

Robótica grupo2

Clase 12

Facultad de Ingeniería UNAM

M.I. Erik Peña Medina

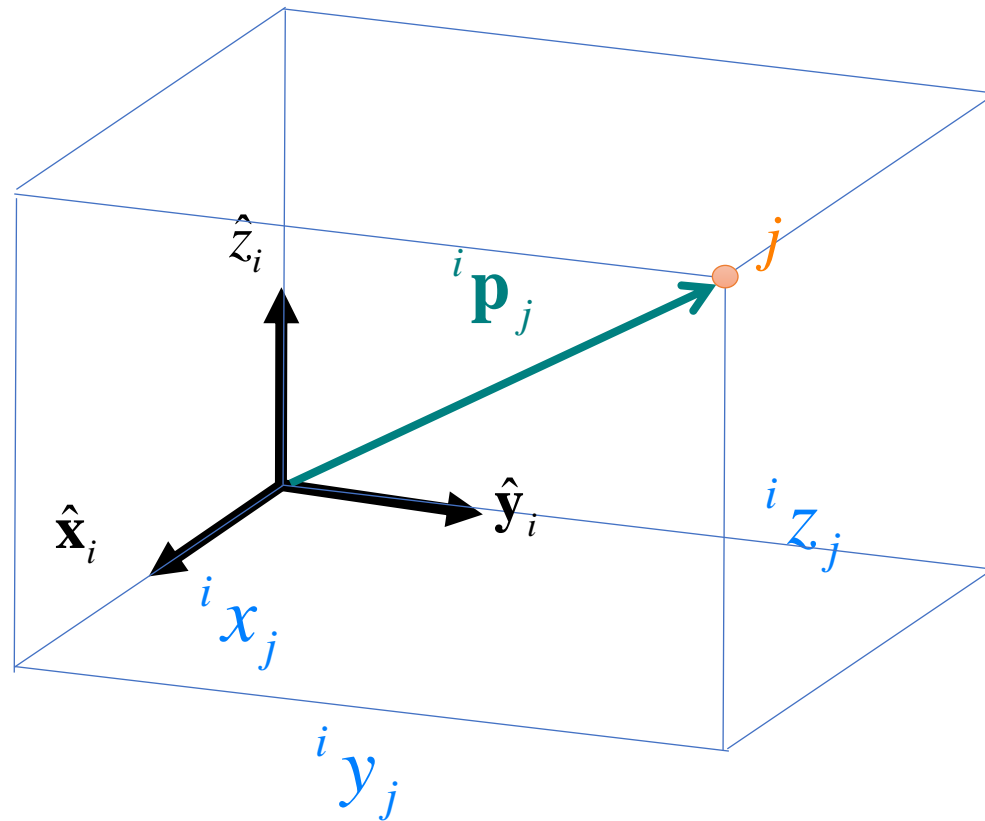
Repaso/Elemento base (caso de estudio)

- Repaso de la clases anteriores
 - Planteamiento del modelado del elementos base
 - Planteamiento del modelo de la postura
 - Transformaciones homogéneas
 - Composición de transformaciones
 - Planteamiento del modelo cinemático de las velocidades
 - Planteamiento del modelo dinámico
 - Planteamiento dinámico
 - Planteamiento del elemento base en la robótica

Repaso/Elemento base (caso de estudio)

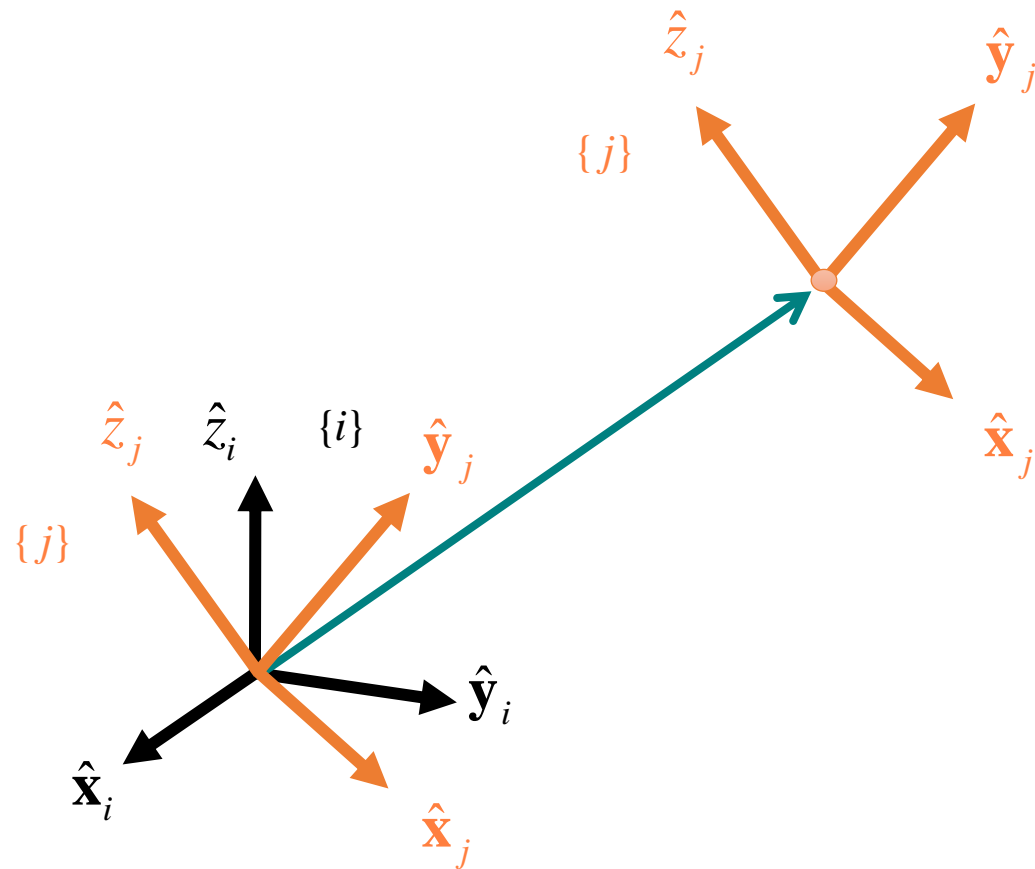
- Elemento base de la robótica (robot RRR)
 - Planteamiento del modelo cinemático
 - Planteamiento del modelo cinemático del postura
 - Cinemático inverso de la postura
 - Planteamiento del modelo cinemático de las velocidades
 - Modelo cinemático directo de las velocidades
 - Modelo cinemático inverso de las velocidades
 - Planteamiento del modelo cinemático de las aceleraciones
 - Planteamiento dinámico

Posición

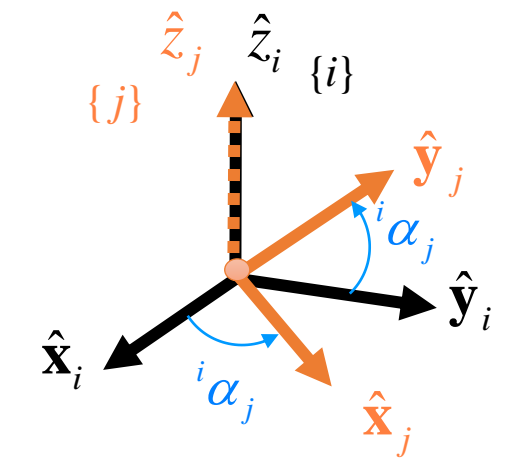
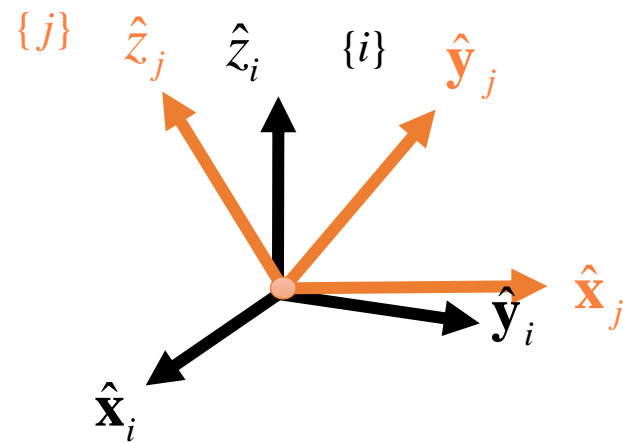


$${}^i\mathbf{p}_j = \begin{pmatrix} {}^ix_j \\ {}^iy_j \\ {}^iz_j \end{pmatrix}$$

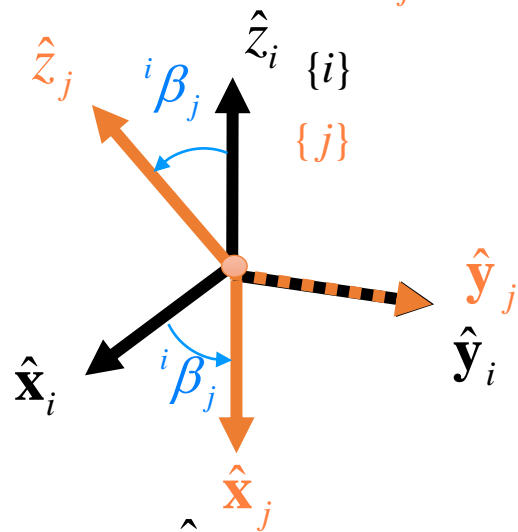
Orientación



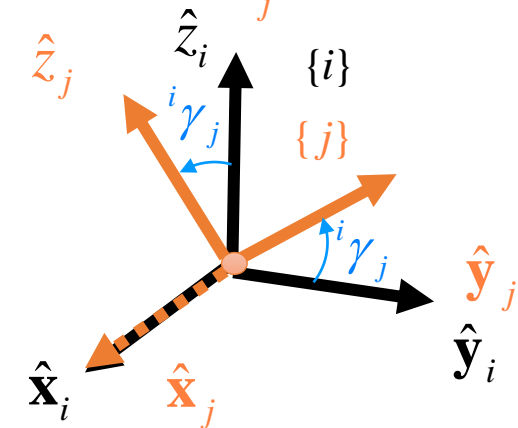
Orientación



Con respecto al eje z



Con respecto al eje y



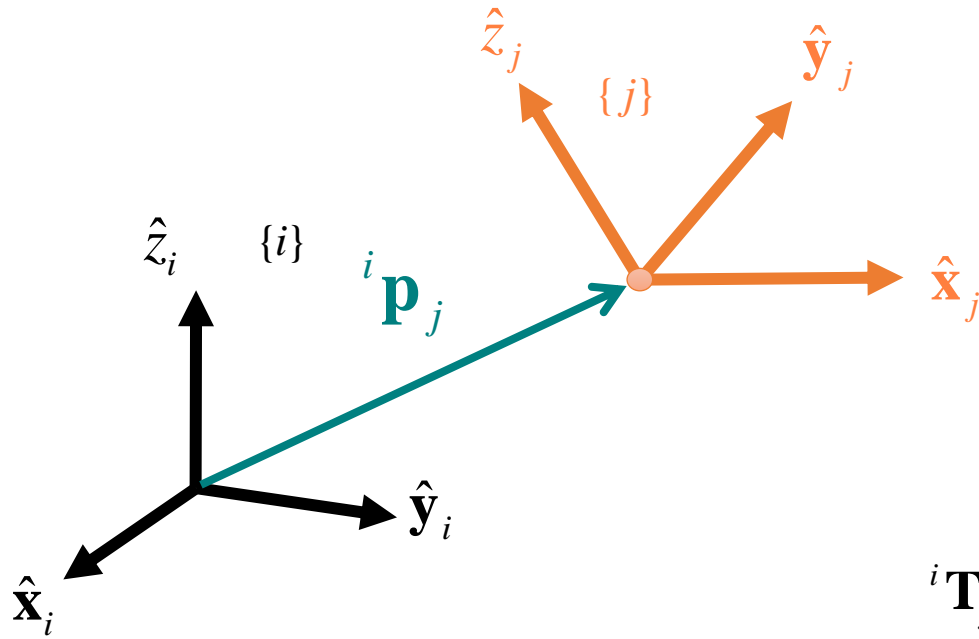
Con respecto al eje x

Orientación

$$\mathbf{R}_z({}^i\alpha_j)=\begin{pmatrix}\cos({}^i\alpha_j) & -\sin({}^i\alpha_j) & 0 \\ \sin({}^i\alpha_j) & \cos({}^i\alpha_j) & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_y({}^i\beta_j)=\begin{pmatrix}\cos({}^i\beta_j) & 0 & \sin({}^i\beta_j) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin({}^i\beta_j) & 0 & \cos({}^i\beta_j)\end{pmatrix} \quad \mathbf{R}_x({}^i\gamma_j)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^i\gamma_j) & -\sin({}^i\gamma_j) \\ 0 & \sin({}^i\gamma_j) & \cos({}^i\gamma_j)\end{pmatrix}$$

$${}^i\mathbf{R}_i=\mathbf{R}_z({}^i\alpha_j)\mathbf{R}_y({}^i\beta_j)\mathbf{R}_x({}^i\gamma_j)=\begin{pmatrix}\cos({}^i\alpha_j)\cos({}^i\beta_j) & \cos({}^i\alpha_j)\sin({}^i\beta_j)\sin({}^i\gamma_j)-\cos({}^i\gamma_j)\sin({}^i\alpha_j) & \sin({}^i\alpha_j)\sin({}^i\gamma_j)+\cos({}^i\alpha_j)\cos({}^i\gamma_j)\sin({}^i\beta_j) \\ \cos({}^i\beta_j)\sin({}^i\alpha_j) & \cos({}^i\alpha_j)\cos({}^i\gamma_j)+\sin({}^i\alpha_j)\sin({}^i\beta_j)\sin({}^i\gamma_j) & \cos({}^i\gamma_j)\sin({}^i\alpha_j)\sin({}^i\beta_j)-\cos({}^i\alpha_j)\sin({}^i\gamma_j) \\ -\sin({}^i\beta_j) & \cos({}^i\beta_j)\sin({}^i\gamma_j) & \cos({}^i\beta_j)\cos({}^i\gamma_j)\end{pmatrix}$$

Posición y orientación

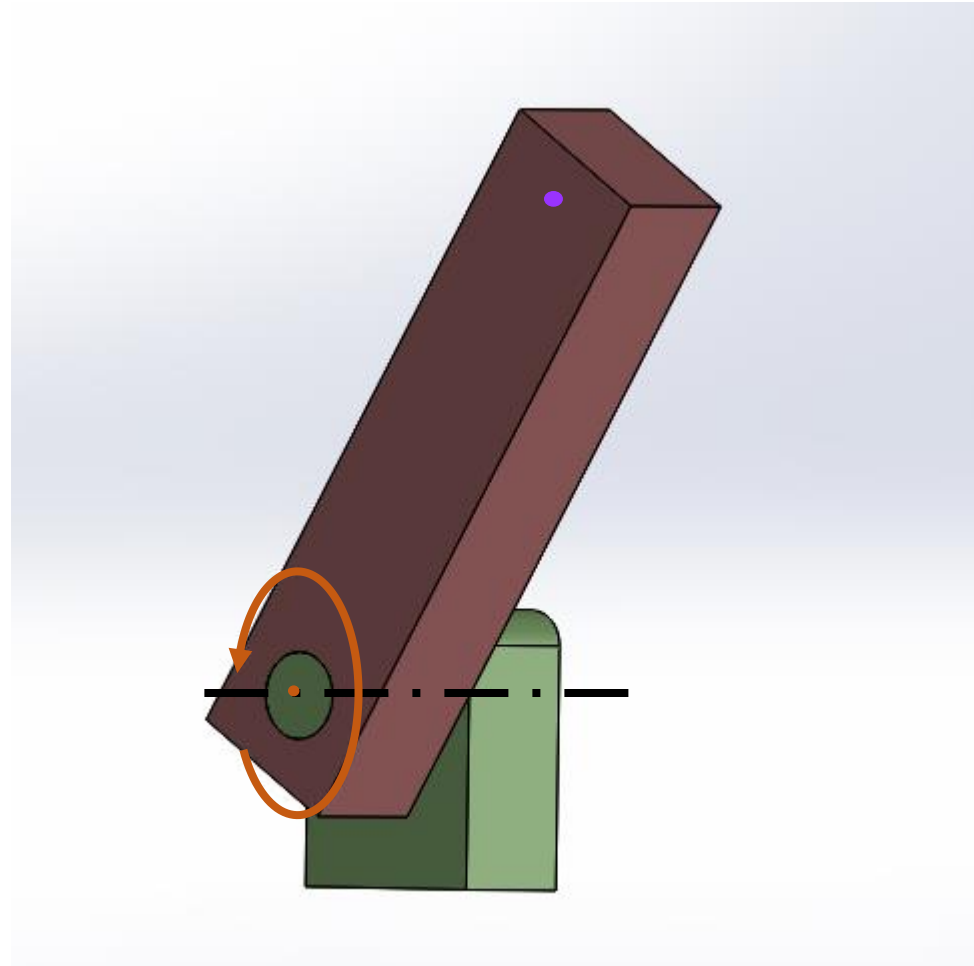


$${}^i\mathbf{T}_j({}^i\alpha_j, {}^i\beta_j, {}^i\gamma_j, {}^ix_j, {}^iy_j, {}^iz_j) = \begin{pmatrix} {}^i\mathbf{R}_j & {}^i\mathbf{p}_j \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix} =$$

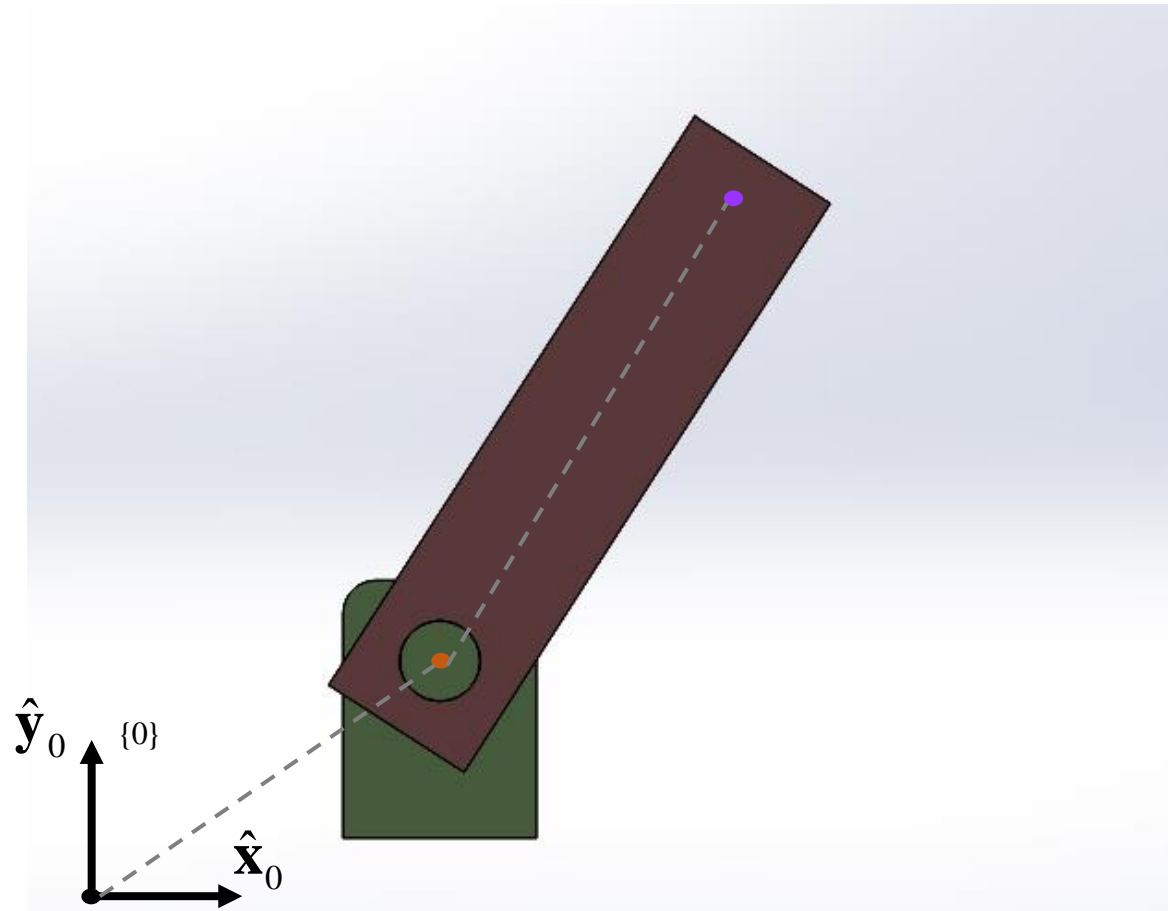
$$= \begin{pmatrix} \cos({}^i\alpha_j)\cos({}^i\beta_j) & \cos({}^i\alpha_j)\sin({}^i\beta_j)\sin({}^i\gamma_j) - \cos({}^i\gamma_j)\sin({}^i\alpha_j) & \sin({}^i\alpha_j)\sin({}^i\gamma_j) + \cos({}^i\alpha_j)\cos({}^i\gamma_j)\sin({}^i\beta_j) & {}^ix_j \\ \cos({}^i\beta_j)\sin({}^i\alpha_j) & \cos({}^i\alpha_j)\cos({}^i\gamma_j) + \sin({}^i\alpha_j)\sin({}^i\beta_j)\sin({}^i\gamma_j) & \cos({}^i\gamma_j)\sin({}^i\alpha_j)\sin({}^i\beta_j) - \cos({}^i\alpha_j)\sin({}^i\gamma_j) & {}^iy_j \\ -\sin({}^i\beta_j) & \cos({}^i\beta_j)\sin({}^i\gamma_j) & \cos({}^i\beta_j)\cos({}^i\gamma_j) & {}^iz_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Modelo cinemático de la
posición

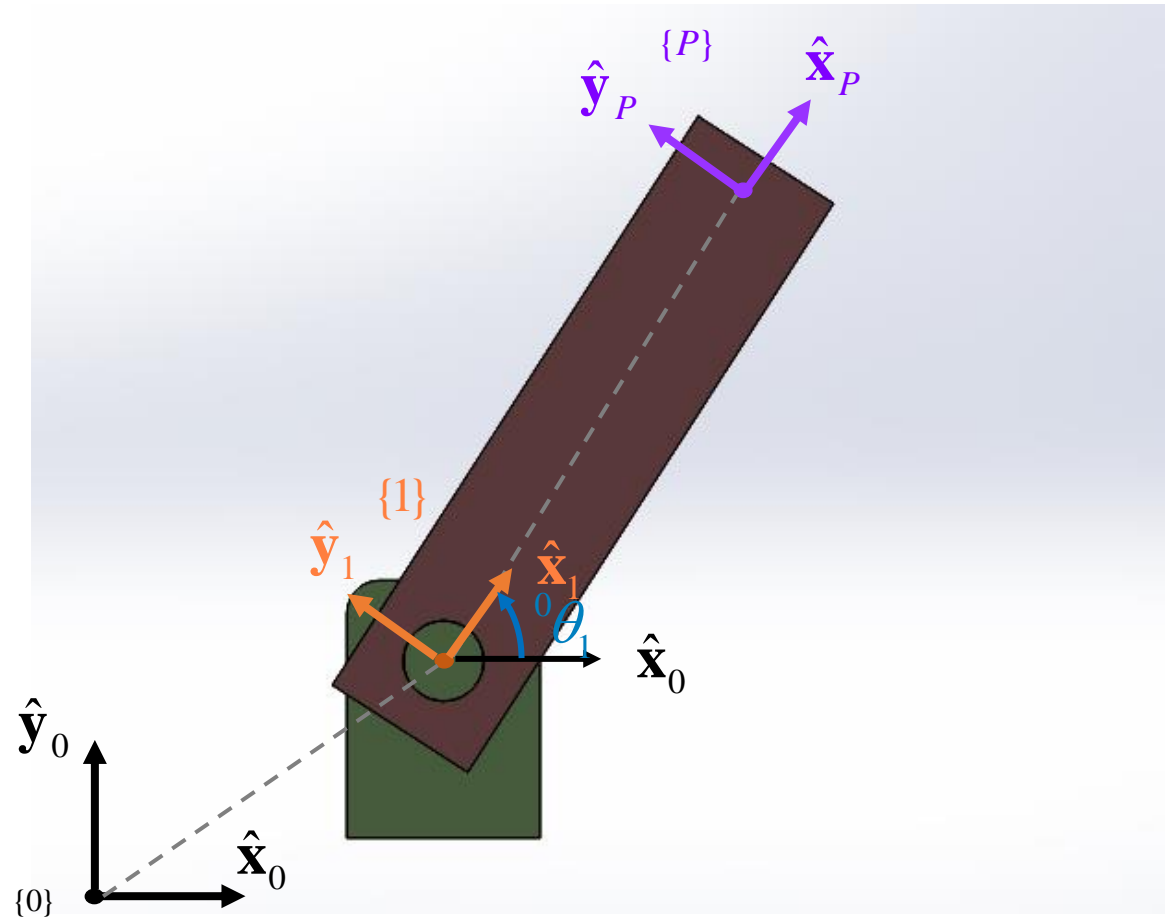
Junta rotacional



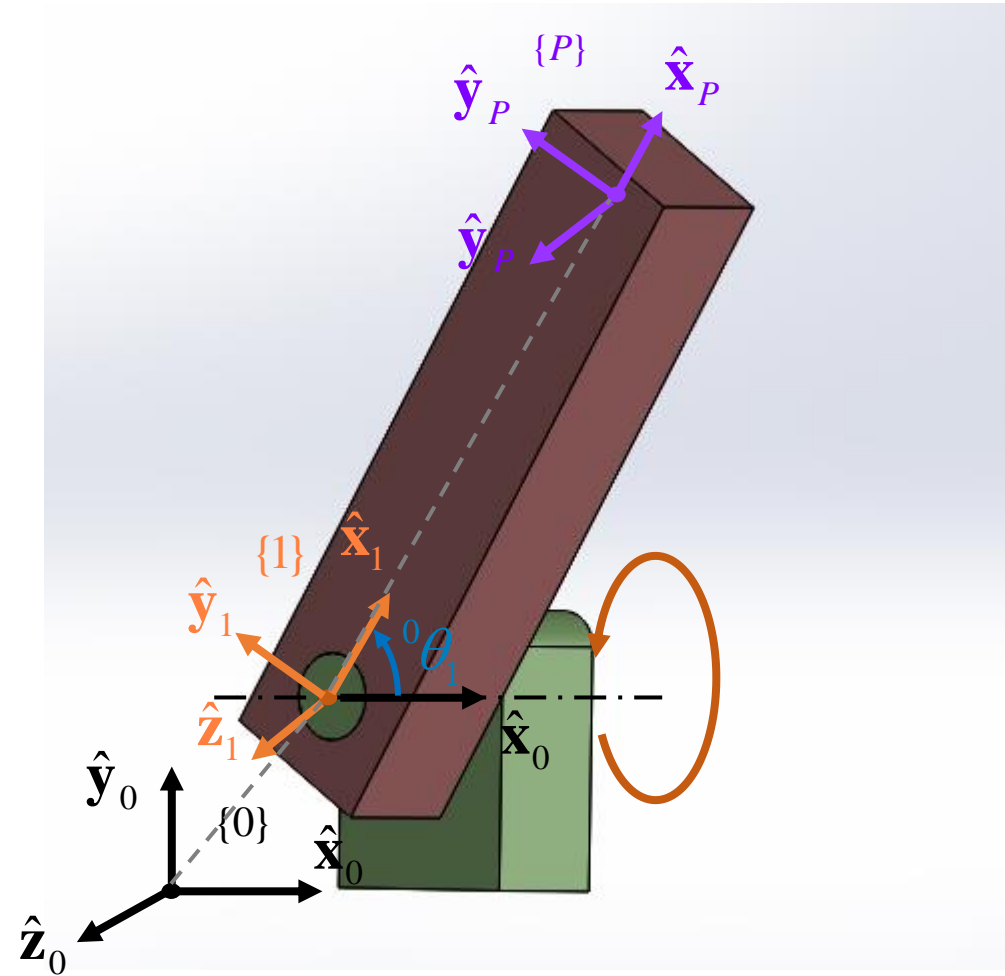
Junta rotacional



Junta rotacional

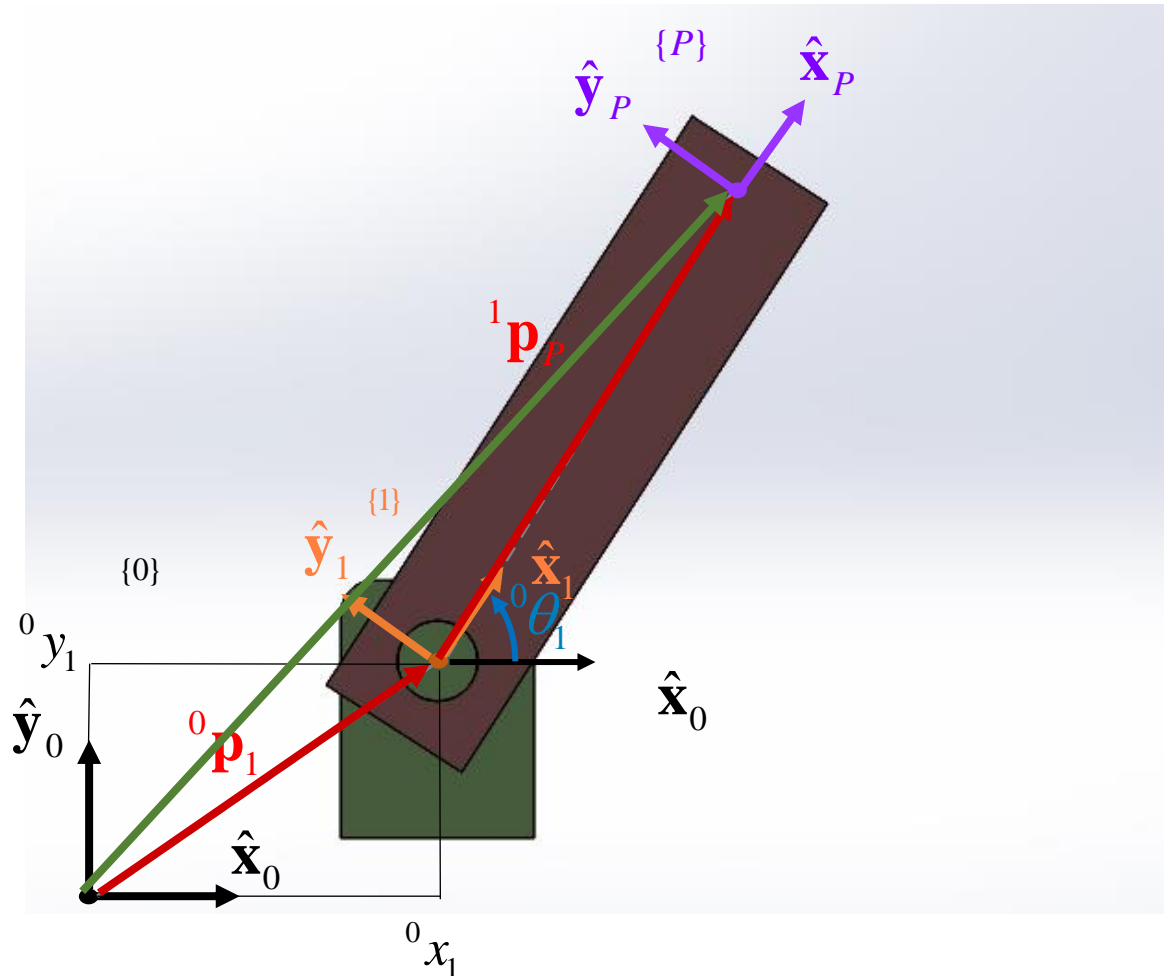


Junta rotacional



Modelo cinemático de la posición

Junta rotacional

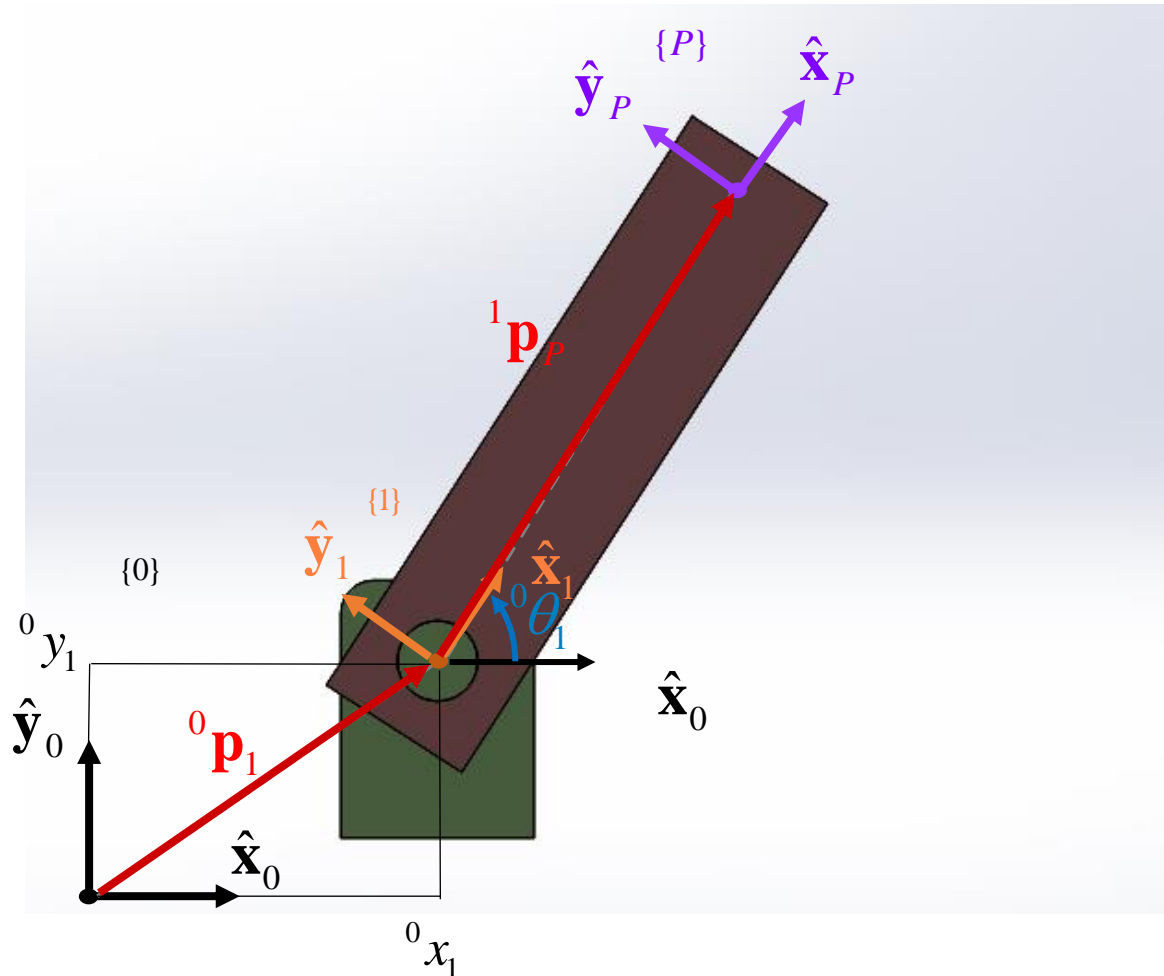


$${}^i\mathbf{T}_j = \begin{pmatrix} \cos({}^i\theta_j) & -\sin({}^i\theta_j) & 0 & {}^ix_j \\ \sin({}^i\theta_j) & \cos({}^i\theta_j) & 0 & {}^iy_j \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^0\mathbf{T}_1 = \begin{pmatrix} \cos({}^0\theta_1) & -\sin({}^0\theta_1) & 0 & {}^0x_1 \\ \sin({}^0\theta_1) & \cos({}^0\theta_1) & 0 & {}^0y_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Modelo cinemático de la posición

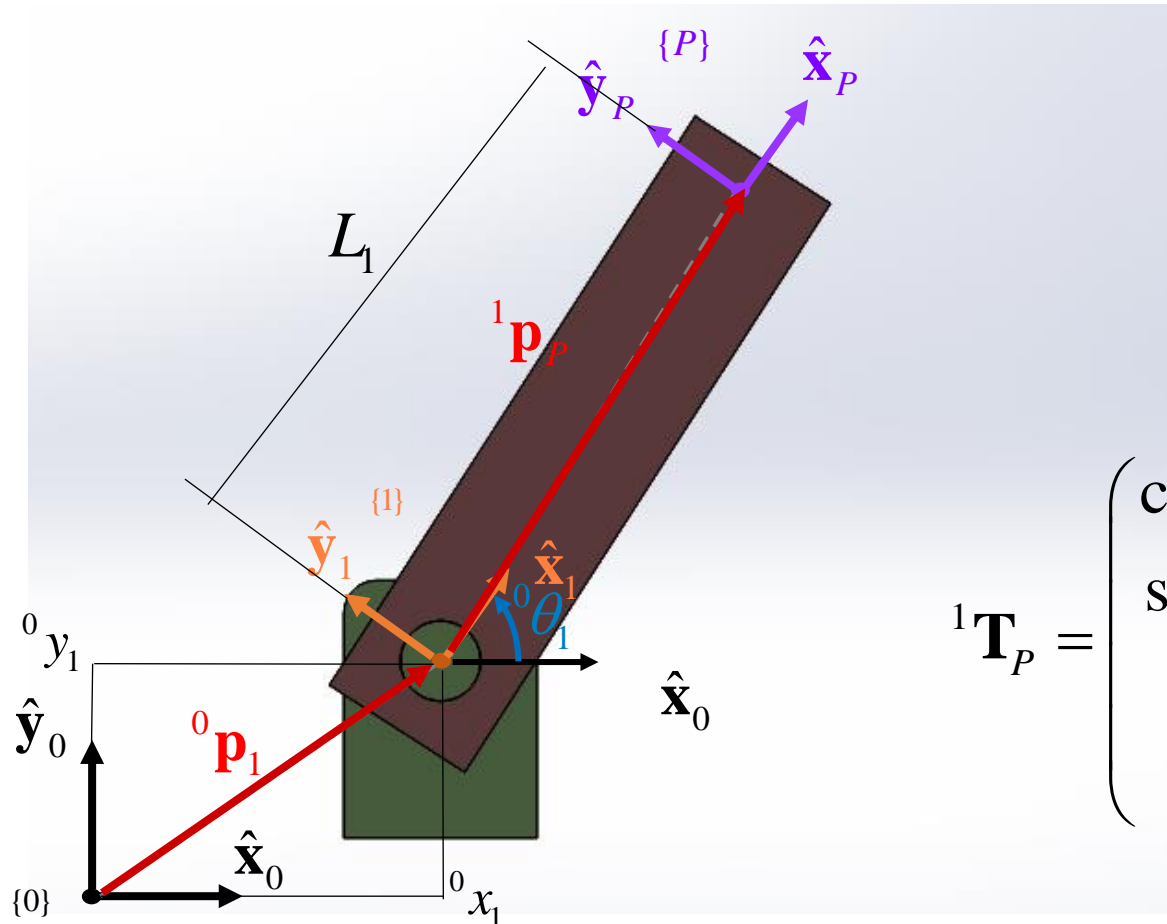
Junta rotacional



$${}^i\mathbf{T}_j = \begin{pmatrix} \cos({}^i\theta_j) & -\sin({}^i\theta_j) & 0 & {}^ix_j \\ \sin({}^i\theta_j) & \cos({}^i\theta_j) & 0 & {}^iy_j \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^0\mathbf{T}_1 = \begin{pmatrix} \cos({}^0\theta_1) & -\sin({}^0\theta_1) & 0 & {}^0x_1 \\ \sin({}^0\theta_1) & \cos({}^0\theta_1) & 0 & {}^0y_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

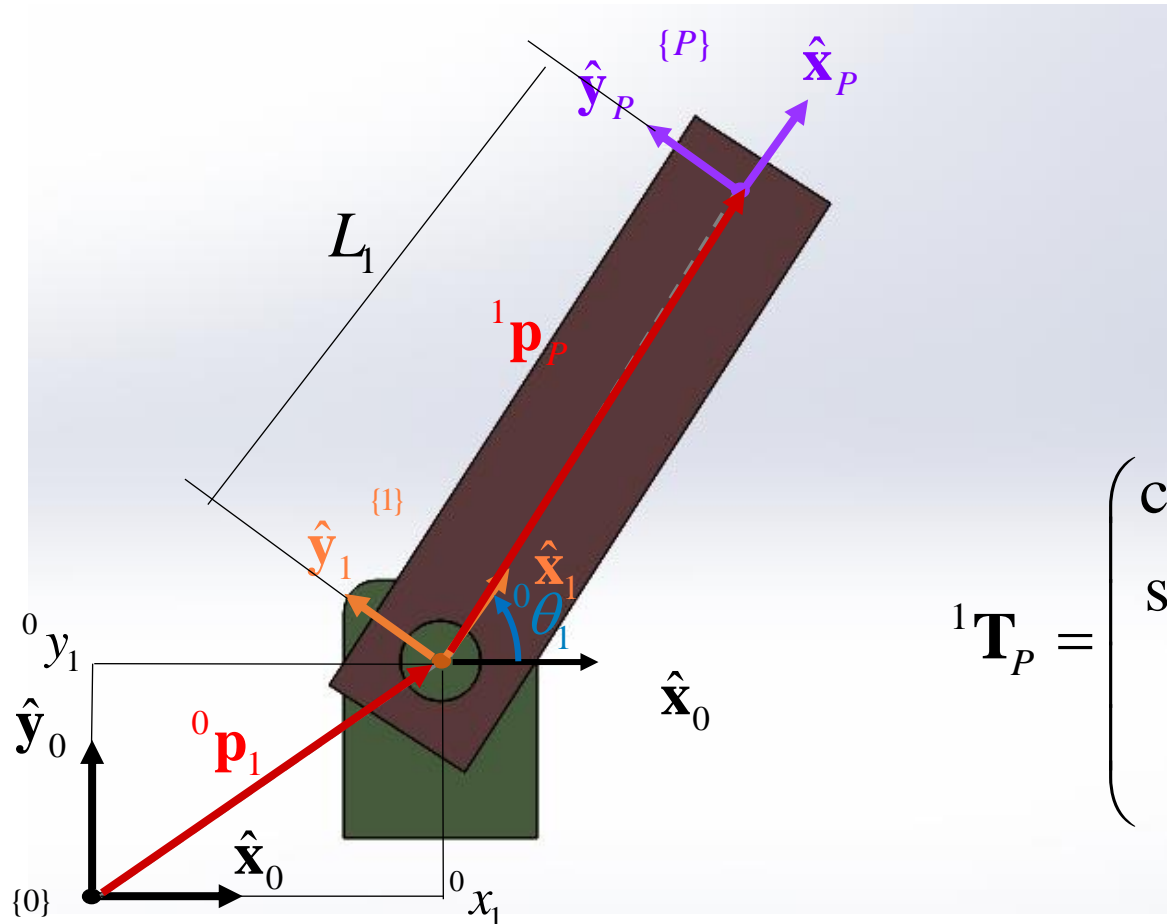
Junta rotacional



$${}^i\mathbf{T}_j = \begin{pmatrix} \cos({}^i\theta_j) & -\sin({}^i\theta_j) & 0 & {}^ix_j \\ \sin({}^i\theta_j) & \cos({}^i\theta_j) & 0 & {}^iy_j \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^1\mathbf{T}_P = \begin{pmatrix} \cos(0) & -\sin(0) & 0 & L_1 \\ \sin(0) & \cos(0_j) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & L_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Junta rotacional

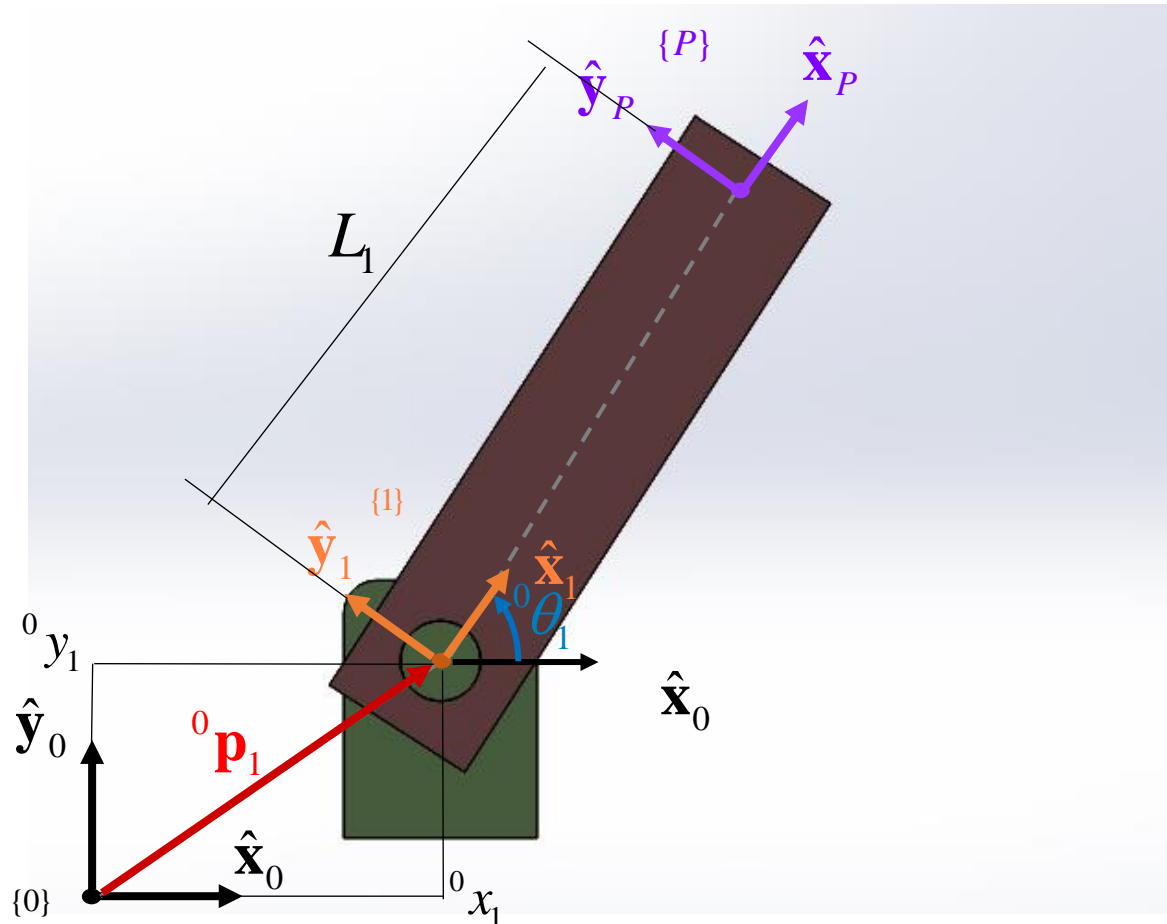


$${}^i\mathbf{T}_j = \begin{pmatrix} \cos({}^i\theta_j) & -\sin({}^i\theta_j) & 0 & {}^ix_j \\ \sin({}^i\theta_j) & \cos({}^i\theta_j) & 0 & {}^iy_j \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^1\mathbf{T}_P = \begin{pmatrix} \cos(0) & -\sin(0) & 0 & L_1 \\ \sin(0) & \cos(0_j) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & L_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Modelo cinemático de la posición

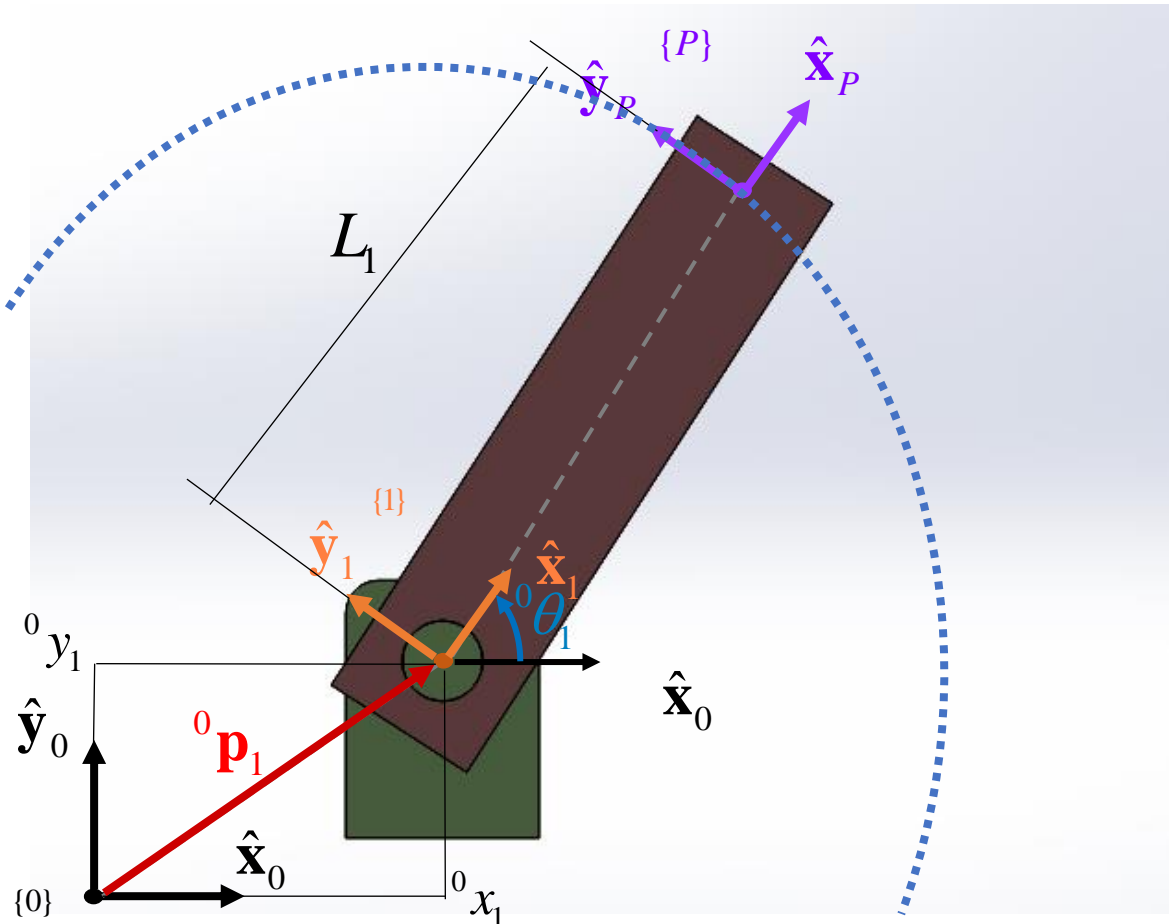
Junta rotacional



$${}^0\mathbf{T}_P = {}^0\mathbf{T}_1 {}^1\mathbf{T}_P =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos({}^0\theta_1) & -\sin({}^0\theta_1) & 0 & {}^0x_1 + L_1 \cos({}^0\theta_1) \\ \sin({}^0\theta_1) & \cos({}^0\theta_1) & 0 & {}^0y_1 + L_1 \sin({}^0\theta_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Junta rotacional



Modelo cinemático de la posición

$${}^0\mathbf{T}_P = {}^0\mathbf{T}_1 {}^1\mathbf{T}_P =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos({}^0\theta_1) & -\sin({}^0\theta_1) & 0 & {}^0x_1 + L_1 \cos({}^0\theta_1) \\ \sin({}^0\theta_1) & \cos({}^0\theta_1) & 0 & {}^0y_1 + L_1 \sin({}^0\theta_1) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^0\mathbf{p}_P = \begin{pmatrix} {}^0x_1 + L_1 \cos({}^0\theta_1) \\ {}^0y_1 + L_1 \sin({}^0\theta_1) \\ 0 \end{pmatrix} \quad {}^0\boldsymbol{\theta}_P = ({}^0\theta_1)$$

Modelo cinemático de la velocidad

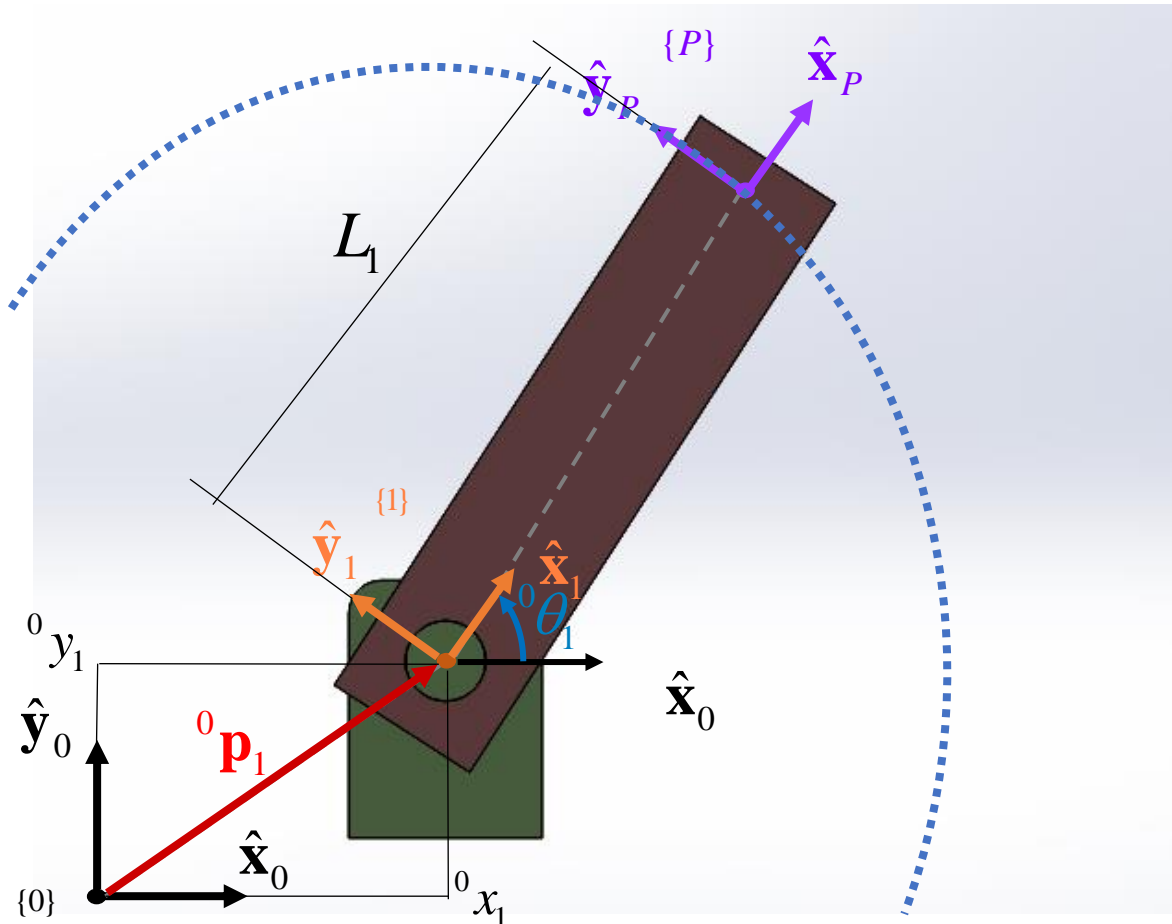
Junta rotacional

Vector de la postura de un eslabón

$${}^0\xi_P = \begin{pmatrix} {}^0\mathbf{p}_P \\ {}^0\boldsymbol{\theta}_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^0x_1 + L_1 \cos({}^0\theta_1) \\ {}^0y_1 + L_1 \sin({}^0\theta_1) \\ {}^0\theta_1 \end{pmatrix}$$

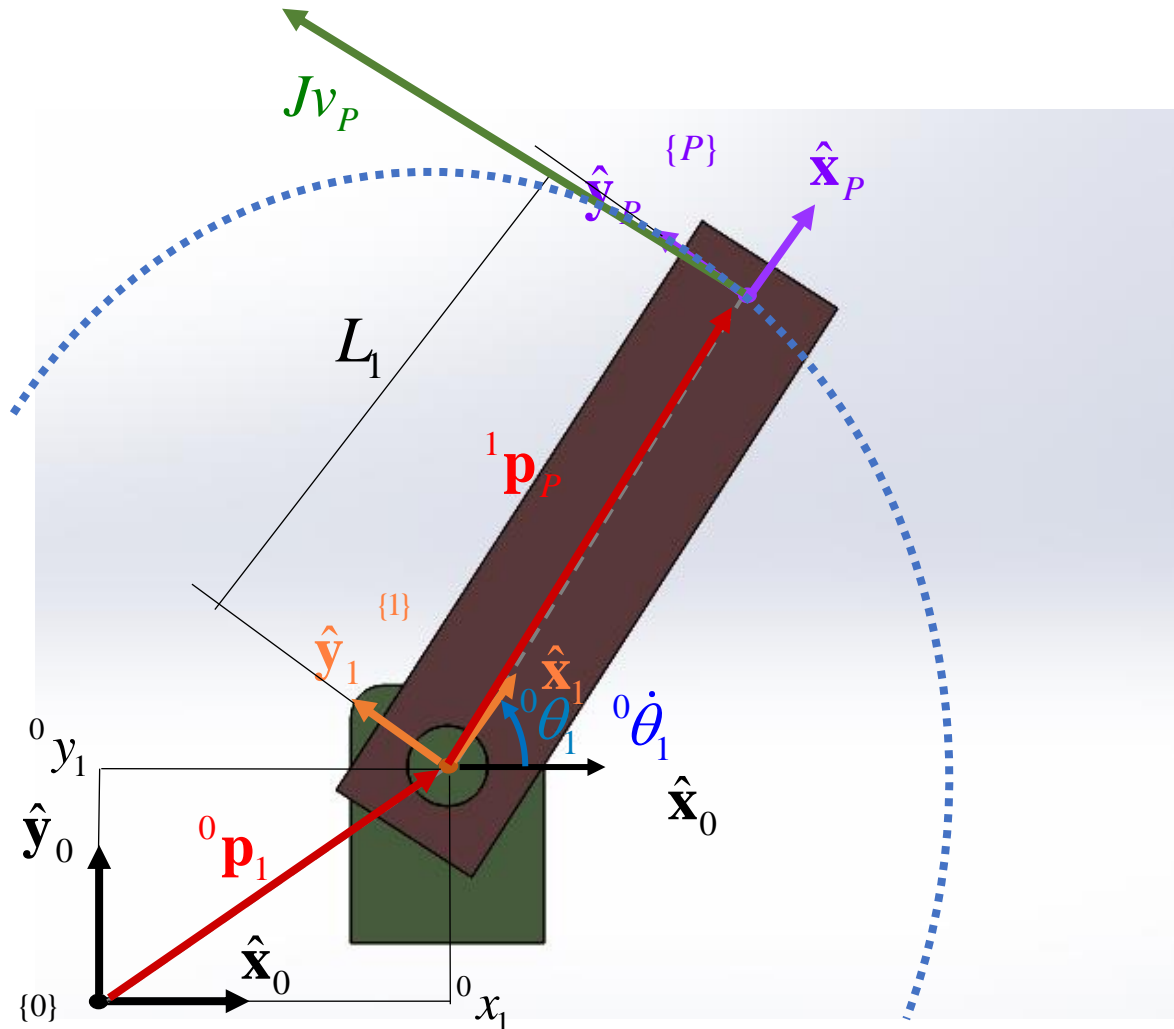
Vector de velocidades del eslabón

$${}^0\dot{\xi}_P = \frac{d}{dt} {}^0\xi_P = \frac{d}{d{}^0\theta_1} {}^0\xi_P {}^0\dot{\theta}_1$$



Junta rotacional

Modelo cinemático de la velocidad



Vector de velocidades del eslabón

$${}^0\dot{\xi}_P = \frac{d}{d{}^0\theta_1} {}^0\xi_P {}^0\dot{\theta}_1 = \begin{bmatrix} -L_1 \sin({}^0\theta_1) \\ L_1 \cos({}^0\theta_1) \\ 1 \end{bmatrix} {}^0\dot{\theta}_1$$

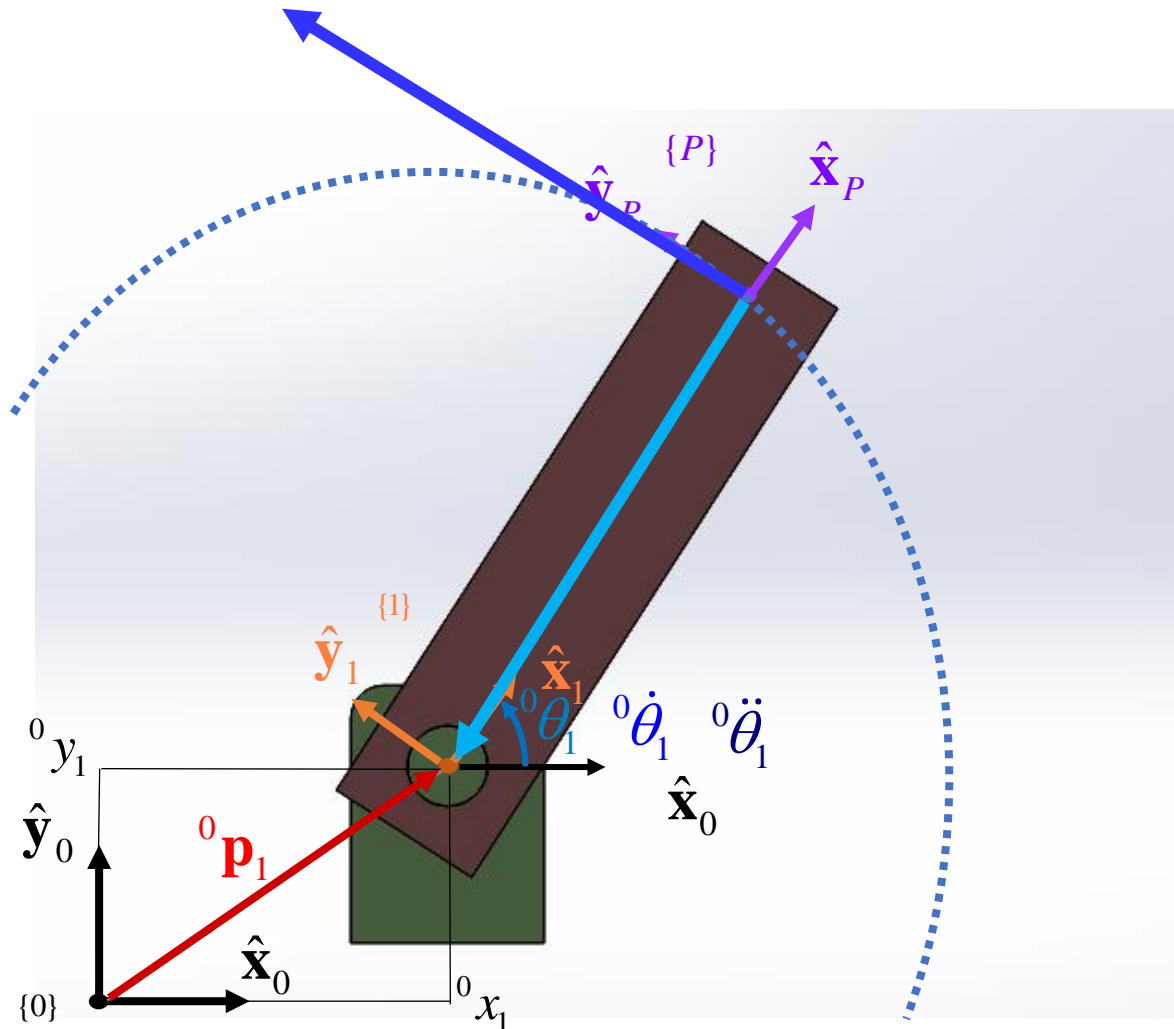
Vector de aceleraciones del eslabón

$$\ddot{\epsilon} = \frac{d}{dt} \dot{\epsilon} = \frac{\partial}{\partial \theta_1} \dot{\epsilon} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_1} \dot{\epsilon} \ddot{\theta}_1$$

$${}^0\ddot{\xi}_P = \frac{\partial}{\partial {}^0\theta_1} {}^0\dot{\xi}_P {}^0\dot{\theta}_1 + \frac{\partial}{\partial {}^0\dot{\theta}_1} {}^0\dot{\xi}_P {}^0\ddot{\theta}_1$$

Junta rotacional

Modelo cinemático de la
aceleración



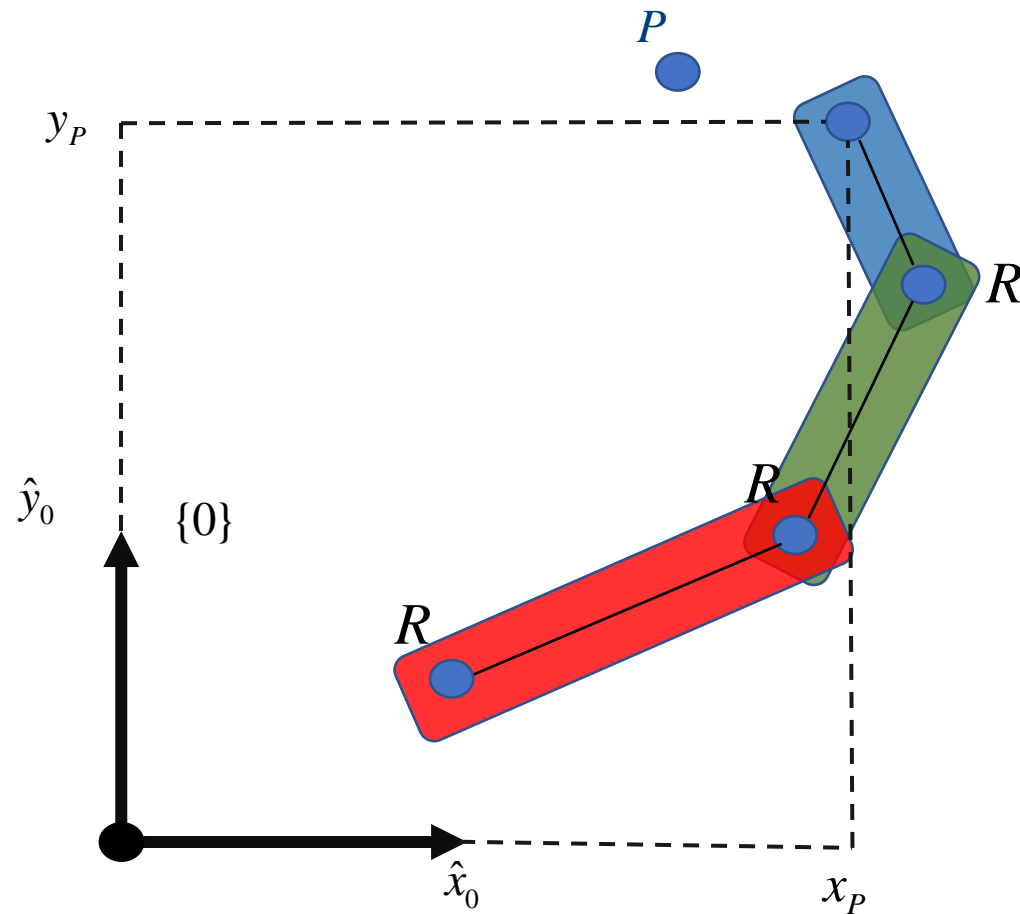
Vector de velocidades del eslabón

$${}^0\ddot{\xi}_P = \frac{\partial}{\partial {}^0\theta_1} {}^0\dot{\xi}_P {}^0\dot{\theta}_1 + \frac{\partial}{\partial {}^0\dot{\theta}_1} {}^0\dot{\xi}_P {}^0\ddot{\theta}_1$$

$$= \begin{pmatrix} -L_1 \cos({}^0\theta_1) \\ -L_1 \sin({}^0\theta_1) \\ 0 \end{pmatrix} {}^0\dot{\theta}_1^2 + \begin{pmatrix} -L_1 \sin({}^0\theta_1) \\ L_1 \cos({}^0\theta_1) \\ 1 \end{pmatrix} {}^0\ddot{\theta}_1$$



Modelo cinemático de la postura



Modelo cinemático de la postura

