Robótica grupo2
Clase 30

Facultad de Ingeniería UNAM

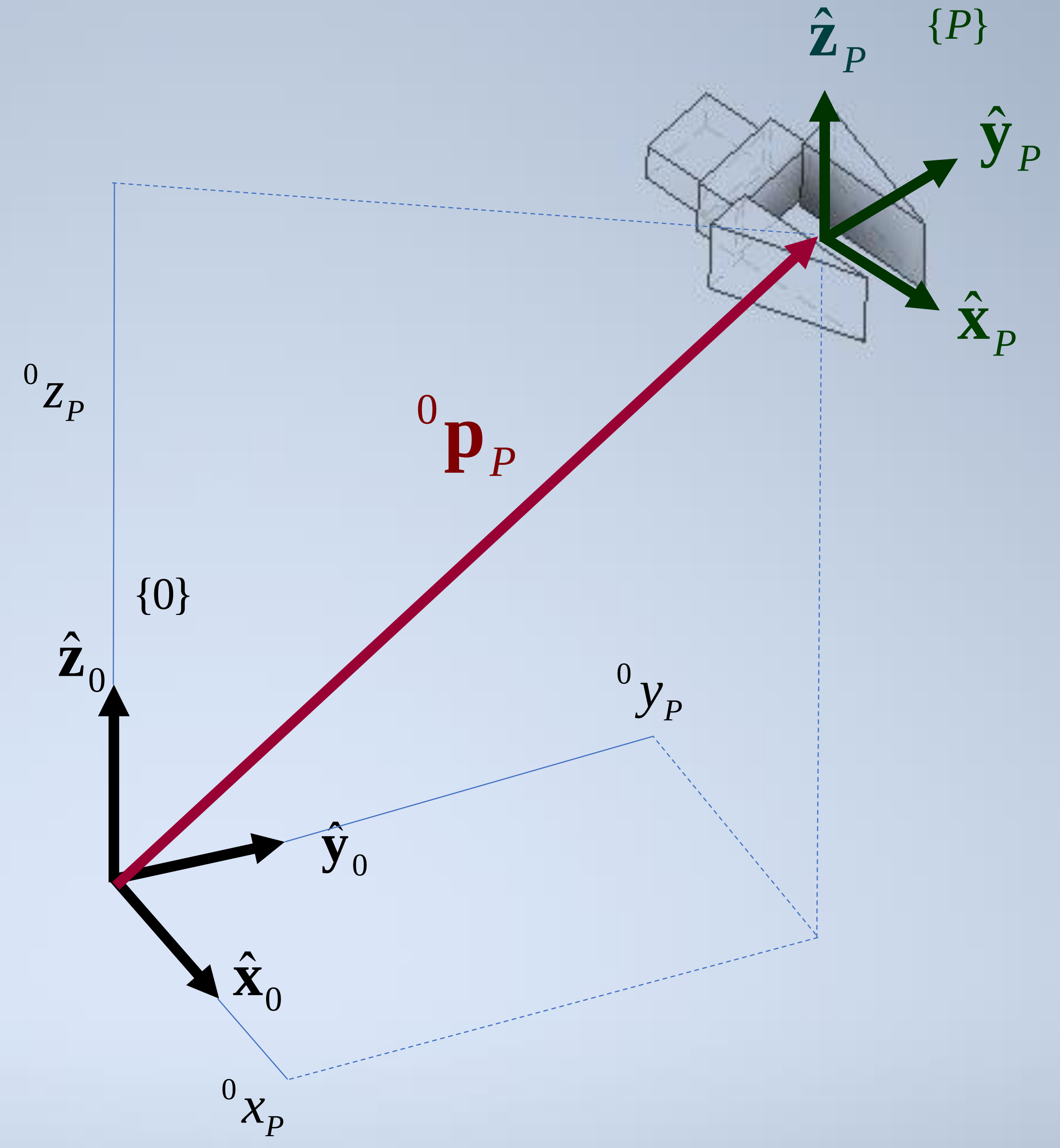
M.I. Erik Peña Medina

Derechos reservados

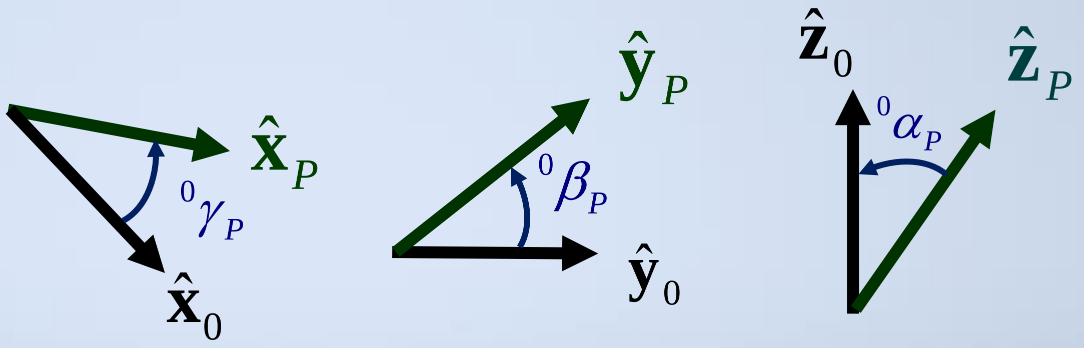
Contenido

- Robots seriales en el espacio
  - Modelo cinemático de la posición
  - Modelo cinemático inverso de la posición
  - Modelo cinemático de la velocidad
  - Modelo cinemático inverso de las velocidades
  - Modelo dinámico

$$ {}^{0}\mathbf{p}_P = \begin{pmatrix} {}^{0}x_P \\ {}^{0}y_P \\ {}^{0}z_P \end{pmatrix} $$



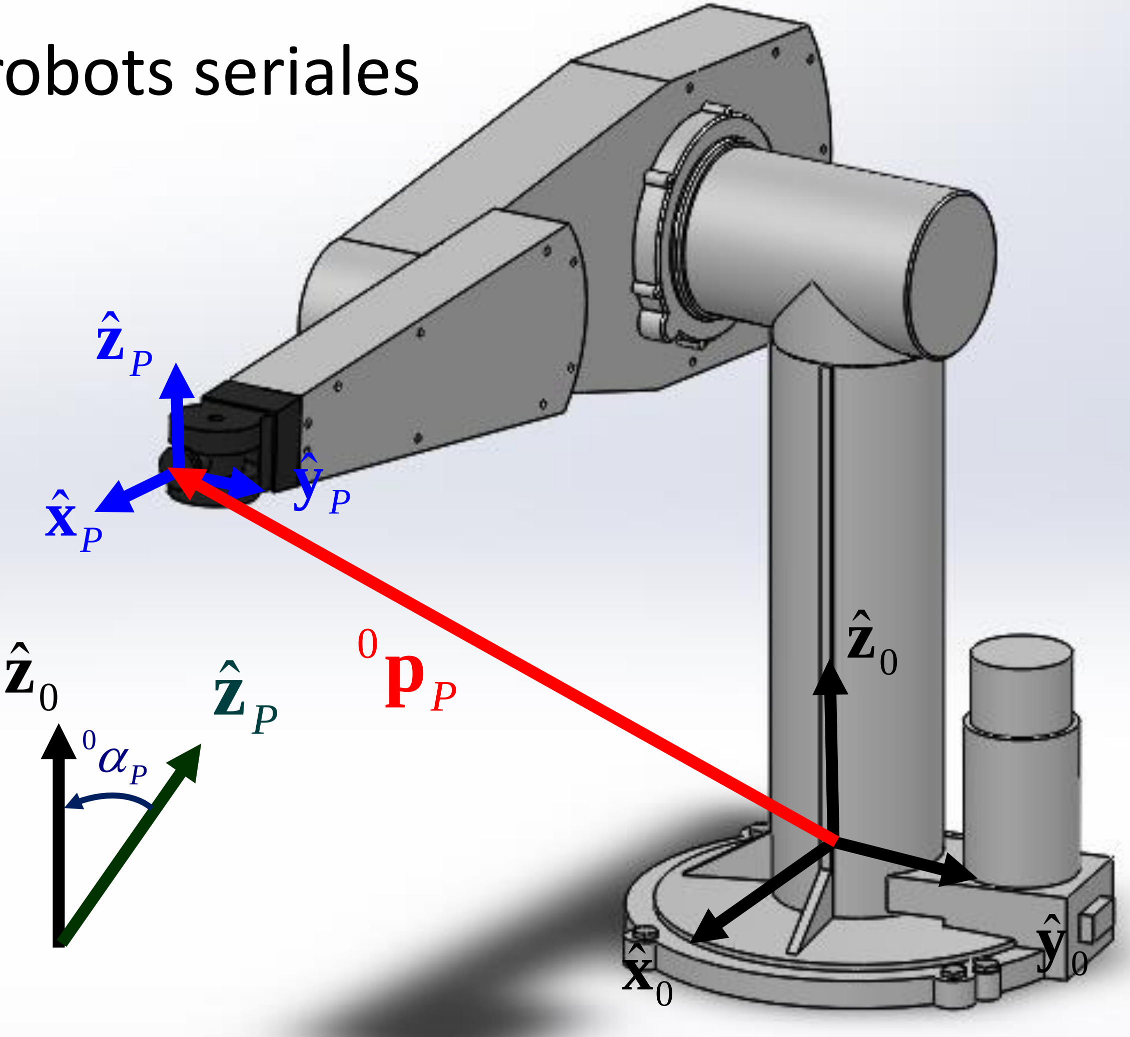
$$
{}^{0}\boldsymbol{\theta}_P = \begin{pmatrix} {}^{0}\gamma_P \\ {}^{0}\beta_P \\ {}^{0}\alpha_P \end{pmatrix}
$$



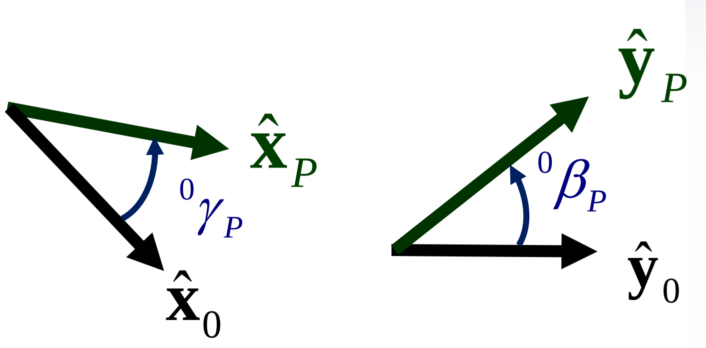
Robots seriales en el espacio

Planteamiento de los robots seriales

$$
{}^0\boldsymbol{\xi}_P = \begin{pmatrix} {}^0\mathbf{p}_P \\ {}^0\boldsymbol{\theta}_P \end{pmatrix}
$$

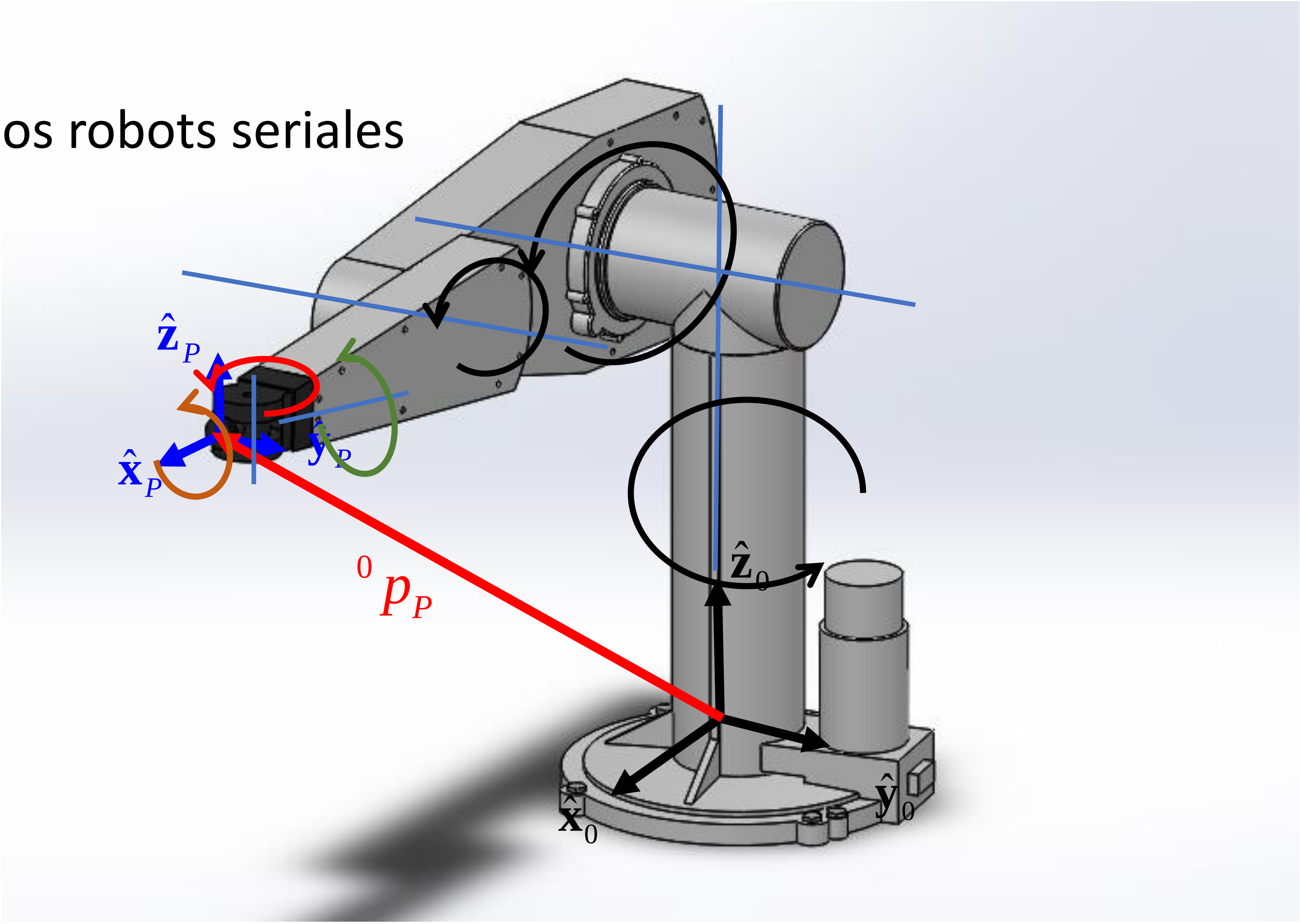


$$
{}^0\boldsymbol{\xi}_P = \begin{pmatrix} {}^0x_P \\ {}^0y_P \\ {}^0z_P \\ {}^0\gamma_P \\ {}^0\beta_P \\ {}^0\alpha_P \end{pmatrix}
$$



Robots seriales en el espacio

Planteamiento de los robots seriales

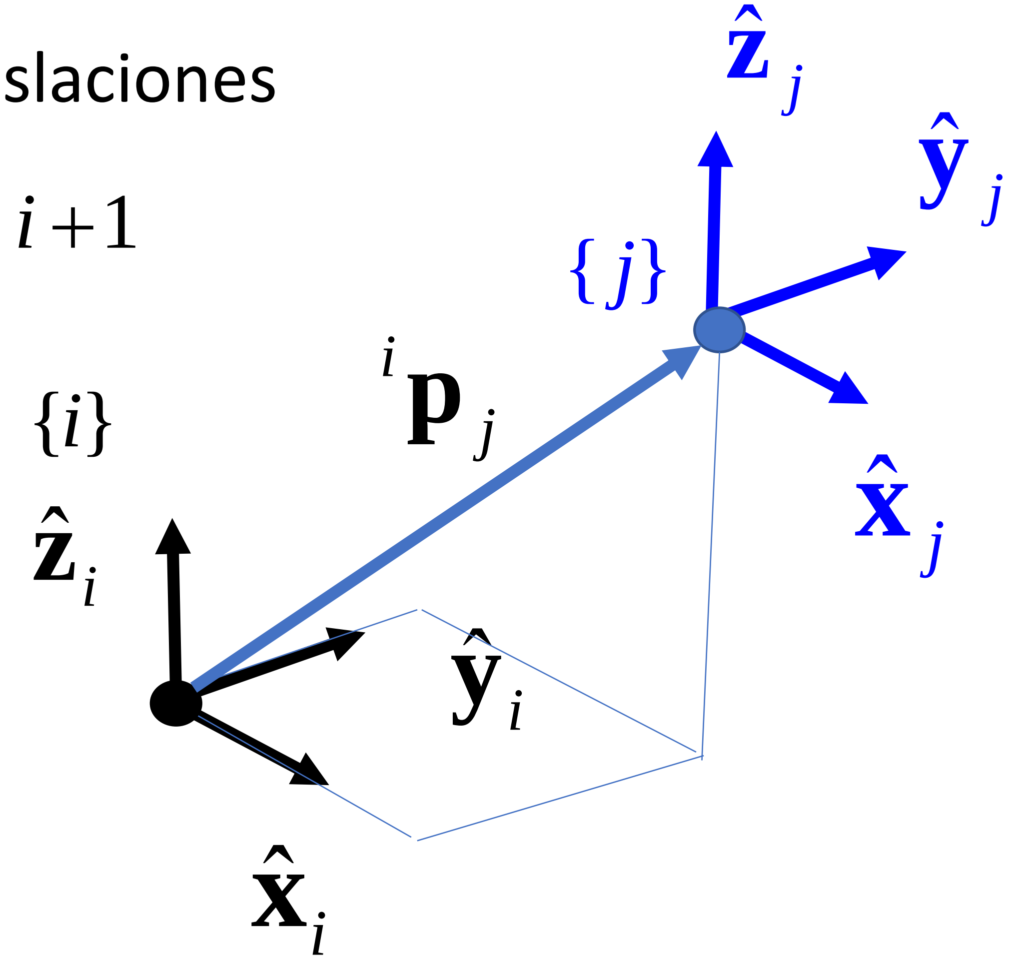


Robots seriales en el espacio

Planteamiento de la transformación general

Translaciones

$$j = i + 1$$



$${}^{i}T_{j_x} = \begin{pmatrix} {}^{i}R_j & {}^{i}\mathbf{p}_{jx} \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & {}^{i}x_j \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^{i}T_{j_y} = \begin{pmatrix} {}^{i}R_j & {}^{i}\mathbf{p}_{jy} \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & {}^{i}y_j \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

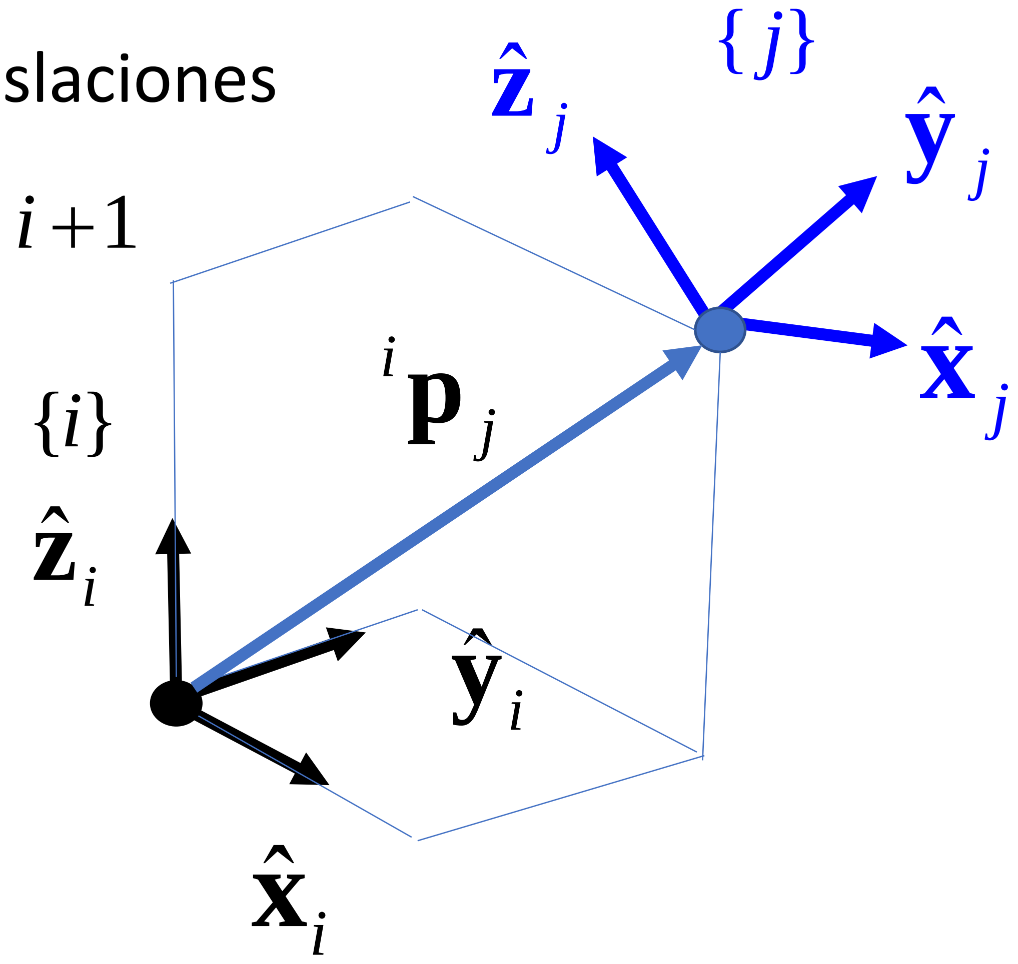
$${}^{i}T_{j_z} = \begin{pmatrix} {}^{i}R_j & {}^{i}\mathbf{p}_{jz} \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & {}^{i}z_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Robots seriales en el espacio

Planteamiento de la transformación general

Translaciones

$j = i + 1$

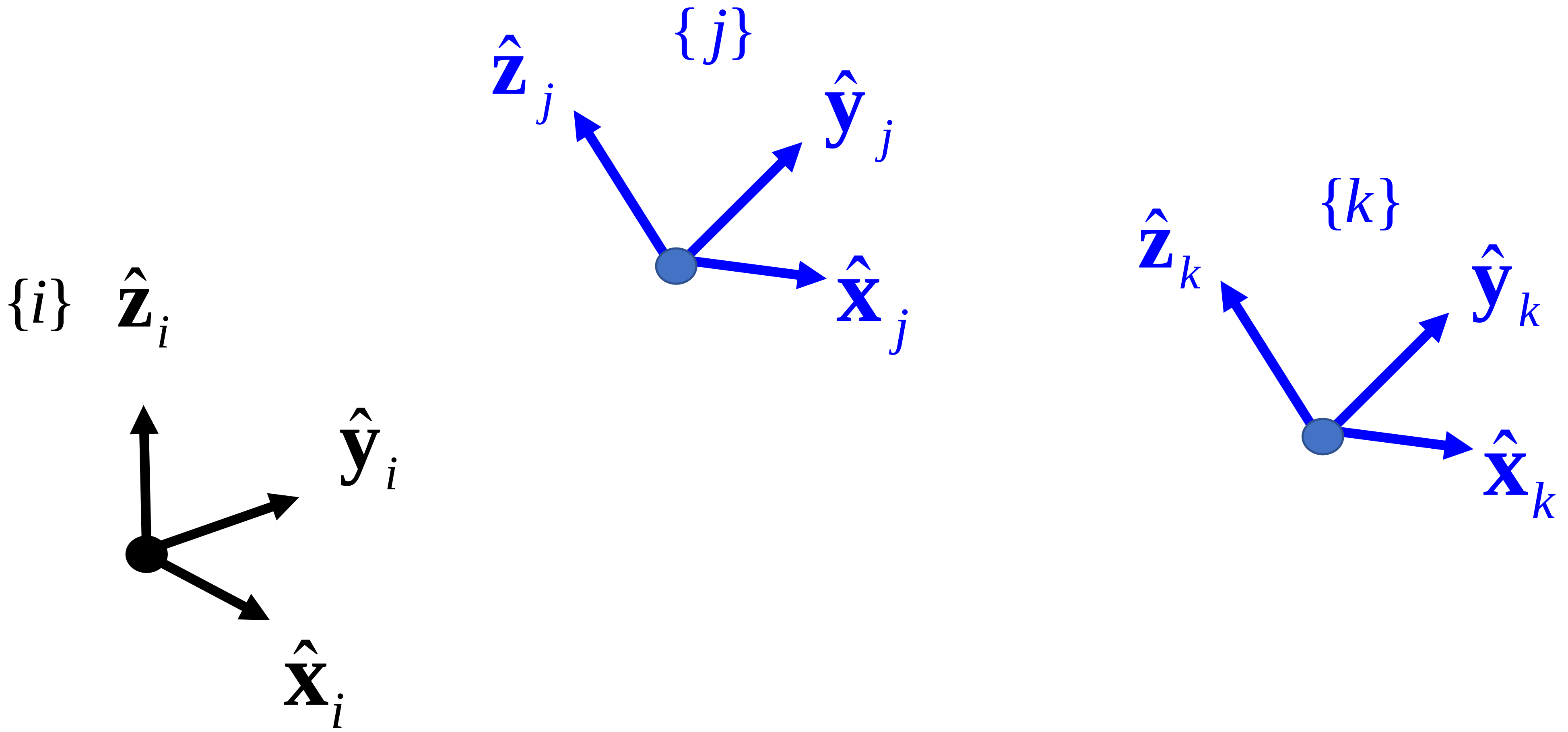


Robots seriales en el espacio

anteamiento de la transformación general

$$j = i + 1$$

anslaciones

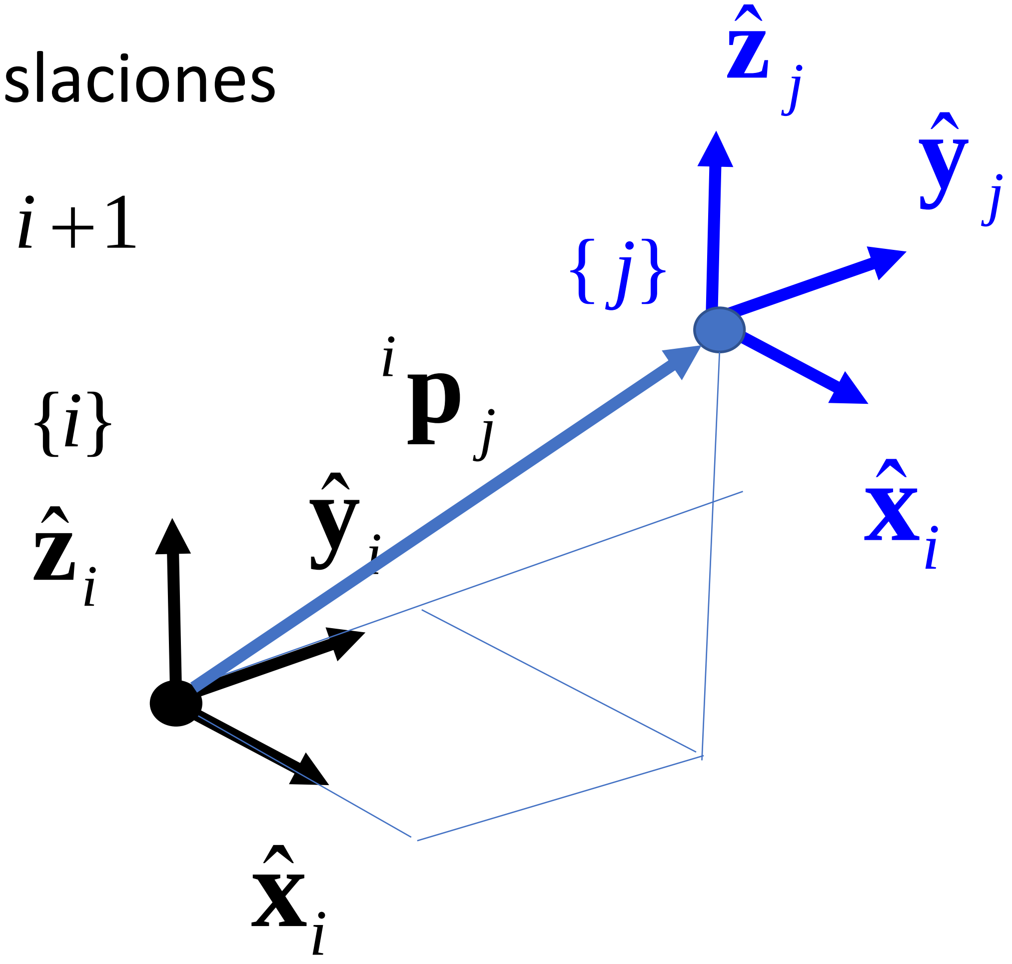


Robots seriales en el espacio

Planteamiento de la transformación general

Translaciones

$$j = i + 1$$

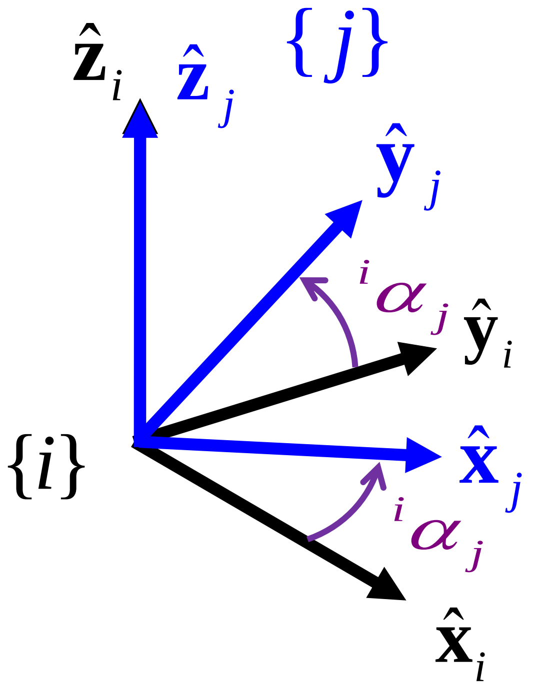


$${}^{i}Tt_j = \begin{pmatrix} {}^{i}R_j & {}^{i}\mathbf{p}_j \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & {}^{i}x_j \\ 0 & 1 & 0 & {}^{i}y_j \\ 0 & 0 & 1 & {}^{i}z_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Robots seriales en el espacio

Planteamiento de la transformación general

Rotaciones

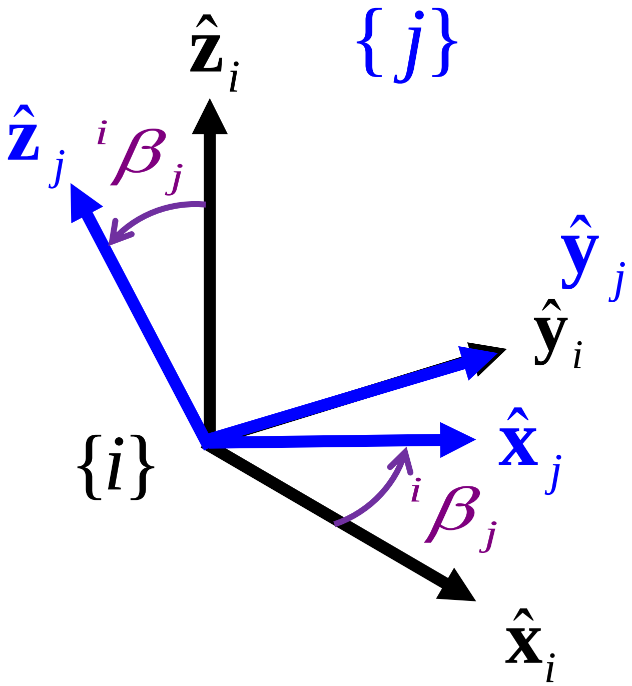


$$
{}^i\mathbf{T}_{R\,j_z} = \begin{pmatrix} {}^i\mathbf{R}_j & {}^i\mathbf{p}_j \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos({}^i\alpha_j) & -\sin({}^i\alpha_j) & 0 & 0 \\ \sin({}^i\alpha_j) & \cos({}^i\alpha_j) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

Robots seriales en el espacio

Planteamiento de la transformación general

Rotaciones

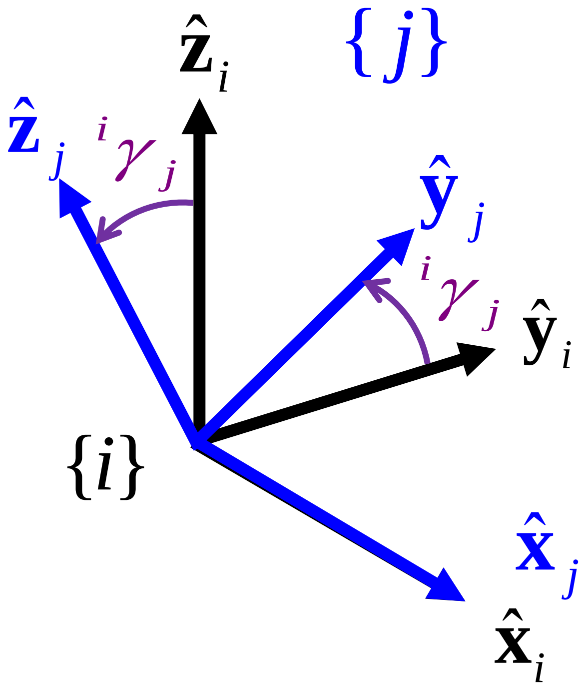


$$
{}^i\mathbf{T}_{R\,j_y} = \begin{pmatrix} {}^i\mathbf{R}_j & {}^i\mathbf{p}_j \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos({}^i\beta_j) & 0 & \sin({}^i\beta_j) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^i\beta_j) & 0 & \cos({}^i\beta_j) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

Robots seriales en el espacio

Planteamiento de la transformación general

Rotaciones



$$
{}^i\mathbf{T}_{R\,j_x} = \begin{pmatrix} {}^i\mathbf{R}_j & {}^i\mathbf{p}_j \\ 0^T & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^i\gamma_j) & -\sin({}^i\gamma_j) & 0 \\ 0 & \sin({}^i\gamma_j) & \cos({}^i\gamma_j) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

Robots seriales en el espacio

Planteamiento de la transformación general

Rotaciones

$$
{}^{i}\mathbf{T}_{jR} = {}^{i}\mathbf{T}_{R\,j_z}\,{}^{i}\mathbf{T}_{R\,j_y}\,{}^{i}\mathbf{T}_{R\,j_x} = \begin{pmatrix} \cos({}^{i}\alpha_j)\cos({}^{i}\beta_j) & \cos({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\beta_j)\sin({}^{i}\gamma_j) - \sin({}^{i}\alpha_j)\cos({}^{i}\gamma_j) & \sin({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\gamma_j) + \cos({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\beta_j)\cos({}^{i}\gamma_j) & 0 \\ \sin({}^{i}\alpha_j)\cos({}^{i}\beta_j) & \cos({}^{i}\alpha_j)\cos({}^{i}\gamma_j) + \sin({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\beta_j)\sin({}^{i}\gamma_j) & \sin({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\beta_j)\cos({}^{i}\gamma_j) - \cos({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\gamma_j) & 0 \\ -\sin({}^{i}\beta_j) & \cos({}^{i}\beta_j)\sin({}^{i}\gamma_j) & \cos({}^{i}\beta_j)\sin({}^{i}\gamma_j) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

Robots seriales en el espacio

Planteamiento de la transformación general

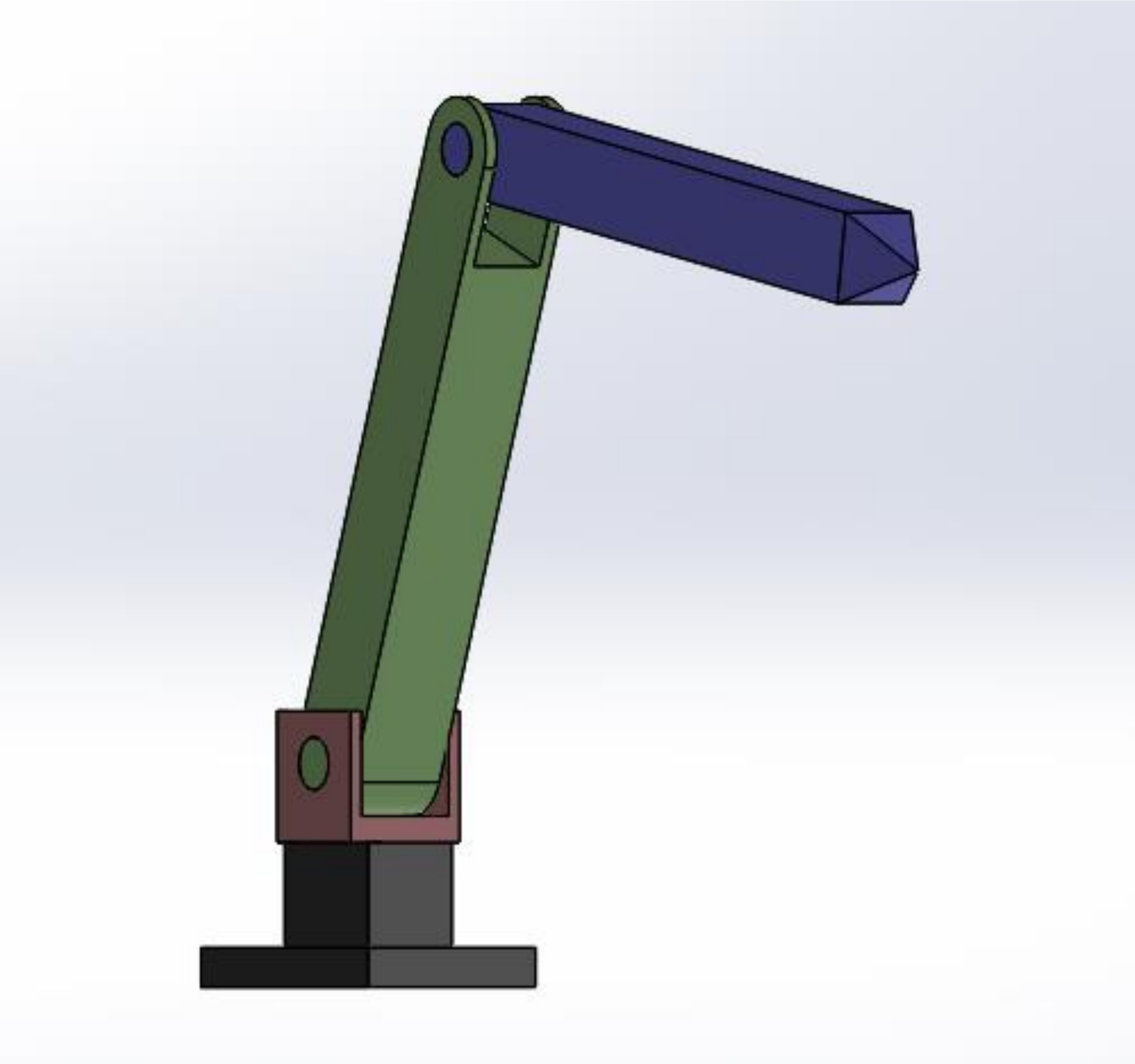
$$
{}^{0}\boldsymbol{\xi}_P = \begin{pmatrix} {}^{0}x_P \\ {}^{0}y_P \\ {}^{0}z_P \\ \cos({}^{0}\gamma_P) \\ \cos({}^{0}\beta_P) \\ \cos({}^{0}\alpha_P) \end{pmatrix}
$$

Transformación general

$$
{}^{i}\mathbf{T}_j = {}^{i}\mathbf{T}_{j_{xyz}}\,{}^{i}\mathbf{T}_{j_R} = \begin{pmatrix} \cos({}^{i}\alpha_j)\cos({}^{i}\beta_j) & \cos({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\beta_j)\sin({}^{i}\gamma_j)-\sin({}^{i}\alpha_j)\cos({}^{i}\gamma_j) & \sin({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\gamma_j)+\cos({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\beta_j)\cos({}^{i}\gamma_j) & {}^{i}x_j \\ \sin({}^{i}\alpha_j)\cos({}^{i}\beta_j) & \cos({}^{i}\alpha_j)\cos({}^{i}\gamma_j)+\sin({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\beta_j)\sin({}^{i}\gamma_j) & \sin({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\beta_j)\cos({}^{i}\gamma_j)-\cos({}^{i}\alpha_j)\sin({}^{i}\gamma_j) & {}^{i}y_j \\ -\sin({}^{i}\beta_j) & \cos({}^{i}\beta_j)\sin({}^{i}\gamma_j) & \cos({}^{i}\beta_j)\sin({}^{i}\gamma_j) & {}^{i}z_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
$$

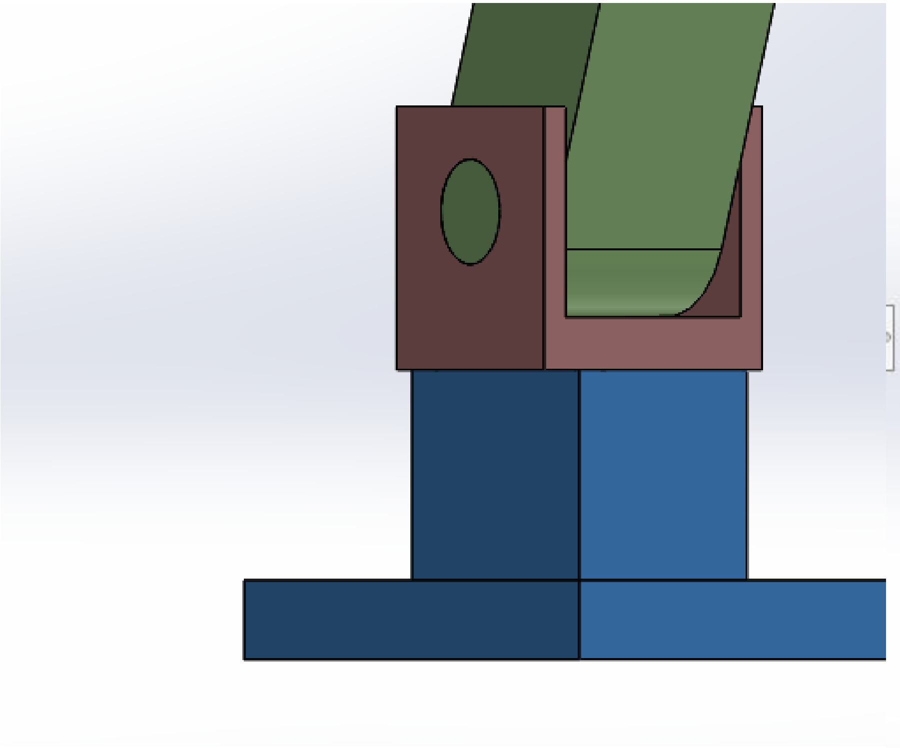
Robots seriales en el espacio

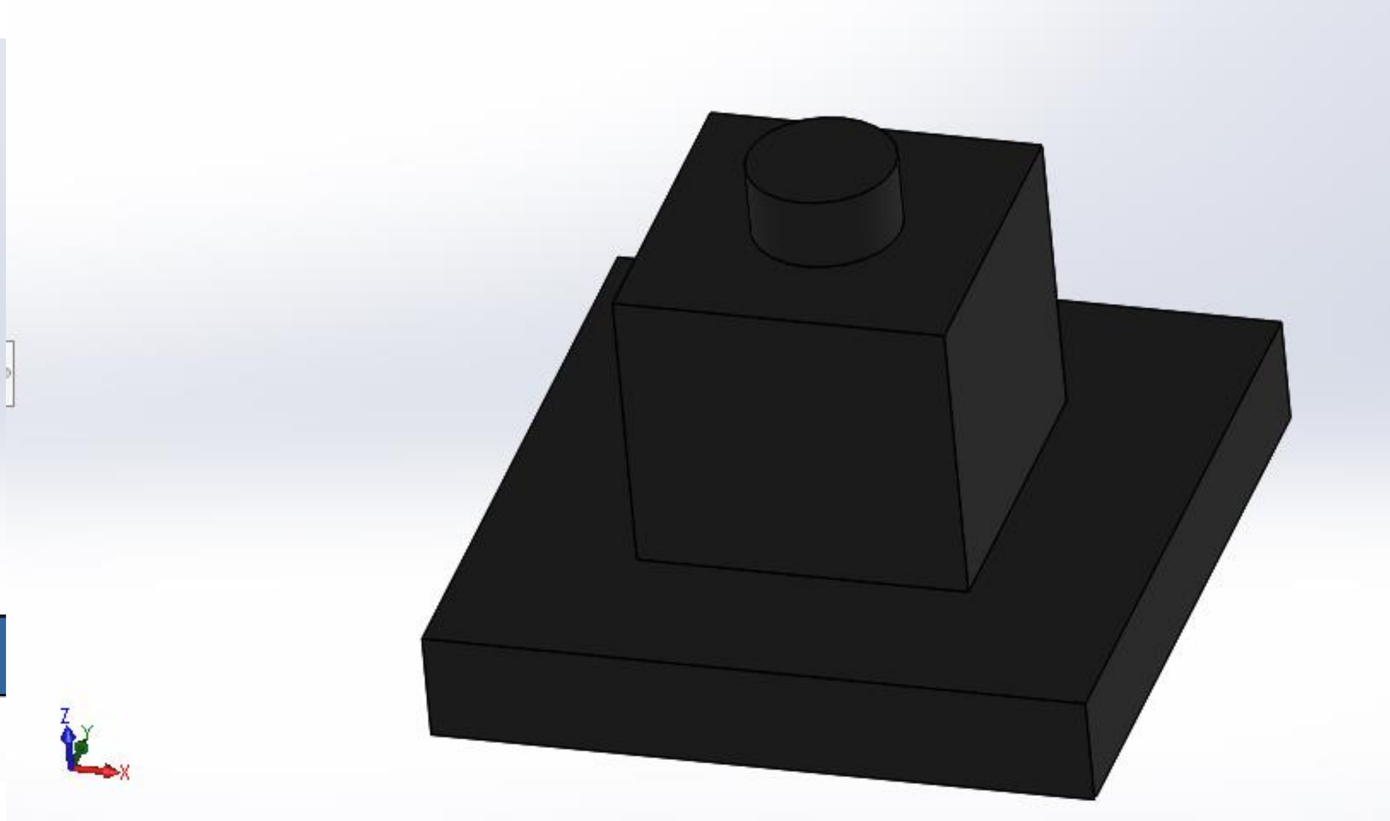
Ejemplo base



Robots seriales en el espacio

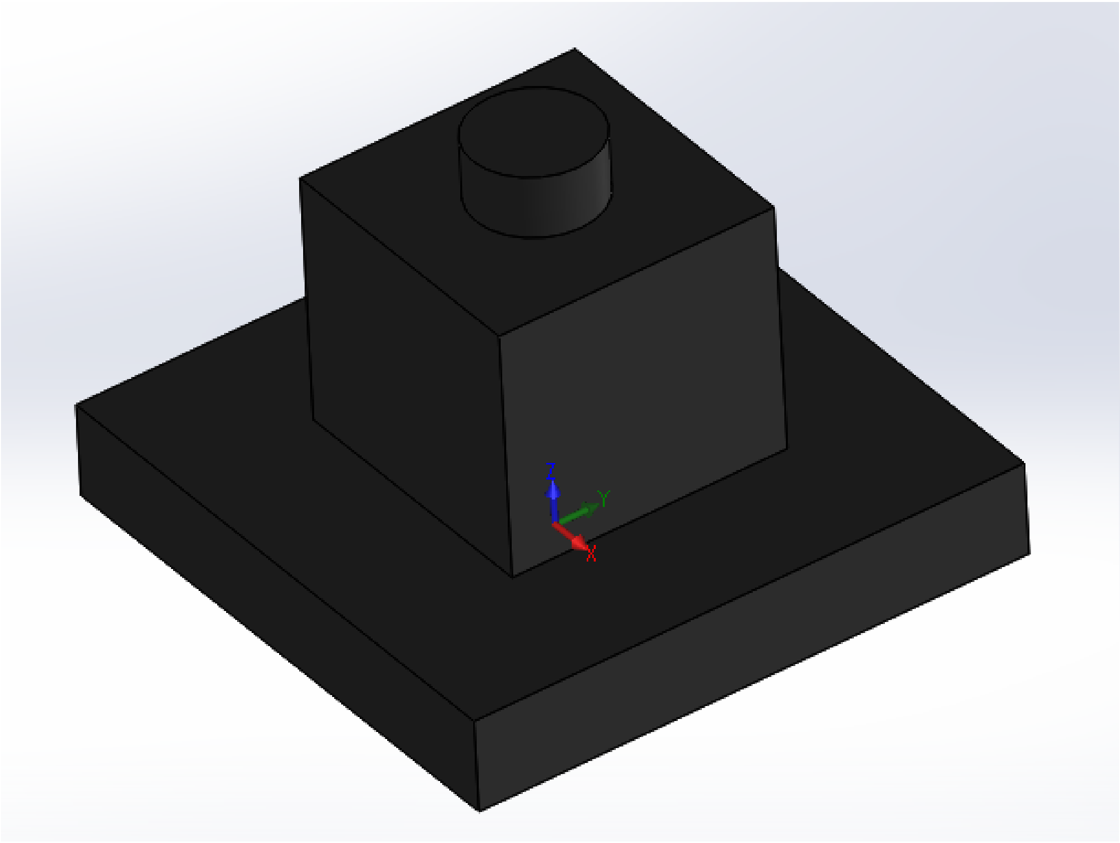
Consideraciones

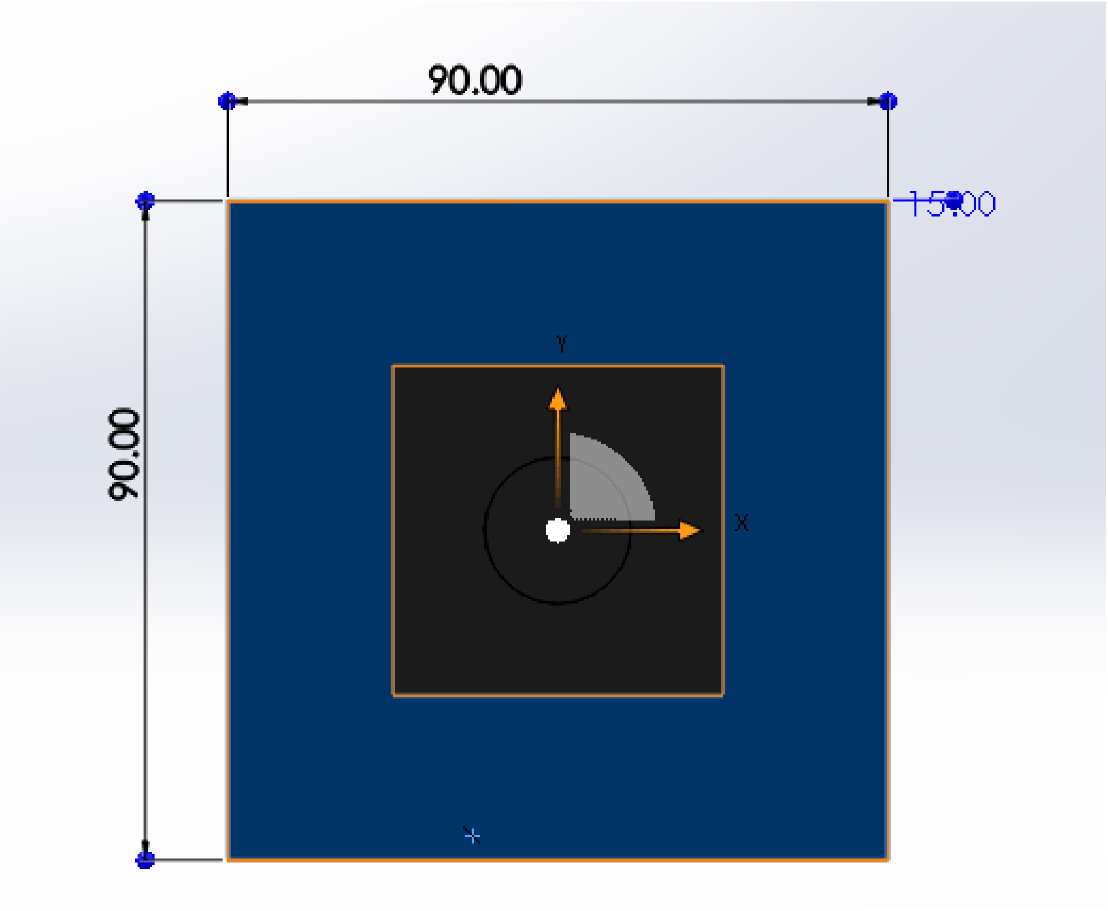




Robots seriales en el espacio

Consideraciones



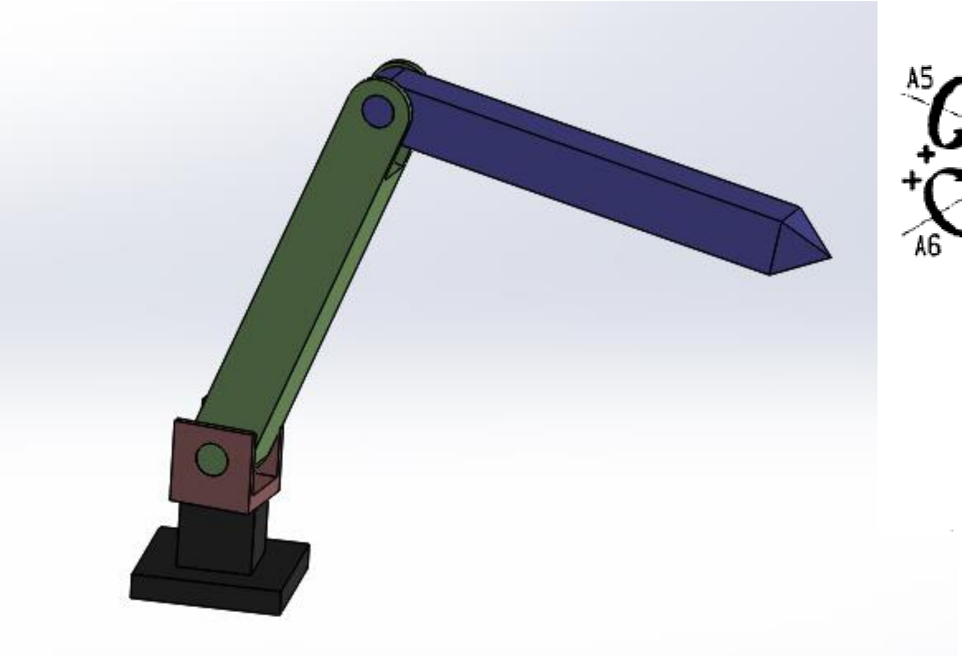


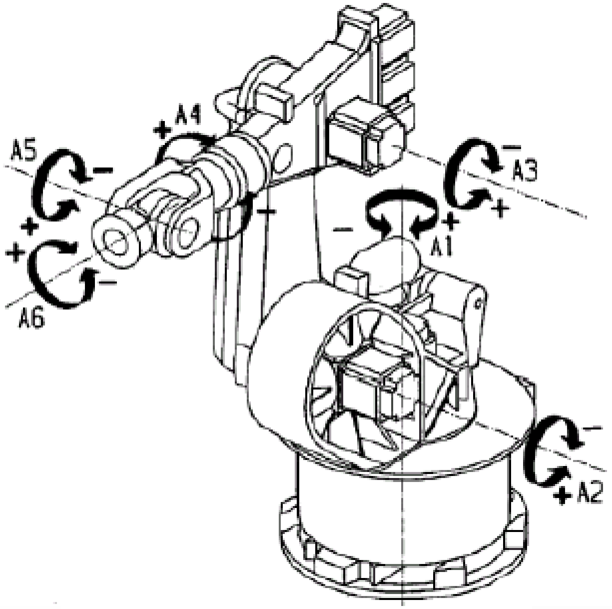
Robots seriales en el espacio

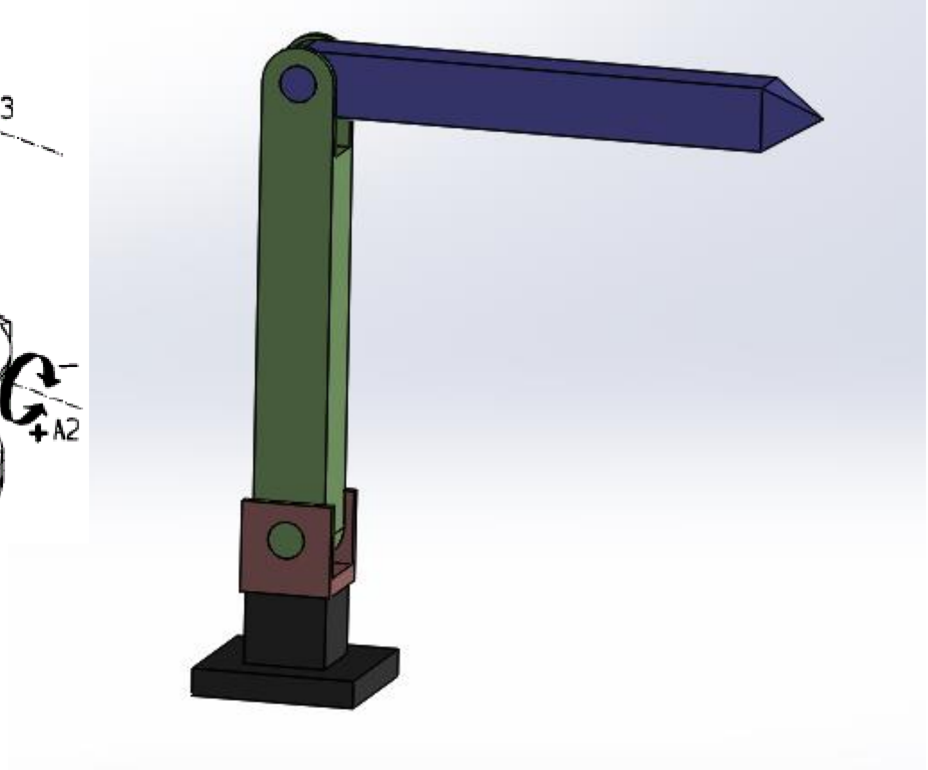
Consideraciones

R-R-R

3R



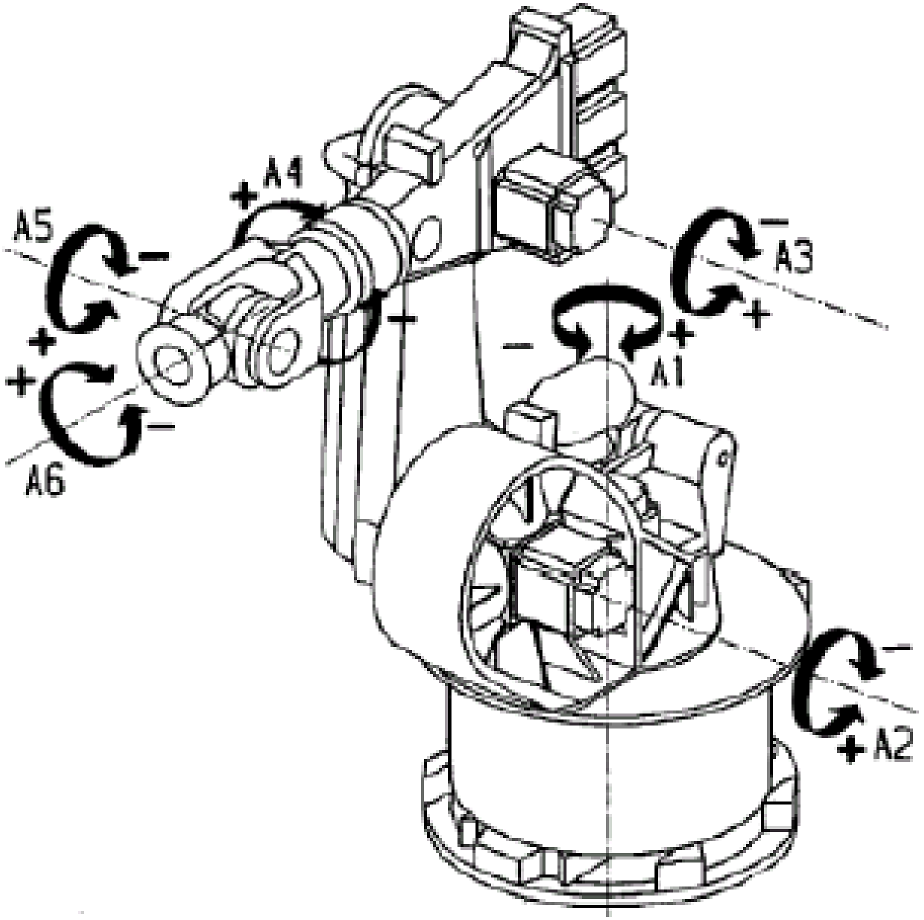


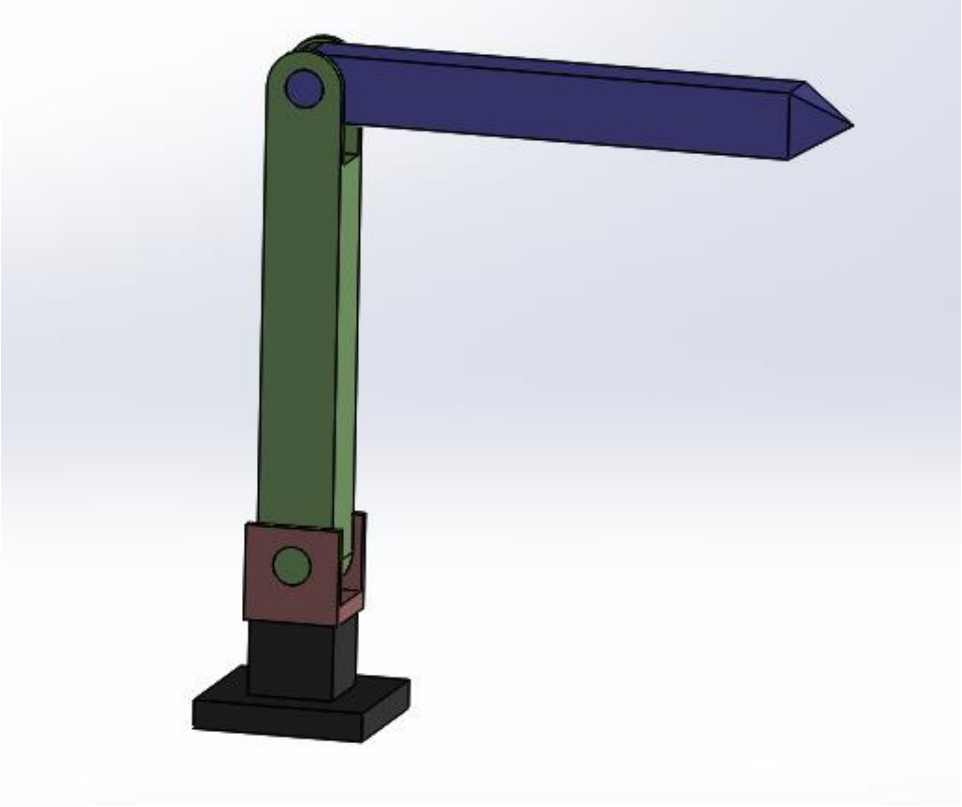


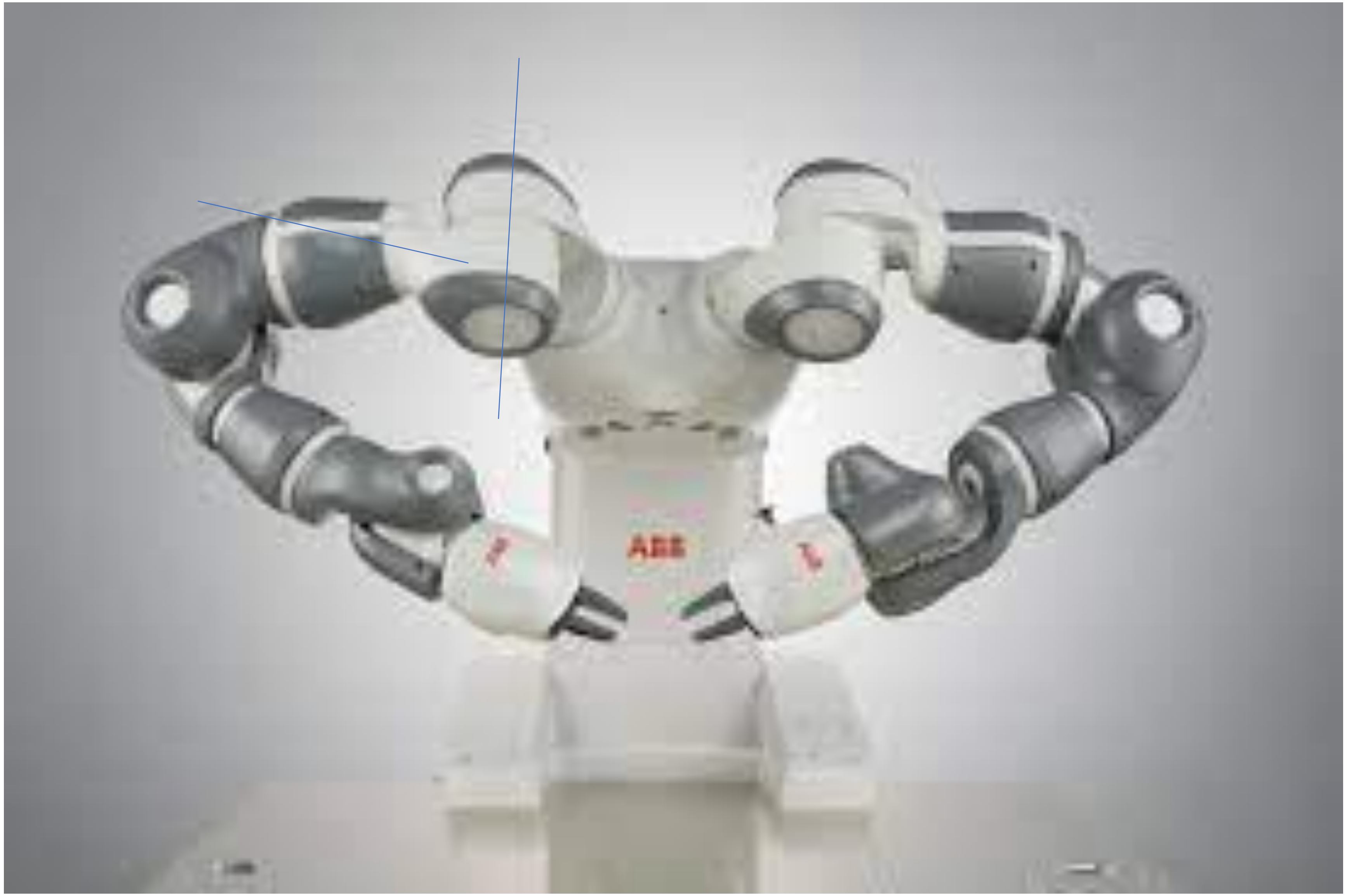
Robots seriales en el espacio

Consideraciones

R-R-R
3R



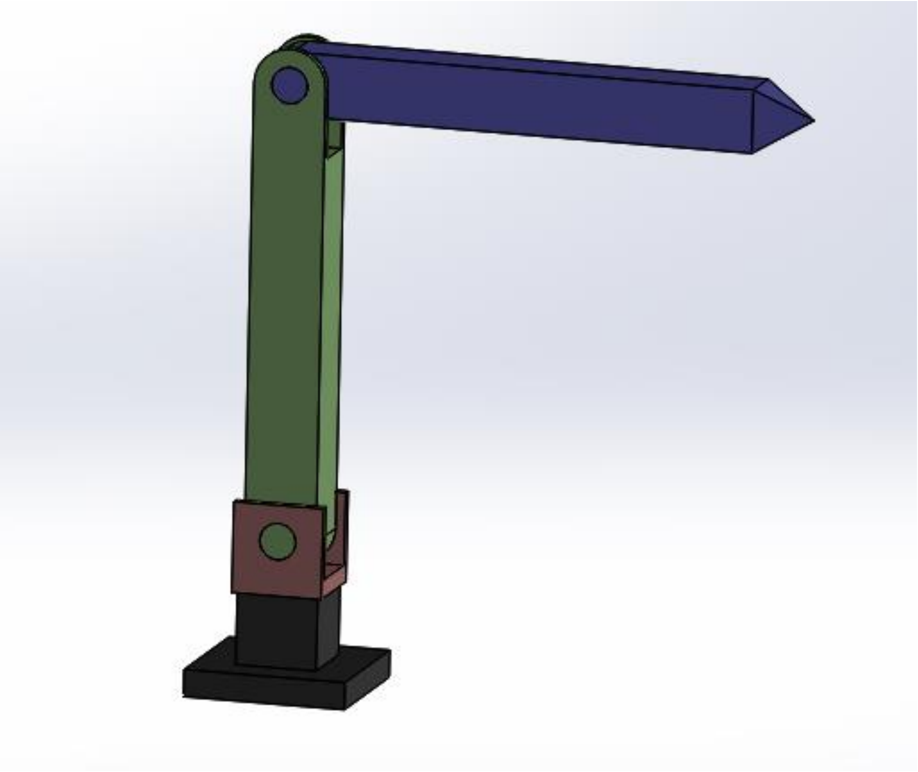


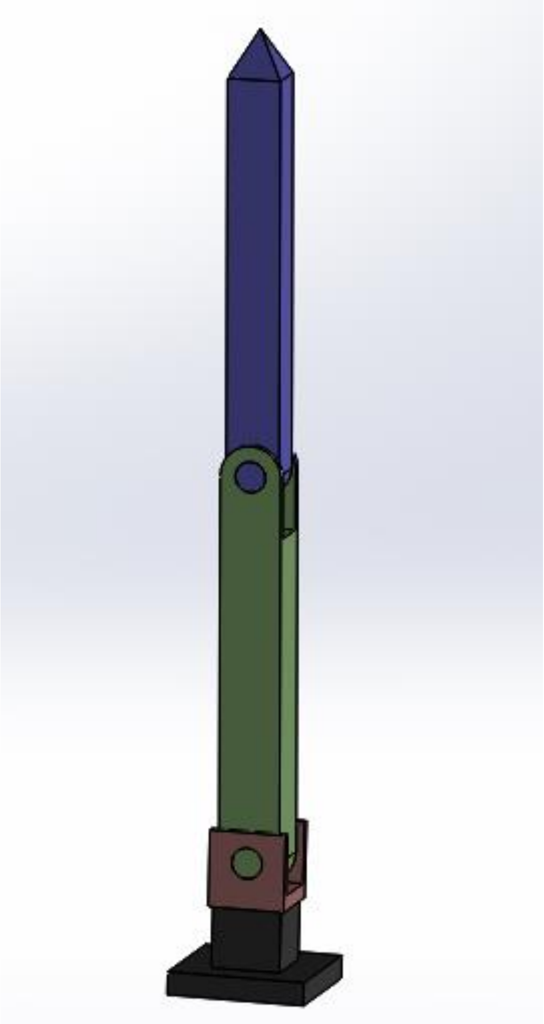


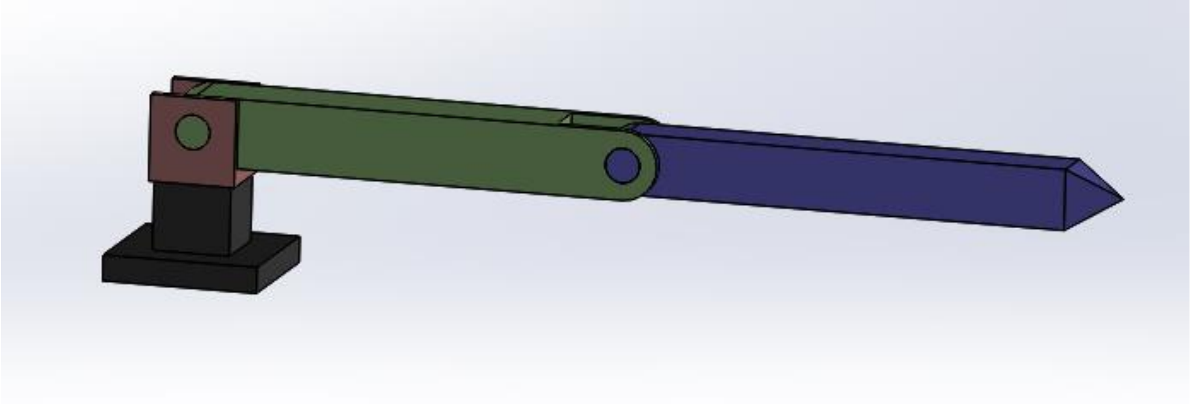
ABB

Robots seriales en el espacio

Consideraciones







Robots seriales en el espacio

Algoritmo

1. Determinar el sistema inercial.
2. Encontrar los ejes de acción de los actuadores.
3. Sobre los ejes de actuación establecer los sistema de referencias que rescriban las relaciones de movimiento entre una junta y un eslabón.
4. Establecer los parámetros y las variables de posición y orientación entre los sistemas de referencia de cada eslabón hasta llegar el sistema {P}.
5. Colocar los parámetros en la tabla de configuración y de variables.
6. Calcular la ecuación resultante.

Robots seriales en el espacio

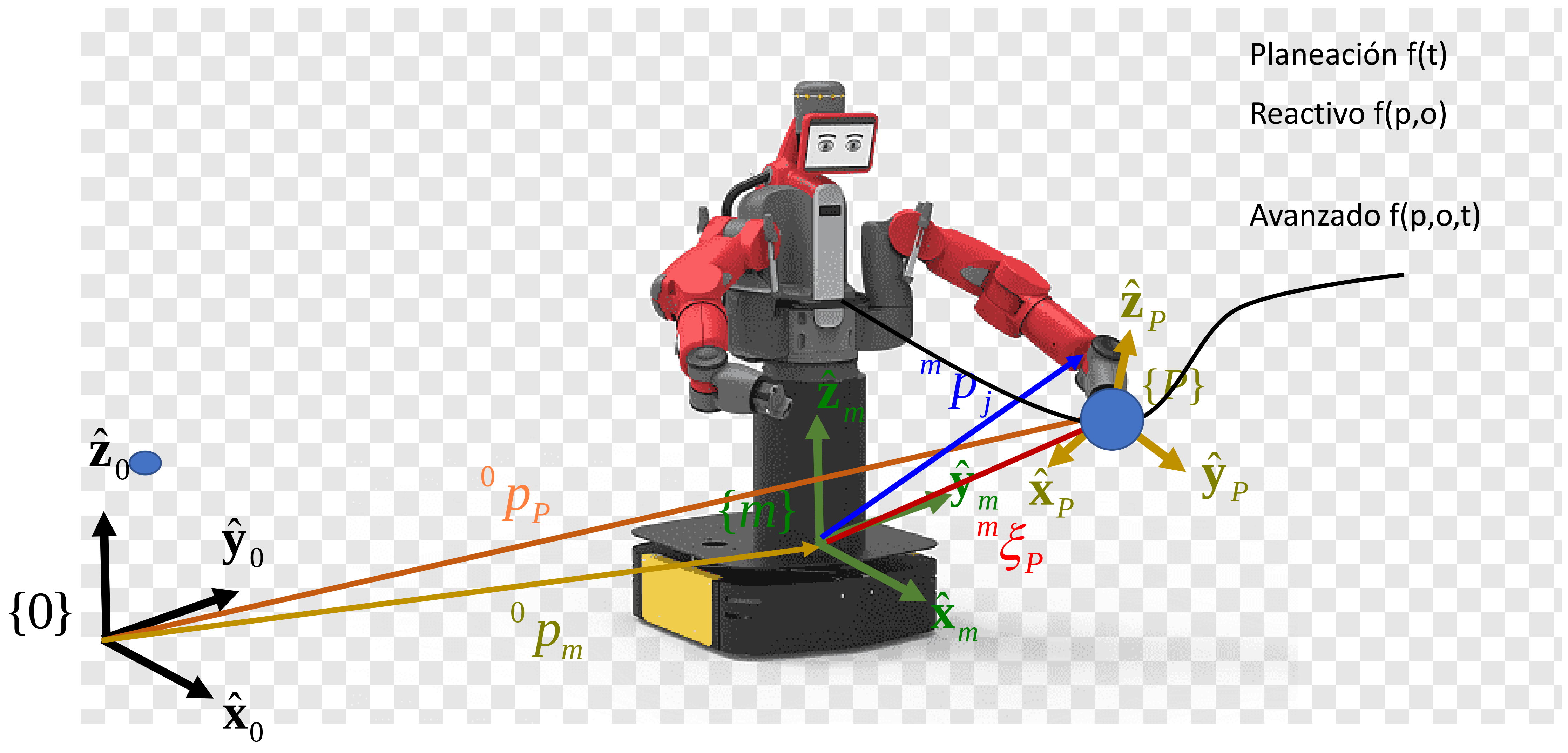
traslaciones rotaciones

i	x	y	z	$\gamma(r,x)$	$\beta(p,y)$	$\alpha(y,z)$
0_1	0	0	z_1	γ	0	θ_1
1_2	0	$-y_2$	0	0	θ_2	0
2_3	x_3	0	0	0	θ_3	0
3_4	x_4	y_4	0	θ_4	0	0
4_5	x_5	0	0	0	0	θ_5
5_6	x_6	0	0	θ_6	0	0

Para distinguir entre un parámetro y una variable se empleará la siguiente consideración:

- En el caso de las juntas prismáticas sobre un eje se empleará la letra b.
- En el caso de las juntas rotacionales sobre un eje se empleará la letra griega θ.

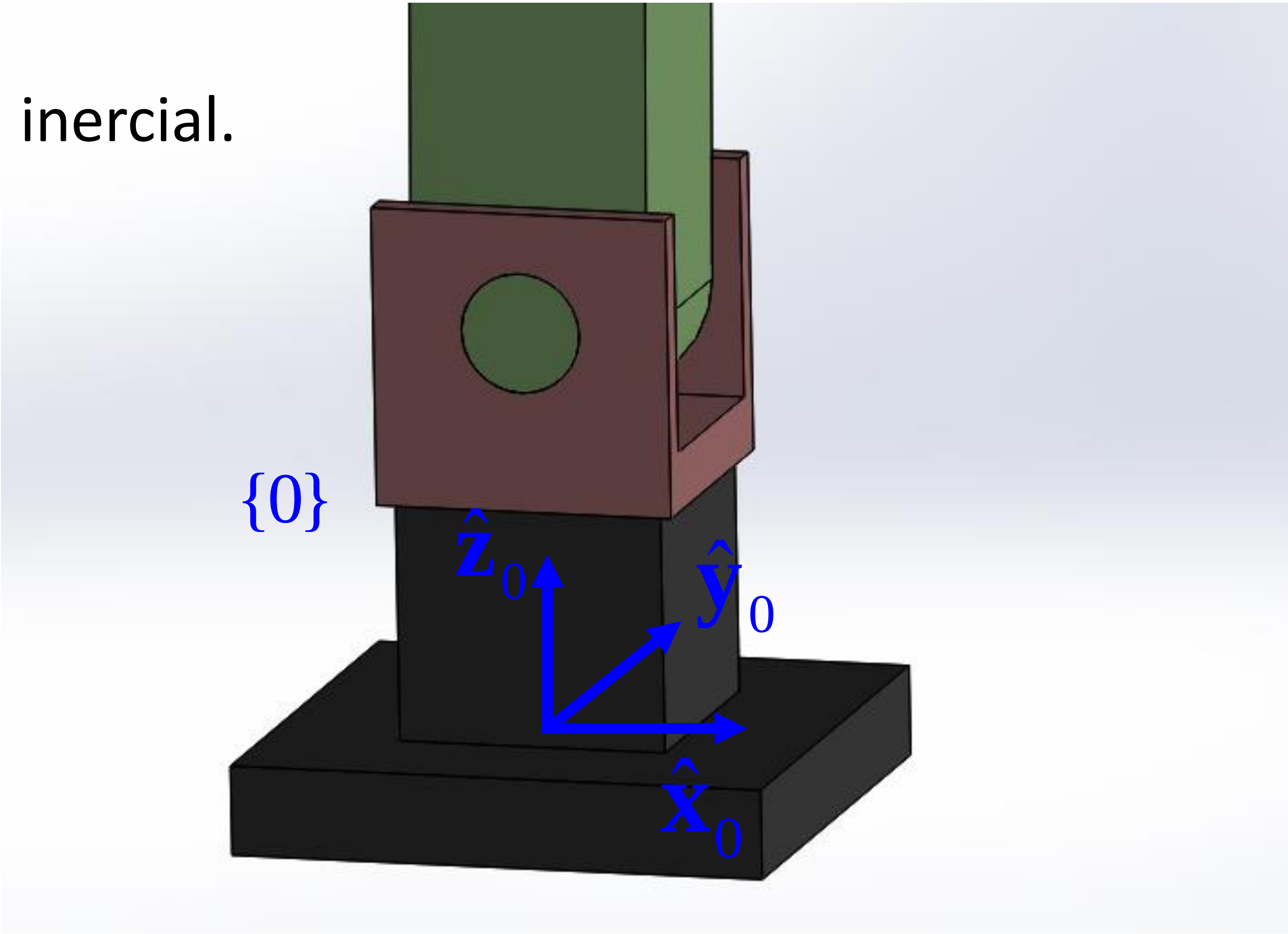
Robots seriales en el espacio



Robots seriales en el espacio

Algoritmo

1. Determinar el sistema inercial.

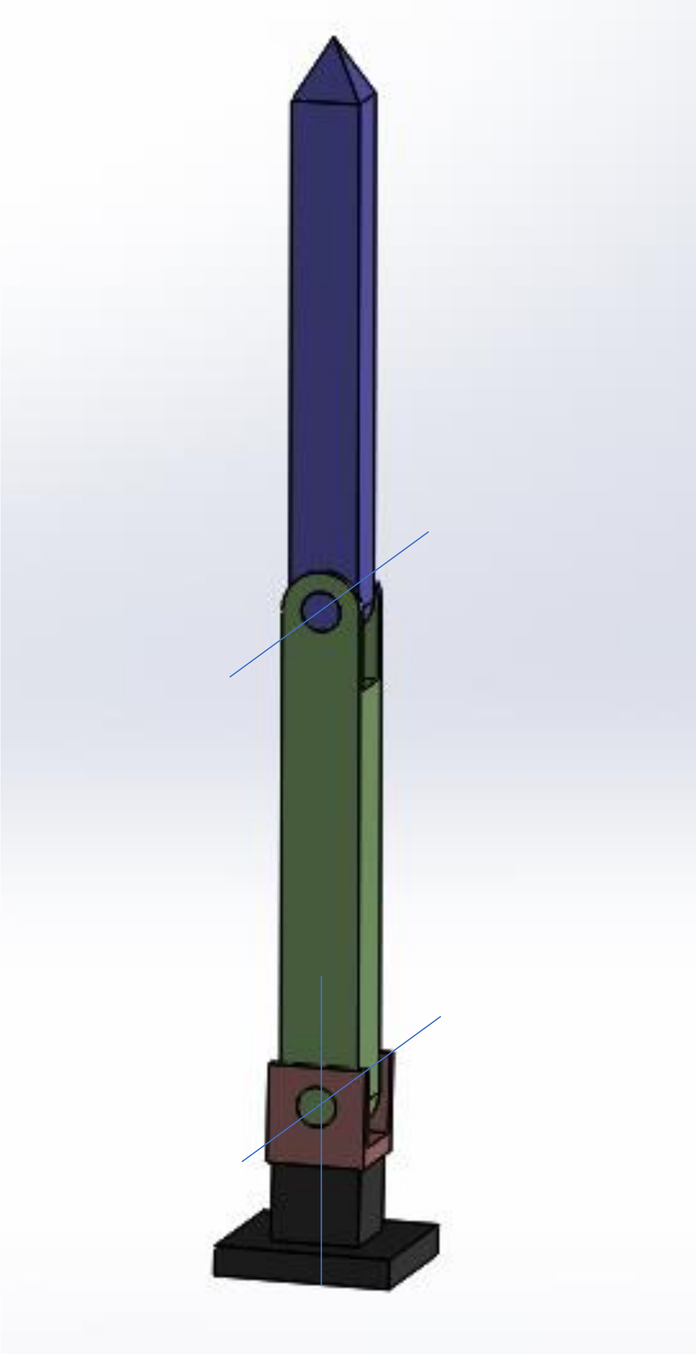


Robots seriales en el espacio

Algoritmo

1. Determinar el sistema inercial.

2. Encontrar los ejes de acción de los actuadores.



Robots seriales en el espacio

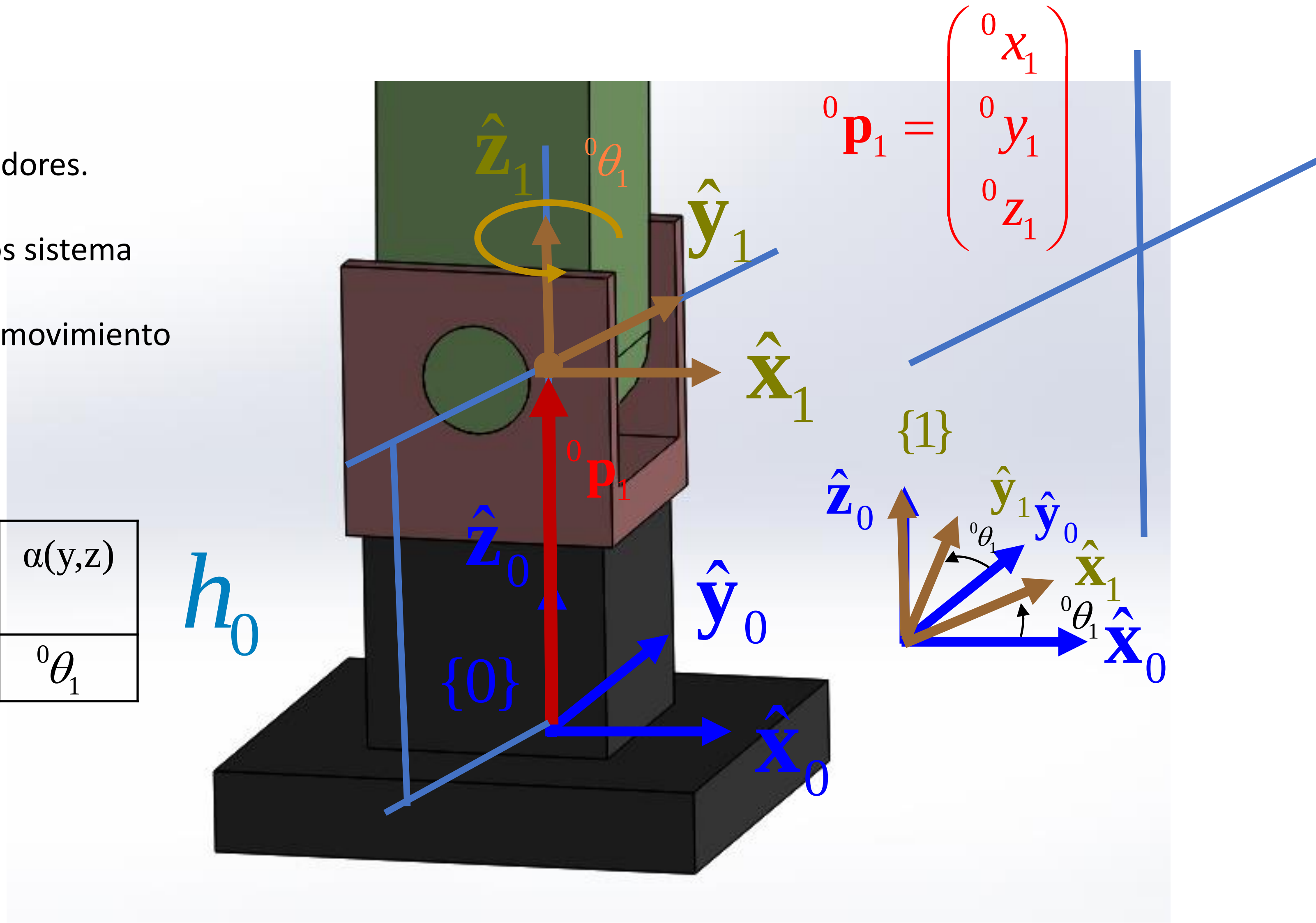
Algoritmo

1. Determinar el sistema inercial.
2. Encontrar los ejes de acción de los actuadores.
3. Sobre los ejes de actuación establecer los sistema

   de referencias que rescriban las relaciones de movimiento

   entre una junta y un eslabón.

i	x	y	z	γ(r,x)	β(p,y)	α(y,z)
0_1	${}^0x_1=0$	${}^0y_1=0$	${}^0z_1=h_0$	0	0	${}^0\theta_1$



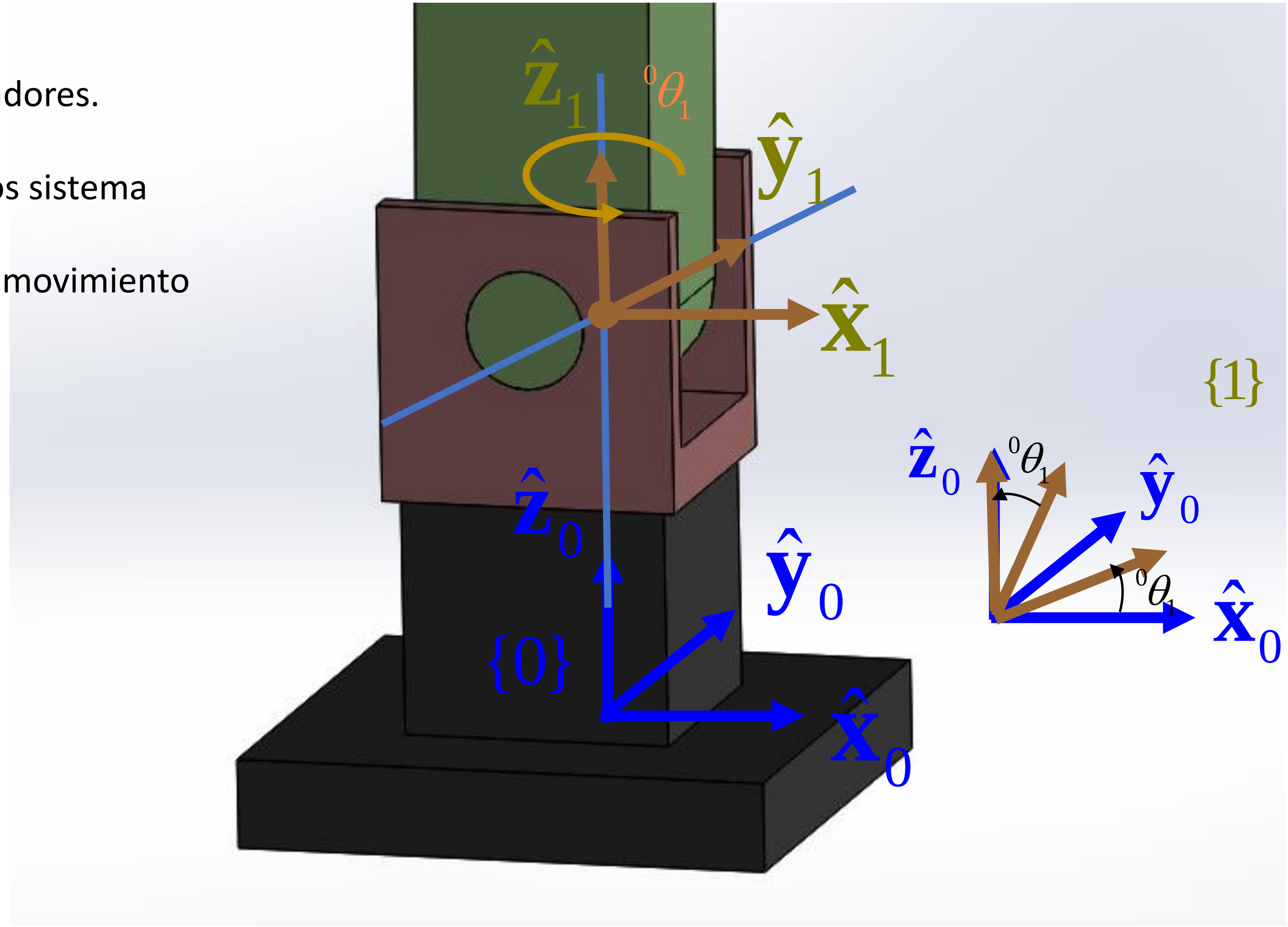
Robots seriales en el espacio

Algoritmo

1. Determinar el sistema inercial.

2. Encontrar los ejes de acción de los actuadores.

3. Sobre los ejes de actuación establecer los sistema de referencias que rescriban las relaciones de movimiento entre una junta y un eslabón.

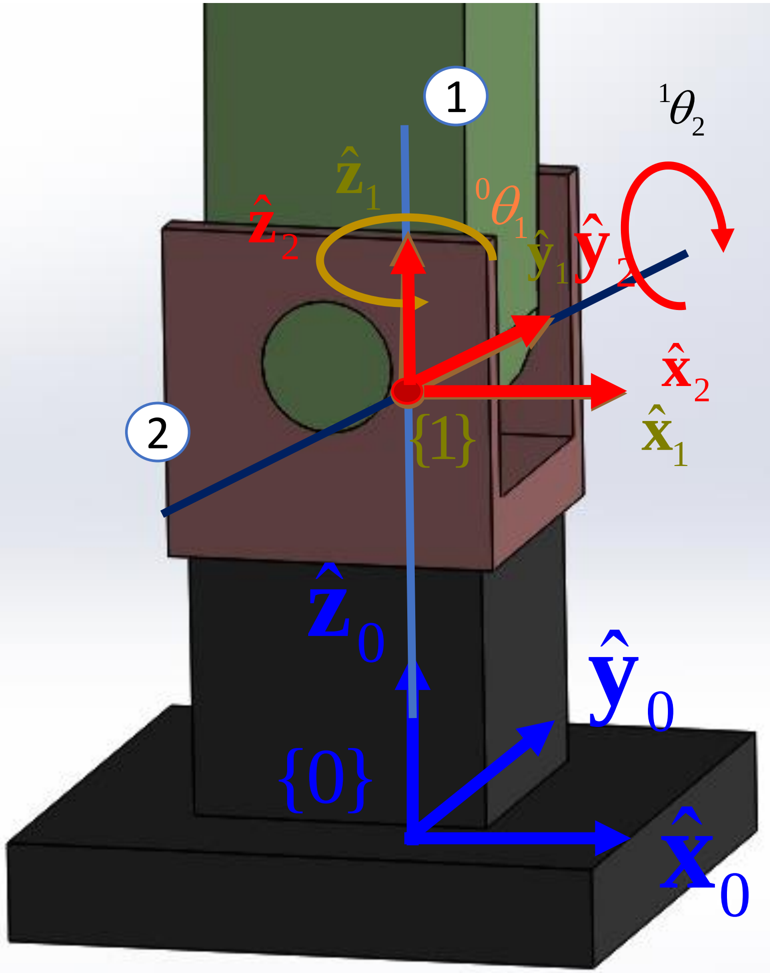


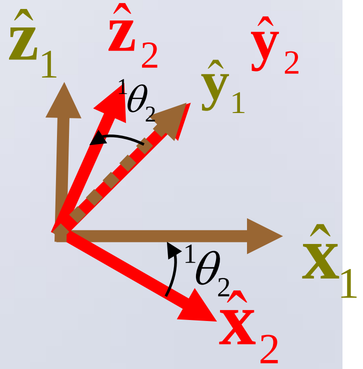
Robots seriales en el espacio

Algoritmo

1. Determinar el sistema inercial.
2. Encontrar los ejes de acción de los actuadores.
3. Sobre los ejes de actuación establecer los sistema de referencias que rescriban las relaciones de movimiento entre una junta y un eslabón.

i	x	y	z	γ(r,x)	β(p,y)	α(y,z)
0_1	${}^{0}x_1 = 0$	${}^{0}y_1 = 0$	${}^{0}z_1 = h_1$	${}^{0}\gamma_1 = 0$	${}^{0}\beta_1 = 0$	${}^{0}\theta_1$
1_2	${}^{1}x_2 = 0$	${}^{1}y_2 = 0$	${}^{1}z_2 = 0$	${}^{1}\gamma_2 = 0$	${}^{1}\theta_2$	${}^{1}\alpha_2 = 0$

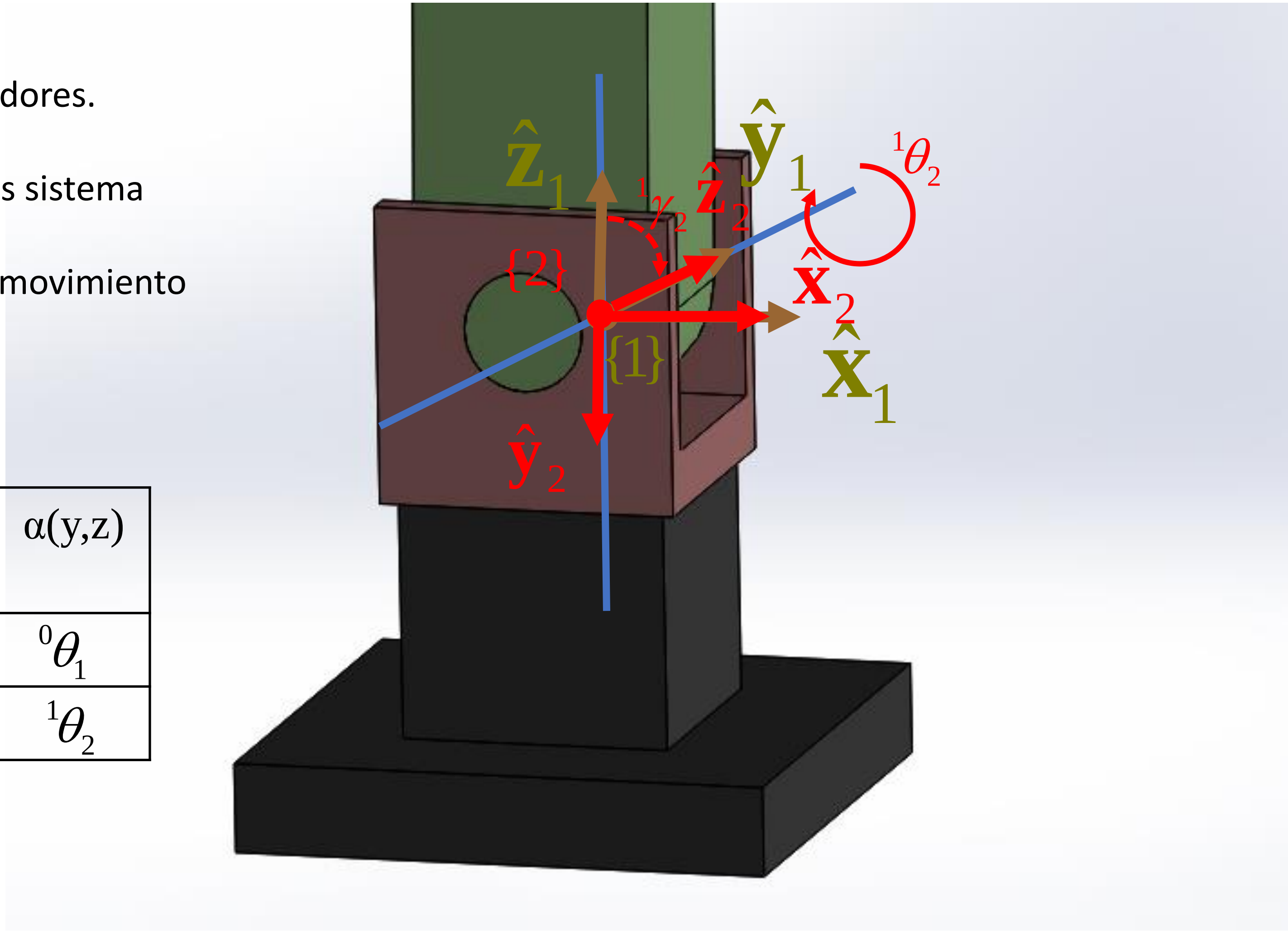




Robots seriales en el espacio

Algoritmo

1. Determinar el sistema inercial.
2. Encontrar los ejes de acción de los actuadores.
3. Sobre los ejes de actuación establecer los sistema de referencias que rescriban las relaciones de movimiento entre una junta y un eslabón.



i	x	y	z	γ(r,x)	β(p,y)	α(y,z)
0_1	${}^0x_1 = 0$	${}^0y_1 = 0$	${}^0z_1 = h_1$	0	0	${}^0\theta_1$
1_2	${}^1x_2 = 0$	${}^1y_2 = 0$	${}^1z_2 = 0$	${}^1\gamma_2 = c_1$	${}^1\beta_2 = c_2$	${}^1\theta_2$

Robots seriales en el espacio

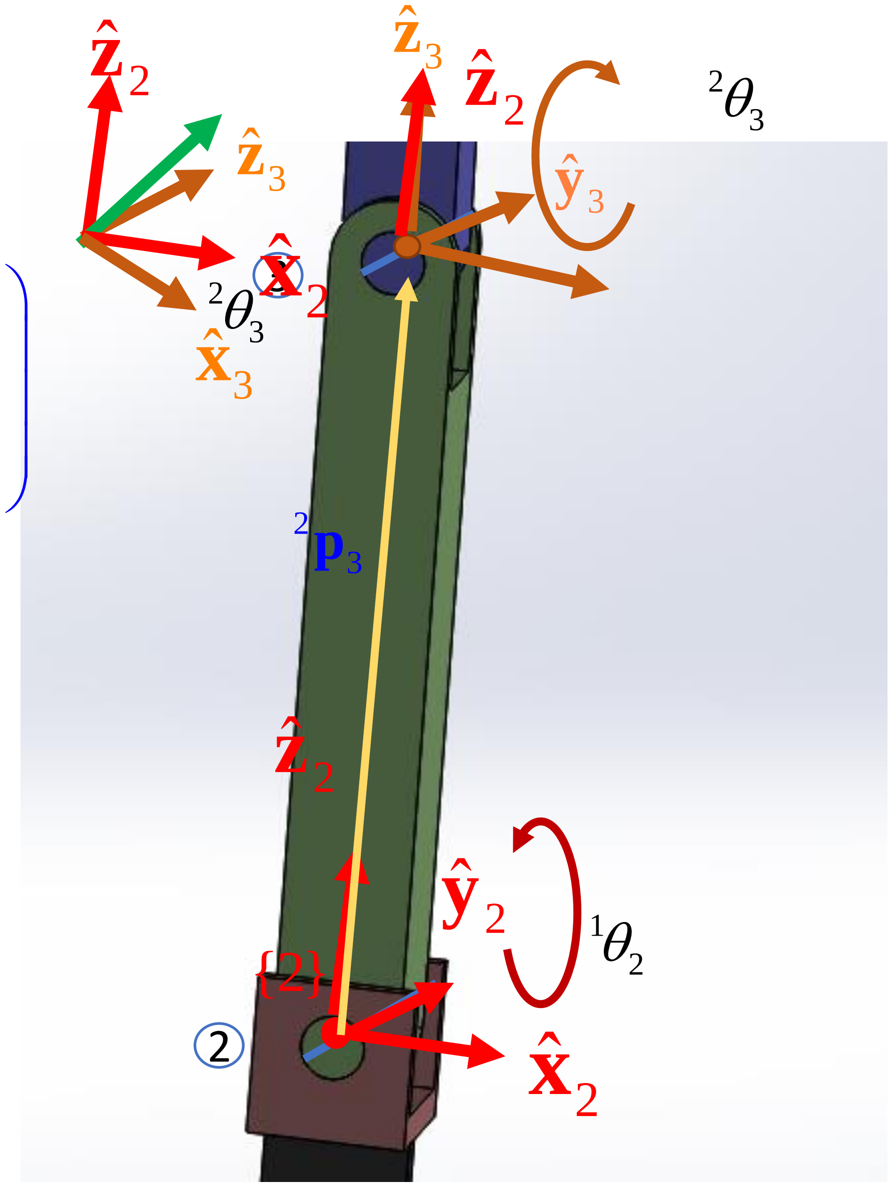
Algoritmo

1. Determinar el sistema inercial.

2. Encontrar los ejes de acción de los actuadores.

3. Sobre los ejes de actuación establecer los sistema de referencias que rescriban las relaciones de movimiento entre una junta y un eslabón.

$$ {}^{2}\mathbf{p}_3 = \begin{pmatrix} {}^{2}x_3 \\ {}^{2}y_3 \\ {}^{2}z_3 \end{pmatrix} $$



i	x	y	z	γ(r,x)	β(p,y)	α(y,z)
0_1	${}^{0}x_1 = 0$	${}^{0}y_1 = 0$	${}^{0}z_1 = h_0$	0	0	${}^{0}\theta_1$
1_2	${}^{1}x_2 = 0$	${}^{1}y_2 = 0$	${}^{1}z_2 = 0$	${}^{1}\gamma_2 = 0$	${}^{1}\theta_2$	${}^{1}\alpha_2 = 0$
2_3	${}^{2}x_3 = 0$	${}^{2}y_3 = 0$	${}^{2}z_3 = L_2$	${}^{2}\gamma_3 = 0$	${}^{2}\theta_3$	${}^{2}\alpha_3 = 0$

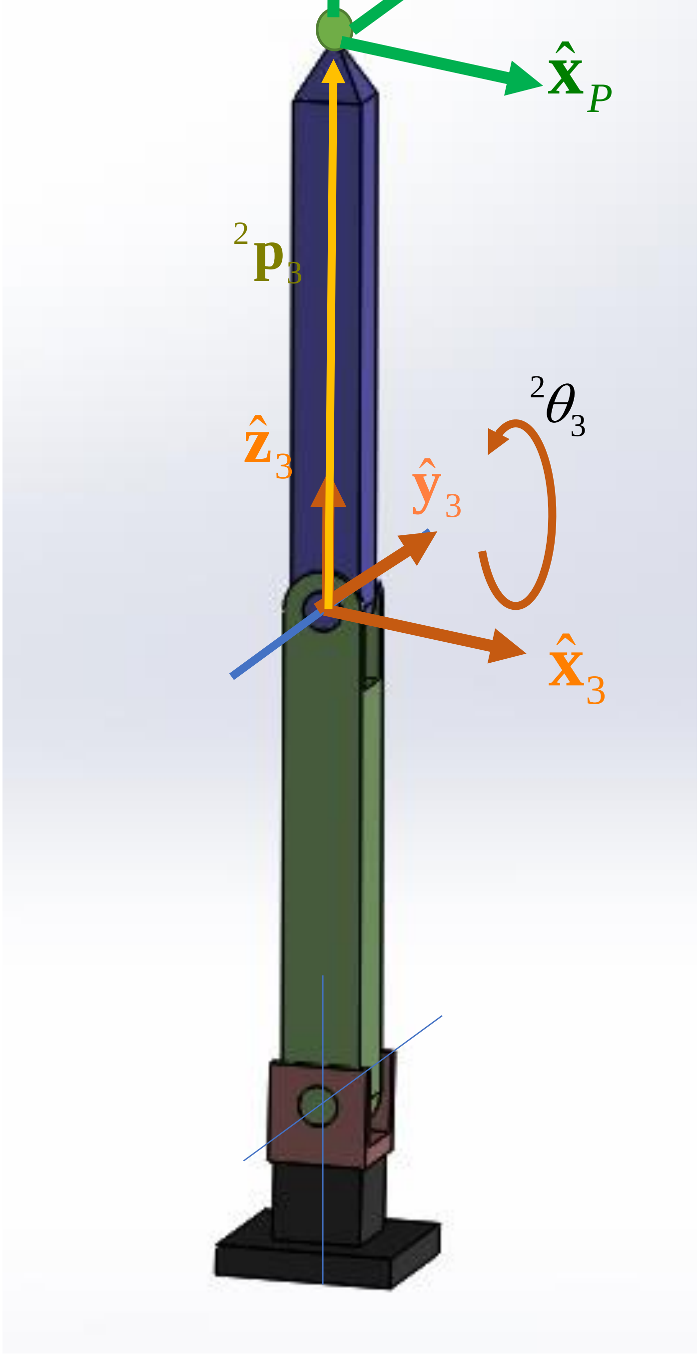
Robots seriales en el espacio

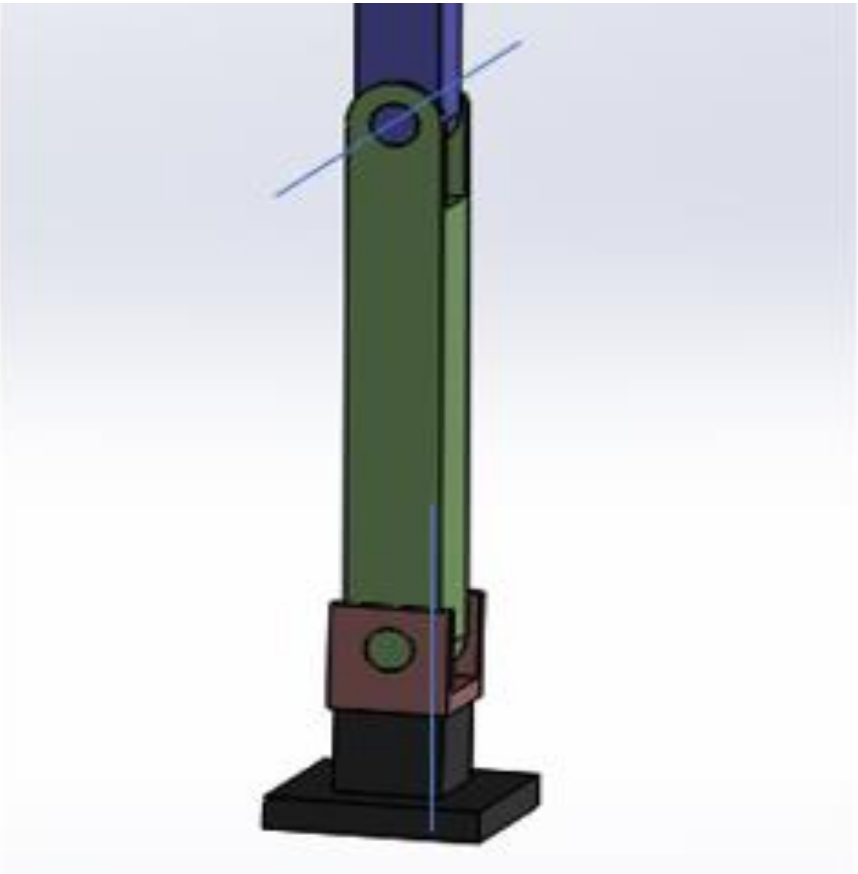
Algoritmo

1. Determinar el sistema inercial.

2. Encontrar los ejes de acción de los actuadores.

i	x	y	z	γ(r,x)	β(p,y)	α(y,z)
0_1	${}^{0}x_1 = 0$	${}^{0}y_1 = 0$	${}^{0}z_1 = h_0$	${}^{0}\gamma_1 = 0$	${}^{0}\beta_1 = 0$	${}^{0}\theta_1$
1_2	${}^{1}x_2 = 0$	${}^{1}y_2 = 0$	${}^{1}z_2 = 0$	${}^{1}\gamma_2 = 0$	${}^{1}\theta_2$	${}^{1}\alpha_2 = 0$
2_3	${}^{2}x_3 = 0$	${}^{2}y_3 = 0$	${}^{2}z_3 = L_2$	${}^{2}\gamma_3 = 0$	${}^{2}\theta_3$	${}^{2}\alpha_3 = 0$
3_P	${}^{0}x_P = 0$	${}^{3}y_P = 0$	${}^{3}z_P = L_3$	${}^{3}\gamma_P = 0$	${}^{3}\beta_P = 0$	${}^{3}\alpha_P = 0$





Robots seriales en el espacio

Algoritmo

1. Determinar el sistema inercial.

2. Encontrar los ejes de acción de los actuadores.

3. Sobre los ejes de actuación establecer los sistema de referencias que rescriban las relaciones de movimiento entre una junta y un eslabón.