

CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT

CONTEST 2 – CÁC MÔ HÌNH THUẬT TOÁN

BÀI 1. SẮP XẾP CÔNG VIỆC

Cho hệ gồm N hành động. Mỗi hành động được biểu diễn như một bộ đôi $\langle S_i, F_i \rangle$ tương ứng với thời gian bắt đầu và thời gian kết thúc của mỗi hành động. Hãy tìm phương án thực hiện nhiều nhất các hành động được thực hiện bởi một máy hoặc một người sao cho hệ không xảy ra mâu thuẫn.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm 3 dòng: dòng thứ nhất đưa vào số lượng hành động N ; dòng tiếp theo đưa vào N số S_i tương ứng với thời gian bắt đầu mỗi hành động; dòng cuối cùng đưa vào N số F_i tương ứng với thời gian kết thúc mỗi hành động; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, S_i, F_i thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N, F_i, S_i \leq 1000$.

Output:

- Đưa số lượng lớn nhất các hành động có thể được thực thi bởi một máy hoặc một người.

Ví dụ:

Input	Output
1 6 1 3 0 5 8 5 2 4 6 7 9 9	4

BÀI 2. NỐI DÂY

Cho N sợi dây với độ dài khác nhau được lưu trong mảng $A[]$. Nhiệm vụ của bạn là nối N sợi dây thành một sợi sao cho tổng chi phí nối dây là nhỏ nhất. Biết chi phí nối sợi dây thứ i và sợi dây thứ j là tổng độ dài hai sợi dây $A[i]$ và $A[j]$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất đưa vào số lượng sợi dây N ; dòng tiếp theo đưa vào N số $A[i]$ là độ dài của các sợi dây; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- $T, N, A[i]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^6$; $0 \leq A[i] \leq 10^6$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2 4	29 62

4 3 2 6	
5	
4 2 7 6 9	

BÀI 3. SỐ KHỐI LẬP PHƯƠNG

Một số X được gọi là số khối lập phương nếu X là lũy thừa bậc 3 của số Y ($X = Y^3$). Cho số nguyên dương N , nhiệm vụ của bạn là tìm số khối lập phương lớn nhất bằng cách loại bỏ đi các chữ số của N . Ví dụ số 4125 ta có kết quả là $125 = 5^3$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số tự nhiên N được viết trên một dòng.
- T, N thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^{18}$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng. Nếu không tìm được đáp án in ra -1.

Ví dụ:

Input	Output
2	1 2 5
4125	-1
976	

BÀI 4. PHÂN SỐ ĐƠN VỊ

Một phân số đơn vị nếu tử số của phân số đó là 1. Mọi phân số nguyên dương đều có thể biểu diễn thành tổng các phân số đơn vị. Ví dụ $2/3 = 1/2 + 1/6$. Cho phân số nguyên dương P/Q bất kỳ ($P < Q$), hãy biểu diễn phân số nguyên dương thành tổng phân số đơn vị.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là bộ đôi tử số P và mẫu số Q của phân số nguyên dương được viết trên một dòng.
- T, P, Q thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq P, Q \leq 100$.

Output:

- Đưa ra đáp án tìm được trên 1 dòng, theo dạng “ $1/a + 1/b + \dots$ ”

Ví dụ:

Input	Output
2	$1/2 + 1/6$
2 3	$1/3$
1 3	

BÀI 5. GẤP ĐÔI DÃY SỐ

Một dãy số tự nhiên bắt đầu bởi con số 1 và được thực hiện $N-1$ phép biến đổi “gấp đôi” dãy số như sau:

Với dãy số A hiện tại, dãy số mới có dạng A, x, A trong đó x là số tự nhiên bé nhất chưa xuất hiện trong A.

Ví dụ với 2 bước biến đổi, ta có $[1] \rightarrow [1\ 2\ 1] \rightarrow [1\ 2\ 1\ 3\ 1\ 2\ 1]$.

Các bạn hãy xác định số thứ K trong dãy số cuối cùng là bao nhiêu?

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).

Mỗi test gồm số nguyên dương N và K ($1 \leq N \leq 50$, $1 \leq K \leq 2^N - 1$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	2
3 2	4
4 8	

Giải thích test 1: Dãy số thu được là [1, 2, 1, 3, 1, 2, 1].

Giải thích test 2: Dãy số thu được là [1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 4, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1].

BÀI 6. DÃY XÂU FIBONACI

Một dãy xâu ký tự G chỉ bao gồm các chữ cái A và B được gọi là dãy xâu Fibonacci nếu thỏa mãn tính chất: $G(1) = A$; $G(2) = B$; $G(n) = G(n-2) + G(n-1)$. Với phép cộng (+) là phép nối hai xâu với nhau. Bài toán đặt ra là tìm ký tự ở vị trí thứ i (tính từ 1) của xâu Fibonacci thứ n.

Dữ liệu vào: Dòng 1 ghi số bộ test. Mỗi bộ test ghi trên một dòng 2 số nguyên N và i ($1 < N < 93$). Số i đảm bảo trong phạm vi của xâu G(N) và không quá 18 chữ số. **Kết quả:** Ghi ra màn hình kết quả tương ứng với từng bộ test.

Input	Output
2	A
6 4	B
8 19	

BÀI 7. SỐ FIBONACCI THỨ N

Dãy số Fibonacci được xác định bằng công thức như sau:

$F[0] = 0$, $F[1] = 1$;

$F[n] = F[n-1] + F[n-2]$ với mọi $n \geq 2$.

Các phần tử đầu tiên của dãy số là 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định số Fibonacci thứ n. Do đáp số có thể rất lớn, in ra kết quả theo modulo $10^9 + 7$.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 1000$).

Mỗi test bắt gồm một số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^9$).

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input:	Output
3	1
2	8
6	6765
20	

BÀI 8. LŨY THỪA MA TRẬN

Cho ma trận vuông A kích thước $N \times N$. Nhiệm vụ của bạn là hãy tính ma trận $X = A^K$ với K là số nguyên cho trước. Đáp số có thể rất lớn, hãy in ra kết quả theo modulo 10^9+7 .

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 100$).

Mỗi test bắt gồm một số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 10, 1 \leq K \leq 10^9$) là kích thước của ma trận và số mũ.

Output:

Với mỗi test, in ra kết quả của ma trận X .

Ví dụ:

Input:	Output
2	8 5
2 5	5 3
1 1	597240088 35500972 473761863
1 0	781257150 154135232 527013321
3 1000000000	965274212 272769492 580264779
1 2 3	
4 5 6	
7 8 9	

BÀI 9. XÂU CON CHUNG DÀI NHẤT

Cho 2 chuỗi $S1$ và $S2$. Hãy tìm chuỗi con chung dài nhất của 2 chuỗi này (*các phần tử không nhất thiết phải liên tiếp nhau*).

Input: Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$). Mỗi test gồm hai dòng, mô tả chuỗi $S1$ và $S2$, mỗi chuỗi có độ dài không quá 1000 và chỉ gồm các chữ cái in hoa.

Output: Với mỗi test, in ra độ dài dãy con chung dài nhất trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	4
AGGTAB	0
GXTXAYB	
AA	
BB	

Giải thích test 1: Dãy con chung là G, T, A, B.

BÀI 10. DÃY CON TĂNG DÀI NHẤT

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử $A[1], A[2], \dots, A[N]$.

Biết rằng dãy con tăng là 1 dãy $A[i_1], \dots, A[i_k]$

thỏa mãn $i_1 < i_2 < \dots < i_k$ và $A[i_1] < A[i_2] < \dots < A[i_k]$.

Hãy cho biết dãy con tăng dài nhất của dãy này có bao nhiêu phần tử?

Input: Dòng 1 gồm 1 số nguyên là số N ($1 \leq N \leq 1000$). Dòng thứ 2 ghi N số nguyên $A[1], A[2], \dots, A[N]$ ($1 \leq A[i] \leq 1000$).

Output: Ghi ra độ dài của dãy con tăng dài nhất.

Ví dụ:

Input	Output
6 1 2 5 4 6 2	4

BÀI 11. Dãy con có tổng bằng S

Cho N số nguyên dương tạo thành dãy $A = \{A_1, A_2, \dots, A_N\}$. Tìm ra một dãy con của dãy A (không nhất thiết là các phần tử liên tiếp trong dãy) có tổng bằng S cho trước.

Input: Dòng đầu ghi số bộ test T ($T < 10$). Mỗi bộ test có hai dòng, dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương N và S ($0 < N \leq 200$) và S ($0 < S \leq 40000$). Dòng tiếp theo lần lượt ghi N số hạng của dãy A là các số A_1, A_2, \dots, A_N ($0 < A_i \leq 200$).

Output: Với mỗi bộ test, nếu bài toán vô nghiệm thì in ra “NO”, ngược lại in ra “YES”

Ví dụ:

Input	Output
2 5 6 1 2 4 3 5 10 15 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	YES NO

BÀI 12. TỔ HỢP $C(n, k)$

Cho 2 số nguyên n, k . Bạn hãy tính $C(n, k)$ modulo $10^9 + 7$.

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).
- Mỗi test gồm 2 số nguyên n, k ($1 \leq k \leq n \leq 1000$).

Output:

- Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2 5 2 10 3	10 120

BÀI 13. Xâu con đối xứng dài nhất

Cho xâu S chỉ bao gồm các ký tự viết thường và dài không quá 1000 ký tự.

Hãy tìm xâu con đối xứng dài nhất của S.

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 10$).
- Mỗi test gồm một xâu S có độ dài không vượt quá 1000, chỉ gồm các kí tự thường.

Output: Với mỗi test, in ra đáp án tìm được.

Ví dụ:

Input	Output
2 abcbadd aaaaa	5 5

BÀI 14. KÝ TỰ GIỐNG NHAU

Giả sử bạn cần viết N ký tự giống nhau lên màn hình. Bạn chỉ được phép thực hiện ba thao tác dưới đây với chi phí thời gian khác nhau:

- Thao tác insert: chèn một ký tự với thời gian là X.
- Thao tác delete: loại bỏ ký tự cuối cùng với thời gian là Y.
- Thao tác copying: copy và paste tất cả các ký tự đã viết để số ký tự được nhân đôi với thời gian là Z.

Hãy tìm thời gian ít nhất để có thể đưa ra màn hình N ký tự giống nhau. Ví dụ với $N = 9$, $X = 1$, $Y = 2$, $Z = 1$ ta có kết quả là 5 bằng cách thực hiện: insert, insert, copying, copying, insert.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng đầu tiên đưa vào N là số các ký tự giống nhau cần viết lên màn hình; dòng tiếp theo đưa vào bộ ba số X, Y, Z tương ứng với thời gian thực hiện ba thao tác; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, X, Y, Z thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 100$; $1 \leq X, Y, Z \leq 100$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2 9 1 2 1 10 2 5 4	5 14

BÀI 15. TỔNG CÁC XÂU CON

Cho số nguyên dương N được biểu diễn như một chuỗi ký tự số. Nhiệm vụ của bạn là tìm tổng của tất cả các số tạo bởi các chuỗi con của N . Ví dụ $N = "1234"$ ta có kết quả là $1670 = 1 + 2 + 3 + 4 + 12 + 23 + 34 + 123 + 234 + 1234$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số N .
- T, N thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10^{12}$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	1670
1234	491
421	

BÀI 16. TỔNG BẢNG K

Cho một mảng $A[]$ gồm N số nguyên và số K . Tính số cách lấy tổng các phần tử của $A[]$ để bằng K . Phép lấy lặp các phần tử hoặc sắp đặt lại các phần tử được chấp thuận. Ví dụ với mảng $A[] = \{1, 5, 6\}$, $K = 7$ ta có 6 cách sau:

$$7 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \text{ (lặp số 1 7 lần)}$$

$$7 = 1 + 1 + 5 \text{ (lặp số 1)}$$

$$7 = 1 + 5 + 1 \text{ (lặp và sắp đặt lại số 1)}$$

$$7 = 1 + 6$$

$$7 = 6 + 1$$

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào N và K ; dòng tiếp theo đưa vào N số của mảng $A[]$; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- $T, N, K, A[i]$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 1000$; $1 \leq A[i] \leq 100$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng. Khi kết quả quá lớn đưa ra kết quả dưới dạng modulo với $10^9 + 7$.

Ví dụ:

Input	Output
2	6
3 7	150
1 5 6	
4 14	
12 3 1 9	

BÀI 17. CÁI TÚI

Một người có cái túi thể tích V ($V < 1000$). Anh ta có N đồ vật cần mang theo ($N \leq 1000$), mỗi đồ vật có thể tích là $A[i]$ ($A[i] \leq 100$) và giá trị là $C[i]$ ($C[i] \leq 100$). Hãy xác định tổng giá trị lớn nhất của các đồ vật mà người đó có thể mang theo, sao cho tổng thể tích không vượt quá V .

Input

- Dòng đầu ghi số bộ test T ($T < 10$)
- Mỗi bộ test gồm ba dòng. Dòng đầu ghi 2 số N và V . Dòng tiếp theo ghi N số của mảng A . Sau đó là một dòng ghi N số của mảng C .
- Dữ liệu vào luôn đảm bảo không có đồ vật nào có thể tích lớn hơn V .

Output

- Với mỗi bộ test, ghi trên một dòng giá trị lớn nhất có thể đạt được.

Ví dụ

Input	Output
1 15 10 5 2 1 3 5 2 5 8 9 6 3 1 4 7 8 1 2 3 5 1 2 5 8 7 4 1 2 3 2 1	15

BÀI 18. BIẾN ĐỔI XÂU

Cho hai chuỗi ký tự $str1$, $str2$ bao gồm các ký tự in thường và các thao tác dưới đây:

- Insert:** chèn một ký tự bất kỳ vào $str1$.
- Delete:** loại bỏ một ký tự bất kỳ trong $str1$.
- Replace:** thay một ký tự bất kỳ trong $str1$.

Nhiệm vụ của bạn là đếm số các phép Insert, Delete, Replace ít nhất thực hiện trên $str1$ để trở thành $str2$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T .
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là bộ đôi hai chuỗi $str1$ và $str2$.
- T , $str1$, $str2$ thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(str1), \text{length}(str2) \leq 100$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
1 geek gesek	1

BÀI 19. GIẢI MÃ

Một bản tin M đã mã hóa bí mật thành các con số theo ánh xạ như sau: ‘A’->1, ‘B’->2, ..., ‘Z’->26. Hãy cho biết có bao nhiêu cách khác nhau để giải mã bản tin M. Ví dụ với bản mã M=”123” nó có thể được giải mã thành ABC (1 2 3), LC (12 3), AW(1 23).

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một xâu ký tự số M.
- T, M thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq \text{length}(M) \leq 40$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2	3
1 2 3	2
2 5 6 3	

BÀI 20. TỔNG BÌNH PHƯƠNG

Mọi số nguyên dương N đều có thể phân tích thành tổng các bình phương của các số nhỏ hơn N. Ví dụ số $100 = 10^2$ hoặc $100 = 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2$. Cho số nguyên dương N. Nhiệm vụ của bạn là tìm số lượng ít nhất các số nhỏ hơn N mà có tổng bình phương bằng N.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi test là một số tự nhiên N được viết trên 1 dòng.
- T, N thỏa mãn ràng buộc: $1 \leq T \leq 100$; $1 \leq N \leq 10000$.

Output:

- Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Ví dụ:

Input	Output
3	1
1 0 0	3
6	1
2 5	