

Unicamp
[Matéria]
[Professor]

TÍTULO

Subtítulo

Erik Yuji Goto

Campinas
2020

Sumário

1	Conceitos Iniciais	2
1.1	Velocidade Instantânea	2
1.2	Aceleração Instantânea	2
1.3	Velocidade Angular	2
1.4	Aceleração Angular	2
2	Movimento Retilíneo da Partícula	2
3	Movimento Curvilíneo da Partícula	3
3.1	Coordenadas Cartesianas	3
3.2	Coordenadas Normal-Tangencial	3
3.3	Coordenadas Polares	3
4	Movimento Circular	4
5	Movimento Curvilíneo Espacial da Partícula	4
5.1	Coordenadas Cartesianas	4
5.2	Coordenadas Cilíndricas	5
5.3	Coordenadas Esféricas	6
6	Transformações de Coordenadas	6
7	Movimento Relativo	7
7.1	Plano - Eixos de Referência em Translação	7
7.2	Plano - Eixos de Referência em Rotação	7
7.3	Plano - Eixos de Referência em Movimento Geral	8

1 Conceitos Iniciais

1.1 Velocidade Instantânea

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} \left[\frac{m}{s} \right]$$

1.2 Aceleração Instantânea

$$\vec{a}(t)_m = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

1.3 Velocidade Angular

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \left[\frac{rad}{s} \right]$$

$$\vec{\omega} = \hat{\theta} \hat{k}$$

1.4 Aceleração Angular

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \left[\frac{rad}{s^2} \right]$$

$$\vec{\alpha} = \hat{\omega} \hat{k}$$

2 Movimento Retilíneo da Partícula

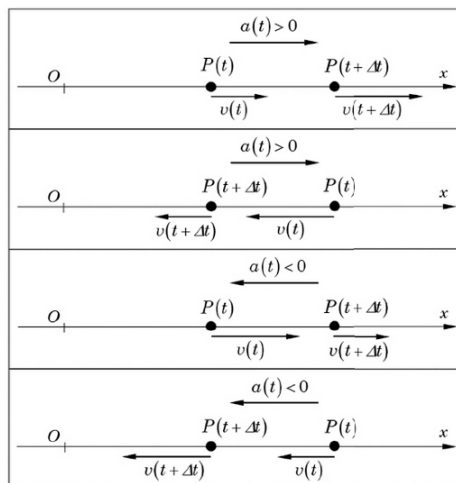


Figura 1: Movimentos retilíneos

1. $v(t) = v_0 + at$
2. $x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$
3. $v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0)$ - Torricelli
4. $x(t) = x_0 + vt$

3 Moviento Curvilíneo da Partícula

3.1 Coordenadas Cartesianas

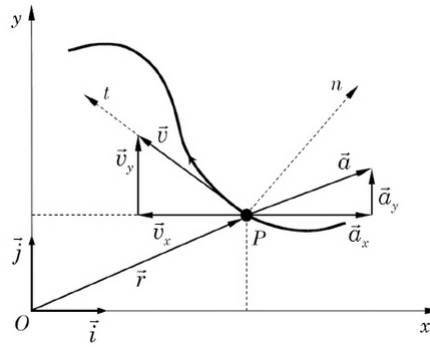


Figura 2: Cartesianas

1. $\vec{v}(t) = \dot{x}(t)\vec{i} + \dot{y}(t)\vec{j}$
2. $\vec{a}(t) = \ddot{x}(t)\vec{i} + \ddot{y}(t)\vec{j}$

3.2 Coordenadas Normal-Tangencial

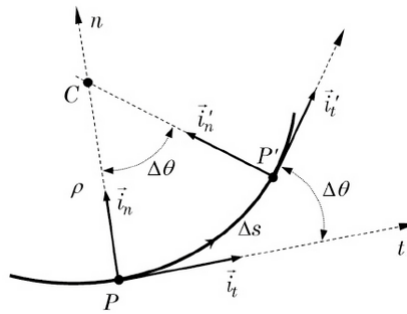


Figura 3: Normal-tangencial

1. $\vec{v}(t) = v(t)\hat{i}_t$
2. $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}\hat{i}_t + \frac{v^2}{\rho}\hat{i}_n$

3.3 Coordenadas Polares

1. $\vec{v}(t) = \dot{r}\vec{i}_r + r\dot{\theta}\vec{i}_\theta$
2. $\vec{a}(t) = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{i}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{i}_\theta$

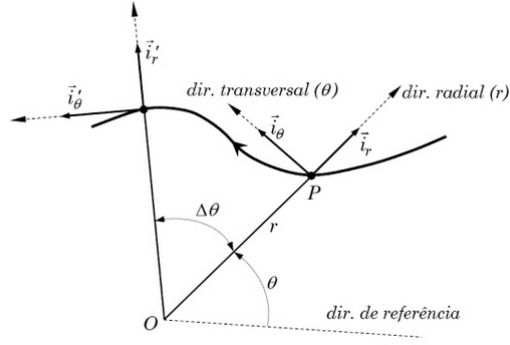


Figura 4: Polares

4 Movimento Circular

$$\vec{v} = (r\omega)\vec{i}_\theta$$

$$\vec{a} = (-r\omega^2)\vec{i}_r + (r\alpha)\vec{i}_\theta$$

ou

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} - \omega^2 \vec{r}$$

5 Movimento Curvilíneo Espacial da Partícula

5.1 Coordenadas Cartesianas

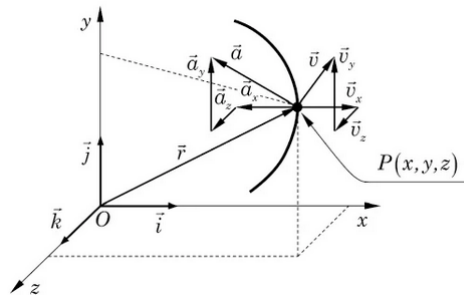


Figura 5: Cartesianas

Vetor posição

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \quad [\text{m}];$$

$$\|\vec{r}(t)\| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t) + z^2(t)} \quad [\text{m}];$$

Vetor velocidade

$$\vec{v}(t) = \dot{x}(t)\vec{i} + \dot{y}(t)\vec{j} + \dot{z}(t)\vec{k} \quad [\text{m/s}];$$

$$\|\vec{v}(t)\| = \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t) + \dot{z}^2(t)} \quad [\text{m/s}];$$

Vetor aceleração

$$\vec{a}(t) = \ddot{x}(t)\vec{i} + \ddot{y}(t)\vec{j} + \ddot{z}(t)\vec{k} \quad [\text{m/s}^2];$$

$$\|\vec{a}(t)\| = \sqrt{\ddot{x}^2(t) + \ddot{y}^2(t) + \ddot{z}^2(t)} \quad [\text{m/s}^2].$$

Figura 6: Cartesianas

5.2 Coordenadas Cilíndricas

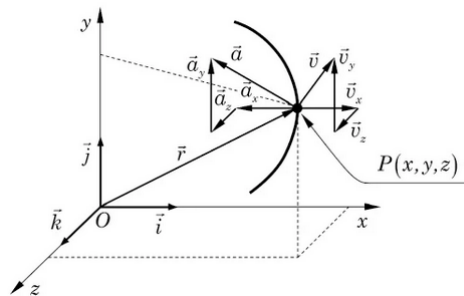


Figura 7: Cilíndricas

1. $\vec{v} = \dot{r}\vec{i}_r + r\dot{\theta}\vec{i}_\theta + \dot{z}\vec{k}$
2. $\vec{a} = (\ddot{r} - \dot{r}\dot{\theta}^2)\vec{i}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{i}_\theta + \ddot{z}\vec{k}$

5.3 Coordenadas Esféricas

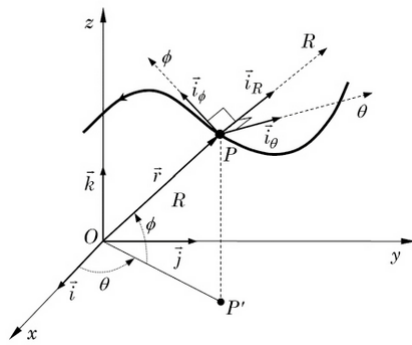


Figura 8: Esféricas

1. $\vec{v} = \dot{R}\vec{i}_R + R\dot{\theta}\cos\phi\vec{i}_\theta + R\dot{\phi}\vec{i}_\phi$
- 2.

$$\vec{a} = a_R\vec{i}_R + a_\theta\vec{i}_\theta + a_\phi\vec{i}_\phi;$$

$$a_R = \ddot{R} - R\dot{\phi}^2 - R\dot{\theta}^2\cos^2\phi;$$

$$a_\theta = R\ddot{\theta}\cos\phi + 2\dot{R}\dot{\theta}\cos\phi - 2R\dot{\theta}\dot{\phi}\sin\phi;$$

$$a_\phi = R\ddot{\phi} + 2\dot{R}\dot{\phi} + R\dot{\theta}^2\sin\phi\cos\phi;$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_R^2 + a_\theta^2 + a_\phi^2}.$$

6 Transformações de Coordenadas

7 Movimento Relativo

7.1 Plano - Eixos de Referência em Translação

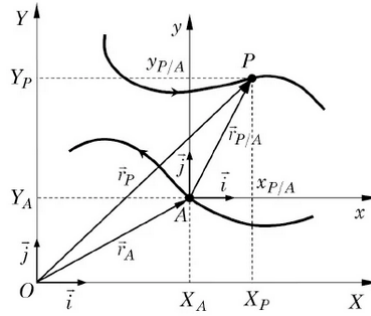


Figura 9: Cilíndricas

1. $\vec{r}_p = \vec{r}_A + \vec{r}_{P/A}$
2. $\vec{v}_p = \vec{v}_A + \vec{v}_{P/A}$
3. $\vec{a}_p = \vec{a}_A + \vec{a}_{P/A}$

7.2 Plano - Eixos de Referência em Rotação

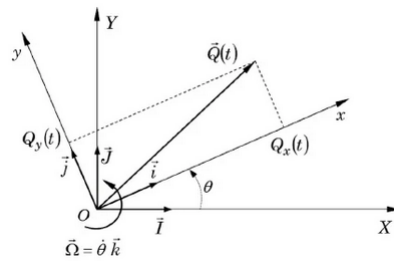


Figura 10: Cilíndricas

1. $\vec{v}_p|_{OXY} = \vec{r}_P|_{Oxy} + \vec{\Omega} \times \vec{r}_P$
2. $\vec{a}_p|_{OXY} = \vec{\ddot{r}}_P|_{Oxy} + \vec{\Omega} \times \vec{r}_p - \vec{\Omega}^2 \vec{r}_P + 2\vec{\Omega} \times \vec{r}_P|_{Oxy}$

7.3 Plano - Eixos de Referência em Movimento Geral

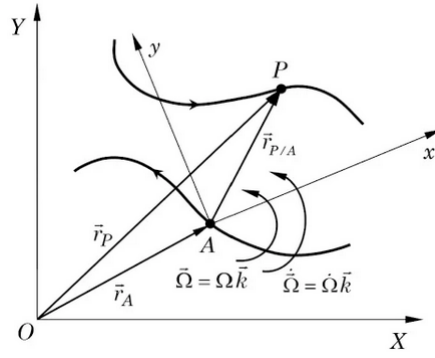


Figura 11: Cilíndricas

1. $\vec{v}_P|_{OXY} = \vec{r}_A|_{OXY} + \vec{r}_{P/A}|_{Axy} + \vec{\Omega} \times \vec{r}_{P/A}$
2. $\vec{a}_P|_{OXY} = \ddot{\vec{r}}_A|_{OXY} + \ddot{\vec{r}}_{P/A}|_{Axy} + \ddot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}_{P/A} - \vec{\Omega}^2 \vec{r}_{P/A} + 2\vec{\Omega} \times \dot{\vec{r}}_{P/A}|_{Axy}$

$$2 + 5 \times 6 \tag{1}$$

aasd