Unicamp

Marco Lucio Bittencourt - Turma B
Heitor Nigro Lopes - PED

Dinâmica Trabalho 2

Matrizes de Rotação e Range Kutta

Erik Yuji Goto
RA: 234009

Campinas

2021

Sumário

1 Observação **2**

2 Fasores **3**

3 Impedância e Admitância **3**
3.1 Associação de Impedâncias 3
3.1.1 Série 3
3.1.2 Paralelo 3

4 Potência em excitações senoidais **3**
4.1 Potência Média 3
4.2 Valores Eficazes 4
4.3 Fator de Potência 4
4.3.1 Correção do fator de Potência 4
4.4 Potência Complexa 5
4.5 Correção de f_p em termos de potência 5

5 Sistemas Trifásicos **5**

6 Conexão em Y-Y **7**

7 Conexão em Delta **7**

8 Transformação Y - Δ **9**
8.1 Transformação de Y para Δ 9
8.2 Transformação de Δ para Y 9

1 Observação

Não está englobado o material da P1

2 Fasores

- Resistor:

$$\underline{V_R} = R\underline{I_R} \tag{1}$$

- Indutor:

$$\underline{V_L} = j\omega L\underline{I_L} \tag{2}$$

- Capacitor:

$$\underline{V_C} = \frac{1}{j\omega C}\underline{I_C} \tag{3}$$

3 Impedância e Admitância

Define-se a impedância(Z) como a relação da tensão fasorial pela corrente fasorial:

$$Z = \frac{V_m}{I_m}\angle(\theta - \phi) = R + jX \tag{4}$$

R é a componente resistivam e X é a componente reativa.
A a admitância Y é o inverso da impedância.

Casos Particulares:

– X=0 → Z = R → " Circuito puramente Resistivo".

– R=0 → Z = jLω → " Circuito Indutivo" (X>0).

– R=0 → Z = 1/(jCω)= - j/(Cω) → "Circuito Capacitivo" (X<0).

Figura 1: Casos Particulares

3.1 Associação de Impedâncias

3.1.1 Série

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + ... + Z_k \tag{5}$$

3.1.2 Paralelo

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + ... + \frac{1}{Z_k} \tag{6}$$

4 Potência em excitações senoidais

4.1 Potência Média

$$\bar{p} = \frac{V_m I_m}{2} cos\theta \tag{7}$$

4.2 Valores Eficazes

O valor eficaz de uma corrente(tensão) periódica é equivalente a uma corrente(tensão) contínua que entrega a mesma potência média para um resistor:

$$I_{ef} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \tag{8}$$

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \tag{9}$$

Portanto, a potência média fica:

$$\bar{p} = I_{ef}V_{ef}cos\theta \tag{10}$$

Onde o produto $I_{ef} * V_{ef}$ é definido como a potência aparente.

4.3 Fator de Potência

O fator de potência (f_p) é definido como a relação entre a potência média e a potência aparente:

$$f_p = cos\theta \tag{11}$$

- Carga RC - fator de potência adiantado;
- Carga RL - fator de potência atrasado;

Na prática é comum acrescentar um elemento puramente reativo (resistência nula) em paralelo com a impedância original, de modo a alterar o fator de potência ao nível desejado.

4.3.1 Correção do fator de Potência

Seja um sistema elétrico representado por uma impedância $Z = R + jX$. Suponha que em paralelo a esta impedância é acrescentado o elemento $Z1 = jX1$. Então, podemos calcular o valor da impedância em paralelo:

$$X_1 = \frac{R^2 + X^2}{R.tg(cos^{-1}f_p) - X} \tag{12}$$

4.4 Potência Complexa

A potência complexa é definida por:

$$S = \underline{V}_{ef} \underline{I}_{ef}^* = P + jQ \tag{13}$$

$\underline{I}_{ef}^*$ é o conjugado da corrente eficaz.
P é a potência ativa e Q a potência reativa.

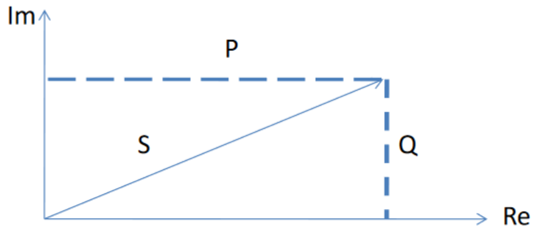

Figura 2: Potência Complexa

O módulo da potência complexa é dado por:

$$|S| = V_{ef} I_{ef} \tag{14}$$

Que é igual à potência aparente. Então, a potência reativa Q é dada por:

$$Q = Im(S) = V_{ef} I_{ef} sin\theta \tag{15}$$

Lembre que, a carga atendida é dada por:

$$Z = R + jX \tag{16}$$

4.5 Correção de f_p em termos de potência

Uma potência complexa S é fornecido à carga Z. A potência fornecida pode ser decomposta em:

$$S = P + jQ \tag{17}$$

Acrescenta-se uma carga de reatância pura Z1 em paralelo com Z. Com isso a potência complexa total fornecida ao circuito será:

$$S_T = P + j(Q + Q_1) \tag{18}$$

5 Sistemas Trifásicos

Os sistemas trifásicos são constituídos de três sistemas monofásicos defasadas de 120. Usualmente as fases são nomeadas em a,b e c:

$$v_a = V_p cos(\omega t) \tag{19}$$

$$v_b = V_p cos(\omega t - 120) \tag{20}$$

$$v_c = V_p cos(\omega t + 120) \tag{21}$$

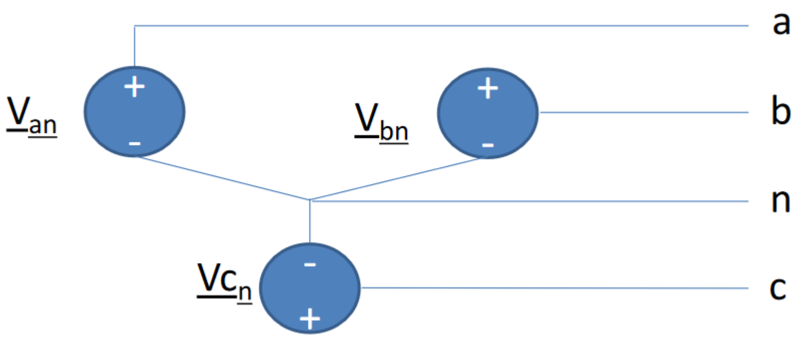

Figura 3: Sistema Trifásico

Tensão de Fase é a tenão nos terminais das fontes trifásicas.

$$\underline{V_{an}} = V_p\angle 0 \tag{22}$$

$$\underline{V_{bn}} = V_p\angle -120 \tag{23}$$

$$\underline{V_{cn}} = V_p\angle 120 \tag{24}$$

Tensão entre fases é dado pela diferença de tensões de fase.

$$\underline{V_{ab}} = \sqrt{3}V_p\angle 30 \tag{25}$$

É importante destacar que no caso da tensão fasorial $\underline{V_{ab}}$ a fase "a" é a referência. Com isso a fase do fasor da tensão entre as fases "a" e "b" é de 30º em relação à fase a.

De forma similar temos:

$$\underline{V_{bc}} = \sqrt{3}V_p\angle -90 \tag{26}$$

$$\underline{V_{ca}} = \sqrt{3}V_p\angle 150 \tag{27}$$

Convenção:

- Os dados e variáveis relativos às conexões entre fontes e cargas são de linhas. Por exemplo, a corrente na conexão entre uma fonte e uma carga é dita corrente de linha;

- Os dados e variáveis relativos às fontes e cargas são de fase. Por exemplo, a tensão em uma carga é denominada tensão de fase.

6 Conexão em Y-Y

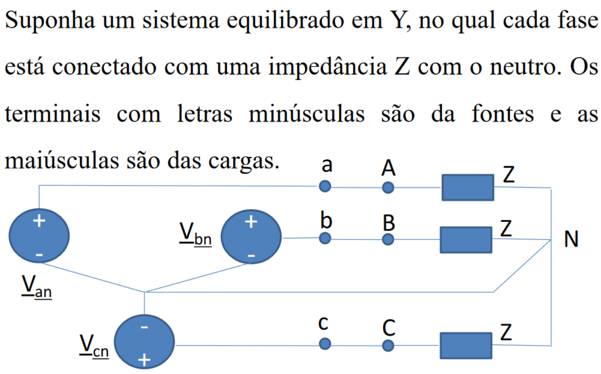

Figura 4: Conexão em Y-Y

Neste caso a impedância Z da fase A está conectada entre a saída da fonte a e o neutro. Então, a corrente sobre esta impedância é dada por:

$$\underline{I_{aA}} = \frac{V_{an}}{Z} = I_{aA}\angle - \theta \tag{28}$$

As correntes das outras cargas tem a mesma amplitude e com as fases defasadas de -120 e +120.

$$\underline{I_{bB}} = I_{aA}\angle(-120 - \theta) \tag{29}$$

$$\underline{I_{cC}} = I_{aA}\angle(120 - \theta) \tag{30}$$

Note que, numa conexão Y-Y equilibrada a quatro fios, a soma das três correntes de linha é nula. Portanto, a corrente pelo neutro é nula.

A potência média entregur pela fase p é:

$$P_p = V_p I_p cos\theta \tag{31}$$

Então a potência total entregue pelas 3 fases é:

$$P = 3P \tag{32}$$

7 Conexão em Delta

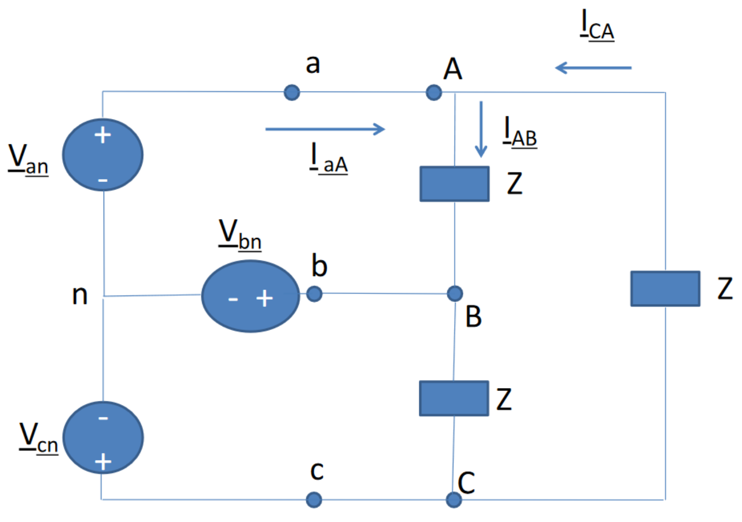

Figura 5: Conexão em Delta

Nesta configuração as impedâncias estão conectadas entre duas fases e não com o neutro.

Já foi visto que as tensões entre fases são dadas por:

$$\underline{V_{AB}} = V_L \angle 30 \tag{33}$$

$$\underline{V_{BC}} = V_L \angle -90 \tag{34}$$

$$\underline{V_{CA}} = V_L \angle 150 \tag{35}$$

Onde,
$V_L = \sqrt{3} V_p$

As correntes de fase são dadas por:

$$\underline{I_{AB}} = \frac{V_L \angle 30}{|Z| \angle \theta} = I_Z \angle (30 - \theta) \tag{36}$$

$$\underline{I_{BC}} = \frac{V_L \angle -90}{|Z| \angle \theta} = I_Z \angle (-90 - \theta) \tag{37}$$

$$\underline{I_{CA}} = \frac{V_L \angle 150}{|Z| \angle \theta} = I_Z \angle (150 - \theta) \tag{38}$$

Por sua vez, a amplitude da corrente de linha é igual à corrente de fase multiplicada por $\sqrt{3}$. E a fase da corrente de linha é igual à fase da corrente na carga subtraída de 30º.

$$\underline{I_{aA}} = \sqrt{3} I_Z \angle -\theta \tag{39}$$

$$\underline{I_{bB}} = \sqrt{3} I_Z \angle (-120 - \theta) \tag{40}$$

$$\underline{I_{cC}} = \sqrt{3} I_Z \angle (120 - \theta) \tag{41}$$

8 Transformação Y - Δ

É possível transformar uma conexão de cargas equilibradas em Y em uma configuração equivalente em Δ, ou vice-versa

8.1 Transformação de Y para Δ

$$Y_{ab} = \frac{Y_a\, Y_b}{Y_a + Y_b + Y_c}$$

$$Y_{bc} = \frac{Y_b\, Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}$$

$$Y_{ca} = \frac{Y_c\, Y_a}{Y_a + Y_b + Y_c}$$

Figura 6: Transformação de Y para Δ

8.2 Transformação de Δ para Y

$$Z_a = \frac{Z_{ab}\, Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

$$Z_b = \frac{Z_{bc}\, Z_{ab}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

$$Z_c = \frac{Z_{ca}\, Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

Figura 7: Transformação de Δ para Y