adelante

Instrucciones:

Paso 1:

1. Calcular si los intervalos son uniformes:

$$h = |x_{i+1} - x_i|$$

**Nota:** Se aplica para intervalos uniformes.

2. Calcular  $\Delta^k$ :

$x_i$	$y_i$	$\Delta' f(x_i)$	$\Delta^2 f(x_i)$	$\Delta^3 f(x_i)$
$x_1$	$y_1$	$\Delta'_1 = y_2 - y_1$	$\Delta^2_1 = \Delta'_2 - \Delta'_1$	$\Delta^3_1 = \Delta^2_2 - \Delta^2_1$
$x_2$	$y_2$	$\Delta'_2 = y_3 - y_2$	$\Delta^2_2 = \Delta'_3 - \Delta'_2$	
$x_3$	$y_3$	$\Delta'_3 = y_4 - y_3$		
$x_4$	$y_4$			

3. Calcular  $s$ :

$$s = \frac{x - x_i}{h}$$

4. Calcular coeficientes binomiales:

$$\binom{S}{0} = 1$$

$$\binom{S}{1} = s$$

$$\binom{S}{2} = \frac{s(s-1)}{2!}$$

$$\binom{S}{3} = \frac{s(s-1)(s-2)}{3!}$$

$$\binom{S}{n} = \frac{s(s-1)(s-2) \dots [s - (n+1)]}{n!}$$

5. Calcular  $g(x)$ :

$$g(x) = y_1 \binom{S}{0} + \Delta' f(x_i) \binom{S}{1} + \Delta^2 f(x_i) \binom{S}{2} + \dots$$

**Nota:**  $x_1$  es el primer número que se interpola.

**Paso 2:**

1. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
2. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{0}$ .
3. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{1}$ .
4. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{2}$ .
5. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{3}$ .
6. Si solo se necesitó  $\binom{S}{0}$  corta el cable azul.
7. Si se necesitaron  $\binom{S}{1}$  corta el cable verde.
8. Si se necesitaron  $\binom{S}{2}$  corta el cable rojo.
9. Si se necesitaron  $\binom{S}{3}$  o más corta el cable amarillo.

## **Newton hacia Atrás**

**Instrucciones:**

**Paso 1:**

1. Calcular si los intervalos son uniformes:

$$h = |x_{i+1} - x_i|$$

**Nota:** Se aplica para intervalos uniformes.

2. Calcular  $\nabla^{k-1}$ :

$x_i$	$y_i$	$\nabla' f(x_i)$	$\nabla^2 f(x_i)$	$\nabla^3 f(x_i)$
$x_1$	$y_1$			
$x_2$	$y_2$	$\nabla'_1 = y_2 - y_1$		
$x_3$	$y_3$	$\nabla'_2 = y_3 - y_2$	$\nabla^2_1 = \nabla'_2 - \nabla'_1$	
$x_4$	$y_4$	$\nabla'_3 = y_4 - y_3$	$\nabla^2_2 = \nabla'_3 - \nabla'_2$	$\nabla^3_1 = \nabla^2_2 - \nabla^2_1$

3. Calcular  $s$ :

$$s = \frac{x - x_i}{h}$$

4. Calcular coeficientes binomiales:

$$\binom{S}{0} = 1$$

$$\binom{S}{1} = s$$

$$\binom{S}{2} = \frac{s(s-1)}{2!}$$

$$\binom{S}{3} = \frac{s(s-1)(s-2)}{3!}$$

$$\binom{S}{n} = \frac{s(s-1)(s-2) \dots [s-(n+1)]}{n!}$$

5. Calcular  $g(x)$ :

$$g(x) = y_1 \binom{S}{0} + \nabla' f(x_i) \binom{S}{1} + \nabla^2 f(x_i) \binom{S}{2} + \dots$$

**Nota:**  $x_i$  es el último número que se interpola.

**Paso 2:**

1. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
2. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{0}$ .
3. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{1}$ .
4. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{2}$ .
5. Ingresar el resultado de  $\binom{S}{3}$ .
6. Si solo se necesitó  $\binom{S}{0}$  corta el cable amarillo.
7. Si se necesitaron  $\binom{S}{1}$  corta el cable rojo.
8. Si se necesitaron  $\binom{S}{2}$  corta el cable verde.
9. Si se necesitaron  $\binom{S}{3}$  o más corta el cable azul.

## Newton con Diferencias Divididas

Instrucciones:

**Paso 1:**

1. Calcular si los intervalos son no uniformes:

$$h = |x_{i+1} - x_i|$$

**Nota:** Se aplica para intervalos no uniformes.

2. Calcular las diferencias:

$x_i$	$y_i$	$D^0$	$D^1 f(x_i)$	$D^2 f(x_i)$	$D^3 f(x_i)$
$x_1$	$y_1$		$D_1^1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$D_1^2 = \frac{D_2^1 - D_1^1}{x_3 - x_1}$	$D_1^3 = \frac{D_2^2 - D_1^2}{x_4 - x_1}$
$x_2$	$y_2$		$D_2^1 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$	$D_2^2 = \frac{D_3^1 - D_2^1}{x_4 - x_2}$	
$x_3$	$y_3$		$D_3^1 = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}$		
$x_4$	$y_4$				

3. Calcular  $g(x)$ :

$$g(x) = D^0 + D^1(x - x_1) + D^2(x - x_1)(x - x_2) + D^3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) + \dots$$

**Paso 2:**

1. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
2. Ingresar el resultado de  $D^0$ .
3. Ingresar el resultado de  $D^1$ .
4. Ingresar el resultado de  $D^2$ .
5. Ingresar el resultado de  $D^3$ .
6. Si solo se necesitó  $D^0$  corta el cable azul.
7. Si se necesitaron hasta  $D^1$  corta el cable verde.
8. Si se necesitaron hasta  $D^2$  corta el cable rojo.
9. Si se necesitaron hasta  $D^3$  o más corta el cable amarillo.

## **Lagrange**

**Instrucciones:**

**Paso 1:**

1. Calcular  $g(x)$ :

$$\begin{aligned} g(x) = & y_1 \frac{(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)} \\ & + y_2 \frac{(x - x_1)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)} \\ & + y_3 \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_4)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4)} \\ & + y_4 \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_4 - x_1)(x_4 - x_2)(x_4 - x_3)} \\ & + y_n \end{aligned}$$

**Nota:** Se aplica para intervalos uniformes y no uniformes.

**Paso 2:**

1. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
2. Ingresar el resultado por grupos antes de iniciar cada suma, es decir, el producto que le corresponde a cada "y".
3. Si el resultado es positivo, corta el cable azul.
4. Si el resultado es negativo, corta el cable verde.

# Bomba: Ecuaciones no Lineales

## Gráfico

Instrucciones:

Paso 1:

1. Con ayuda de la función " $f(x)$ " presentada, calcular " $y$ " y colocar los resultados cuando:

x	y
-3	¿?
-2	¿?
-1	¿?
0	¿?
1	¿?
2	¿?
3	¿?

2. Dar clic al plano de coordenadas justamente en las raíces, es decir, justamente por los puntos por donde pasa la gráfica con respecto a  $x$ .

## Bisectriz

Instrucciones:

Fórmula:

$$x = \frac{a + b}{2}$$

Paso 1:

1. Dada la función y los valores de “a” y “b”, encuentra el margen de error  $\epsilon = |x_{i+1} - x_i| = 0.001$ :

i	a	b	x	$\epsilon =  x_{i+1} - x_i $	Comportamiento
0	Valor de “a” proporcionado.	Valor de “b” proporcionado.	Valor resultado de la formula.	$ x_1 - x_0 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.
1	Mismo valor de “a” anterior.	Valor resultado de la fórmula de la iteración anterior.	Valor resultado de la formula.	$ x_2 - x_1 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.
2	Valor resultado de la fórmula de la iteración anterior.	Mismo valor de “b” anterior.	Valor resultado de la formula.	$ x_3 - x_2 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.
3	Mismo valor de “a” anterior.	Valor resultado de la fórmula de la iteración anterior.	Valor resultado de la formula.	$ x_4 - x_3 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.
4	Mismo valor de “a” anterior.	Valor resultado de la fórmula de la iteración anterior.	Valor resultado de la formula.	$ x_5 - x_4 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.
5	Cambia los valores oscilando entre los valores anteriores de “x” o valores cercanos para llegar al error.	Cambia los valores oscilando entre los valores anteriores de “x” o valores cercanos para llegar al error.	Valor resultado de la formula.	$ x_6 - x_5 $	Signo correspondiente al hacer la resta entre los márgenes de error.

**Paso 2:**

1. Ingresar los resultados de “a”, “b” y “x” de las últimas dos iteraciones.
2. Si el margen de error debe ser 0.001, identifica el cuarto valor después del punto (0.001-) y corta el cable correspondiente:
  - Si el cuarto valor después del punto del margen de error es de 0 a 3 corta el cable azul ( $0 \leq \epsilon \leq 3$ ).
  - Si el cuarto valor después del punto del margen de error es de 4 a 6 corta el cable azul ( $4 \leq \epsilon \leq 6$ ).
  - Si el cuarto valor después del punto del margen de error es de 7 a 9 corta el cable azul ( $7 \leq \epsilon \leq 9$ ).

## Punto fijo o Sustituciones Sucesivas

Instrucciones:

**Paso 1:**

1. Despejar  $x$  de la función  $f(x)$ .
2. Calcular  $x_i$  y  $\epsilon = |x_{i+1} - x_i|$ :

i	Resultado de la función despejada	$x_i$	$\epsilon =  x_{i+1} - x_i $
0	-	0	-
1	Se sustituye la $x$ de la función por el numero anterior de $x_i$ .	Se coloca el <u>resultado</u> que será utilizado en la siguiente iteración sustituyéndola en $x$ .	$ x_1 - x_0 $
2	Se sustituye la $x$ de la función por el numero anterior de $x_i$ .	Se coloca el resultado que será utilizado en la siguiente iteración sustituyéndola en $x$ .	Se calcula el margen de error hasta que sea menor o igual que $\epsilon = 0.00001$

**Paso 2:**

1. Ingresar el ultimo resultado de  $x_i$ .
2. Ingresar el margen de error calculado.
3. Si el quinto valor después del punto de  $x_i$  es de 0 a 3 corta el cable azul ( $0 \leq x_i \leq 3$ ).
4. Si el quinto valor después del punto de  $x_i$  es de 4 a 6 corta el cable verde ( $4 \leq x_i \leq 6$ ).
5. Si el quinto valor después del punto de  $x_i$  es de 7 a 9 corta el cable rojo ( $7 \leq x_i \leq 9$ ).

## Newton Raphson

Instrucciones:

**Paso 1:**

1. Encuentre la derivada de la función dada.
2. Calcular  $x_{i+1}$  y  $\epsilon = |x_{i+1} - x_i|$ :

i	$x_{i+1}$	$\epsilon =  x_{i+1} - x_i $
0	$x_0 = 1$	$ x_1 - x_0 $
1	$x_1 = x_0 - \left( \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \right)$	$ x_2 - x_1 $
2	$x_2 = x_1 - \left( \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \right)$	$ x_3 - x_2 $
3	El resultado de $x_i$ va substituyéndose con el numero anterior.	Se calcula el margen de error hasta que sea igual a $\epsilon = 0$

**Paso 2:**

1. Ingresar el ultimo resultado de  $x_i$ .
2. Si se realizaron de 0 a 4 iteraciones corta el cable azul.
3. Si se realizaron de 5 a 9 iteraciones corta el cable verde.
4. Si se realizaron más de 10 iteraciones corta el cable rojo.

## Falsa posición o Regula - Falsi (Latín)

Instrucciones:

**Paso 1:**

1. Teniendo en cuenta que el cambio de signo indica una raíz, calcular la raíz para la función dada:

	<b>x</b>	<b>f(x)</b>	
	-2	- (Numero negativo)	
	-1	- (Numero negativo)	
	0	- (Numero negativo)	
<b>a →</b>	1	- (Numero negativo)	<b>→ f(a)</b>
<b>b →</b>	2	+ (Numero positivo)	<b>→ f(b)</b>

2. Calcular las iteraciones:

$$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$$

<b>i</b>	<b>b</b>	<b>f(b)</b>	<b>a</b>	<b>x</b>	<b>f(a)</b>	<b>ε= x<sub>i-1</sub>-x<sub>i</sub> </b>
0	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "a" encontrado en la tabla anterior.	-	Valor de "f(a)" encontrado en la tabla anterior.	-
1	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "a" encontrado en la tabla anterior.	$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$	Valor de "f(a)" encontrado en la tabla anterior.	-
2	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de la "x" calculada en la iteración anterior.	$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$	Valor que resulta de la función dada al sustituir con "a" de la iteración actual.	x <sub>2</sub> -x <sub>1</sub>
3	Valor de "b" encontrado en la tabla anterior.	Valor de "f(b)" encontrado en la tabla anterior.	Valor de la "x" calculada en la iteración anterior.	$x = a - \frac{f(a)(b - a)}{f(b) - f(a)}$	Valor que resulta de la función dada al sustituir con "a" de la iteración actual.	Se calcula el margen de error hasta que sea menor o igual a ε=0.001

**Paso 2:**

1. Ingresar el ultimo resultado de  $x_i$ .
2. Ingresar el margen de error calculado.
3. Si se realizaron de 0 a 4 iteraciones corta el cable rojo.
4. Si se realizaron de 5 a 9 iteraciones corta el cable azul.
5. Si se realizaron más de 10 iteraciones corta el cable verde.

## Secante

Instrucciones:

### Paso 1:

1. Calcular la raíz de la función proporcionada.

$x_0$ = Empezar con 0.	$f(x_0)$ = Sustituir $x_0$ en la función.	$f(x_0)$ = Resultado de $x_0$ en la función.
$x_1$ = Utilizar el resultado anterior.	$f(x_1)$ = Sustituir $x_1$ en la función.	$f(x_1)$ = Resultado de $x_1$ en la función.
$x_n$ = Utilizar el resultado anterior.	$f(x_n)$ = Sustituir $x_n$ en la función.	$f(x_n)$ = Resultado de $x_n$ en la función.

i	$x_i$	$ x_{i+1}-x_i $
0	$x_0$ = Valor de la tabla anterior que corresponde a $x_0$ de la primera columna.	-
1	$x_1$ = Valor de la tabla anterior que corresponde a $x_1$ de la primera columna.	$ x_1-x_0 $
2	$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1-x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$	$ x_2-x_1 $
3	$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})(x_{n-1}-x_{n-2})}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})}$	Se calcula el margen de error hasta que sea menor o igual a $\epsilon=0.001$

### Paso 2:

1. Ingresar el ultimo resultado de  $x_i$ .
2. Ingresar el margen de error calculado.
3. Si se realizaron de 0 a 4 iteraciones corta el cable verde.
4. Si se realizaron de 5 a 9 iteraciones corta el cable rojo.
5. Si se realizaron más de 10 iteraciones corta el cable azul.

# Bomba: Ecuaciones lineales

## Montante

Instrucciones:

### Paso 1:

1. Crear matriz aumentada con las ecuaciones dadas e identificar la diagonal principal, ya que son las posiciones de cada pivote:

$$\begin{aligned} a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z &= \pm b_1 \\ a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z &= \pm b_2 \\ a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z &= \pm b_3 \end{aligned} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Empezamos con  $p^{(0)} = 1$ .

2. Identificar pivote para cada etapa que se realizara:

Etapa  $k = 1$ :

$$\left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Etapa  $k = 2$ :

$$\left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Etapa  $k = 3$ :

$$\left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

$$\text{Valor a encontrar} = \frac{(\text{Pivote actual} \cdot \text{Valor a transformar}) - (\text{Producto de elementos opuestos})}{\text{Pivote anterior}}$$

3. Al tener la matriz final, extraer la solución para sacar “x”, “y” y “z”.

### Paso 2:

1. Ingresar el valor de cada pivote.
2. Ingresar resultados de “x”, “y” y “z”.
3. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” ninguno fue negativo, corta el cable azul
4. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” uno fue negativo, corta el cable verde.
5. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” dos o más fueron negativos, corta el cable rojo.

## Gauss - Jordán

Instrucciones:

Paso 1:

1. Crear matriz aumentada con las ecuaciones dadas e identificar la diagonal principal, ya que son las posiciones de cada pivote:

$$\begin{aligned} a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z &= \pm b_1 \\ a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z &= \pm b_2 \\ a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z &= \pm b_3 \end{aligned} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Pivote inicial:  $a_{11}$

2. Multiplicar la fila 1 por  $\frac{1}{a_{11}}$ :

$$F1 \leftarrow \frac{1}{a_{11}} F1$$

Esto convierte el pivote en 1:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{a_{12}}{a_{11}} & \frac{a_{13}}{a_{11}} & \frac{b_1}{a_{11}} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

3. Hacer ceros debajo del pivote:

Para la fila 2:

$$F2 \leftarrow F2 - a_{21}F1$$

Para la fila 3:

$$F3 \leftarrow F3 - a_{31}F1$$

Resultando:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{a_{12}}{a'_{11}} & \frac{a_{13}}{a'_{11}} & \frac{b_1}{a'_{11}} \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & b'_3 \end{array} \right)$$

Donde cada  $a'$  y  $b'$  representa expresiones simbólicas resultantes.

Siguiente pivote:  $a'_{22}$

4. Multiplicar la fila 2 por  $\frac{1}{a'_{22}}$ :

$$F2 \leftarrow \frac{1}{a'_{22}} F2$$

Así el pivote se convierte en 1:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{a_{12}}{a'_{11}} & \frac{a_{13}}{a'_{11}} & \frac{b_1}{a'_{11}} \\ 0 & 1 & \frac{a'_{23}}{a'_{22}} & \frac{b'_2}{a'_{22}} \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & b'_3 \end{array} \right)$$

5. Hacer ceros arriba y abajo del pivote:

Fila 1:

$$F1 \leftarrow F1 - \left( \frac{a_{12}}{a'_{11}} \right) F2$$

Fila 3:

$$F3 \leftarrow F3 - a'_{32} F2$$

Obtienes:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a''_{13} & b''_1 \\ 0 & 1 & a''_{23} & b''_2 \\ 0 & 0 & a''_{33} & b''_3 \end{array} \right)$$

Siguiente pivote:  $a''_{33}$

6. Multiplicar la fila 3 por  $\frac{1}{a''_{33}}$ :

$$F3 \leftarrow \frac{1}{a''_{33}} F3$$

Así el pivote se convierte en 1:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & a''_{13} & b''_1 \\ 0 & 1 & a''_{23} & b''_2 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{b''_3}{a''_{23}} \end{array} \right)$$

Hacer ceros arriba del pivote:

Fila 1:

$$F1 \leftarrow F1 - a''_{13}F3$$

Fila 2:

$$F2 \leftarrow F2 - a''_{23}F3$$

Resultado final:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \end{array} \right)$$

7. Al tener la matriz final, extraer la solución para sacar “x”, “y” y “z”.

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de “x”, “y” y “z”.
2. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” ninguno fue negativo, corta el cable azul.
3. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” uno fue negativo, corta el cable verde.
4. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” dos o más fueron negativos, corta el cable rojo.

## Eliminación Gaussiana

Instrucciones:

Paso 1:

1. Crear matriz aumentada con las ecuaciones dadas e identificar la diagonal principal, ya que son las posiciones de cada pivote:

$$\begin{aligned} a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z &= \pm b_1 \\ a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z &= \pm b_2 \\ a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z &= \pm b_3 \end{aligned} \rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right)$$

Pivote inicial:  $a_{11}$

2. Crear ceros debajo del pivote:

Fila 2:

$$R2 \leftarrow R2 - \left( \frac{a_{21}}{a_{11}} \right) R1$$

Fila 3:

$$R3 \leftarrow R3 - \left( \frac{a_{31}}{a_{11}} \right) R1$$

Obtienes:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & a'_{32} & a'_{33} & b'_3 \end{array} \right)$$

Donde cada  $a'$  y  $b'$  representa expresiones simbólicas resultantes.

Siguiente pivote:  $a'_{22}$

3. Crear cero en la fila 3

$$R3 \leftarrow R3 - \left( \frac{a'_{32}}{a'_{22}} \right) R2$$

Obtienes:

$$\left( \begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} & b'_2 \\ 0 & 0 & a''_{33} & b''_3 \end{array} \right)$$

4. Al tener la matriz final, extraer la solución para sacar “x”, “y” y “z”.

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de “x”, “y” y “z”.
2. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” ninguno fue negativo, corta el cable rojo.
3. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” uno fue negativo, corta el cable azul.
4. Si de los resultados de “x”, “y” y “z” dos o más fueron negativos, corta el cable verde.

## Gauss - Seidel

### Instrucciones:

#### Paso 1:

1. Identificar el sistema:

$$1) a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z = \pm b_1$$

$$2) a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z = \pm b_2$$

$$3) a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z = \pm b_3$$

Asignar tolerancia:  $\epsilon = 0.001$

2. Verificar diagonal dominante:

$$|a_{11}| > |a_{12}| + |a_{13}|$$

$$|a_{21}| > |a_{22}| + |a_{23}|$$

$$|a_{31}| > |a_{32}| + |a_{33}|$$

- Si se cumple en todas las filas, es probable que el método converja.
- Si no se cumple, permutar filas.

3. Despejar las tres incógnitas de sus ecuaciones correspondientes:

$$4) a = \frac{\pm b_1 \pm a_{12}y \pm a_{13}z}{a_{11}}$$

$$5) b = \frac{\pm b_2 \pm a_{21}x \pm a_{23}z}{a_{22}}$$

$$6) c = \frac{\pm b_3 \pm a_{31}x \pm a_{32}y}{a_{33}}$$

4. Asignar valores iniciales para comenzar el proceso iterativo:

$$a_0 = 0$$

$$b_0 = 0$$

$$c_0 = 0$$

Generalmente se usan ceros.

5. Utilizar las ecuaciones 4, 5 y 6 para las iteraciones:

- Con  $b_0$  y  $c_0$  obtener  $a_1$  usando la ecuación 4.
- Con  $a_1$  y  $c_0$  obtener  $b_1$  usando la ecuación 5.
- Con  $a_1$  y  $b_1$  obtener  $c_1$  usando la ecuación 6.

6. Repetir el mismo proceso:

Con los valores de la iteración anterior obtener los nuevos componentes aplicando las ecuaciones 4, 5 y 6 en ese orden, usando siempre los valores ya actualizados cuando estén disponibles.

7. Tabla de iteraciones:

i	a	b	c
0	$a_0 = 0$	$b_0 = 0$	$c_0 = 0$
1	$a_1$	$b_1$	$c_1$
2	$a_2$	$b_2$	$c_2$
n	$a_n$	$b_n$	$c_n$

$\epsilon$	$\epsilon =  a_n - a_{n-1} $	$\epsilon =  b_n - b_{n-1} $	$\epsilon =  c_n - c_{n-1} $
------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------

Detenerse hasta que  $\epsilon = 0.001$ .

Paso 2:

1. Ingresar los últimos resultados de la última iteración realizada de “a”, “b” y “c”.
2. Ingresar los márgenes finales de error de “a”, “b” y “c”.
3. Si se realizaron de 0 o 1 iteración corta el cable azul.
4. Si se realizaron de 2 a 3 iteraciones corta el cable verde.
5. Si se realizaron más de 4 iteraciones corta el cable rojo.

## Jacobi

### Instrucciones:

#### Paso 1:

1. Identificar el sistema:

$$1) a_{11}x \pm a_{12}y \pm a_{13}z = \pm b_1$$

$$2) a_{21}x \pm a_{22}y \pm a_{23}z = \pm b_2$$

$$3) a_{31}x \pm a_{32}y \pm a_{33}z = \pm b_3$$

Asignar tolerancia:  $\epsilon = 0.001$

2. Verificar diagonal dominante:

$$|a_{11}| > |a_{12}| + |a_{13}|$$

$$|a_{21}| > |a_{22}| + |a_{23}|$$

$$|a_{31}| > |a_{32}| + |a_{33}|$$

- Si se cumple en todas las filas, es probable que el método converja.
- Si no se cumple, permutar filas.

3. Despejar las tres incógnitas de sus ecuaciones correspondientes:

$$4) a = \frac{\pm b_1 \pm a_{12}y \pm a_{13}z}{a_{11}}$$

$$5) b = \frac{\pm b_2 \pm a_{21}x \pm a_{23}z}{a_{22}}$$

$$6) c = \frac{\pm b_3 \pm a_{31}x \pm a_{32}y}{a_{33}}$$

4. Asignar valores iniciales para comenzar el proceso iterativo:

$$a_0 = 1$$

$$b_0 = 1$$

$$c_0 = 1$$

5. Utilizar las ecuaciones 4, 5 y 6 para las iteraciones:

- Con  $b_0$  y  $c_0$  obtener  $a_1$  usando la ecuación 4.
- Con  $a_0$  y  $c_0$  obtener  $b_1$  usando la ecuación 5.
- Con  $a_0$  y  $b_0$  obtener  $c_1$  usando la ecuación 6.

6. Repetir el mismo proceso:

Con los valores de la iteración anterior obtener los nuevos componentes aplicando las ecuaciones 4, 5 y 6 en ese orden, usando siempre los valores de  $a_n$ ,  $b_n$  y  $c_n$  de la iteración anterior.

7. Tabla de iteraciones:

i	a	b	c
0	$a_0 = 1$	$b_0 = 1$	$c_0 = 1$
1	$a_1$	$b_1$	$c_1$
2	$a_2$	$b_2$	$c_2$
n	$a_n$	$b_n$	$c_n$

$\epsilon$	$\epsilon =  a_n - a_{n-1} $	$\epsilon =  b_n - b_{n-1} $	$\epsilon =  c_n - c_{n-1} $
------------	------------------------------	------------------------------	------------------------------

Detenerse hasta que  $\epsilon = 0.001$ .

**Paso 2:**

1. Ingresar los últimos resultados de la última iteración realizada de “a”, “b” y “c”.
2. Ingresar los márgenes finales de error de “a”, “b” y “c”.
3. Si se realizaron de 0 o 1 iteración corta el cable azul.
4. Si se realizaron de 2 a 3 iteraciones corta el cable verde.
5. Si se realizaron más de 4 iteraciones corta el cable rojo.

# Bomba: Mínimos Cuadrados

## Línea Recta

Instrucciones:

Paso 1:

1. Contar el número de puntos dados y asignarlo a  $n$ .
2. Construir una tabla con 4 columnas fundamentales:
  - $x$  (Datos independientes)
  - $y$  (Datos dependientes)
  - $x^2$  (El valor de  $x$  al cuadrado)
  - $xy$  (El producto de  $x$  por  $y$ )

$x$	$y$	$x^2$	$xy$
$x_1$	$y_1$	$x_1^2$	$(xy)_1$
$x_2$	$y_2$	$x_2^2$	$(xy)_2$
$x_3$	$y_3$	$x_3^2$	$(xy)_3$
$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$(xy)_i$
$\Sigma x$	$\Sigma y$	$\Sigma x^2$	$\Sigma xy$

3. Realizar la sumatoria ( $\Sigma$ ) de cada columna por separado para obtener  $\Sigma x$ ,  $\Sigma y$ ,  $\Sigma x^2$  y  $\Sigma xy$ .
4. Sustituir estas sumatorias en la siguiente matriz de  $2 \times 2$  para formar el sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x \\ \Sigma x & \Sigma x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \end{bmatrix}$$

**Paso 2:**

1. Resolver el sistema (usando Gauss-Jordan o determinantes) para encontrar los valores de  $a_0$  y  $a_1$ .
2. Calcular  $g(x)$  sustituyendo los coeficientes encontrados en  $g(x) = a_0 + a_1x$  evaluando con el último valor de  $x$  de tu tabla de datos.
3. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
4. Observar el primer decimal del resultado:
  - Si es 0, 1, 2, 3 o 4, corta el cable azul ( $0 \leq \text{decimal} \leq 4$ ).
  - Si es 5, 6, 7, 8 o 9, corta el cable rojo ( $5 \leq \text{decimal} \leq 9$ ).

## Cuadrática

Instrucciones:

Paso 1:

1. Identificar  $n$  (número de pares de datos).
2. Construir una tabla extendida calculando las siguientes 7 columnas:
  - $x, y$  (Datos independientes)
  - $x^2, x^3, x^4$  (Potencias de  $x$ )
  - $xy$  (El producto de  $x$  por  $y$ )
  - $x^2y$  (El producto de  $x^2$  por  $y$ )

$x$	$y$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$xy$	$x^2y$
$x_1$	$y_1$	$x_1^2$	$x_1^3$	$x_1^4$	$(xy)_1$	$(x^2y)_1$
$x_2$	$y_2$	$x_2^2$	$x_2^3$	$x_2^4$	$(xy)_2$	$(x^2y)_2$
$x_3$	$y_3$	$x_3^2$	$x_3^3$	$x_3^4$	$(xy)_3$	$(x^2y)_3$
$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i^3$	$x_i^4$	$(xy)_i$	$(x^2y)_i$
$\Sigma x$	$\Sigma y$	$\Sigma x^2$	$\Sigma x^3$	$\Sigma x^4$	$\Sigma xy$	$\Sigma x^2y$

3. Realizar las sumatorias de todas las columnas.
4. Armar el sistema de ecuaciones matricial sustituyendo las sumas en la siguiente estructura:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma x^2 \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 \\ \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma x^2y \end{bmatrix}$$

**Paso 2:**

1. Resolver el sistema (usando Gauss-Jordan o determinantes) para encontrar los valores de  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$ .
2. Calcular  $g(x)$  sustituyendo los coeficientes encontrados en  $g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$  evaluando con el último valor de  $x$  de tu tabla de datos.
3. Ingresar el resultado final de  $g(x)$ .
4. Analizar la parte entera de tu resultado (el número antes del punto decimal):
  - Si la parte entera es un número par, corta el cable verde.
  - Si la parte entera es un número impar, corta el cable amarillo.

## Cúbica

Instrucciones:

Paso 1:

1. Preparar una tabla de datos. Debes calcular columnas para:

- Potencias de  $x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6$ .
- Productos con  $y, xy, x^2y, x^3y$ .

$x$	$y$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$x^5$	$x^6$	$xy$	$x^2y$	$x^3y$
$x_1$	$y_1$	$x_1^2$	$x_1^3$	$x_1^4$	$x_1^5$	$x_1^6$	$(xy)_1$	$(x^2y)_1$	$(x^3y)_1$
$x_2$	$y_2$	$x_2^2$	$x_2^3$	$x_2^4$	$x_2^5$	$x_2^6$	$(xy)_2$	$(x^2y)_2$	$(x^3y)_2$
$x_3$	$y_3$	$x_3^2$	$x_3^3$	$x_3^4$	$x_3^5$	$x_3^6$	$(xy)_3$	$(x^2y)_3$	$(x^3y)_3$
$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i^3$	$x_i^4$	$x_i^5$	$x_i^6$	$(xy)_i$	$(x^2y)_i$	$(x^3y)_i$
$\Sigma x$	$\Sigma y$	$\Sigma x^2$	$\Sigma x^3$	$\Sigma x^4$	$\Sigma x^5$	$\Sigma x^6$	$\Sigma xy$	$\Sigma x^2y$	$\Sigma x^3y$

2. Calcular la sumatoria de cada una de estas columnas.

3. Configurar la matriz de  $4 \times 4$  siguiendo el patrón simétrico de las potencias:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 \\ \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 & \Sigma x^5 \\ \Sigma x^3 & \Sigma x^4 & \Sigma x^5 & \Sigma x^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma x^2y \\ \Sigma x^3y \end{bmatrix}$$

**Paso 2:**

1. Resolver el sistema para obtener los cuatro coeficientes.
2. Calcular  $g(x)$  sustituyendo los coeficientes encontrados en  $g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  evaluando con el último valor de  $x$  de tu tabla de datos.
3. Comparar el resultado de  $g(x)$  con el valor original de  $y$  correspondiente a esa  $x$ :
  - Si  $g(x)$  es mayor que  $y$ , corta el cable blanco.
  - Si  $g(x)$  es menor que  $y$ , corta el cable negro.
  - Si son iguales, corta el cable morado.

## Lineal con Función

Instrucciones:

Paso 1:

1. Definir cuál es la función  $f(x)$  requerida (ej.  $\text{sen}(x)$ ,  $e^x$ , etc.).
2. Construir la tabla de datos. Además de  $x$  y  $y$ , necesitas calcular:
  - Columna  $f(x)$ : Evaluar la función en cada  $x$ .
  - Columna  $x^2$ :  $x$  al cuadrado.
  - Columna  $xf(x)$ : Multiplicar  $x$  por el resultado de la función.
  - Columna  $f(x)^2$ : Elevar al cuadrado el resultado de la función.
  - Columna  $yf(x)$ : Multiplicar  $y$  por el resultado de la función.

$x$	$y$	$f(x)$	$x^2$	$xf(x)$	$f(x)^2$	$yf(x)$	$xy$
$x_1$	$y_1$	$f(x)_1$	$x_1^2$	$xf(x)_1$	$f(x)_1^2$	$yf(x)_1$	$(xy)_1$
$x_2$	$y_2$	$f(x)_2$	$x_2^2$	$xf(x)_2$	$f(x)_2^2$	$yf(x)_2$	$(xy)_2$
$x_3$	$y_3$	$f(x)_3$	$x_3^2$	$xf(x)_3$	$f(x)_3^2$	$yf(x)_3$	$(xy)_3$
$x_i$	$y_i$	$f(x)_i$	$x_i^2$	$xf(x)_i$	$f(x)_i^2$	$yf(x)_i$	$(xy)_i$
$\Sigma x$	$\Sigma y$	$\Sigma f(x)$	$\Sigma x^2$	$\Sigma xf(x)$	$\Sigma f(x)^2$	$\Sigma yf(x)$	$\Sigma xy$

3. Realizar todas las sumatorias y armar la matriz:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma f(x) \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma xf(x) \\ \Sigma f(x) & \Sigma xf(x) & \Sigma f(x)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma yf(x) \end{bmatrix}$$

**Paso 2:**

1. Resolver el sistema para obtener los coeficientes.
2. Calcular  $g(x)$  sustituyendo los coeficientes encontrados en  $g(x) = a_0 + a_1x + a_2[f(x)]$  evaluando con la función  $f(x)$ .
3. Observar el segundo decimal del resultado:
  - Si el segundo decimal es 0, 1, 2 o 3, corta el cable azul.
  - Si el segundo decimal es 4, 5 o 6, corta el cable rojo.
  - Si el segundo decimal es 7, 8 o 9, corta el cable verde.

## Cuadrática con Función

Instrucciones:

Paso 1:

1. Identificar la función  $f(x)$  a utilizar.
2. Generar una tabla extensa con las siguientes columnas y sus sumatorias:
  - Básicas:  $x, y$ .
  - Potencias de  $x$ :  $x^2, x^3, x^4$ .
  - Relacionadas con la función:  $f(x), f(x)^2$ .
  - Productos cruzados:  $xy, x^2y, xf(x), x^2f(x), yf(x)$ .

$x$	$y$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$f(x)$	$xf(x)$	$x^2f(x)$	$f(x)^2$	$xy$	$x^2y$	$yf(x)$
$x_1$	$y_1$	$x_1^2$	$x_1^3$	$x_1^4$	$f(x)_1$	$xf(x)_1$	$x^2f(x)_1$	$f(x)_1^2$	$(xy)_1$	$(x^2y)_1$	$yf(x)_1$
$x_2$	$y_2$	$x_2^2$	$x_2^3$	$x_2^4$	$f(x)_2$	$xf(x)_2$	$x^2f(x)_2$	$f(x)_2^2$	$(xy)_2$	$(x^2y)_2$	$yf(x)_2$
$x_3$	$y_3$	$x_3^2$	$x_3^3$	$x_3^4$	$f(x)_3$	$xf(x)_3$	$x^2f(x)_3$	$f(x)_3^2$	$(xy)_3$	$(x^2y)_3$	$yf(x)_3$
$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$x_i^3$	$x_i^4$	$f(x)_i$	$xf(x)_i$	$x^2f(x)_i$	$f(x)_i^2$	$(xy)_i$	$(x^2y)_i$	$yf(x)_i$
$\Sigma x$	$\Sigma y$	$\Sigma x^2$	$\Sigma x^3$	$\Sigma x^4$	$\Sigma f(x)$	$\Sigma xf(x)$	$\Sigma x^2f(x)$	$\Sigma f(x)^2$	$\Sigma xy$	$\Sigma x^2y$	$\Sigma yf(x)$

3. Llenar la matriz de 4x4 con las sumatorias correspondientes:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma f(x) \\ \Sigma x & \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma xf(x) \\ \Sigma x^2 & \Sigma x^3 & \Sigma x^4 & \Sigma x^2f(x) \\ \Sigma f(x) & \Sigma xf(x) & \Sigma x^2f(x) & \Sigma f(x)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma y \\ \Sigma xy \\ \Sigma x^2y \\ \Sigma yf(x) \end{bmatrix}$$

**Paso 2:**

1. Resolver el sistema para obtener los coeficientes.
2. Calcular  $g(x)$  sustituyendo los coeficientes encontrados en  $g(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3[f(x)]$  evaluando con la función  $f(x)$ .
3. Observar el segundo decimal del resultado:
  - Si el resultado es positivo (+), corta el cable naranja.
  - Si el resultado es negativo (-), corta el cable gris.

# Bomba: Integración

## Regla Trapezoidal

Instrucciones:

### Paso 1:

1. Identificar los límites de integración  $a$  y  $b$ , y el número de segmentos  $n$ .
2. Calcular el ancho de cada subintervalo ( $h$ ) o altura promedio utilizando la fórmula:

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Incrementar el valor de  $x$  desde  $a$  sumando  $h$  en cada paso ( $x = a + ih$ ) para obtener los puntos intermedios.
4. Calcular la integral  $I$  utilizando la fórmula de la regla trapezoidal:

$$I = \frac{h}{2} \left[ f(a) + 2 \sum_{i=0}^{n-1} f(a + ih) + f(b) \right]$$

**Nota:** Para obtener una precisión aceptable se requiere de un gran número de subintervalos.

### Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de  $I$ .
2. Analizar el segundo decimal de tu resultado obtenido:
  - Si el segundo decimal es 0, 1 o 2, corta el cable azul.
  - Si el segundo decimal es 3, 4 o 5, corta el cable rojo.
  - Si el segundo decimal es 6, 7, 8 o 9, corta el cable verde.

## Regla de 1/3 Simpson

Instrucciones:

### Paso 1:

1. Verificar que el número de intervalos  $n$  sea un número par ( $n = 2, 4, 6 \dots$ ).
2. Calcular el valor de  $h$ :

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Aplicar la fórmula de Simpson 1/3, teniendo cuidado de multiplicar por 4 los términos con índice impar y por 2 los términos con índice par en la sumatoria interna:

$$I = \frac{h}{3} \left[ f(a) + 4 \sum_{i=1,3,5\dots}^{n-1} f(a + ih) + 2 \sum_{i=2,4,6\dots}^{n-2} f(a + ih) + f(b) \right]$$

### Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de  $I$ .
2. Compara la parte entera del resultado (antes del punto decimal) con el valor de  $n$  utilizado:
  - Si la parte entera es mayor que  $n$ , corta el cable amarillo.
  - Si la parte entera es menor que  $n$ , corta el cable blanco.
  - Si son iguales, corta el cable negro.

## Regla de 3/8 Simpson

Instrucciones:

### Paso 1:

1. Verificar que el número de intervalos  $n$  sea un **múltiplo de 3** (o impar según el caso específico, pero idealmente múltiplo de 3 para la aplicación estricta).
2. Calcular el valor de  $h$ :

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Calcular la integral  $I$ , multiplicando el paso  $h$  por 3/8:

$$I = \frac{3}{8}h \left[ f(a) + 3 \sum_{i=1}^{n-1} f(a + ih) + f(b) \right]$$

### Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de  $I$ .
2. Observar el signo del resultado:
  - Si el resultado es positivo (+), corta el cable morado.
  - Si el resultado es negativo (-), corta el cable naranja.
  - Si el resultado es cero, corta el cable gris.

## Newton - Cotes Cerradas

Instrucciones:

**Paso 1:**

1. Determinar el grado  $n$  del polinomio a utilizar.

2. Calcular  $h$  usando la fórmula estándar:

$$h = \frac{b - a}{n}$$

3. Consultar la "Tabla de Constantes para fórmulas Cerradas" para encontrar el valor de  $\alpha$  y los pesos  $\omega_i$  correspondientes a  $n$ .

n		i = 0	i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	i = 5	i = 6	i = 7	i = 8	i = 9	i = 10
1	1/2	1	1									
2	1/3	1	4	1								
3	3/8	1	3	3	1							
4	2/45	7	32	12	32	7						
5	5/288	19	75	50	50	75	19					
6	1/140	41	216	27	272	27	216	41				
7	7/17280	751	3577	1323	2989	2989	1323	3577	751			
8	14/14175	989	5888	-928	10946	-4540	10946	-928	5888	989		
9	9/89600	2857	15741	1080	19344	5788	5788	19344	1080	15741	2857	
10	5/299376	16067	106300	-48525	272400	-260550	427368	-260550	272400	-48525	106300	16067

4. Calcular la integral  $I$  sumando los productos de los pesos por la función evaluada:

$$I = \alpha h \sum_{i=0}^n \omega_i f(a + ih)$$

**Paso 2:**

1. Ingresar el valor de  $\alpha$  utilizado (ej.  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $3/8$ , etc.).
2. Ingresar el resultado final de  $I$ .
  - Si utilizaste  $n = 1$  (Regla del Trapecio) o  $n = 2$  (Simpson  $1/3$ ), corta el cable azul.
  - Si utilizaste  $n = 3$  (Simpson  $3/8$ ) o  $n = 4$ , corta el cable rojo.
  - Si utilizaste  $n \geq 5$ , corta el cable verde.

## Newton – Cotes Abiertas

Instrucciones:

### Paso 1:

1. Determinar el valor de  $n$ .
2. Calcular  $h$  dividiendo entre  $n + 2$  debido a la extensión del intervalo:

$$h = \frac{b - a}{n + 2}$$

3. Consultar la "Tabla de Constantes para fórmulas Abiertas" para obtener  $\alpha$  y los pesos  $\omega_i$ .

n		i = 0	i = 1	i = 2	i = 3	i = 4	i = 5	i = 6	i = 7	i = 8
1	3/2	0	1	1	0					
2	4/3	0	2	-1	2	0				
3	5/24	0	11	1	1	11	0			
4	6/20	0	11	-14	26	-14	11	0		
5	7/1440	0	611	-453	562	562	-453	611	0	
6	8/945	0	460	-954	2196	-2459	2196	-954	460	0

4. Calcular la integral  $I$ :

$$I = \alpha h \sum_{i=0}^n \omega_i f(a + ih)$$

### Paso 2:

1. Ingresar el resultado final de  $I$ .
2. Identificar el primer número distinto de cero después del punto decimal:
  - Si ese número es par (2, 4, 6, 8), corta el cable amarillo.
  - Si ese número es impar (1, 3, 5, 7, 9), corta el cable azul.

# Bomba: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

## Euler Modificado

Instrucciones:

Fórmulas:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(y_n, t_n) + f(y_{n+1}, t_{n+1})]$$

$$y'_1 = y_0 + \frac{h}{2} [f(y_0, t_0) + f(y_1, t_1)]$$

Considerar  $t_0 = 0$ .

Paso 1:

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.
2. Considerar  $t_0 = 0$  y  $t_1 = t_0 + h$ .
3. Sustituir  $y'$ ,  $t_0$ ,  $t_1$  y las condiciones iniciales ( $y_0$ ,  $h$ ,  $y_1$ ) proporcionadas, en la fórmula  $y'_1$ .
4. Al obtener el resultado de  $y'_1$  calcular  $y'_2$  considerando:

$$t_0 = t_1$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_1 = y'_1$$

Paso 2:

1. Ingresar resultados de  $y'_1$  y  $y'_2$ .
2. Si el ultimo dígito de  $y'_1$  es mayor que  $y'_2$ , corta el cable rojo.
3. Si el ultimo dígito de  $y'_1$  es menor que  $y'_2$ , corta el cable amarillo.
4. Si el ultimo dígito de  $y'_1$  es igual que  $y'_2$ , corta el cable verde.

## Runge – Kutta de Segundo Orden

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f(y_n + k_1, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

**Paso 1:**

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.
2. Considerar  $t_0 = 0$ .
3. Calcular  $k_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
4. Calcular  $k_2$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
5. Calcular  $y_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas y  $k_1$  y  $k_2$ .
6. Al obtener el resultado de  $y_1$  calcular  $y_2$  considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de  $y_1$  y  $y_2$ .
2. Si  $k_1$  y  $k_2$  tienen mismo signo, corta el cable verde.
3. Si  $k_1$  y  $k_2$  tienen signos opuestos, corta el cable amarillo.

## Runge – Kutta de Tercer Orden

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f\left(y_n + \frac{k_1}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right)$$

$$k_3 = h f(y_n - k_1 + 2k_2, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)$$

**Paso 1:**

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.
2. Considerar  $t_0 = 0$ .
3. Calcular  $k_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
4. Calcular  $k_2$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
5. Calcular  $k_3$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
6. Calcular  $y_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas,  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$ .
7. Al obtener el resultado de  $y_1$  calcular  $y_2$  considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de  $y_1$  y  $y_2$ .
2. Si el término  $k_1 + 4k_2 + k_3$  es positivo, corta el cable verde.
3. Si el término  $k_1 + 4k_2 + k_3$  es negativo, corta el cable rojo.
4. Si el término  $k_1 + 4k_2 + k_3$  es cercano a cero, corta el cable amarillo.

## Runge – Kutta de Cuarto Orden por 1/3 de Simpson

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f\left(y_n + \frac{k_1}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right)$$

$$k_3 = h f\left(y_n + \frac{k_2}{2}, t_n + \frac{h}{2}\right)$$

$$k_4 = h f(y_n + k_3, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

**Paso 1:**

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.
2. Considerar  $t_0 = 0$ .
3. Calcular  $k_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
4. Calcular  $k_2$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
5. Calcular  $k_3$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
6. Calcular  $k_4$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
7. Calcular  $y_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas,  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$ .
8. Al obtener el resultado de  $y_1$  calcular  $y_2$  considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de  $y_1$  y  $y_2$ .
2. Si el término  $(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$  es positivo, corta el cable verde.
3. Si el término  $(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$  es negativo, corta el cable rojo.
4. Si el término  $(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$  es cercano a cero, corta el cable azul.

## Runge - Kutta de Cuarto Orden por 3/8 de Simpson

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = h f(y_n, t_n)$$

$$k_2 = h f(y_n + \frac{k_1}{3}, t_n + \frac{h}{3})$$

$$k_3 = h f(y_n + \frac{k_1}{3} + \frac{k_2}{3}, t_n + \frac{2h}{3})$$

$$k_4 = h f(y_n + k_1 - k_2 + k_3, t_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{8}(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$$

Paso 1:

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.
2. Considerar  $t_0 = 0$ .
3. Calcular  $k_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
4. Calcular  $k_2$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
5. Calcular  $k_3$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
6. Calcular  $k_4$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas.
7. Calcular  $y_1$  sustituyendo  $y'$ ,  $t_0$ , las condiciones iniciales  $(y_0, h)$  proporcionadas,  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$ .
8. Al obtener el resultado de  $y_1$  calcular  $y_2$  considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de  $y_1$  y  $y_2$ .
2. Si el término  $(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$  es positivo, corta el cable azul.
3. Si el término  $(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$  es negativo, corta el cable rojo.
4. Si el término  $(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)$  es cercano a cero, corta el cable amarillo.

## Runge - Kutta de Orden Superior

Instrucciones:

Fórmulas:

$$k_1 = hV_n$$

$$m_1 = h[\pm a V_n \pm b U_n, q_n]$$

$$k_2 = h(V_n + m_1)$$

$$m_2 = h[\pm a(V_n + m_1) \pm b(U_n + k_1), q_n + h]$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

$$y'_{n+1} = y'_n + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$$

$$V_n = y'$$

$$U_n = y$$

$$q_n = t$$

Paso 1:

1. Despejar  $y'$  de la ecuación proporcionada.

2. Considerar:

$$t_0 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 1$$

$$V_n = y'_0$$

$$U_n = y_0$$

$$q_n = t = 0$$

$$k_1 = h(y'_0)$$

$$k_2 = h(y'_0 + m_1)$$

$$m_1 = h(y'_0 + y)$$

$$m_2 = h[a(y'_0 + m_1)(t + h) + b(y_0 + k_1)]$$

3. Calcular  $k_1, k_2, k_3$  y  $k_4$  sustituyendo los valores proporcionados y encontrados.

4. Calcular  $y_1$  y  $y'_1$  sustituyendo los valores proporcionados y encontrados.

5. Al obtener los resultados de  $y_1$  y  $y'_1$  calcular  $y_2$  y  $y'_2$  considerando:

$$t_1 = t_0 + h$$

$$y_0 = y_1$$

$$h = h$$

**Paso 2:**

1. Ingresar resultados de  $y'_1$  y  $y'_2$ .
2. Si  $k_1$  y  $k_2$  tienen mismo signo, corta el cable verde.
3. Si  $k_1$  y  $k_2$  tienen signos opuestos, corta el cable azul.
4. Si  $k_1$  o  $k_2$  es casi cero, corta el cable amarillo.

## Bibliografía

Zamora Pequeño, O., Zamora Pequeño, R. S., & Del Ángel Ramírez, A. (2020). *Métodos numéricos* (2.ª ed.). Universidad Autónoma de Nuevo León.