Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Análisis de señales (EL3203-2)
Clase auxiliar 3
Prof. Jorge Silva.
Prof. Aux. Erik Sáez

1. Considere la familia de funciones exponenciales discretas:

$$A = \left\{ (\gamma_a(n)) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} : \gamma_a(n) = a^n u(n),\ 0 < a < 1 \right\} \tag{1}$$

   1. Verifique que el impulso discreto $\delta(n)$ puede ser expresado punto a punto como:

$$\delta(n) = \gamma_a(n) - a\,\gamma_a(n-1) \tag{2}$$

   2. Del punto anterior, muestre que toda señal discreta $x(n) \in \mathbb{R}^{\mathbb{Z}}$ puede ser descompuesta como:

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k\,\gamma_a(n-k) \tag{3}$$

   3. Use las propiedades de linealidad e invariancia en el tiempo para expresar la salida $y(n) = \mathcal{T}[x(n)]$ en términos de la entrada $x(n)$ y la señal $g(n) = \mathcal{T}[\gamma_a(n)]$.

2. 1. Determine la transformada de Fourier de las siguientes señales y gráfiquela en magnitud y fase:

      - $x(t) = \begin{cases} A \cdot e^{-at} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$
      - $x(t) = A \cdot e^{-a|t|}$

   2. Determine los coeficientes de la serie de Fourier para la siguiente señal:

$$x(t) = 1 + \sin(\omega_0 t) + 2\cos(\omega_0 t) + \cos\left(2\omega_0 t + \frac{\pi}{4}\right) \tag{4}$$

Solución:

a

3. Para la función sinusoidal rectificada mostrada en la figura **??**, calcule los coeficientes de la serie de Fourier , ademas verifique el cumplimiento del teorema de Parseval.

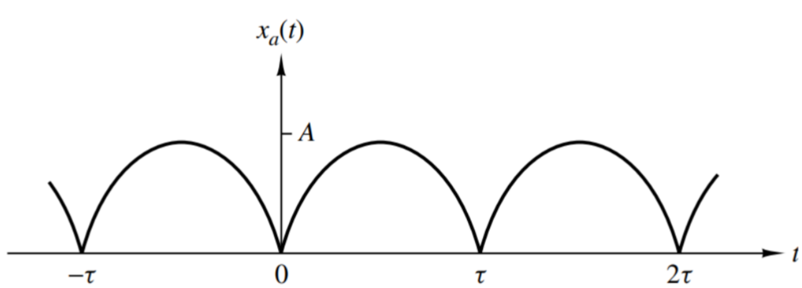

Figura 1: Función sinusoidal rectificada

Solución:

Los resultados obtenidos por Joseph Fourier nos indican que toda señal $x(t)$ continua y T-periódica, con $T > 0$, puede ser descrita como una serie de senos y cosenos ponderados según su componente frecuencial.

Formalmente, podemos definir una familia de funciones armónicas y T-periódicas dada por

$$S_T := \left\{ \psi_k(t) = \left(e^{j\frac{2\pi}{T}kt} \right)_{t\in\mathbb{R}} \ : \ k \in \mathbb{Z} \right\} \tag{5}$$

Con ello, se define la **ecuación de síntesis** como aquella que nos permite sintetizar o reconstruir la señal original $x(t)$ a partir de sus componentes frecuenciales $\frac{2\pi}{T}k$ y de sus coeficientes c_k asociados:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \cdot \psi_k(t) \tag{6}$$

extitEcuación de síntesis

Complementariamente, se define la **ecuación de análisis** como aquella que nos permite analizar o evaluar el aporte de cada componente frecuencial $\frac{2\pi}{T}k$ en la señal calculando su coeficiente c_k:

$$c_k = \frac{1}{T}\langle \psi_k(t), x(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)e^{-j\frac{2\pi}{T}kt}\,dt \tag{7}$$

extitEcuación de análisis

4. Dadas dos señales $f(t)$ y $g(t)$ con coeficientes de Fourier c_k y d_k, respectivamente, encuentre los coeficientes de Fourier de la señal $y(t) = f(t)$