

# Robótica grupo2

## Clase 4

Facultad de Ingeniería UNAM

M.I. Erik Peña Medina

# Derechos reservados

*Todos los derechos reservados, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México © 2020. Quedan estrictamente prohibidos su uso fuera del ámbito académico, alteración, descarga o divulgación por cualquier medio, así como su reproducción parcial o total.*

# Conceptos básicos/Estado del arte de los robots

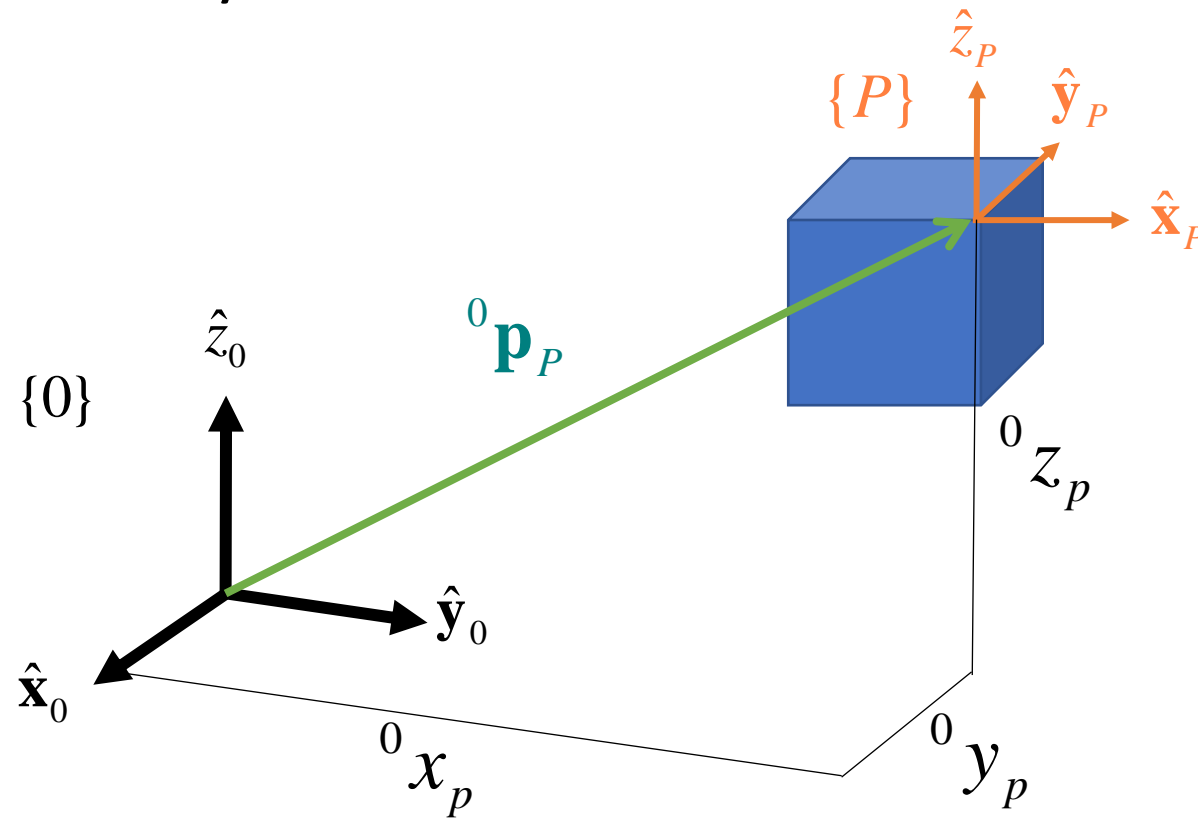
- Conceptos básicos de la descripción de los cuerpo rígidos.
  - Cuerpo rígido.
  - Grado de libertad.
  - Centro de masa.
  - Leyes del movimiento (leyes de Newton).
    - Inercia.
    - Variación de movimiento.
    - Principio de acción.
  - Principio de acción.
- Investigación del estado del arte.
  - Recopilación de la información.
  - Clasificación de la información.
    - Revisión de la información mediante el formato.

# Antecedentes básicos

## Cuerpo rígido

Otras propiedades físicas que se pueden relacionar con los cuerpos rígidos son la posición y la orientación.

### Posición



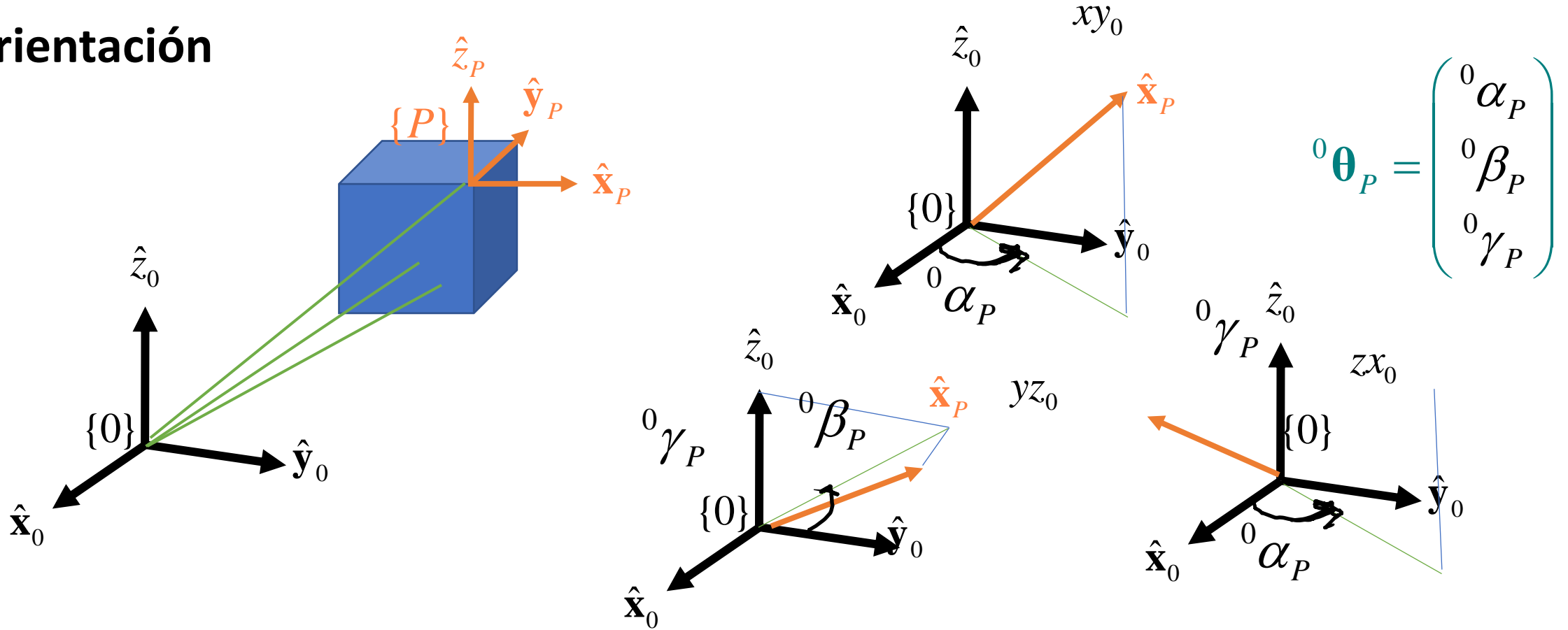
$${}^0\mathbf{p}_P = \begin{pmatrix} {}^0x_p \\ {}^0y_p \\ {}^0z_p \end{pmatrix}$$

# Antecedentes básicos

## Cuerpo rígido

Otras propiedades físicas que se pueden relacionar con los cuerpos rígidos son la posición y la orientación.

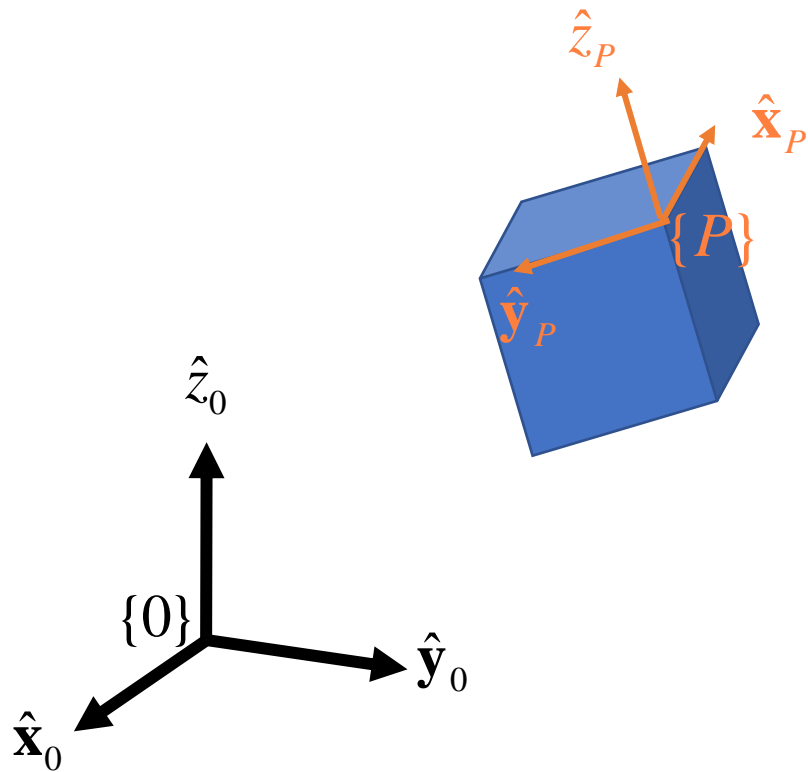
### Orientación



# Antecedentes básicos

## Grado de libertad

Un grado de libertad es la cantidad de variables (físicas) necesarias para establecer el estado de un elemento o sistema.



$${}^0\mathbf{p}_P = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$$

$${}^0\boldsymbol{\theta}_P = \begin{pmatrix} {}^0\alpha_P \\ {}^0\beta_P \\ {}^0\gamma_P \end{pmatrix}$$

Postura

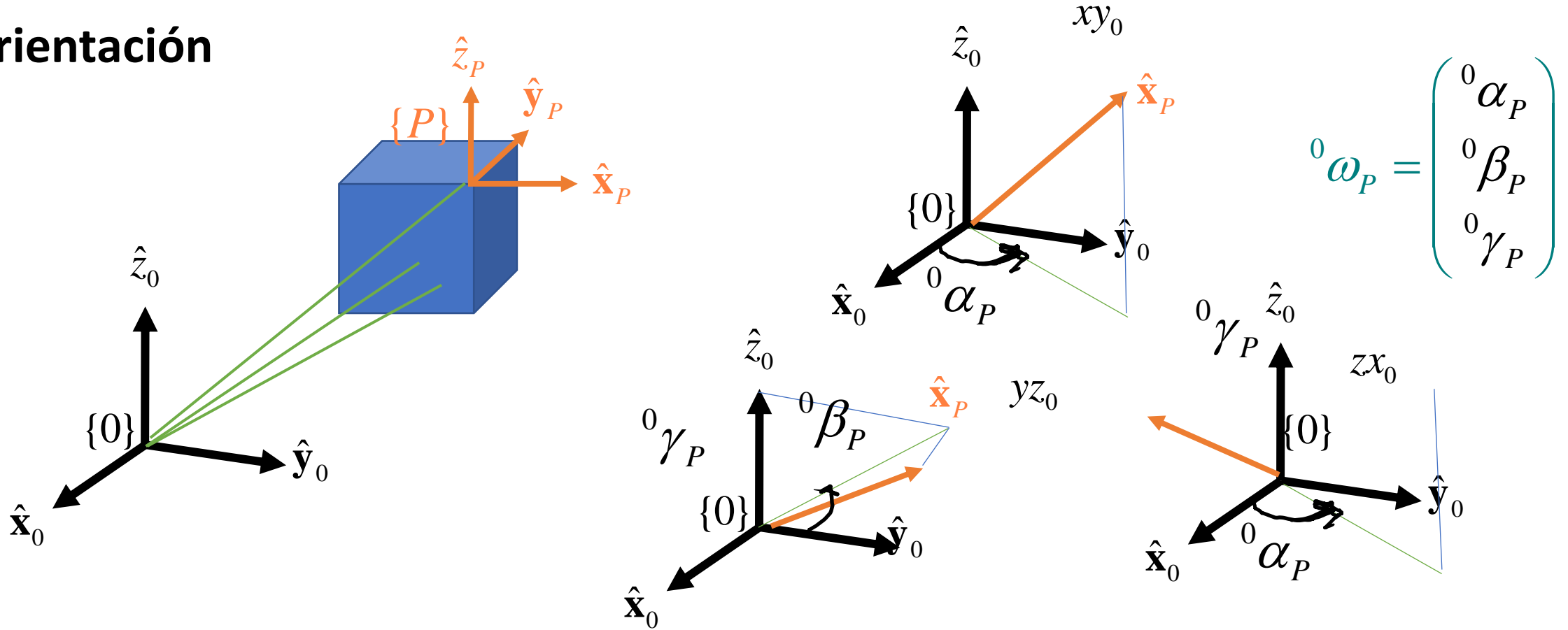
$${}^0\xi_P = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ {}^0\alpha_P \\ {}^0\beta_P \\ {}^0\gamma_P \end{pmatrix}$$

# Antecedentes básicos

## Cuerpo rígido

Otras propiedades físicas que se pueden relacionar con los cuerpos rígidos son la posición y la orientación.

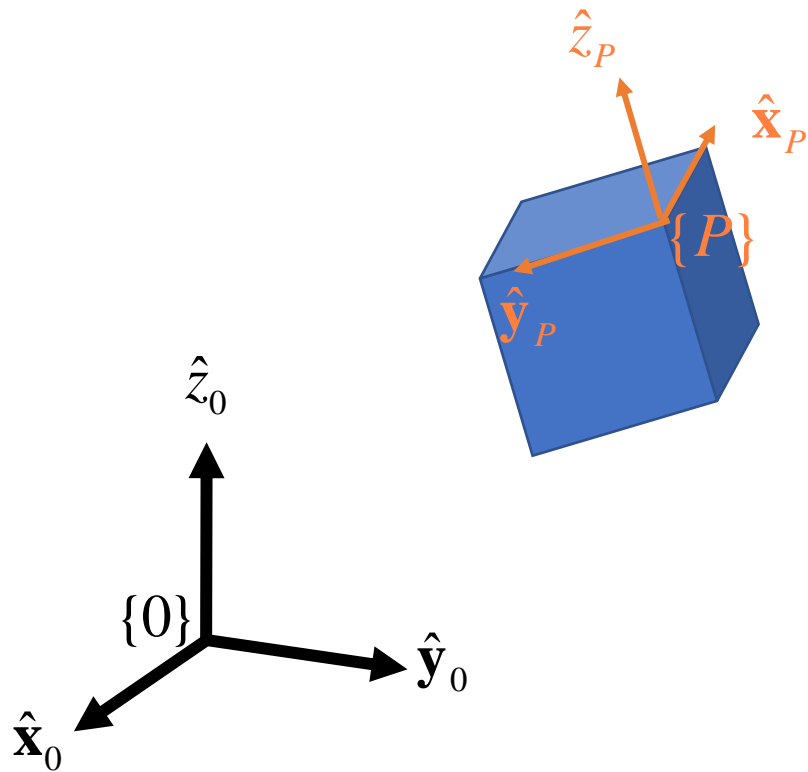
### Orientación



# Antecedentes básicos

## Grado de libertad

Un grado de libertad es la cantidad de variables (físicas) necesarias para establecer el estado de un elemento o sistema.



$${}^0\mathbf{p}_P = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$$

$${}^0\boldsymbol{\omega}_P = \begin{pmatrix} {}^0\alpha_P \\ {}^0\beta_P \\ {}^0\gamma_P \end{pmatrix}$$

Postura

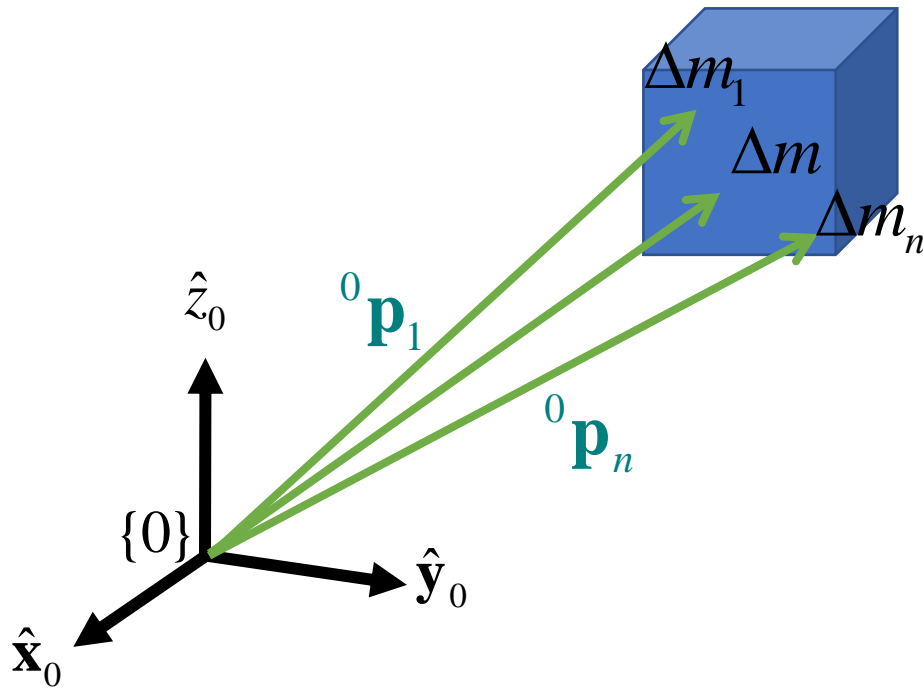
$${}^0\xi_P = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ {}^0\alpha_P \\ {}^0\beta_P \\ {}^0\gamma_P \end{pmatrix}$$



# Antecedentes básicos

## Centro de masa

$$1 = 1$$



$${}^0\mathbf{p}_c m = \sum_i^n {}^0\mathbf{p}_i \Delta m_i$$

$${}^0\mathbf{p}_c = \frac{\sum_i^n {}^0\mathbf{p}_i \Delta m_i}{m}$$

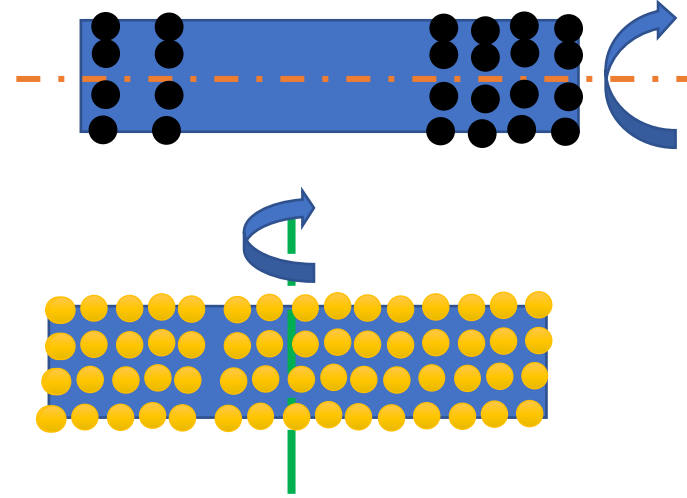
# Leyes del movimiento (Leyes de Newton)

Las leyes de Newton son:

1. Inercia

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}}$$



2. Fuerza (variación de movimiento)

3. Principio de acción y reacción

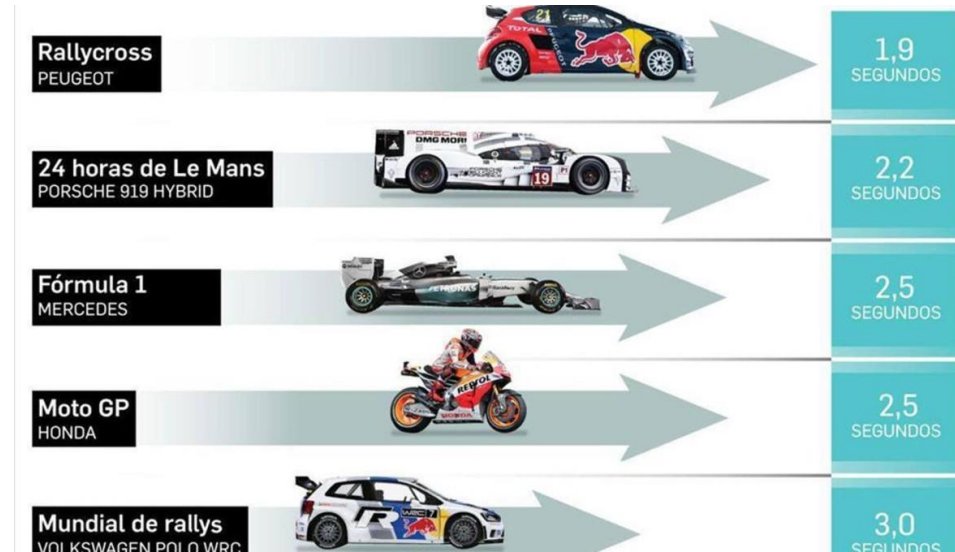
# Leyes del movimiento (Leyes de Newton)

## 2. Fuerza (variación de movimiento)

$$\mathbf{F} = \dot{\mathbf{P}} = \frac{d}{dt} m\mathbf{v} = \frac{d}{dm} m\mathbf{v} \cdot \dot{m} + \frac{d}{dv} m\mathbf{v} \cdot \dot{v}$$

$$\mathbf{F} = \dot{\mathbf{P}} = \frac{d}{dm} m\mathbf{v} \cdot \dot{m}$$

$$\mathbf{F} = \dot{\mathbf{P}} = \frac{d}{dv} m\mathbf{v} \cdot \dot{v} = m\mathbf{a}$$



# Leyes del movimiento (Leyes de Newton)

## 3. Principio de acción y reacción

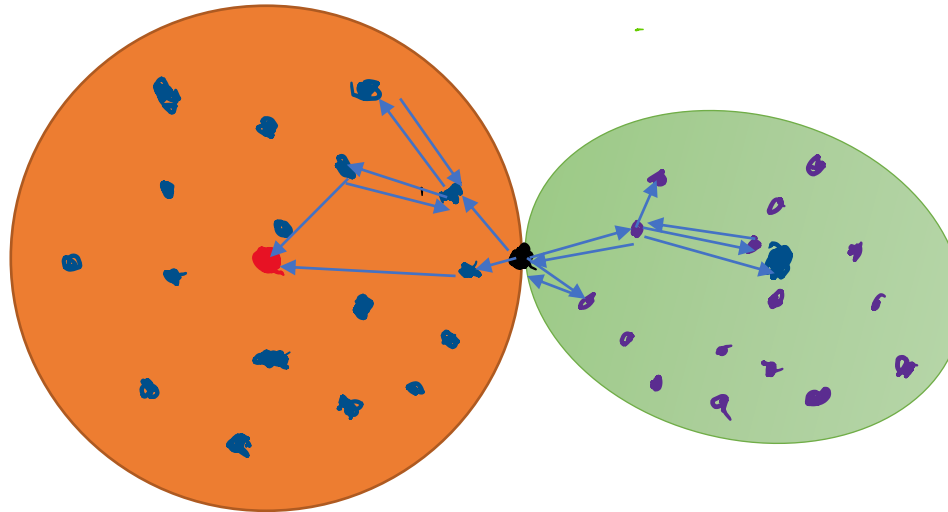
$$\mathbf{P}_1 = m_1 \mathbf{v}_1$$

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{I}_1 \dot{\boldsymbol{\omega}}_1$$

$$\mathbf{P}_2 = m_2 \mathbf{v}_2$$

$$\mathbf{H}_2 = \mathbf{I}_2 \dot{\boldsymbol{\omega}}_2$$

$$1 = 1$$



$$P = m_1 \mathbf{v}_1 = m_2 \mathbf{v}_2$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{I}_1 \dot{\boldsymbol{\omega}}_1 = \mathbf{I}_2 \dot{\boldsymbol{\omega}}_2$$

# Leyes del movimiento (Leyes de Newton)

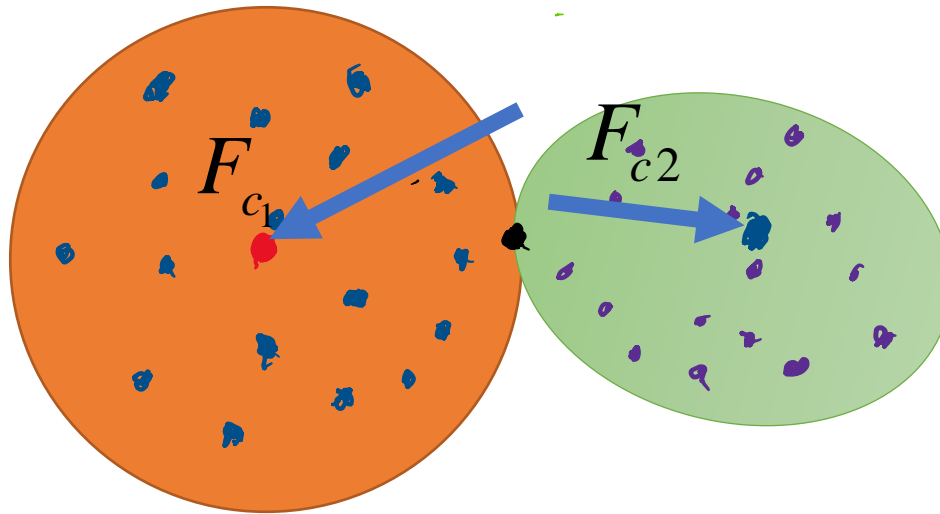
## 3. Principio de acción y reacción

$$f_{ij} + f_{ji} + F_c = ma$$

$$f_{ij} = -f_{ji}$$

$$F_c = ma$$

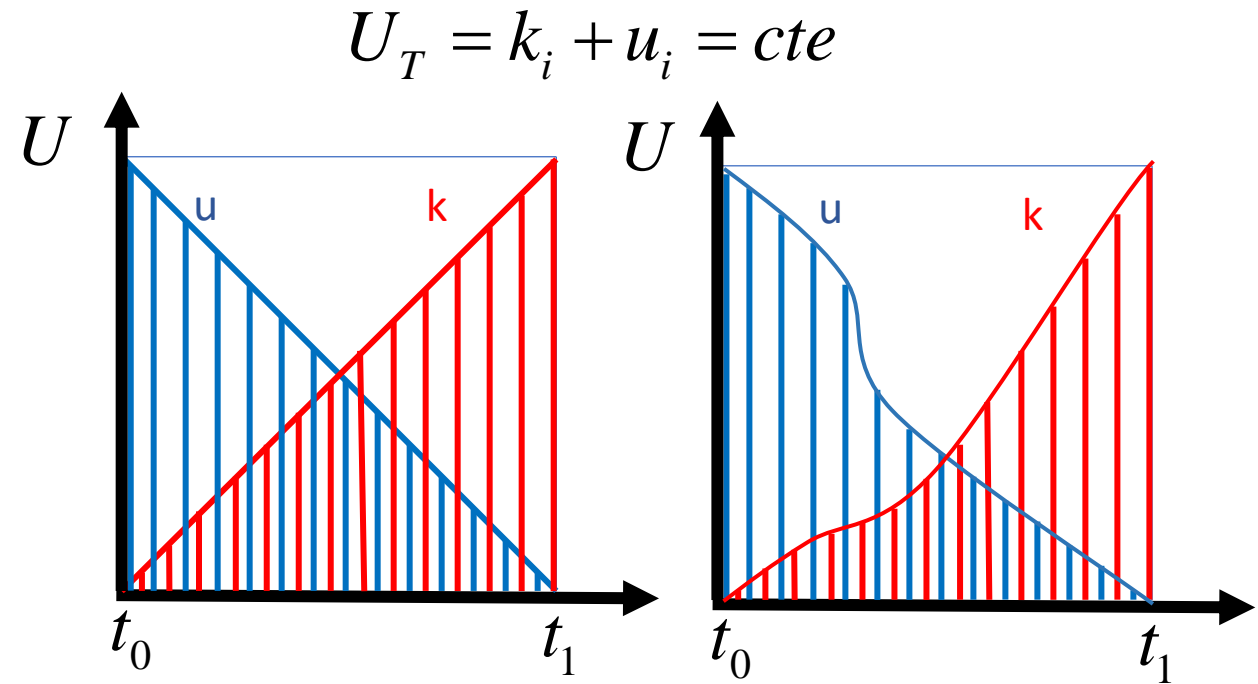
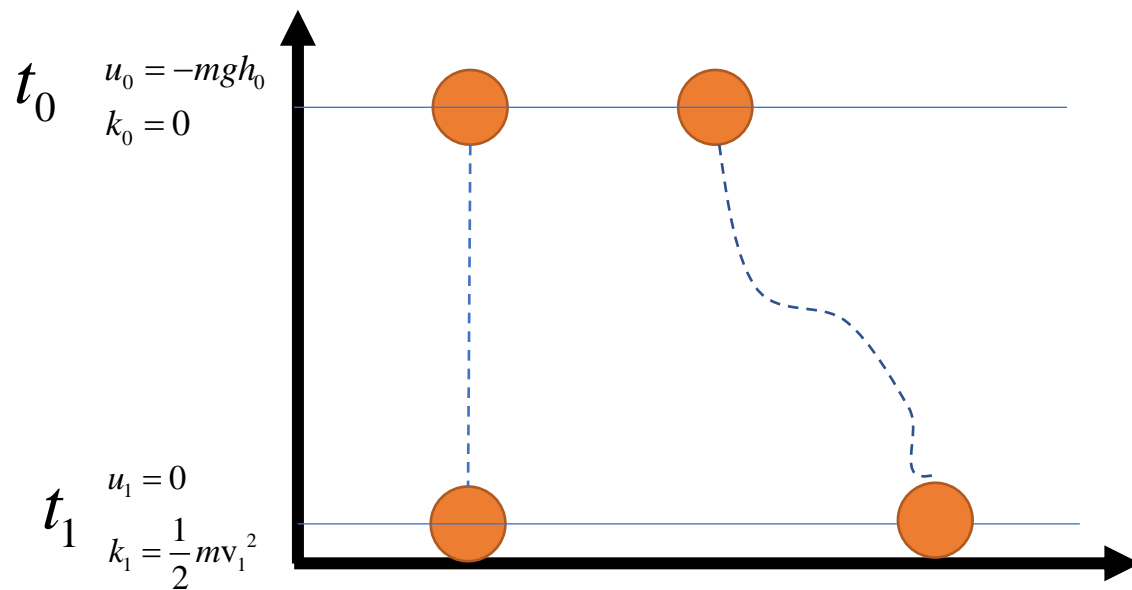
$$N_c = I_c \ddot{\omega}$$



# Principio de mínima acción

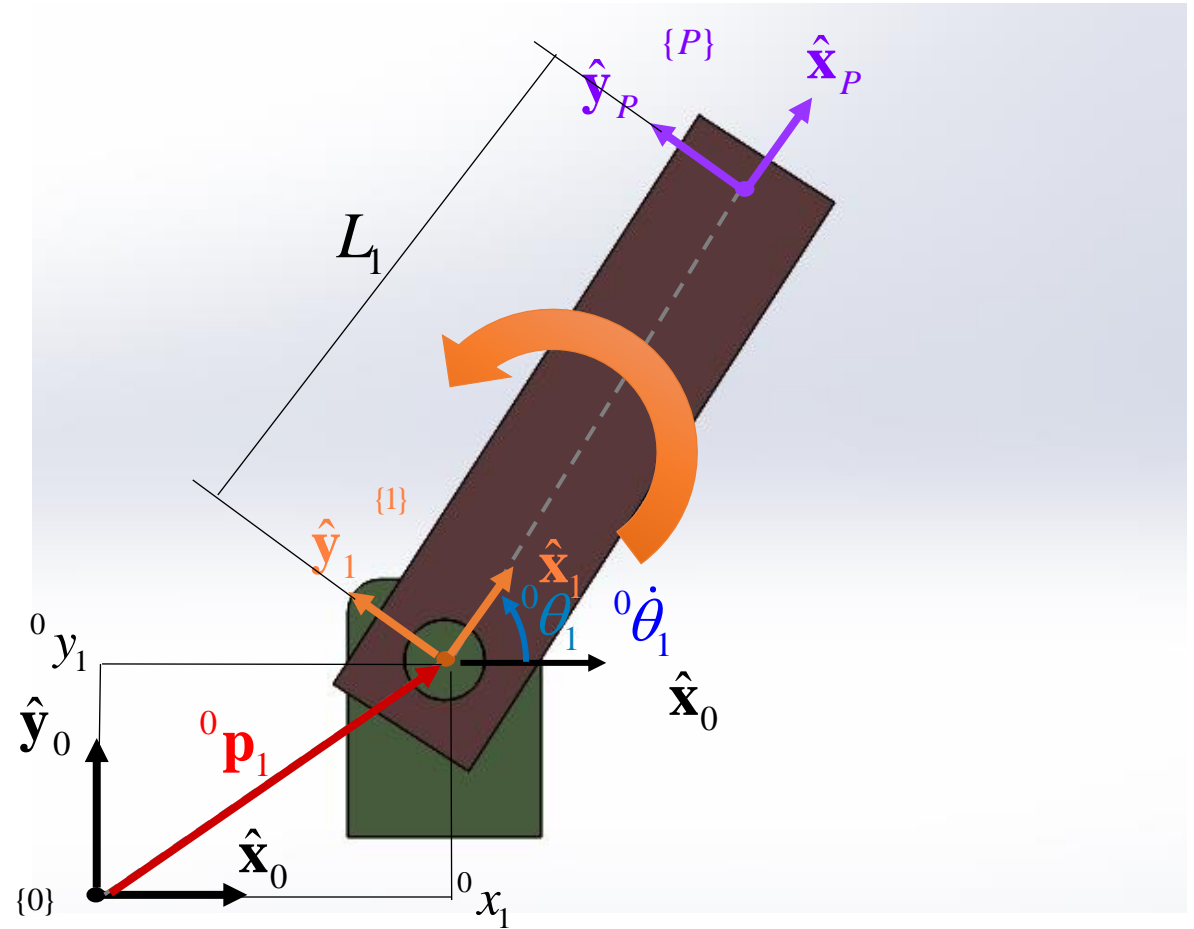
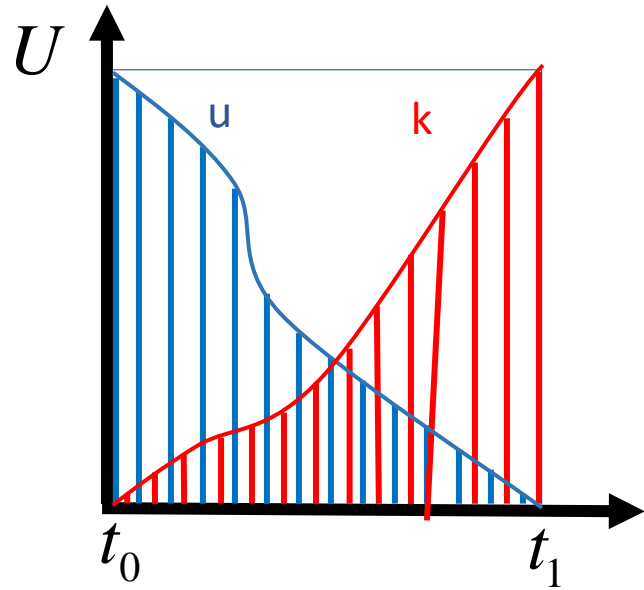
## Lagrangiano

### Principio de mínima acción

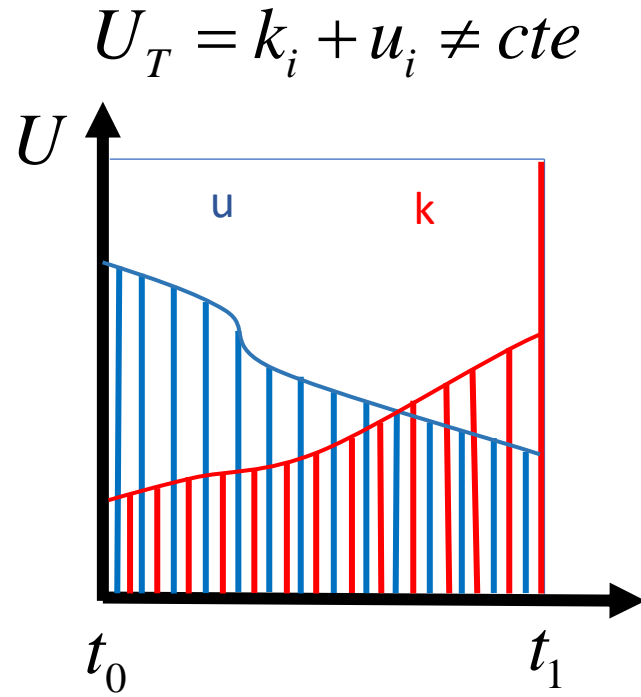


# Principio de mínima acción

$$U_T = k_i + u_i = cte$$

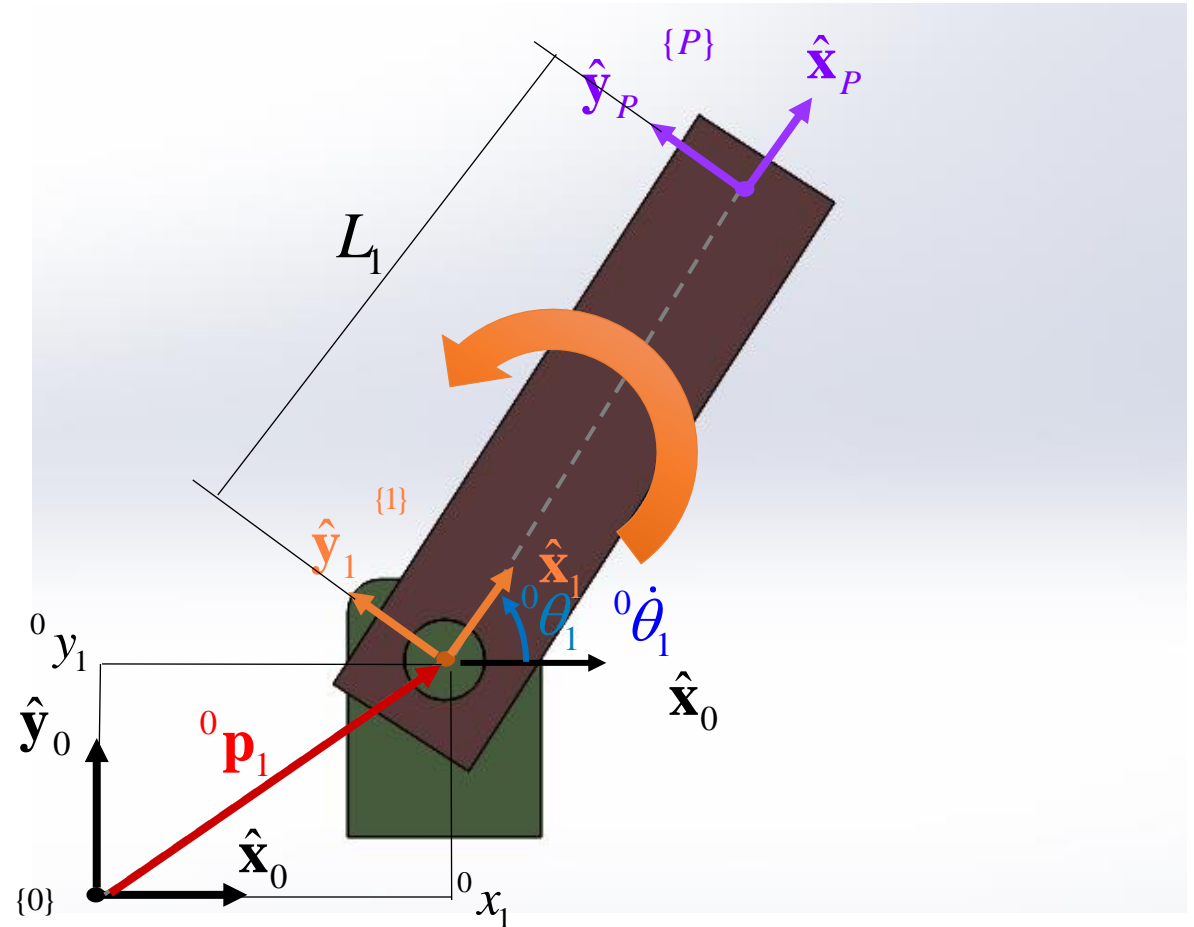


# Principio de mínima acción



Lagrangiano

$$\Gamma = \sum_{i=1}^n k_i - \sum_{i=1}^n u_i$$





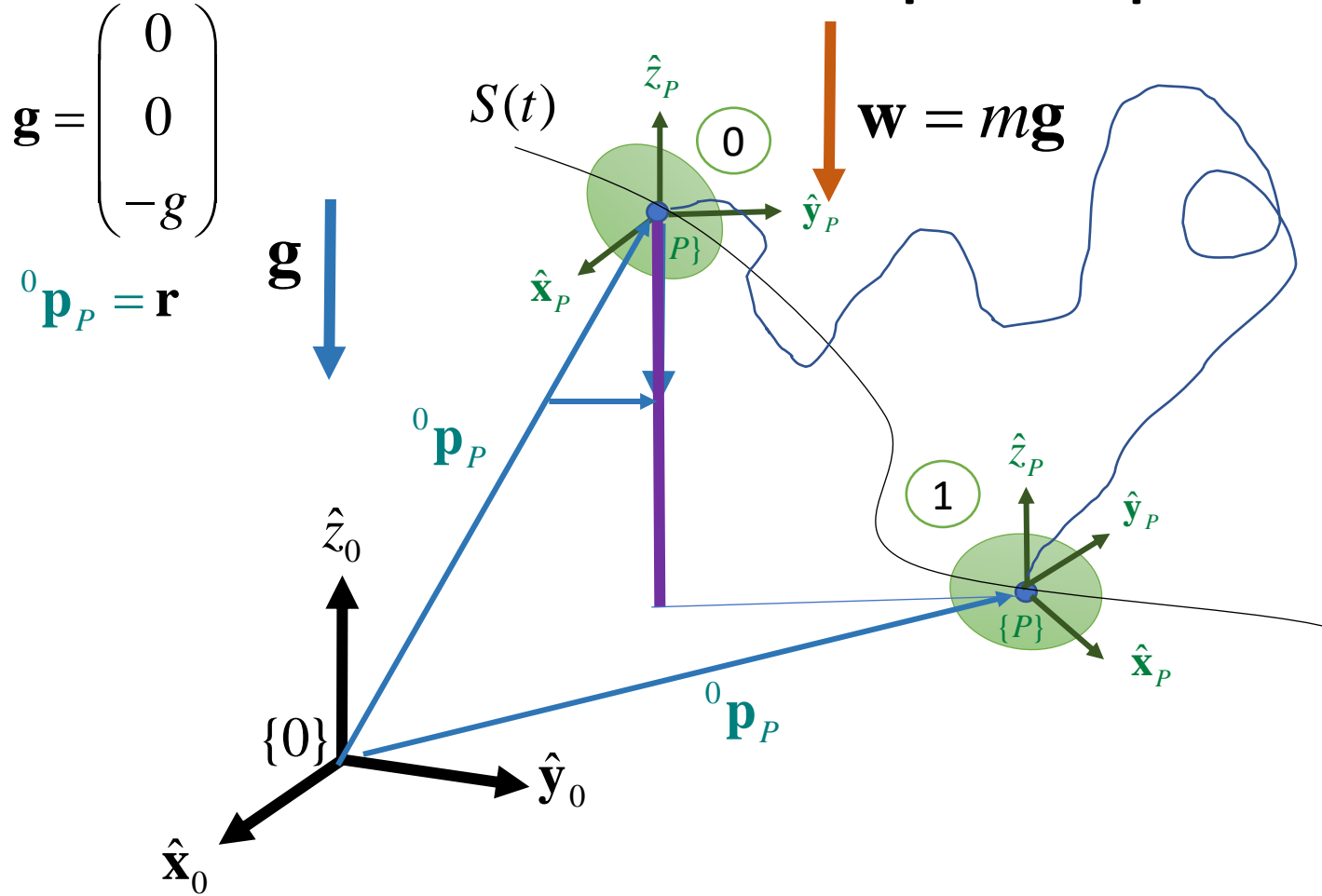
# Principio de trabajo y energía

## Energía

<https://www.youtube.com/watch?v=KIRLGXbtgAA>

# Principio de trabajo y energía

## Planteamiento del principio



$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m \frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{r}} \mathbf{v}$$

$$\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = m\mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}$$

$$\mathbf{F} \cdot \int_{S_0}^{S_1} d\mathbf{r} = m \int_{v_0}^{v_1} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{v}$$

$$\mathbf{F} \cdot (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_0) = m \frac{1}{2} (v_1^2 - v_0^2)$$

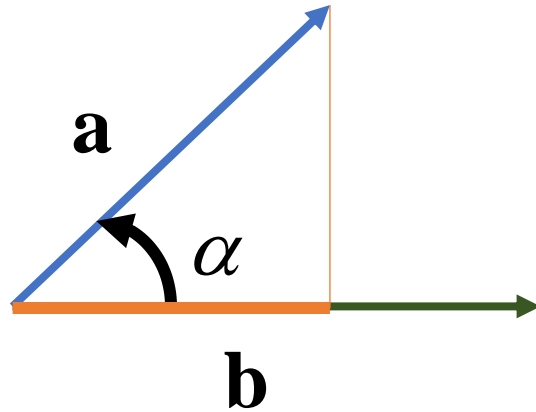
$$m\mathbf{g} \cdot (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_0) = m \frac{1}{2} (v_1^2 - v_0^2)$$

# Principio de trabajo y energía

$$m\mathbf{g} \cdot (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_0) = m \frac{1}{2} (\mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0^T \mathbf{v}_0)$$

$$\Gamma = m \frac{1}{2} (\mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0^T \mathbf{v}_0) - m\mathbf{g} \cdot (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_0)$$

$$H = m \frac{1}{2} (\mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0^T \mathbf{v}_0) + m\mathbf{g} \cdot (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_0)$$



$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\| \cos(\alpha)$$

# Principio de mínima acción

Lagrangiano

$$\Gamma = k - u = \sum_{i=1}^n k_i - \sum_{i=1}^n u_i$$

Ecuación del par

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \Gamma \right) - \frac{\partial}{\partial q_i} \Gamma$$

# Introducción



Modelo cinemático de la postura

$${}^0\xi_P = {}^0\xi_P(\mathbf{q})$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{pmatrix}$$

$$C = \{q_1, \dots, q_n\}$$



$$\mathbf{F} = {}^0\xi_P - {}^0\xi_P(\mathbf{q}) = 0$$

# Introducción



Modelo cinemático directo de las velocidades

$${}^0\dot{\xi}_P = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{pmatrix}$$



Modelo cinemático directo de las velocidades

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})^+ {}^0\dot{\xi}_P$$

# Introducción



Modelo cinemático directo de las aceleraciones

$${}^0\ddot{\xi}_P = \mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$



Modelo cinemático inverso de las aceleraciones

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})^+ {}^0\ddot{\xi}_P + \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q})^+ {}^0\dot{\xi}_P$$

# Introducción

Cálculo del par

$$\Gamma = k - u = \sum_{i=1}^n k_i - \sum_{i=1}^n u_i$$

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} \Gamma \right) - \frac{\partial}{\partial q_i} \Gamma$$

Modelo dinámico

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{V}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\tau}_{ex} + \boldsymbol{\tau}_{int}$$





# Estado del arte

El estado del arte se refiere al estado de desarrollo de un tema en particular, de tal manera que se contesta a una pregunta en particular bajo un enfoque específico. Para establecer el estado del arte de un tema particular es necesario cubrir los siguientes rubros:

- La información debe de cubrir un tema específico.
- La fuente de la información debe ser verídica y verificable.
- La información debe ser organizada y clasificada.
- Buscar original

# Estado del arte

Tema general

Pregunta a contestar  
(hipótesis)

Prueba

**Image recognition application for robotic  
manipulation of moving objects**

Final de un artículo

Caso1

-Conclusión

caso2

-Discusión y conclusión

Caso 3

-Discusión

-Conclusión

