

Resposta de sistema de 2a ordem a uma onda dente de serra

Erik Yuji Goto

RA: 234009

1 Sistema Mecânico M-K-C

”Pede-se calcular a reposta em regime permanente de um sistema mecânico de segunda ordem M-K-C usando serie de Fourier e FRF.”

Portanto, temos:

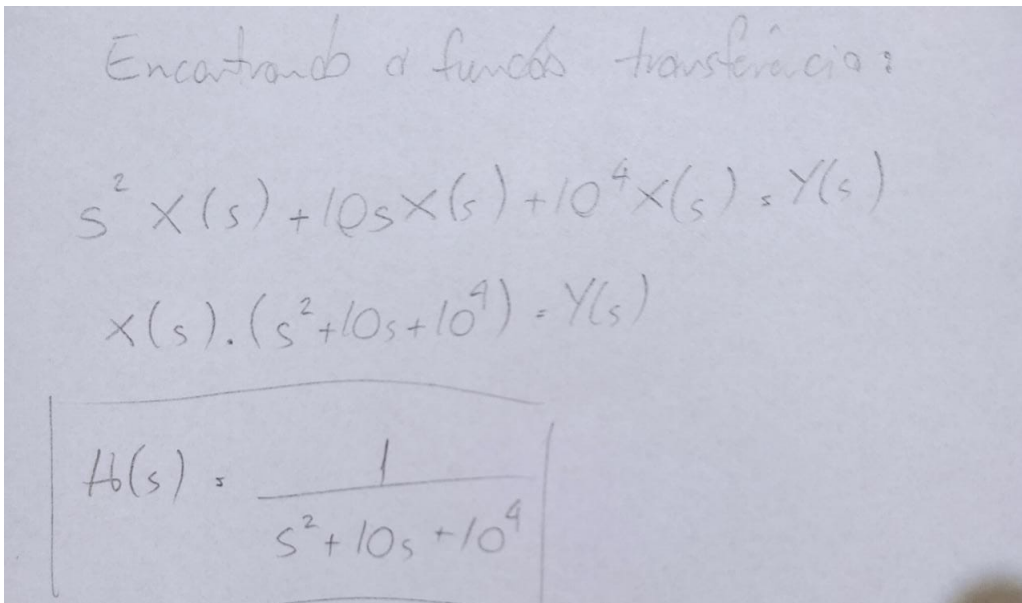
$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + Kx = f(t) \quad (1)$$

Para os valores de M, K e C dados:

$$\ddot{x} + 10\dot{x} + 10^4 x = f(t) \quad (2)$$

2 Função resposta em frequência

Para encontrar a função resposta em frequência FRF precisamos antes calcular a função transferência:



The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper. At the top, it says 'Encontrando a função transferência:'. Below that, the equation $s^2 X(s) + 10sX(s) + 10^4 X(s) = Y(s)$ is written. This is followed by $X(s) \cdot (s^2 + 10s + 10^4) = Y(s)$. Finally, the transfer function is boxed as $H(s) = \frac{1}{s^2 + 10s + 10^4}$.

Figura 1: Função Transferência

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 10s + 10^4} \quad (3)$$

Com a função transferência podemos encontrar facilmente a FRF:

$$H(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2 + 10j\omega + 10^4} = \frac{1}{-\omega^2 + 10j\omega + 10^4} \quad (4)$$

3 Série de Fourier da Entrada

A entrada é um dente de serra com $A = 100$ e $T = 0.1$. Aplicando a série de Fourier temos:

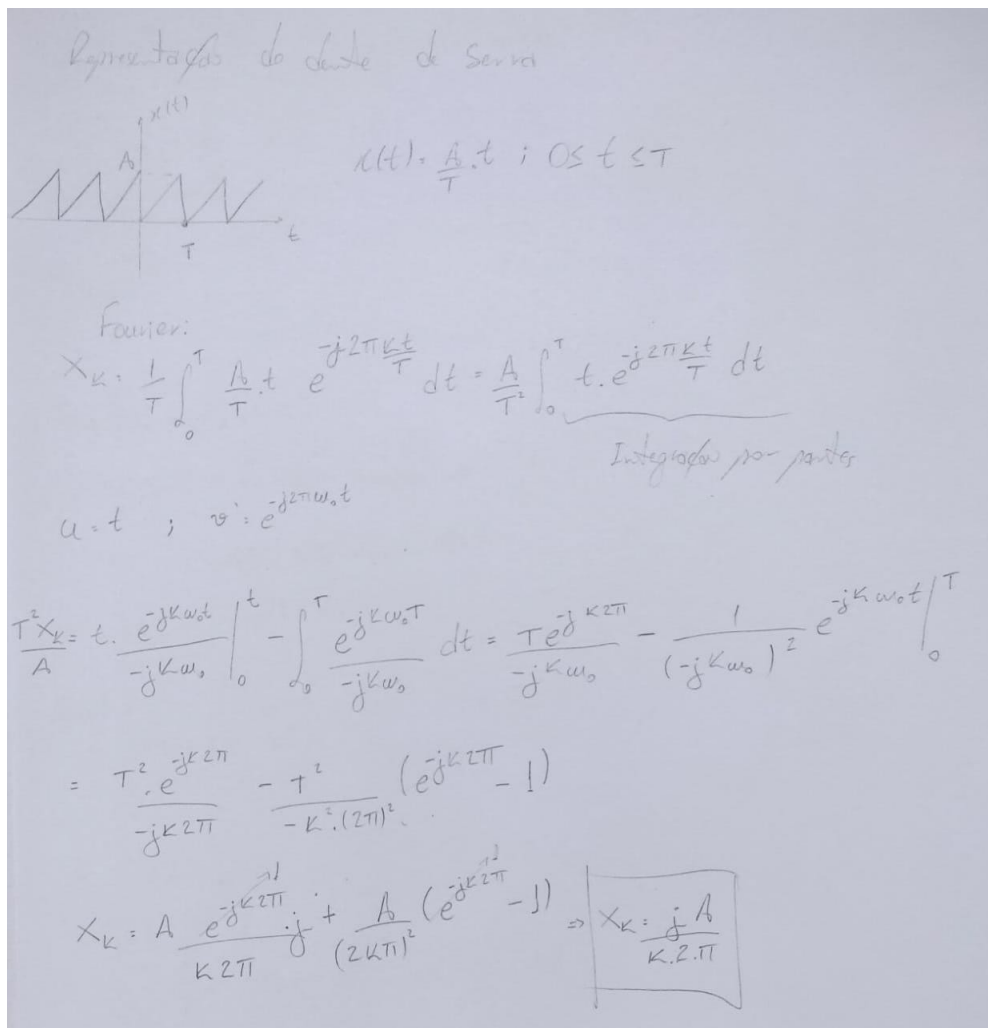


Figura 2: Série de Fourier do dente de serra

$$X_k = \frac{j100}{k2\pi} \quad (5)$$

4 Matlab

4.1 Entrada

Plotando o gráfico da entrada temos:

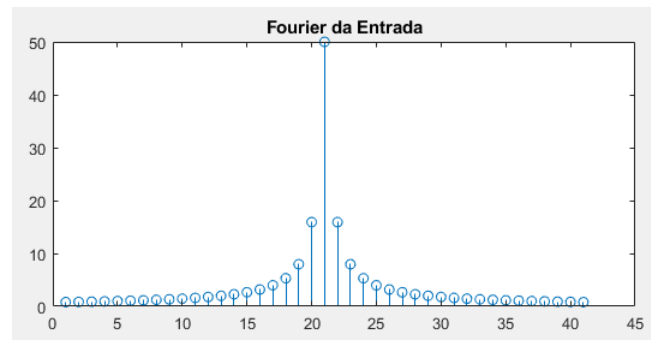


Figura 3: Gráfico Série de Fourier do dente de serra

4.2 Função resposta em frequência

Plotando o gráfico da FRF temos:

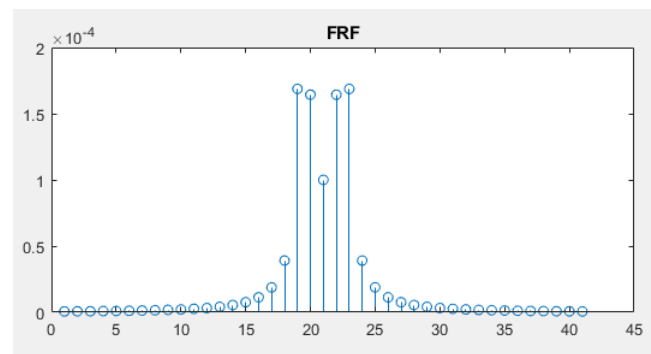


Figura 4: Gráfico FRF

4.3 Resposta

Plotando o gráfico da resposta na frequência temos:

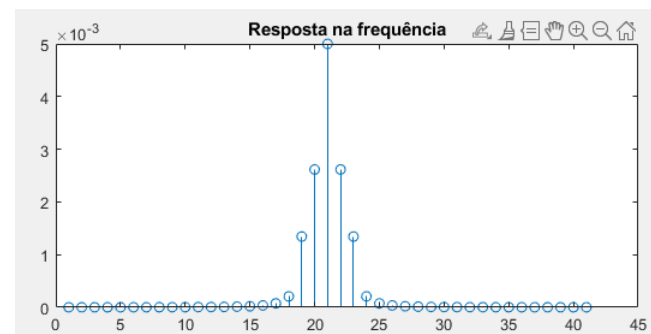


Figura 5: Gráfico Resposta na frequência

5 Simulink

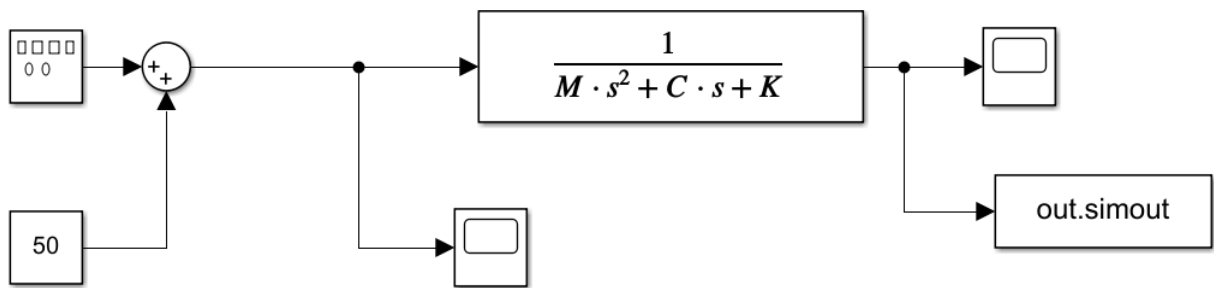


Figura 6: Diagrama de Blocos

5.1 Dente de Serra

Para aplicar o dente de serra no diagrama de blocos utilizamos o *Signal Generator*, junto com os blocos de somador e a constante.

Como resultado temos o seguinte:

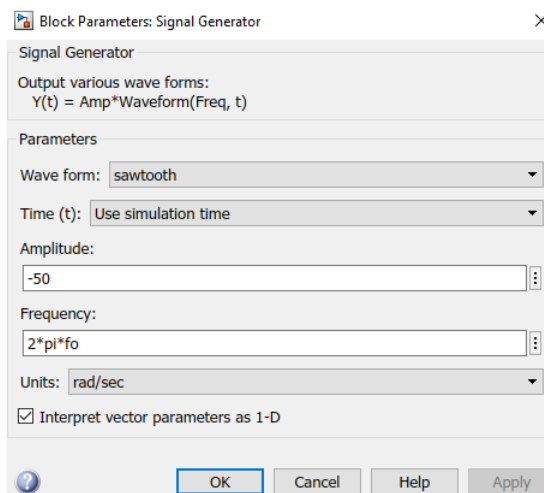


Figura 7: Configurações do Signal Generator

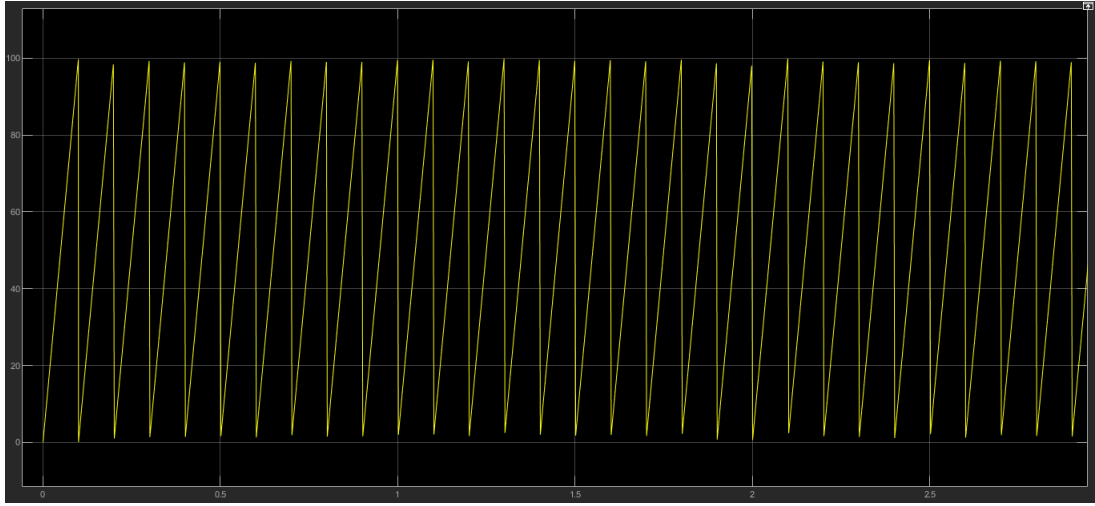


Figura 8: Dente de Serra no simulink

Note que, o simulink não está plotando um gráfico com *exatamente* 100 de amplitude. Isso pode ser um problema futuramente ao comparar a resposta forçada.

5.2 Saída do Escope

Depois de executar a simulação o Scope apresenta a seguinte resposta para o dente de serra:

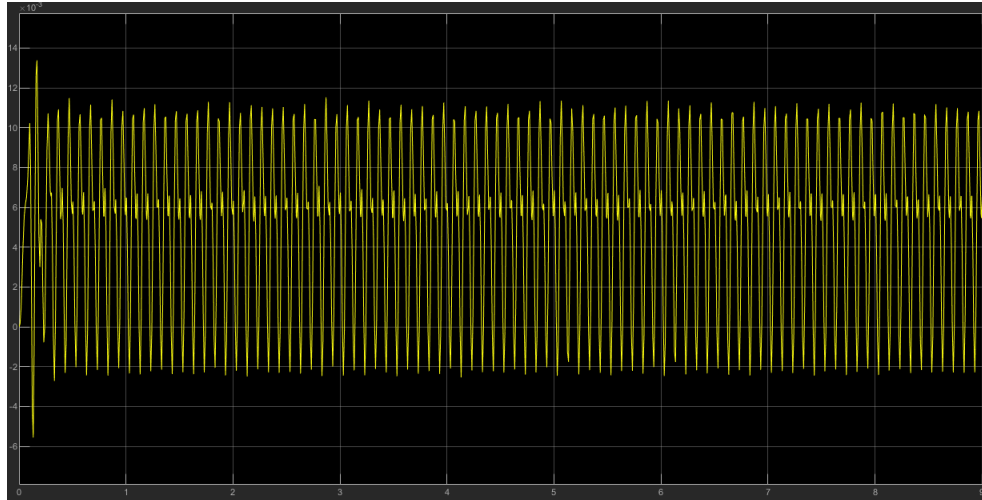


Figura 9: Resposta do Simulink

5.3 Comparando Série de Fourier e Simulink

Anteriormente calculamos a *resposta na frequência* por meio de Fourier. Para visualizar o resultado em função do tempo usamos a seguinte relação:

$$y(t) = y(t) + Y(k)e^{j2\pi k f_0 t} \quad (6)$$

Plotando os dois resultados para a resposta ao dente de serra:

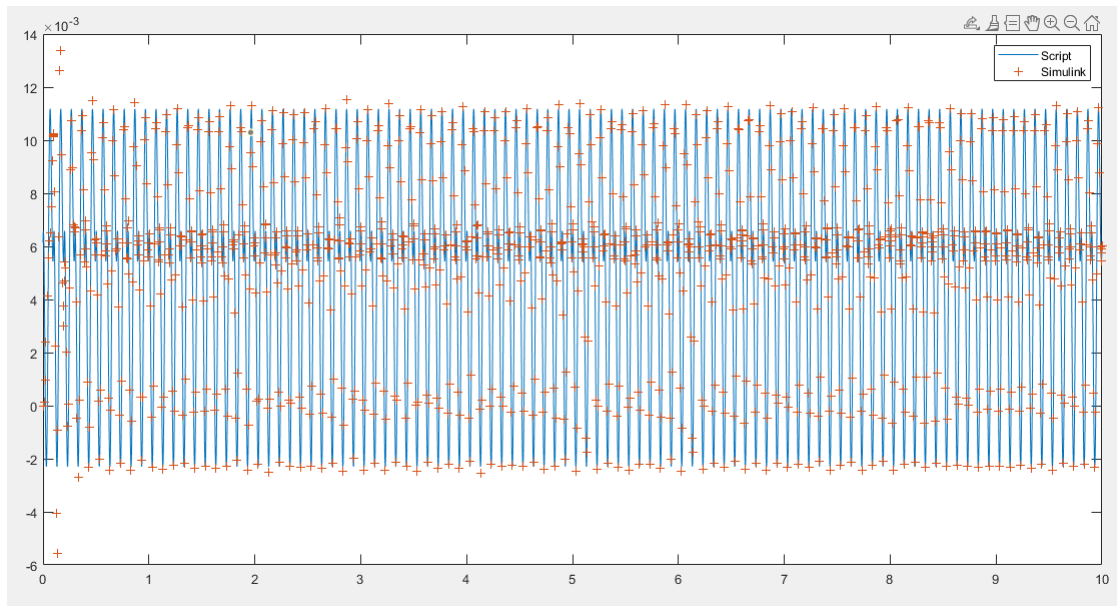


Figura 10: Resposta do Simulink e por Série de Fourier

Veja que, em alguns pontos próximos ao vale e à crista da resposta os valores divergem. Isso ocorre pois a amplitude do dente de serra no simulink não possui exatamente amplitude 100. Com exceção desta observação, todos os pontos coincidem.

6 Código do Matlab

```
1 %clear all
2 close all
3 N=20;
4
5 % A entrada
6 im = sqrt(-1);
7 T= 0.1;
8 fo=1/T;
9 A=100;
10 i=0;
11 for k=-N:1:N
12     i=i+1;
13     if k~= 0
14         X(i)=(A*im)/(k*2*3.1415);
15     else
16         X(i) = A/2;
17     end
18 end
19 nexttile
20 stem(abs(X))
21 title("Fourier da Entrada")
22
23 % O sistema
24 M=1;
25 K=10000;
26 C=10;
27 i=0;
28 for k=-N:1:N
29     i=i+1;
30     w=k*2*pi*fo;
31     H(i)=1/(-M*w^2+im*C*w+K);
32
33 end
34 nexttile
35 stem(abs(H))
36 title("FRF")
37
38 % A resposta
39 Y=H.*X;
40 nexttile
41 stem(abs(Y))
42 title("Resposta na frequência")
43 t=0:.001:10;
44 y=zeros(size(t));
45 i=0;
46 for k=-N:1:N
47     i=i+1;
48     y=y+Y(i)*exp(im*2*pi*k*fo*t);
49 end
50 figure
51 plot(t,real(y),out.tout,out.simout, '+')
52 legend('Script','Simulink')
53
```

Figura 11: Código