Lista 3

2.49) Encuentre los errores en cada una de las siguientes aseveraciones:

a) Las probabilidades de que un vendedor de automóviles venda 0, 1, 2 o 3 unidades en un día dado de Febrero son: 0.19, 0.38, 0.29, y 0.15, respectivamente

» Solución:

Si sumamos $0.19 + 0.38 + 0.29 + 0.15 = 1.01$ y $1.01 > 1.0$

$\therefore$ La suma de las probabilidades es más del 100%

b) La probabilidad de que llueva mañana es 0.40 y de que no 0.52

» Solución:

Sumamos $0.40 + 0.52 = 0.92$ y $0.92 < 1.0$

$\therefore$ La suma de las probabilidades es menor del 100%

c) Las probabilidades de que una impresora cometa 0, 1, 2, 3 o 4 o más errores al imprimir un documento son 0.19, 0.34, -0.25, 0.43, 0.29 respectivamente

» Solución

Nótese que -0.25 es una probabilidad negativa $\therefore$ el error es -0.25

d) Al sacar una carta de una baraja en un solo intento la probabilidad de sacar un corazón es $\frac{1}{4}$, la probabilidad de seleccionar una carta negra es $\frac{1}{2}$ y la probabilidad de seleccionar una carta de corazones negra es $\frac{1}{8}$

» Solución

Sumamos $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ entonces $\frac{7}{8} < 1$ $\therefore$ Es menor que la unidad

pero tampoco existe la carta de corazones negra entonces la probabilidad es errónea

2.51) Una caja contiene 500 sobres, de los cuales 75 contienen \$100 en efectivo, 150 contienen \$25 y 275 contienen \$10. Se puede comprar un sobre en \$25 ¿Cual es el espacio muestral para las diferentes cantidades de dinero? Asigne las probabilidades a los puntos muestrales y después calcule la probabilidad de que el primer sobre que se compre tenga menos de \$100

>> Solución

Sea $A = \$100$, $B = \$25$ y $C = \$10$ $\therefore S = \{A, B, C\}$

La probabilidad del evento $A = 15\%$, $B = 30\%$, $C = 55\%$;
La probabilidad de que el sobre sea menor que \$100 es de 85%

2.53) La probabilidad de que una industria estadounidense se ubique en Shanghai, China es 0.7, la probabilidad de que se ubique en Beijing China es de 0.4 y la probabilidad de que se ubique en Shanghai o Beijing, o en ambas ciudades, es 0.8 ¿Cual es la probabilidad de que la industria se ubique...

a) En ambas ciudades?
>> Solución

Sea A = Que se ubique en Shanghai ; $A = 0.7$ y $A \cup B = 0.8$
Sea B = Que se ubique en Beijing ; $B = 0.4$

Los eventos son incluyentes, aplicamos $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$\therefore P(A \cup B) = 0.7 + 0.4 - 0.8 = 1.1 - 0.8 = \underline{0.3}$

b) Ninguna de esas ciudades

>> Solución:

Sabemos que la probabilidad de que se ubique en A o B o en ambas es de 0.8 por tanto basta con calcular el complemento de $(A \cup B)$

$(A \cup B) = 0.8$ y $(A \cup B)^c = \underline{0.2}$

2.55) Si cada artículo codificado en un catálogo empieza con 3 letras distintas seguidas por 4 dígitos distintos de cero, calcule la probabilidad de seleccionar aleatoriamente uno de estos artículos codificados que tenga como primera letra una vocal y el último dígito sea par

>>Solución

Vocal $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ $\square$ # par

$\frac{5}{27}$ $\frac{4}{9}$; para que se cumplan ambos eventos $\frac{5}{27} \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{243}$

2.57) Si se elige al azar una letra del alfabeto inglés encuentre la probabilidad de que la letra

a) Sea una vocal excepto y
>>Solución

$\frac{5}{26} = 0.19$

b) Esté listada en algún lugar antes de la letra j
>>Solución

De a - j hay 9 sin contar J $\therefore \frac{9}{26}$

c) Esté listada en algún lugar después de la letra g
>> Solución

Hay 19 letras después de la g $\therefore \frac{19}{26} = 0.73$

2.59) En una mano de póquer que consta de 5 cartas, encuentre la probabilidad de tener:

a) 3 ases
>>Solución

La baraja inglesa tiene 52 cartas además hay

2.61) En un grupo de 100 estudiantes graduados de preparatoria 54 estudiaron matemáticas, 69 estudiaron historia y 35 cursaron matemáticas e historia. Si se selecciona al azar uno de estos estudiantes calcule la probabilidad de que

a) El estudiante haya cursado matemáticas o historia

>>Solución

$M = 54$
$A = 69$
$(M \cap H) = 35$

$$(M \cup H) = \frac{P(M)}{P(S)} + \frac{P(H)}{P(S)} - \frac{P(M \cap H)}{P(S)} = \frac{54}{100} + \frac{69}{100} - \frac{35}{100} = \frac{22}{25}$$

b) El estudiante no haya llevado ninguna de esas materias

>>Solución

Bastará el calcular $1-(M \cup H)^c = 0.12$ ó $\frac{3}{25}$

c) El estudiante haya cursado historia pero no matemáticas

$$P(H \cap M^c) = P(H) - P(H \cap M) = \frac{69}{100} - \frac{35}{100} = \frac{17}{50}$$

2.63) A continuación se lista porcentajes proporcionados por Consumer Digest (julio/agosto de 1996) las probables ubicaciones de las PC en una casa son

- Dormitorio de adultos 0.03
- Dormitorio de niños 0.15
- Otro dormitorio 0.14
- Oficina o estudio 0.40
- Otra habitación 0.28

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una PC esté en un dormitorio?

>>Solución

Bastará sumar $DA + DN + OD = 0.03 + 0.15 + 0.14 = 0.32$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no esté en un dormitorio?

>>Solución

Bastará encontrar el complemento del ejercicio anterior $\therefore 1 - 0.32 = 0.68$

c) Suponga que de entre las casas que tienen PC se selecciona una al azar ¿En qué habitación esperaría encontrar una PC?

>>Solución

De la tabla Oficina o estudio es quien más probabilidades tiene

2.65) Considere la situación del ejercicio 2.64. Sea A el evento de que el componente falle en una prueba específica y B el evento de que se deforme pero no falle. El evento A ocurre con una probabilidad de 0.20 y el B de 0.35

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente no falle en la prueba?
>> Solución

Bastará calcular $A^c = 1 - 0.20 = \underline{\underline{0.80}}$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente funcione perfectamente bien (es decir que ni se deforme ni falle en la prueba?
>> Solución

Podemos calcularlo $P(A^c \cup B^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.55 = \underline{0.45}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que un componente falle o se deforme en la prueba?
>> Solución

$P(A \cup B) = 0.20 + 0.35 = \underline{0.55}$

2.67) Considere la situación del ejemplo 2.32 de la página 58

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el número de automóviles que recibirán el servicio mecánico no sea mayor de 4?
>> Solución

De 2.32 las probabilidades de servir a 3, 4, 5, 6, 7, 8 o más autos son 0.12, 0.19, 0.28, 0.24, 0.10 y 0.07 respectivamente

∴ La solución es $0.12 + 0.19 = \underline{0.31}$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el mecánico dé servicio a menos de 8 automóviles?
>> Solución

Bastará sumar $0.10 + 0.07 = 0.17$ y restar $1 - 0.17 = \underline{0.93}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que el mecánico dé servicio a 3 o 4 automóviles?
>> Solución

Bastará sumar $0.12 + 0.19 = \underline{\underline{0.31}}$

2.69) En muchas áreas industriales es común que se utilicen máquinas para llenar las cajas de productos. Esto ocurre tanto en la industria de comestibles como en otras que fabrican productos de uso doméstico, como los detergentes. Dichas máquinas no son perfectas y, de hecho, podrían cumplir las especificaciones de llenado de las cajas (A), llenarlas por debajo del nivel especificado (B) rebasar el límite de llenado (C). Por lo general, lo que se busca evitar es la práctica del llenado insuficiente. Sea $P(B)=0.001$, mientras que $P(A)=0.990$

a) Determine $P(C)$

>>Solución

Bastará calcular $(P(B) \cup P(A))^c = 0.009$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina no llene de manera suficiente?

>>Solución

Bastará calcular $P(A) \cup P(c) = 0.999$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina llene de más o de menos?

>>Solución

Bastará calcular $P(B) \cup P(c) = 0.001 + 0.009 = 0.010$

2.71) Como podrá sugerir la situación del ejercicio 2.69, a menudo los procedimientos estadísticos se utilizan para control de calidad (es decir control de calidad industrial). A veces el peso de un producto es una variable importante que hay que controlar. Se dan especificaciones de peso para ciertos productos empacados, si un paquete no las cumple (está muy ligero o muy pesado) se rechaza. Los datos históricos sugieren que la probabilidad de que un producto empacado cumpla con las especificaciones de peso 0.95 mientras las especificaciones de que sea muy ligero son 0.002. El fabricante invierte \$20 en la producción de los productos y los clientes pagan por ellos \$25

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete elegido al azar de la línea de producción sea demasiado pesado?

>>Solución

Bastará calcular $(P(0.95) \cup P(0.002))^c = 0.048$

b) Si todos los paquetes cumplen con las especificaciones de peso ¿Qué utilidad recibirá el fabricante por cada 10,000 paquetes que venda?

>>Solución

$\$5 \times 10{,}000 = 50{,}000$ de utilidad