Reposta de um sistema de segunda ordem ao degrau

Erik Yuji Goto

RA: 234009

1 Modelagem no Simulink

1.1 Diagrama de Blocos no Simulink

Para iniciar nossa resolução vamos reorganizar a equação diferencial($m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$) e substituir com os valores do enunciado:

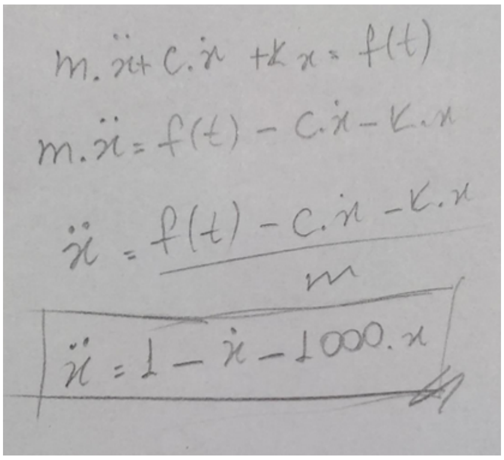

Figura 1: Equação Diferencial

Portanto,

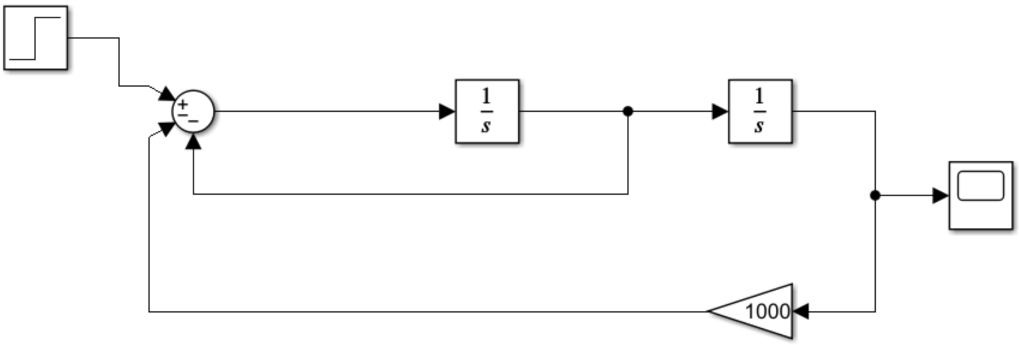

Figura 2: Diagrama de Blocos

$$\ddot{x} = 1 - \dot{x} - 1000x \tag{1}$$

Com a função *Scope* conseguimos visualizar a solução:

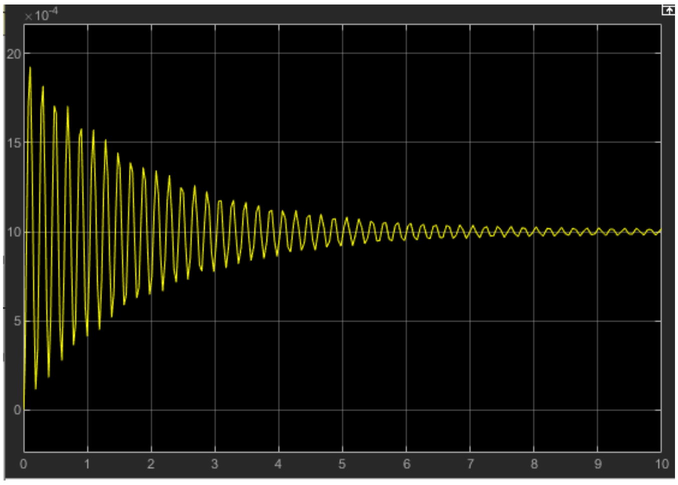

Figura 3: Scope - diagrama de blocos

1.2 Função Transferência

Outra forma de resolver a equação no Matlab é pela função transferência. Para começar vamos calcular a função de transferência:

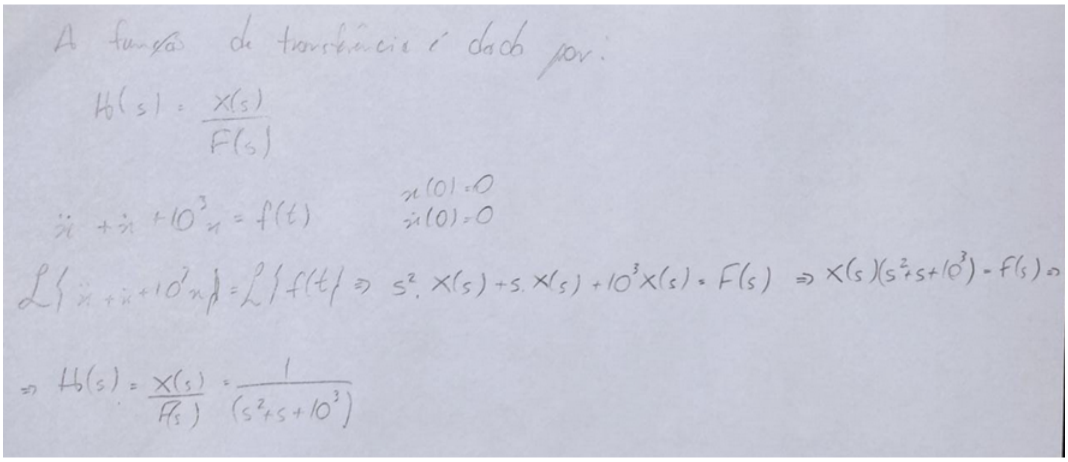

Figura 4: Cálculo da Função Transferência

Ou seja,

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + s + 10^3} \tag{2}$$

Para usar a função transferência no simulink usamos o bloco *Transfer Fcn*

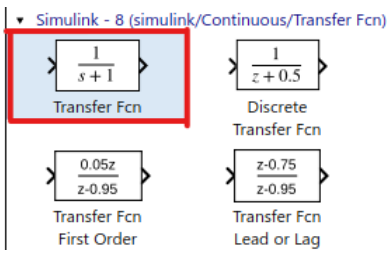

Figura 5: Funcção Transferencia no Simulink

E a simulação completa fica da seguinte forma:
Note que, a saída do scope retornou exatamente o mesmo gráfico ao usar o diagram de blocos e o bloco transferência.

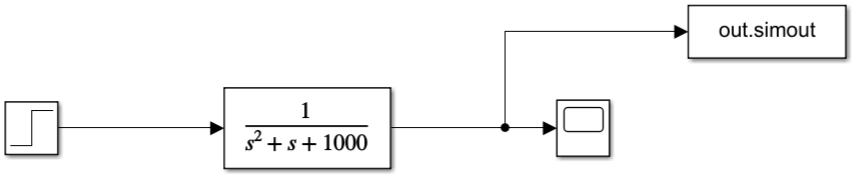

Figura 6: Simulação no Simulink

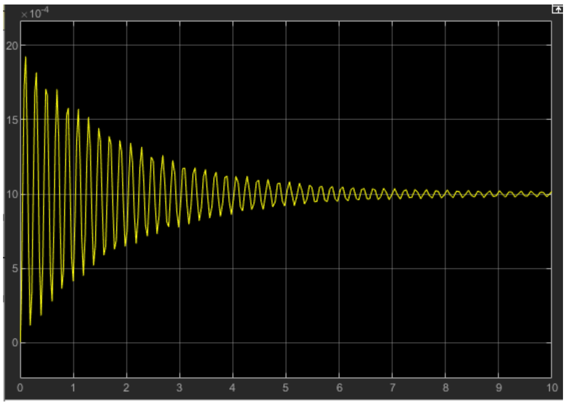

Figura 7: Scope - função transferência

2 Solução Analítica - Transformada de Laplace

Outra maneira de resolver a equação diferencial é por meio da *Transformada de Laplace*:

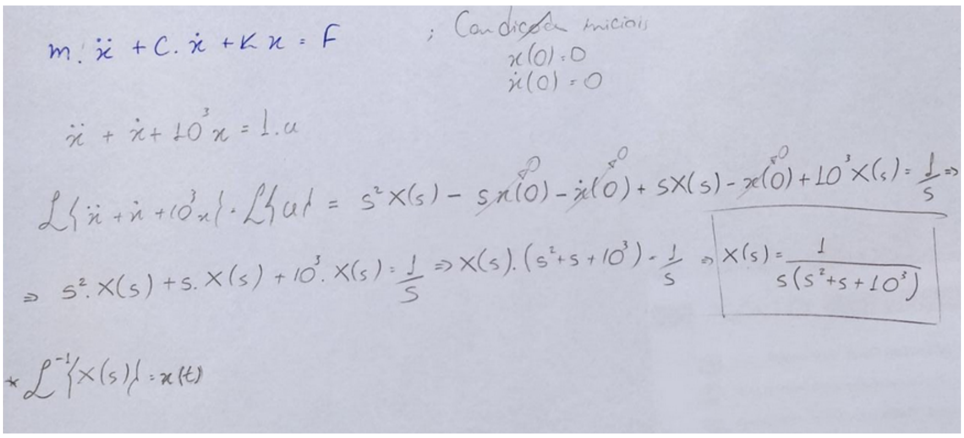

Figura 8: Solução por Laplace

Onde chegamos a:

$$X(s) = \frac{1}{s(s^2 + s + 10^3)} \tag{3}$$

Calculamos a anti-transformada (2) com o auxílio do *MatLab*:

```
>> syms s
>> F = 1/(s*(s^2 + s + 10^3));
>> G = ilaplace(F)

G =

1/1000 - (exp(-t/2)*(cos((3999^(1/2)*t)/2) + (3999^(1/2)*sin((3999^(1/2)*t)/2))/3999))/1000
```

Figura 9: Anti-transformada

Portanto,

$$G = x(t) = \frac{1}{1000} - (e^{-t/2}(cos(\frac{(3999^{1/2}t)}{2}) + 3999^{1/2}\frac{sen(\frac{3999^{1/2}t}{2})}{3999}))/1000 \qquad (4)$$

Agora que temos $x(t)$ conseguimos plotar o gráfico da solução analítica:

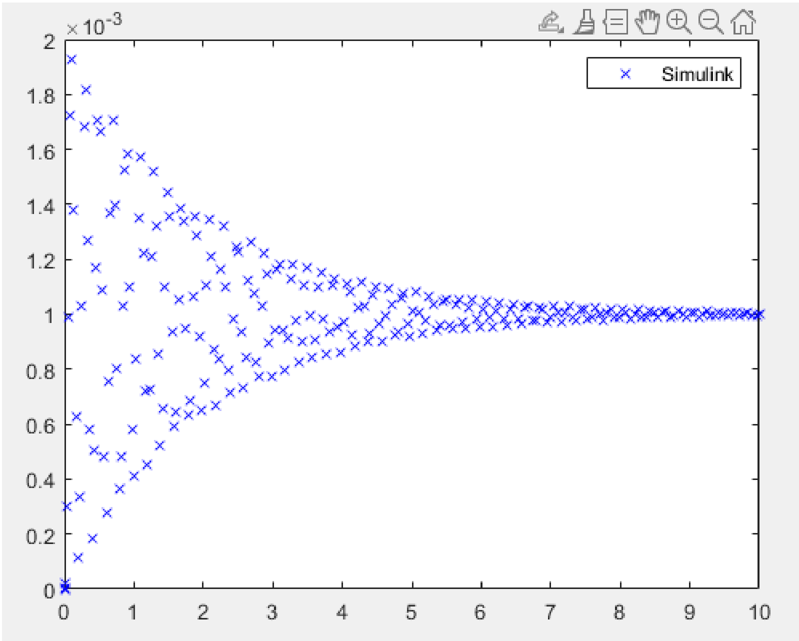

Figura 10: Gráfico da solução analítica

3 Análise dos Resultados

Para comparar as duas soluções vamos plotar em um único gráfico:

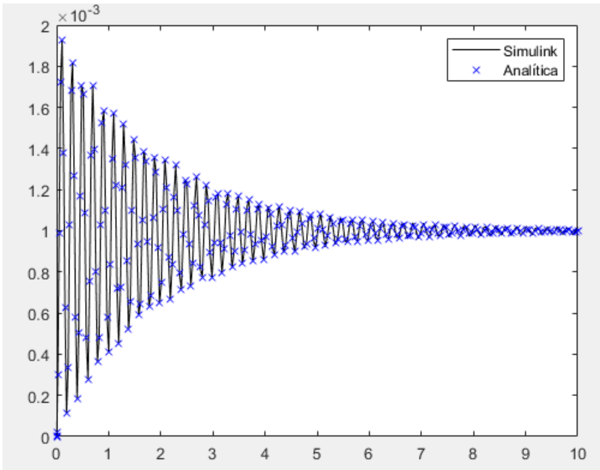

Figura 11: Comparação entre as duas soluções

```
clc
t = out.tout;



syms s
F = 1/(s*(s^2 + s + 10^3));
G = ilaplace(F)

%Resultado de G = x_t
x_t = 1/1000 - (exp(-t/2).*(cos((3999^(1/2).*t)/2) + (3999^(1/2).*sin((3999^(1/2).*t)/2))/3999))/1000;

plot(t, out.simout, "k-", t, x_t, "bx")
legend("Simulink", "Analítica")
```

Figura 12: Código no Matlab