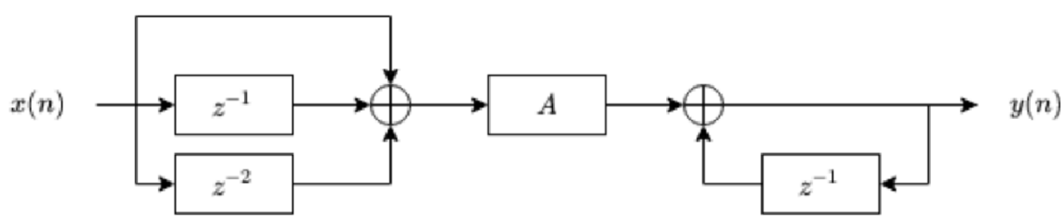
Análisis de señales (EL3203-2)
Clase auxiliar 2
Prof. Jorge Silva.
Prof. Aux. Erik Sáez

1. Sean los siguientes sistemas a tiempo discreto:
    1. Determine si los siguientes sistemas a tiempo discreto son lineales y/o invariantes en el tiempo:
        - $y[n] = nx[n]$
        - $y[n] = e^{x[n]}$
        - $y[n] = \sum_{j=1}^{M} a_j \cdot x[n-j] + B$
    2. Para el sistema a tiempo discreto T definido por la relación entrada-salida $y[n] = n\,x[n]$, bosqueje por separado $T_k\big(T(x[n])\big)$ y $T\big(T_k(x[n])\big)$ para $k = 2$ y compare con los resultados obtenidos en la parte a. Para el bosquejo considere la señal:

$$x[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{1}$$

2. Escriba el siguiente sistema, bosqueje la salida del sistema si a la entrada hay un impulso de magnitud 1 centrado en 0 y clasifique esa señal de salida en cuanto a su energía y si corresponde, su potencia.



3. Considere el sistema mostrado en la figura, donde $h[n] = a^n u[n]$ con $-1 < a < 1$. Determine la respuesta del sistema bajo la excitación

$$x[n] = u[n+5] - u[n-10].$$

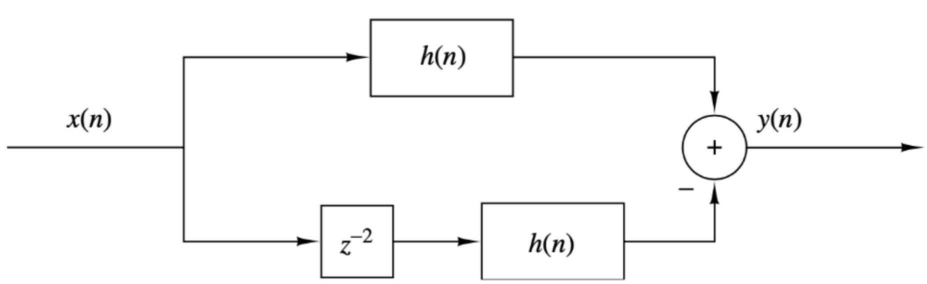


Figura 4: Sistema a analizar.

4. Demuestre que, si un sistema cumple

$$y[n] = T\{x[n]\} = x[n] * h[n] = \sum_{k\in\mathbb{Z}} x[k]\,h[n-k],$$

entonces, con $h[n]$ la respuesta al impulso del sistema, necesariamente el sistema es lineal e invariante en el tiempo (LTI).

5. Tres sistemas con respuestas al impulso $h_1[n] = \delta[n] - \delta[n-1]$, $h_2[n] = h[n]$ y $h_3[n] = u[n]$ se conectan en cascada.

   1. ¿Cuál es la respuesta al impulso total $h_c[n]$ del sistema en su conjunto?
   2. ¿El orden de conexión afecta al sistema en su conjunto? Justifique.

6. Considere el sistema a tiempo discreto de orden N caracterizado por la siguiente ecuación de diferencia de parámetros $b_1, \dots, b_N$ y $a_0, \dots, a_M$:

$$y(n) = b_1 y(n-1) + \cdots + b_N y(n-N) + a_0 x(n) + \cdots + a_M x(n-M), \tag{64}$$

para todo $n \in \mathbb{Z}$.

   (a) Verifique que el sistema determinado en la Ec. (64) es lineal.

   (b) Verifique que el sistema determinado en la Ec. (64) es invariante en el tiempo (TI).

   (c) Considere la versión con condiciones iniciales del sistema en (64), es decir, $y(n)$ se determina para $n \geq 0$ donde la entrada es $\big(x(n)\big)_{n\geq 0}$ (asumiendo valores nulos en tiempos negativos) y el vector de estado (condiciones iniciales de (64)) es $y_1 = y(-1), \dots, y_N = y(-N)$. Verifique que la solución frente a la entrada $\big(x(n)\big)_{n\geq 0}$ y las condiciones iniciales $(y_1, \dots, y_N)$ se puede escribir como

$$\big(y(n)\big)_{n\geq 0} = \big(y_{SO}(n)\big)_{n\geq 0} + \big(y_{IO}(n)\big)_{n\geq 0}, \tag{65}$$

   donde $\big(y_{SO}(n)\big)_{n\geq 0}$ denota la *respuesta de estado cero* y $\big(y_{IO}(n)\big)_{n\geq 0}$ denota la *respuesta de entrada cero*.

   (d) Bajo el setting del punto (c), verifique que la relación $\big(x(n)\big)_{n\geq 0} \mapsto \big(y_{SO}(n)\big)_{n\geq 0}$ determina un sistema LTI.

   (e) Bajo el setting del punto (c), verifique que la relación $(y_1, \dots, y_N) \mapsto \big(y_{IO}(n)\big)_{n\geq 0}$ es lineal.