Robótica grupo2
Clase 19

Facultad de Ingeniería UNAM

M.I. Erik Peña Medina

Derechos reservados

Contenido

Planteamiento del primer examen parcial

- Examen parcial tipo A
- Examen parcial tipo B

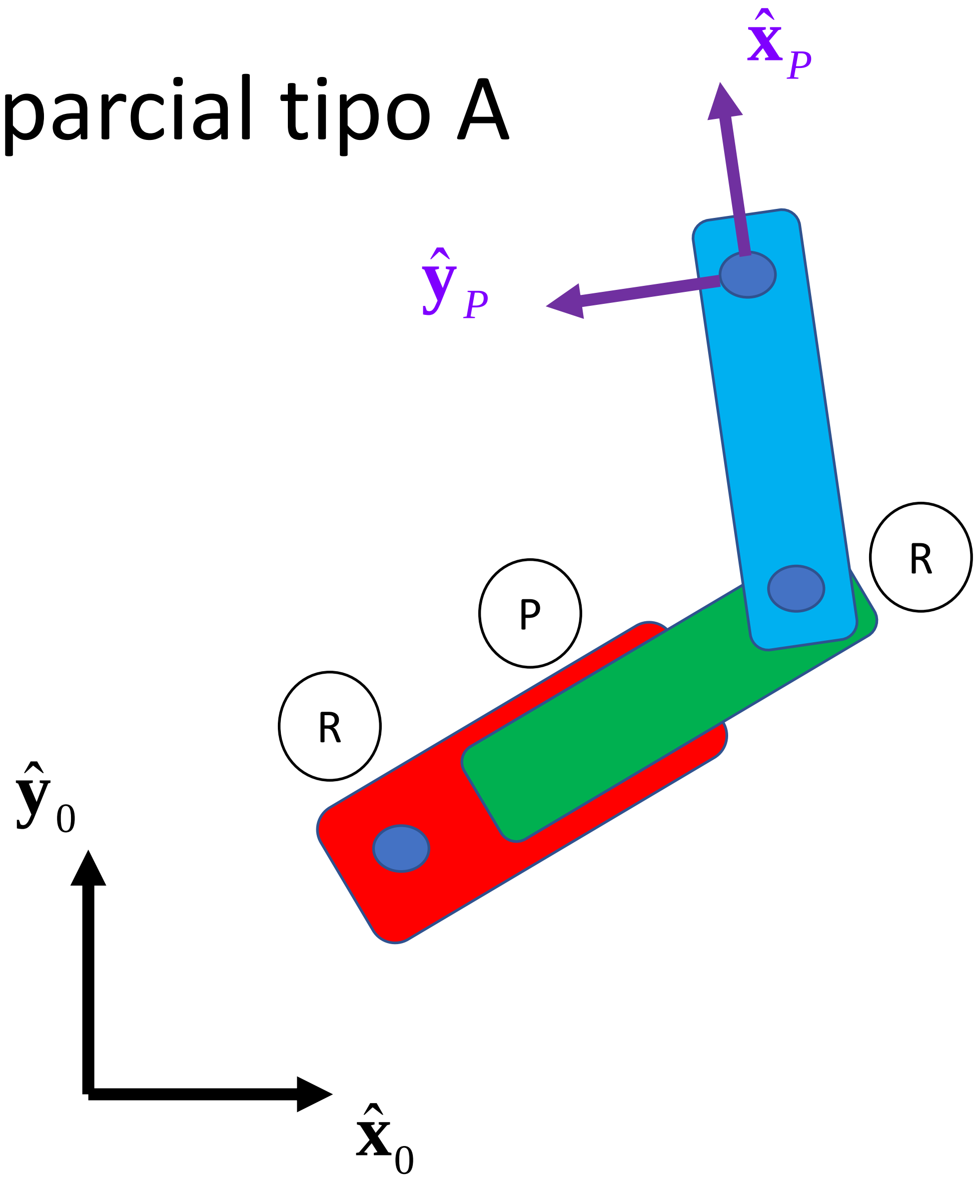
Contenido

Planteamiento del modelo dinámico de un robot serial RRR en el plano

- Ecuación de Eüler-Lagrange
- Inercia lineal e inercia rotacional
- Propagación de velocidades
- Cálculo del Lagrangeano
- Cálculo de los pares
- Modelo dinámico general

Contenido

Examen parcial tipo A



Para el robot RPR desarrollar los siguientes puntos:

- Desarrollar el modelo cinemático de la postura del robot.
- Desarrollar el modelo cinemático directo e inverso de las velocidades del robot.
- Desarrollar el modelo dinámico del robot.

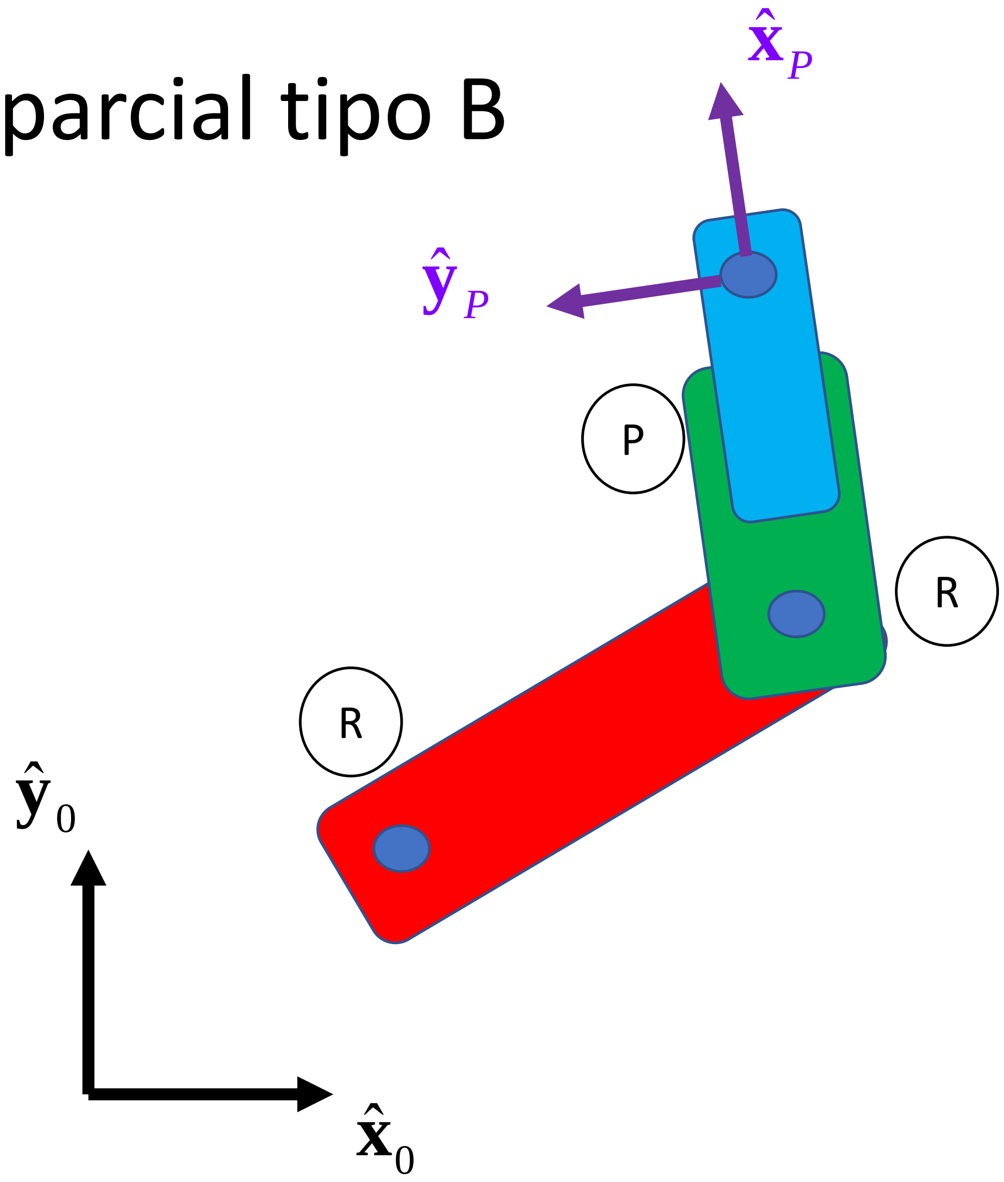
Los modelo pueden ser desarrollados mediante algún programa de cálculo como:

- Wolfram Mathematica
- Matlab

Fecha de entrega 23 de marzo

Contenido

Examen parcial tipo B



Para el robot RRP desarrollar los siguientes puntos:

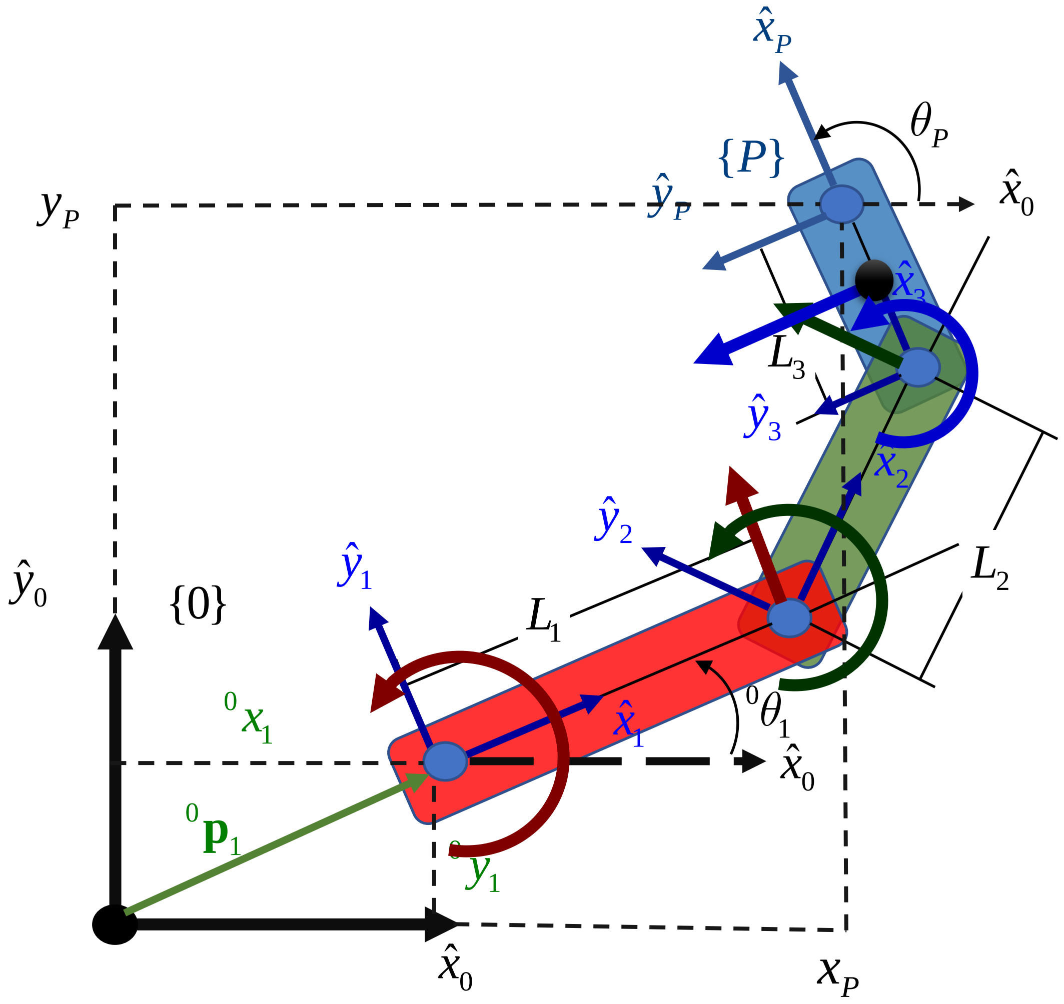
- Desarrollar el modelo cinemático de la postura del robot.
- Desarrollar el modelo cinemático directo e inverso de las velocidades del robot.
- Desarrollar el modelo dinámico del robot.

Los modelo pueden ser desarrollados mediante algún programa de cálculo como:

- Wolfram Mathematica
- Matlab

Fecha de entrega 23 de marzo

Cálculo de los pares



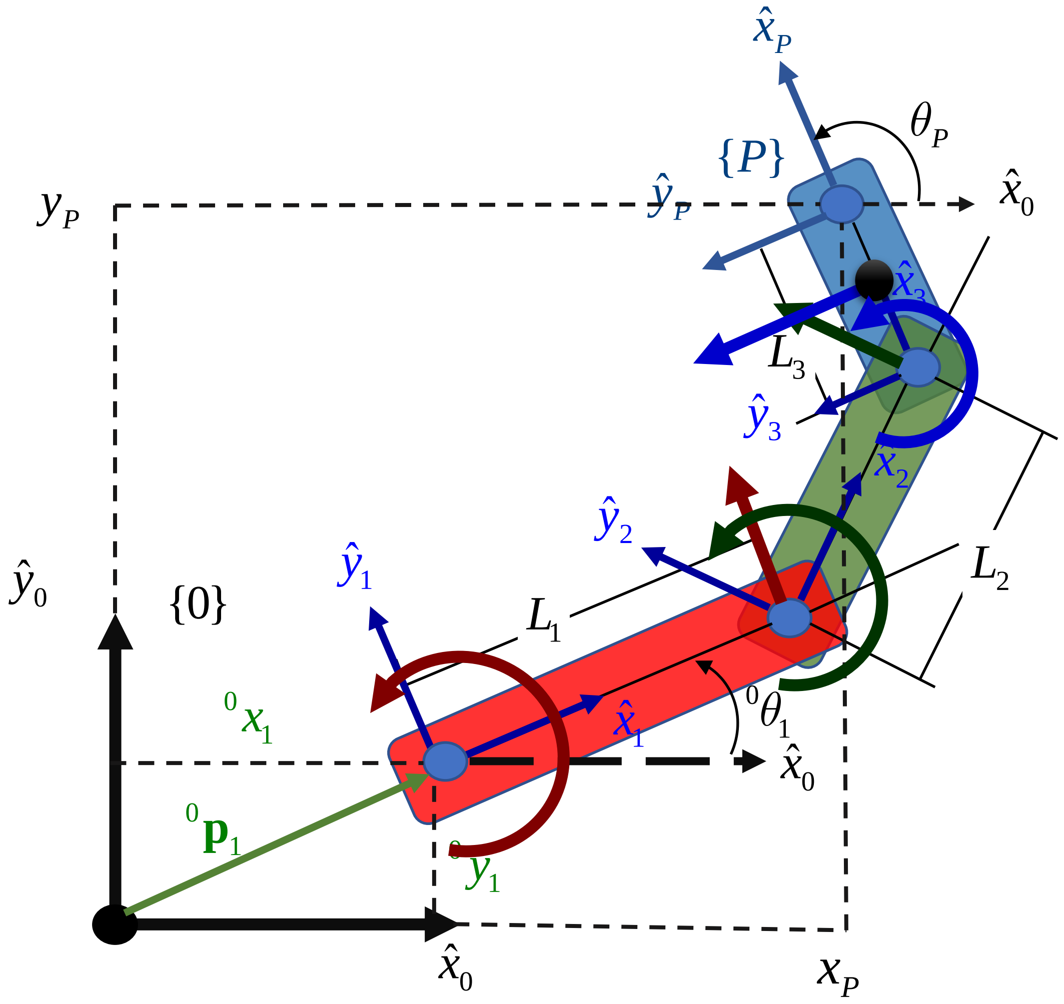
Cálculo del Lagrangeano

$$\Gamma = (k_1 + k_2 + k_3) - (u_1 + u_2 + u_3)$$

Ecuación del par

$$\tau_i = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}\Gamma\right) - \frac{\partial}{\partial q_i}\Gamma$$

Cálculo de los pares



Cálculo del Lagrangeano

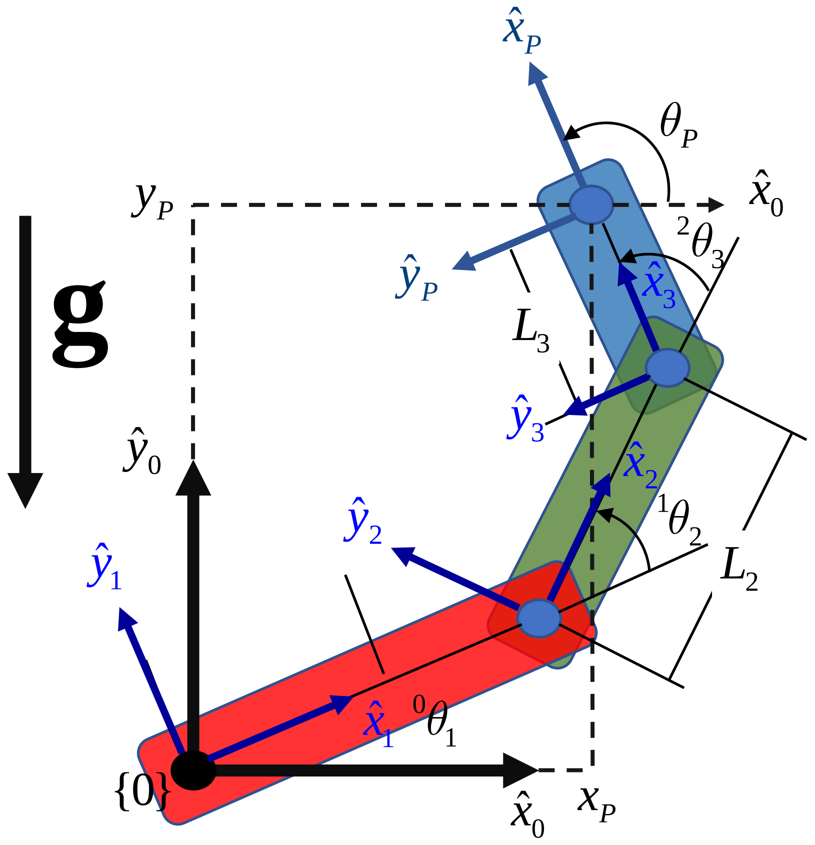
$$\Gamma = \left(k_1 + k_2 + k_3\right) - \left(u_1 + u_2 + u_3\right)$$

Ecuación del par

$$\boldsymbol{\tau}_\theta = \mathbf{M}(q)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(q,\dot{q}) + \mathbf{G}(q)$$

Planteamiento del modelo dinámico

Cálculo de los pares de un robot (Eüler-Lagrange)



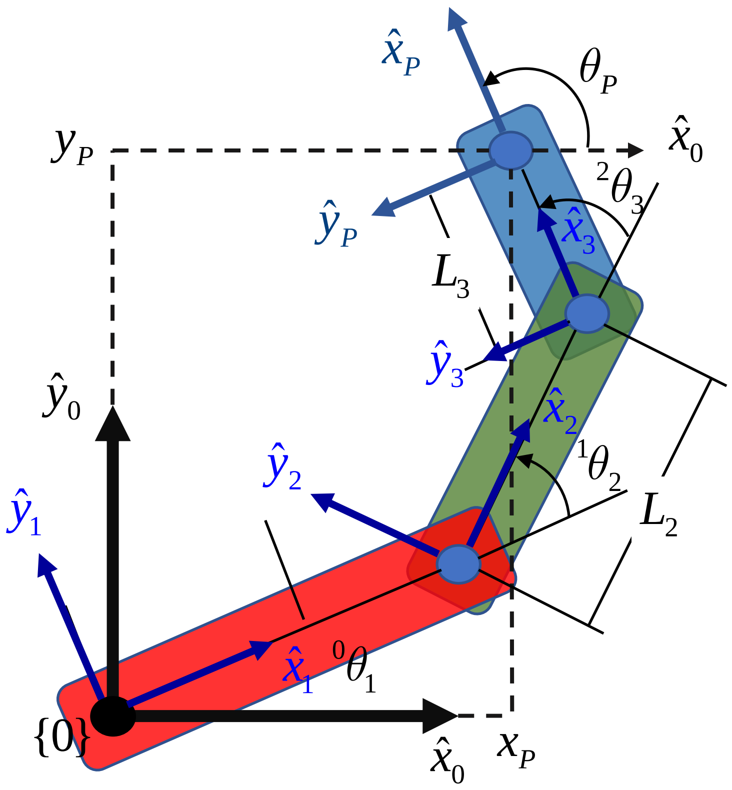
Modelo cinemático general relacionado con los efectos inerciales

$$\mathbf{M}_\theta(q)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(q,\dot{q}) + \mathbf{G}(q) = \boldsymbol{\tau}_{\theta I}$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} {}^0\ddot{\theta}_1 \\ {}^1\ddot{\theta}_2 \\ {}^2\ddot{\theta}_3 \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{l} q = \{{}^0\theta_1, {}^1\theta_2, {}^2\theta_3\} \\ \dot{q} = \{{}^0\dot{\theta}_1, {}^1\dot{\theta}_2, {}^2\dot{\theta}_3\} \end{array}$$

Planteamiento del modelo dinámico

Cálculo de los pares de un robot (Eüler-Lagrange)

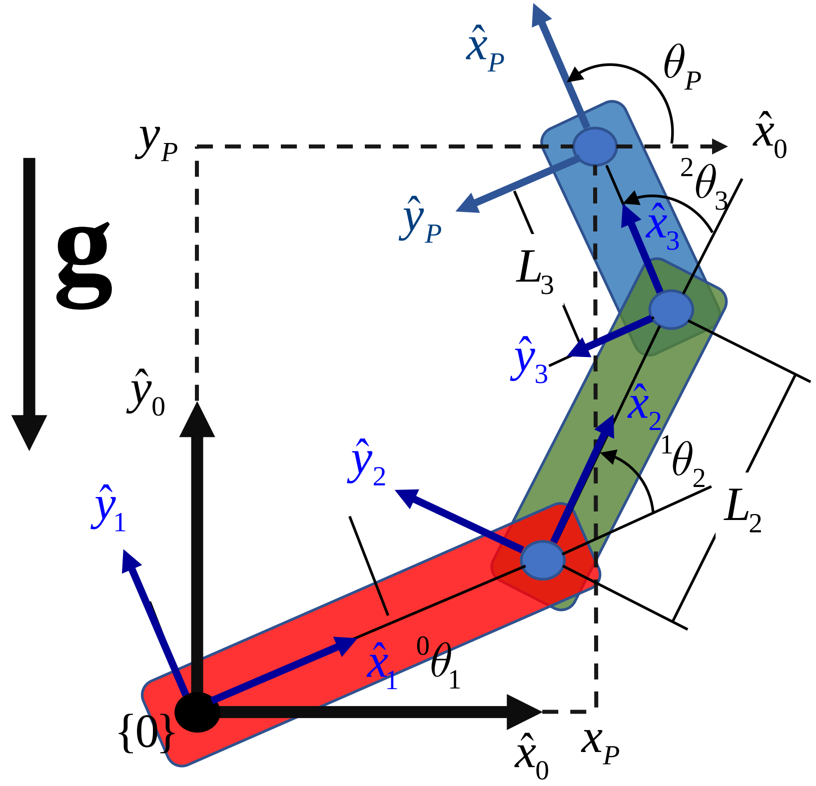


Modelo cinemático general relacionado con los efectos inerciales

$$\mathbf{M}_\theta(q)\ddot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^0\ddot{\theta}_1 \\ {}^1\ddot{\theta}_2 \\ {}^2\ddot{\theta}_3 \end{pmatrix}$$

Planteamiento del modelo dinámico

Cálculo de los pares de un robot (Eüler-Lagrange)

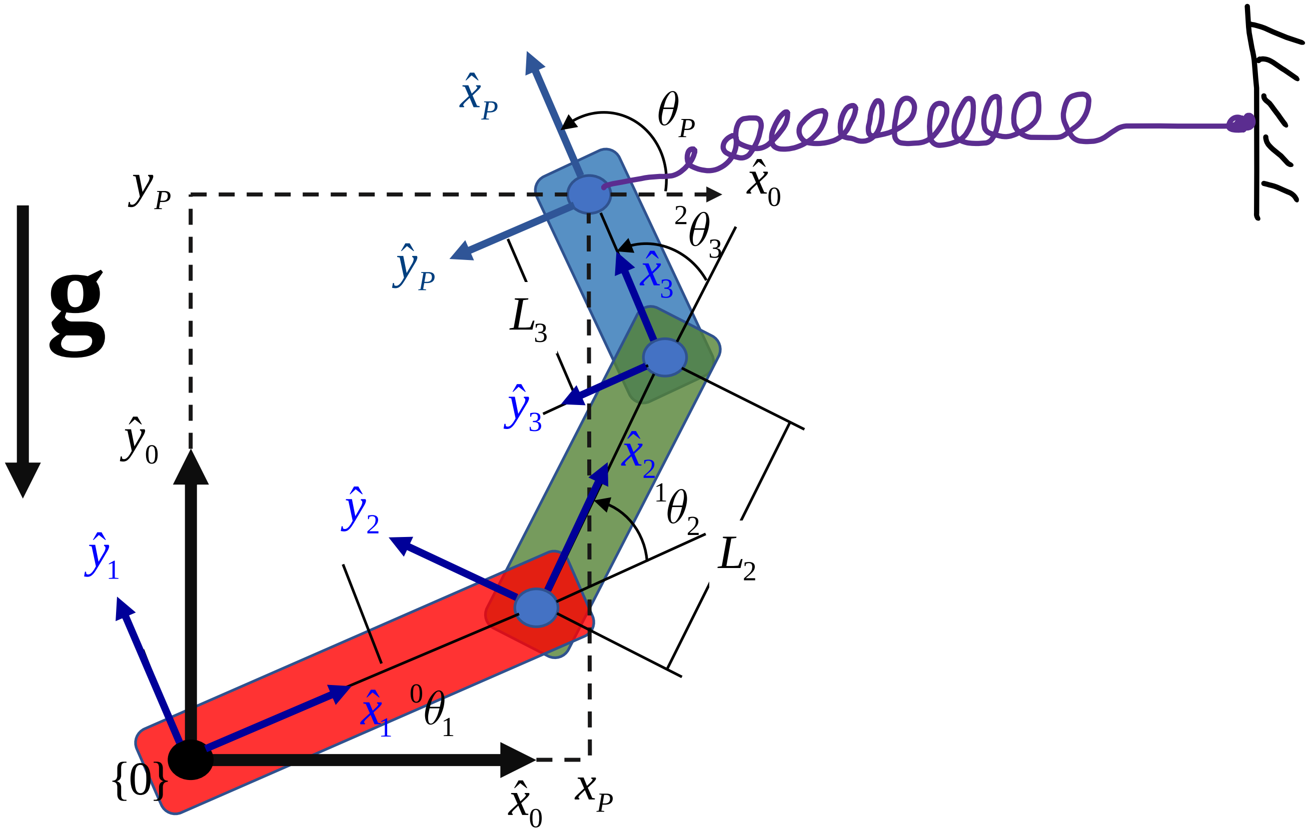


Modelo cinemático general relacionado con los efectos inerciales

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccc} {}^0\ddot{\theta}_1 & {}^1\ddot{\theta}_2 & {}^2\ddot{\theta}_3 \end{array} \\
\begin{pmatrix} \tau_{\theta 1} \\ \tau_{\theta 2} \\ \tau_{\theta 3} \end{pmatrix} = & \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^0\ddot{\theta}_1 \\ {}^1\ddot{\theta}_2 \\ {}^2\ddot{\theta}_3 \end{pmatrix}
\end{array}
$$

Planteamiento del modelo dinámico

Cálculo de los pares de un robot (Eüler-Lagrange)

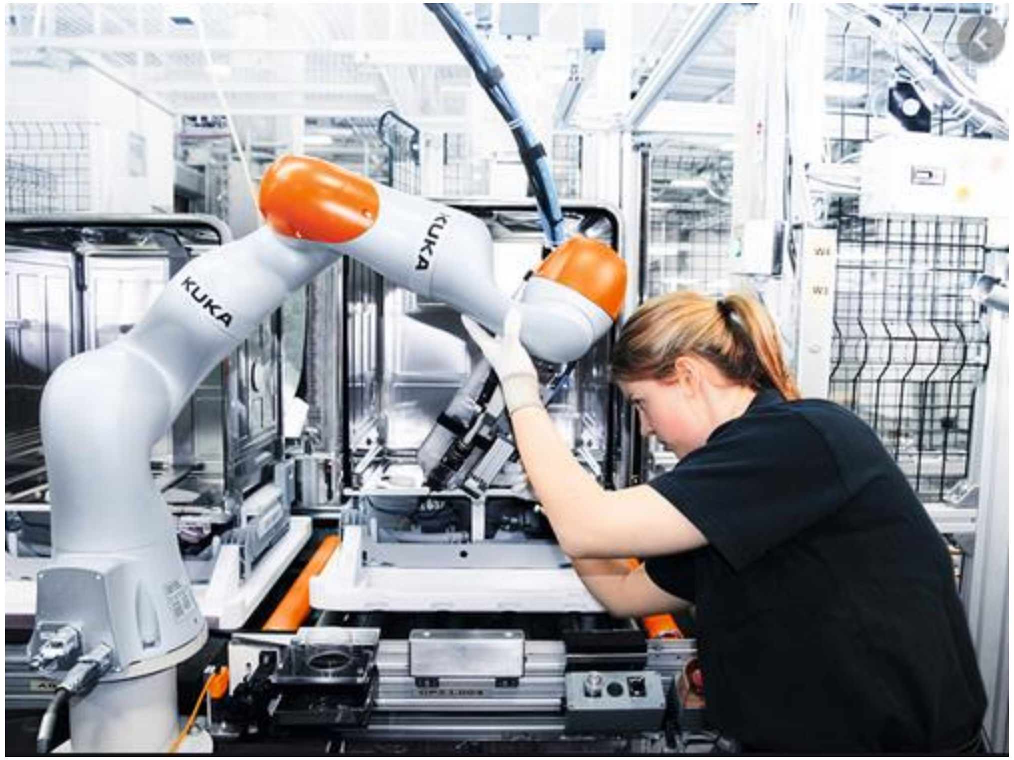


Planteamiento del modelo dinámico

Cálculo de los pares de un robot (Eüler-Lagrange)

Modelo cinemático relacionado con los efectos inerciales

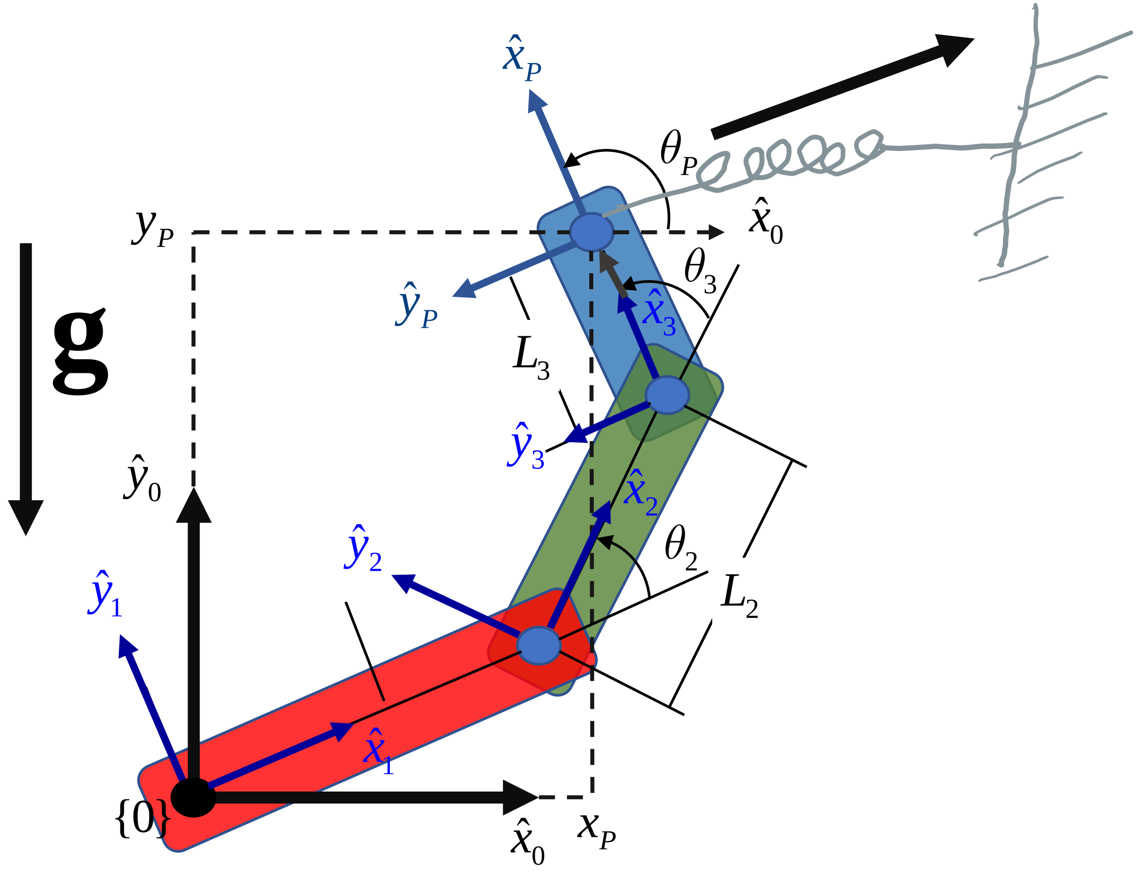
$$\mathbf{M}(q)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(q,\dot{q}) + \mathbf{G}(q) = \boldsymbol{\tau}_{\theta}$$



Planteamiento del modelo dinámico

Cálculo de los pares de un robot (Eüler-Lagrange)

Efectos dinámicos externos



$$E_{Robot} = E_{resorte}$$

$$P_{Robot} = P_{resorte}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{\theta}{}^{T}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}_{ex}{}^{T}\dot{\mathbf{x}}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_{\theta}(q)\dot{\mathbf{q}}$$

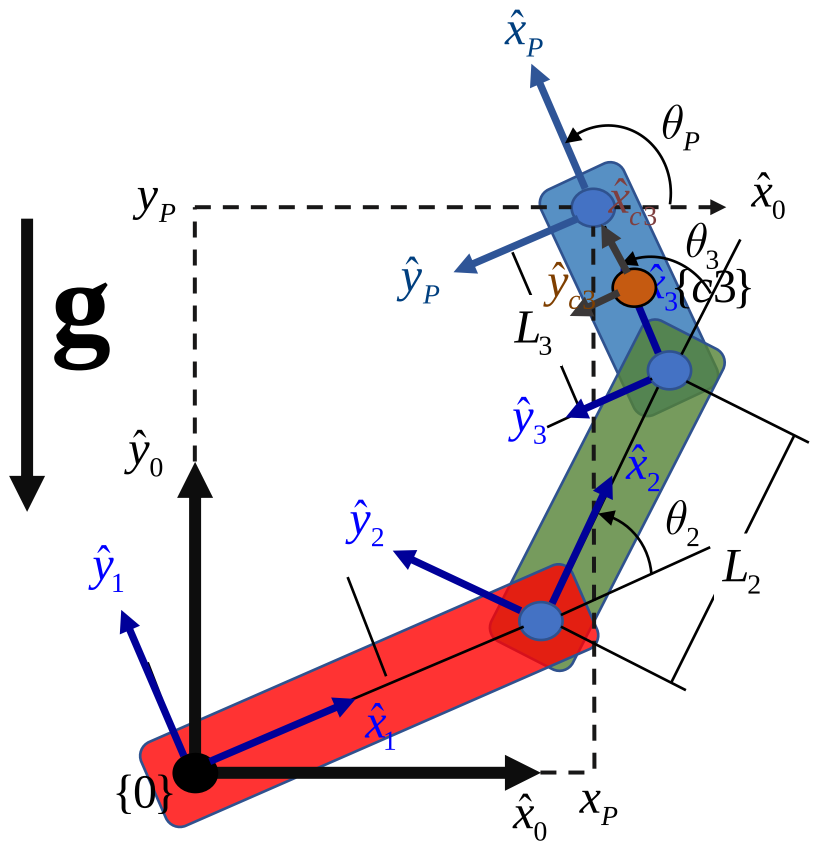
$$\boldsymbol{\tau}_{\theta}{}^{T}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}_{ex}{}^{T}\mathbf{J}_{\theta}(q)\dot{\mathbf{q}}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{\theta}{}^{T} = \mathbf{F}_{ex}{}^{T}\mathbf{J}_{\theta}(q)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{\theta} = \mathbf{J}_{\theta}{}^{T}(q)\mathbf{F}_{ex}$$

Planteamiento del modelo dinámico

Cálculo de los pares de un robot (Eüler-Lagrange)



Modelo dinámico general

$$\boldsymbol{\tau}_\theta =$$

$$= \mathbf{M}(q)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(q,\dot{q}) + \mathbf{G}(q) + \mathbf{J}^T(q)\boldsymbol{\lambda}$$

Planeación de movimientos

La planeación de movimiento es establecer la secuencia de movimientos ordenados que debe realiza un robot con el fin de realizar alguna tarea al manipular un objeto o herramienta dentro de su espacio de trabajo. La planeación de movimientos se puede establecer de dos maneras:

- Planeación de movimientos en el espacio de las juntas del robot.
- Planeación de movimientos en el espacio de trabajo del robot.

Planeación de movimientos en el espacio de las juntas

Planeación de movimientos en el espacio de las juntas del robot

La planeación del espacio de las juntas consiste en establecer los movimientos que debe realizar un robot para posicionar y orientar su efector final efector final dentro de su espacio de trabajo a partir de un postura inicial $\mathbf{q_0}$ a una postura final q_1.

$$\mathbf{q_0} = \begin{pmatrix} q_{1_0} \\ \vdots \\ q_{n_0} \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{q}_1 = \begin{pmatrix} q_{1_1} \\ \vdots \\ q_{n_1} \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{q}_m = \begin{pmatrix} q_{1_m} \\ \vdots \\ q_{n_m} \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{q_0} = \begin{pmatrix} q_{1_0} \\ \vdots \\ q_{n_0} \end{pmatrix}$$

Planeación de movimientos en el espacio de las juntas

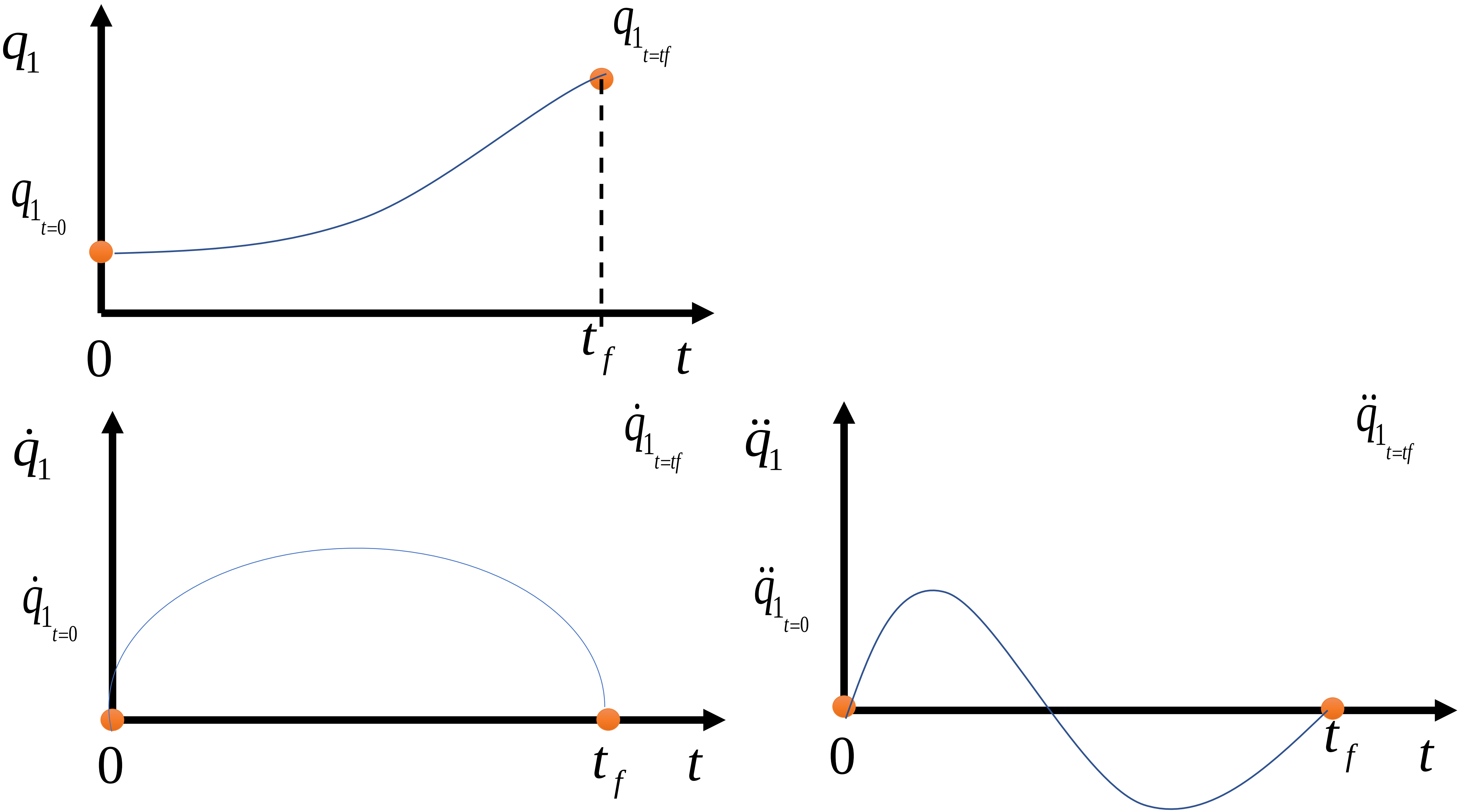
Planeación de movimientos en el espacio de las juntas del robot

https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=t_UAyEIpKks

$$\mathbf{q}_{\mathbf{0}} = \begin{pmatrix} q_{1_0} \\ \vdots \\ q_{n_0} \end{pmatrix} \Longrightarrow \mathbf{q}_1 = \begin{pmatrix} q_{1_1} \\ \vdots \\ q_{n_1} \end{pmatrix} \Longrightarrow \mathbf{q}_2 = \begin{pmatrix} q_{1_2} \\ \vdots \\ q_{n_2} \end{pmatrix}$$

Planeación de movimientos en el espacio de las juntas

$$\mathbf{q_0} = \begin{pmatrix} q_{1_0} \\ \vdots \\ q_{n_0} \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{q}_1 = \begin{pmatrix} q_{1_1} \\ \vdots \\ q_{n_1} \end{pmatrix}$$



q_1
$q_{1_{t=tf}}$
$q_{1_{t=0}}$
0
t_f
t
$\dot{q}_1$
$\dot{q}_{1_{t=tf}}$
$\dot{q}_{1_{t=0}}$
0
t_f
t
$\ddot{q}_1$
$\ddot{q}_{1_{t=tf}}$
$\ddot{q}_{1_{t=0}}$
0
t_f
t

Planeación de movimientos

Planeación de movimientos en el espacio de las juntas del robot

$$\mathbf{q}_{\mathbf{0}} = \begin{pmatrix} q_{1_0} \\ \vdots \\ q_{n_0} \end{pmatrix} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{q}_1 = \begin{pmatrix} q_{1_1} \\ \vdots \\ q_{n_1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_{1_0} + \lambda(t)\cdot(q_{1_1} - q_{1_0}) \\ \vdots \\ q_{n_0} + \lambda(t)\cdot(q_{n_1} - q_{n_0}) \end{pmatrix}$$

Planeación de movimientos en el espacio de las juntas

Planeación de movimientos en el espacio de las juntas del robot

https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=t_UAyEIpKks

$$\mathbf{q}_{\mathbf{0}} = \begin{pmatrix} q_{1_0} \\ \vdots \\ q_{n_0} \end{pmatrix} \Longrightarrow \mathbf{q}_1 = \begin{pmatrix} q_{1_1} \\ \vdots \\ q_{n_1} \end{pmatrix} \Longrightarrow \mathbf{q}_2 = \begin{pmatrix} q_{1_2} \\ \vdots \\ q_{n_2} \end{pmatrix}$$

Planeación de movimientos en el espacio de las juntas

Planeación de movimientos en el espacio de las juntas del robot

$$\mathbf{q_0} = \begin{pmatrix} q_{1_0} \\ \vdots \\ q_{n_0} \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{q}_1 = \begin{pmatrix} q_{1_1} \\ \vdots \\ q_{n_1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_{1_0} + \lambda(t)\cdot(q_{1_1} - q_{1_0}) \\ \vdots \\ q_{n_0} + \lambda(t)\cdot(q_{n_1} - q_{n_0}) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_{1_0} + \lambda(t)\cdot(q_{1_1} - q_{1_0}) \\ \vdots \\ q_{n_0} + \lambda(t)\cdot(q_{n_1} - q_{n_0}) \end{pmatrix}$$

$$\lambda(t)$$

$$0 \le \lambda(t) \le 1$$

$$\lambda(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5$$

$$t = 0$$

$$\lambda(0) = 0$$

$$\dot{\lambda}(0) = 0$$

$$\ddot{\lambda}(0) = 0$$

$$t = t_f$$

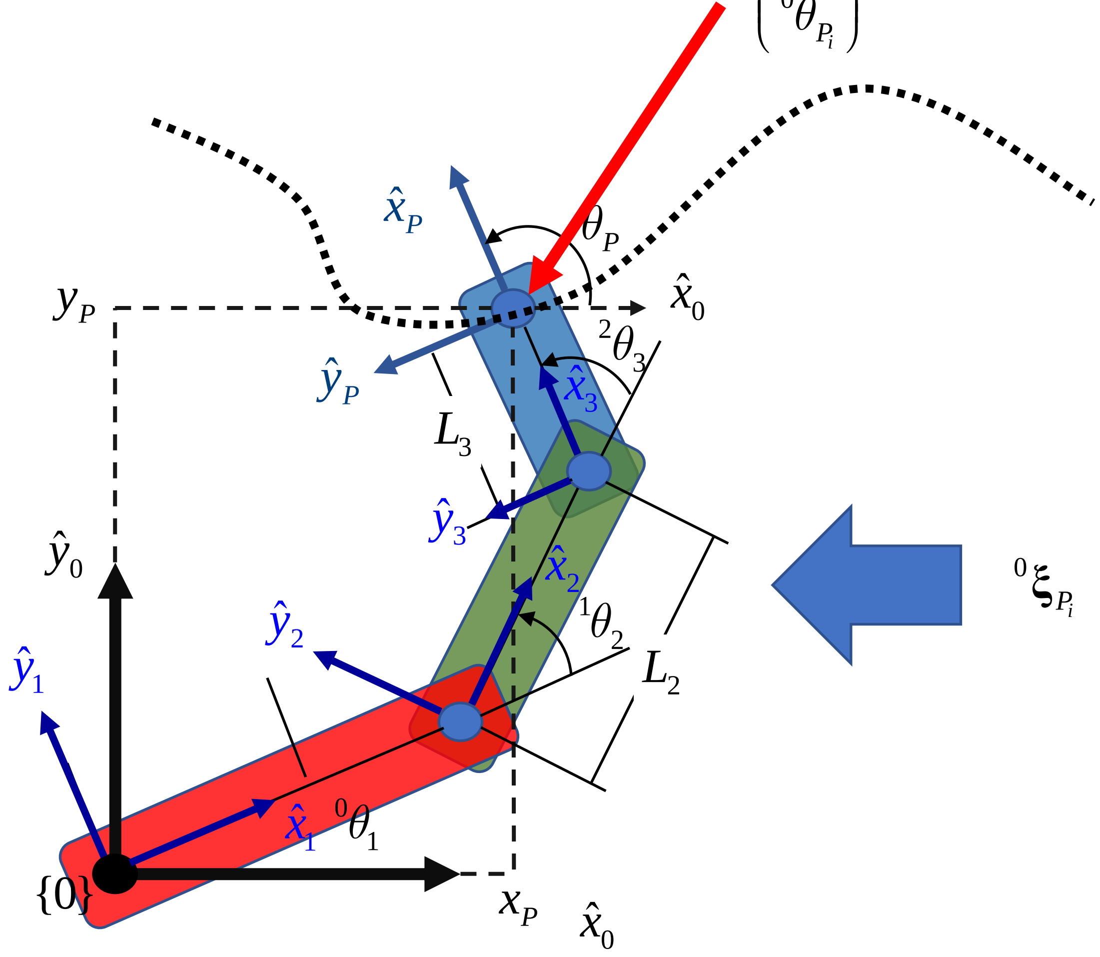
$$\lambda(t_f) = 1$$

$$\dot{\lambda}(t_f) = 0$$

$$\ddot{\lambda}(t_f) = 0$$

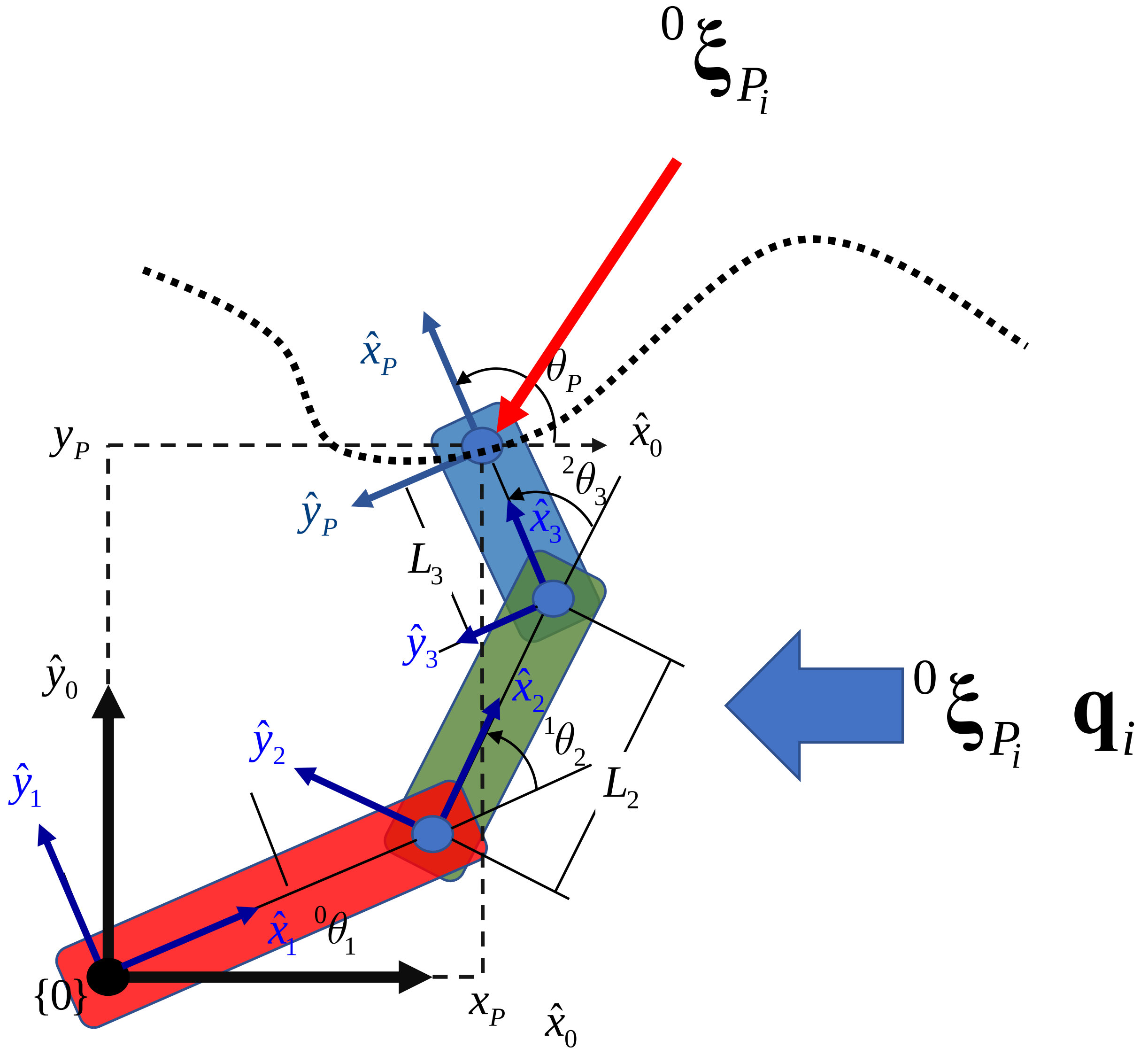
Planeación de movimientos en el espacio de trabajo

$$
{}^{0}\boldsymbol{\xi}_{P_i} = \begin{pmatrix} {}^{0}x_{P_i} \\ {}^{0}y_{P_i} \\ {}^{0}\theta_{P_i} \end{pmatrix}
$$



$$
{}^{0}\boldsymbol{\xi}_{P_i}\ \mathbf{q} = \begin{pmatrix} L_1\cos({}^{0}\theta_{1_i}) + L_2\cos({}^{0}\theta_{1_i} + {}^{1}\theta_{2_i}) + L_3\cos({}^{0}\theta_{1_i} + {}^{1}\theta_{2_i} + {}^{2}\theta_{3_i}) \\ L_1\sin({}^{0}\theta_{1_i}) + L_2\sin({}^{0}\theta_{1_i} + {}^{1}\theta_{2_i}) + L_3\sin({}^{0}\theta_{1_i} + {}^{1}\theta_{2_i} + {}^{2}\theta_{3_i}) \\ {}^{0}\theta_{1_i} + {}^{1}\theta_{2_i} + {}^{2}\theta_{3_i} \end{pmatrix}
$$

Planeación de movimientos en el espacio de trabajo



$$^{0}\boldsymbol{\xi}_{P_i} = {}^{0}\boldsymbol{\xi}_{P_i}\ \mathbf{q}_i$$

$$\mathbf{F} = {}^{0}\boldsymbol{\xi}_{P_i} - {}^{0}\boldsymbol{\xi}_{P_i}\ \mathbf{q}_i = \mathbf{0}$$

ó

$$\mathbf{F} = {}^{0}\boldsymbol{\xi}_{P_i}\ \mathbf{q}_i - {}^{0}\boldsymbol{\xi}_{P_i} = \mathbf{0}$$

Planeación de movimientos en el espacio de trabajo

$$\mathbf{F} = {}^0\boldsymbol{\xi}_{P_i} - {}^0\boldsymbol{\xi}_{P_i}(\mathbf{q}_i) = \begin{pmatrix} {}^0x_{P_i} - L_1\cos({}^0\theta_{1_i}) - L_2\cos({}^0\theta_{1_i} + {}^1\theta_{2_i}) - L_3\cos({}^0\theta_{1_i} + {}^1\theta_{2_i} + {}^2\theta_{3_i}) \\ {}^0y_{P_i} - L_1\sin({}^0\theta_{1_i}) - L_2\sin({}^0\theta_{1_i} + {}^1\theta_{2_i}) - L_3\sin({}^0\theta_{1_i} + {}^1\theta_{2_i} + {}^2\theta_{3_i}) \\ {}^0\theta_{P_i} - {}^0\theta_{1_i} - {}^1\theta_{2_i} - {}^2\theta_{3_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ó

$$\mathbf{F} = {}^0\boldsymbol{\xi}_{P_i}(\mathbf{q}_i) - {}^0\boldsymbol{\xi}_{P_i} = \begin{pmatrix} L_1\cos({}^0\theta_{1_i}) + L_2\cos({}^0\theta_{1_i} + {}^1\theta_{2_i}) + L_3\cos({}^0\theta_{1_i} + {}^1\theta_{2_i} + {}^2\theta_{3_i}) - {}^0x_{P_i} \\ L_1\sin({}^0\theta_{1_i}) + L_2\sin({}^0\theta_{1_i} + {}^1\theta_{2_i}) + L_3\sin({}^0\theta_{1_i} + {}^1\theta_{2_i} + {}^2\theta_{3_i}) - {}^0y_{P_i} \\ {}^0\theta_{1_i} + {}^1\theta_{2_i} + {}^2\theta_{3_i} - {}^0\theta_{P_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$