



Ingeniería Eléctrica

FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE

## Análisis y Diseño de Circuitos Eléctricos (EL3101-2)

### Clase auxiliar 3

Prof. Santiago Bradford V.

Prof. Aux. Erik Saez A. - Rodrigo Catalán

- Byron Castro R.

1. Considere el circuito de la figura 6. Determinar el voltaje  $v_{sal}$  dado que se conoce  $i$ .

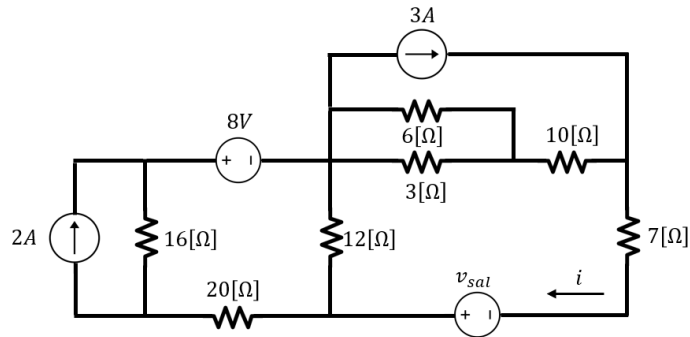


Figura 1: Esquema del circuito

#### Solución:

Se busca el obtener el voltaje  $v_{sal}$ , por lo tanto será de utilidad considerar la equivalencia *Thevenin* - *Norton* para el circuito, por lo tanto dividiendo por zonas:

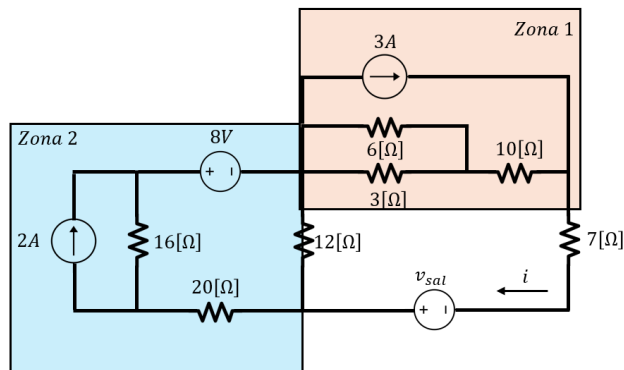


Figura 2: Esquema del circuito

Por lo tanto para la zona 1 tenemos que:

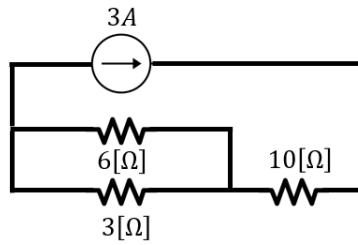


Figura 3: Esquema del circuito

Donde notamos que la resistencia de  $6[\Omega]$  y la de  $3[\Omega]$  se encuentran en paralelo, es decir:

$$R_{eq} = \frac{6[\Omega] \cdot 3[\Omega]}{6[\Omega] + 3[\Omega]} = 2[\Omega] \quad (1)$$

Con lo que se obtiene que:

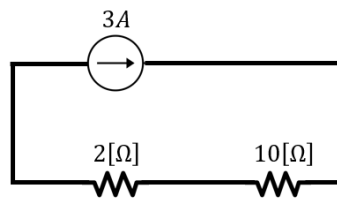


Figura 4: Esquema del circuito

Donde notamos que la resistencia equivalente de  $2[\Omega]$  y la de  $10[\Omega]$  se encuentran en serie, es decir:

$$R_{eq} = 2[\Omega] + 10[\Omega] = 12[\Omega] \quad (2)$$

De esta manera podemos aplicar la equivalencia de Thevenin - Norton, por lo tanto se tiene que:

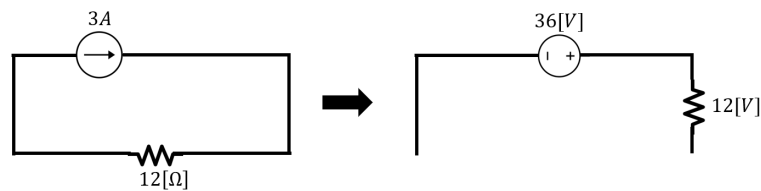


Figura 5: Esquema del circuito

Luego analogamente para la zona 2 tenemos que:

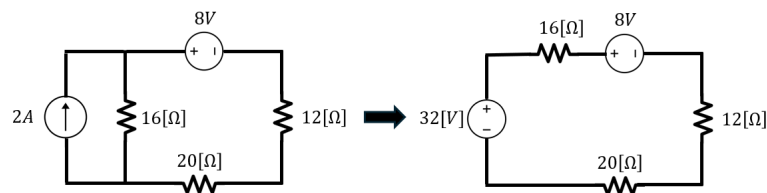


Figura 6: Esquema del circuito

De esta manera tenemos que las dos resistencias estan en serie por lo que:

$$R_{eq} = 16[\Omega] + 20[\Omega] = 36[\Omega] \quad (3)$$

Ademas tenemos dos resistencias en sentido opuestos, por lo que se restan dando como resultado:

$$V_{eq} = 32[V] - 8[V] = 24[V] \quad (4)$$

$$(5)$$

Por lo que el esquema final vendra dado por:

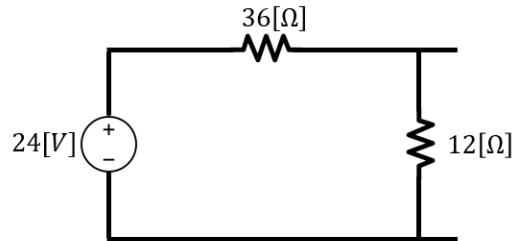


Figura 7: Esquema del circuito

Recordemos que esta zona se encuentra conectada al resto del circuito por lo que los voltajes  $12[\Omega]$  Y  $36[\Omega]$  no se encuentran ni en serie ni en paralelo, lo que podemos realizar por tanto es utilizar otra vez la equivalencia de Thevenin - Norton, por lo que se tiene que:

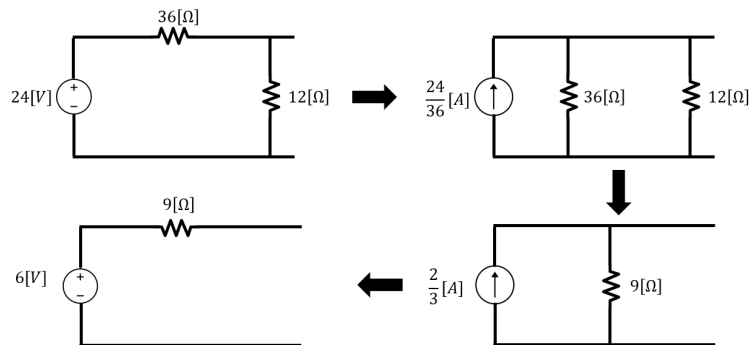


Figura 8: Esquema del circuito

De esta manera tenemos que el circuito original vendra dado por:

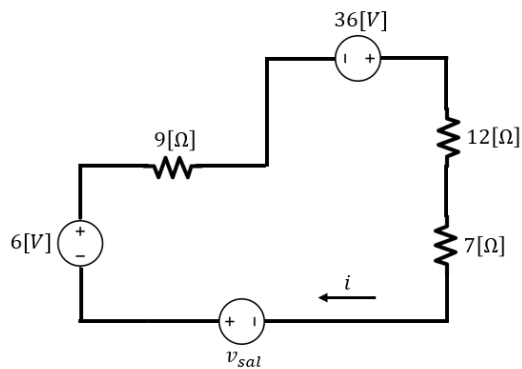


Figura 9: Esquema del circuito

Con lo que el circuito se simplifica de sobremanera, por lo que unicamente tenemos una malla dada por

$$-6 + 9i - 36 + 12i + 7i - V_{sal} = 0 \quad (6)$$

: y dado que la corriente  $i$  es conocida, tenemos finalmente que el  $v_{sal}$  será:

$$V_{sal} = 6 + 9i - 36 + 12i + 7i \quad (7)$$

$$= -30 + 28i \quad (8)$$

De esta manera se obtiene el voltaje  $v_{sal}$  en función de la corriente  $i$ .

2. Sea el esquema visto en la figura, obtenga la corriente  $i_R$  en la resistencia  $R = 1/6[\Omega]$

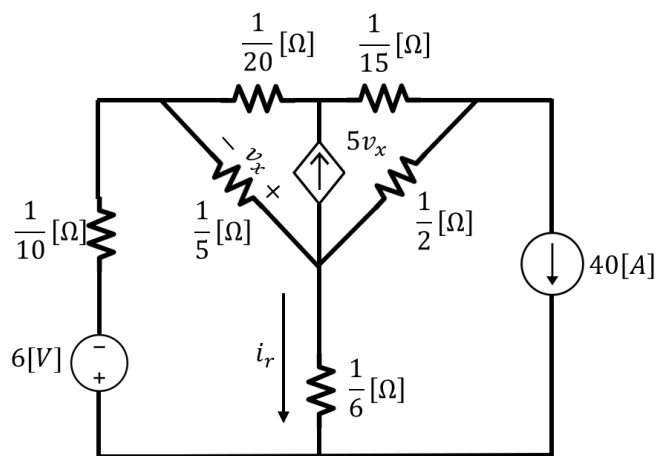


Figura 10: Esquema del circuito

**Solución:**

Se resolverá mediante método de nodos, por lo tanto se plantea lo siguiente:

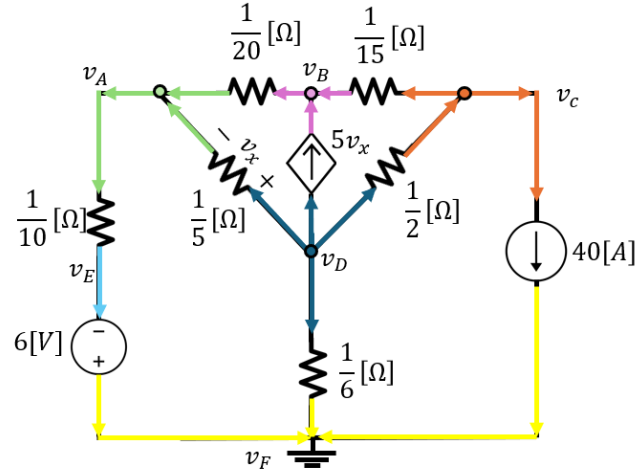


Figura 11: Esquema del circuito

Con lo es posible plantear las siguientes ecuaciones, teniendo en consideracion que  $V_F = 0$  Y  $V_E = -6[V]$ , dada la eleccion de la tierra, luego:

$$\text{Nodo A: } i_{20} + i_5 = i_{10} \quad (9)$$

$$(V_b - V_a)20 + (V_D - V_a)5 = (V_a + 6)10 \quad (10)$$

$$\text{Nodo B: } i_{5v_x} + i_{15} = i_{20} \quad (11)$$

$$5V_x + (V_c - V_b)15 = (V_b - V_a)20 \quad (12)$$

$$\text{Nodo C: } i_2 = i_{15} + 40 \quad (13)$$

$$(V_D - V_c)2 = (V_c - V_b)15 + 40 \quad (14)$$

$$\text{Nodo D: } i_5 + i_2 + i_6 + i_{5v_x} = 0 \quad (15)$$

$$(V_D - V_a)5 + (V_D - V_c)2 + 6v_D + 5V_x = 0 \quad (16)$$

$$(17)$$

Pero tenemos que  $V_x = V_D - V_A$ , por tanto se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$-35v_A + 20v_B + 5v_D = 60 \quad (18)$$

$$15v_A - 35v_B + 15v_C + 5v_D = 0 \quad (19)$$

$$15v_B - 17v_C + 2v_D = 40 \quad (20)$$

$$-10v_A - 2v_C + 18v_D = 0 \quad (21)$$

Con lo que despejando el sistema de ecuaciones tenemos que:

$$v_A = -7[V] \quad (22)$$

$$v_B = -8[V] \quad (23)$$

$$v_C = -10[V] \quad (24)$$

$$v_D = -5[V] \quad (25)$$

De esta manera tenemos que la corriente  $i_R$  sera:

$$i_R = \frac{V_D - V_F}{\frac{1}{6}} \quad (26)$$

$$= \frac{-5 - 0}{\frac{1}{6}} \quad (27)$$

$$= -30[A] \quad (28)$$

Con lo que finalmente tenemos que la corriente  $i_R$  es de  $-30[A]$ , lo que indica que la corriente fluye en sentido opuesto al planteado.

3. Considera el circuito de la figura 1 (a) donde  $V_b$ ,  $V_1$  y  $V_2$  son fuentes de voltajes conocidos. En particular las últimas dos están referenciadas a tierra. Se solicita entonces:

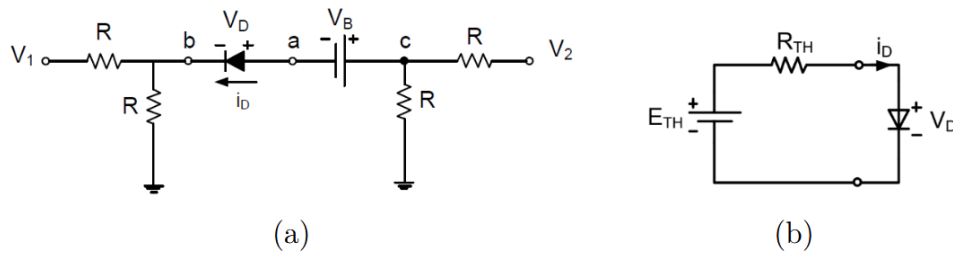


Figura 12: Esquema del circuito

1. Encontrar el equivalente de Thevenin desde los terminales a-b para obtener el circuito equivalente de la figura 1 (b).
2. Encuentre las condiciones de  $V_2$  tal que el diodo esté en estado ON/OFF.
3. Imponga  $V_1 = 0[V]$ ,  $V_B = 1[V]$ . Si  $V_2$  es la onda rectangular de la figura 2, encuentre y grafique el comportamiento del voltaje  $V_C$  en función del tiempo.

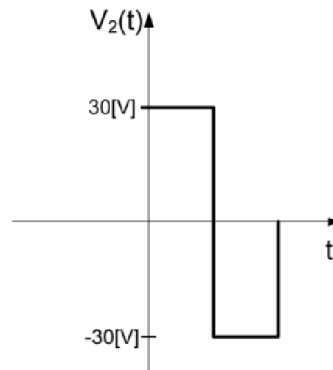


Figura 13: Esquema del circuito

## Solución:

1. Dado que se busca obtener el equivalente de Thevenin, primero se realizan unas reduccion con el fin de simplificar mas el circuito, es decir:

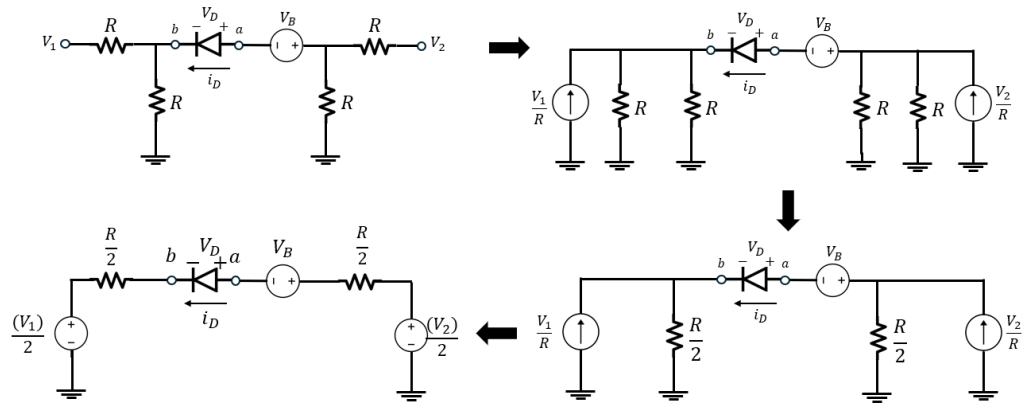


Figura 14: Esquema del circuito

Luego se busca obtener el voltaje de Thevenin y la resistencia de theve, para el primero debemos cortocircuitar las fuentes de voltaje y dejar abiertas las fuentes de corriente (En caso de existir), por lo que se tiene que:

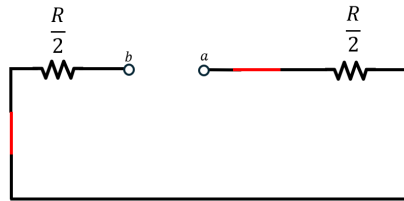


Figura 15: Esquema del circuito

Tenemos por tanto que la resistencia de Thevenin sera:

$$R_{th} = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R \quad (29)$$

Por otro lado tendremos que el voltaje de Thevenin sera:

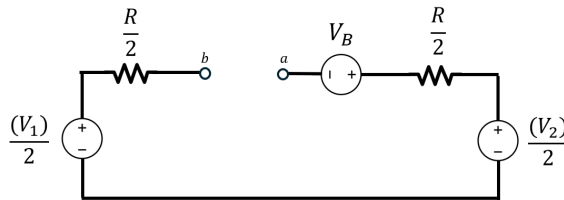


Figura 16: Esquema del circuito

De esta manera tenemos que el circuito vendra dado por una malla tal que:

$$0 = \frac{-V_1}{2} + i \frac{R}{2} - V_B + i \frac{R}{2} + \frac{V_2}{2} - V_{th} \quad (30)$$

$$v_{th} = \frac{V_2 - v_1}{2} - V_b \quad (31)$$

Con lo que de esta manera tenemos que el sistema reducido corresopndera a :

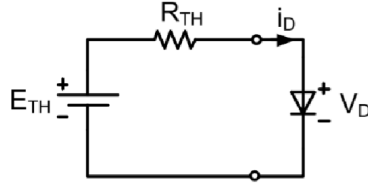


Figura 17: Esquema del circuito

obteniendo lo buscado.

2. Se busca las condiciones de  $V_2$  tal que el diodo se encuentre en estado ON/OFF, por lo que tenemos que dividir por casos:

- **Estado OFF:** En este caso tenemos que se debe cumplir que  $I_D = 0$  y para esto se debe tener que  $V_D < 0$  por lo tanto retomando la ecuacion anterior, se realiza una malla en el sistema reducido y por tanto:

$$V_{th} + Ri_D + V_D = 0 \quad (32)$$

$$\frac{V_2 - V_1}{2} - V_b + Ri_D + V_D = 0 \quad (33)$$

Pero sabemos que  $I_D = 0$  en el caso en que el diodo este en OFF y por lo tanto  $V_D < 0$ :

$$\frac{V_2 - V_1}{2} - V_b + V_D = 0 \quad (34)$$

$$V_D = -\frac{V_2 - V_1}{2} + V_b \quad (35)$$

$$(36)$$

Dado que  $V_D < 0$ , despejando  $v_2$  se tendra que:

$$V_2 < V_1 + 2V_b \quad (37)$$

$$(38)$$

- **Estado ON:** En este caso tenemos que se debe cumplir que  $I_D > 0$  y para esto se debe tener que  $V_D = 0$  por lo tanto retomando la ecuacion anterior, se realiza una malla en el sistema reducido y por tanto:

$$V_{th} + Ri_D + V_D = 0 \quad (39)$$

$$\frac{V_2 - V_1}{2} - V_b + Ri_D + V_D = 0 \quad (40)$$



Se debe cumplir que  $Ri_D > 0$  además que  $V_D = 0$ , por lo que se tiene que:

$$Ri_D = -\frac{V_2 - V_1}{2} + V_b > 0 \quad (41)$$

De esta manera se tiene que despejando  $V_2$  se tendrá que:

$$V_2 > V_1 + 2V_b \quad (42)$$

$$(43)$$

Por lo que se determinan las condiciones de  $V_2$  tal que el diodo esté en estado ON/OFF.

3. Se impone  $V_1 = 0[V]$ ,  $V_B = 1[V]$ , viendo el gráfico tenemos que  $V_2 = 30$  inicialmente, por lo que en base a las desigualdades anteriores tenemos que:

$$2V_b + V_1 = 2 \cdot 1 + 0 = 2 \quad (44)$$

Por lo que es menor que  $V_2$  y por tanto el diodo se encuentra en estado ON, por lo que el voltaje en el nodo  $V_C$  será:

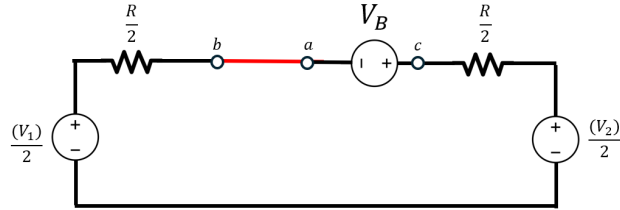


Figura 18: Esquema del circuito

$$\frac{\frac{V_2}{2} - V_c}{\frac{R}{2}} - \frac{(V_c - V_b) - \frac{V_1}{2}}{\frac{R}{2}} = 0 \quad (45)$$

Notemos además que como estamos considerando que el diodo se encuentra funcionando, por lo que  $V_D = 0$ . Considerando que  $V_2 = 30$ ,  $V_1 = 0$ ,  $V_b = 1$ , se tiene que:

$$\frac{\frac{30}{2} - V_c}{\frac{R}{2}} - \frac{(V_c - 1) - \frac{0}{2}}{\frac{R}{2}} = 0 \quad (46)$$

$$\frac{15 - V_c}{\frac{R}{2}} - \frac{(V_c - 1)}{\frac{R}{2}} = 0 \quad (47)$$

$$15 - V_c = V_c - 1 \quad (48)$$

$$16 = 2V_c \quad (49)$$

$$V_C = 8[V] \quad (50)$$

Por otro lado cuando  $V_2 = -30$  tendremos que este se encontrara en estado OFF, por lo que el voltaje  $V_D < 0$  y  $I_D = 0$  por lo tanto:

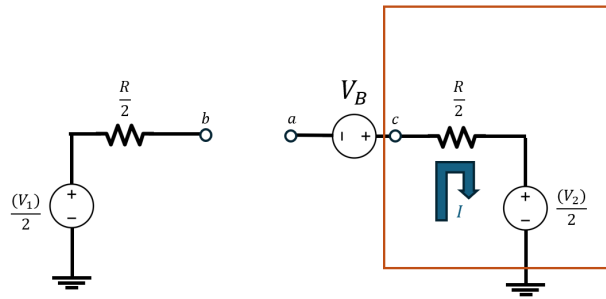


Figura 19: Esquema del circuito

$$V_c = \frac{V_2}{2} + i \frac{R}{2} \quad (51)$$

$$= \frac{-30}{2} + 0 \quad (52)$$

$$= -15[V] \quad (53)$$

De esta manera se obtienen los valores de  $V_C$  en funcion del tiempo, por lo que graficando se tendra que:

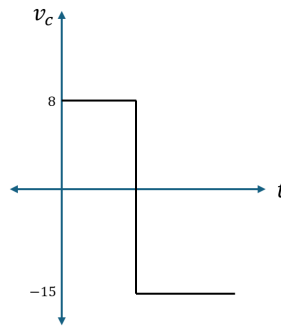


Figura 20: Esquema del circuito

4. Para el circuito de la figura, calcule las corrientes de malla:

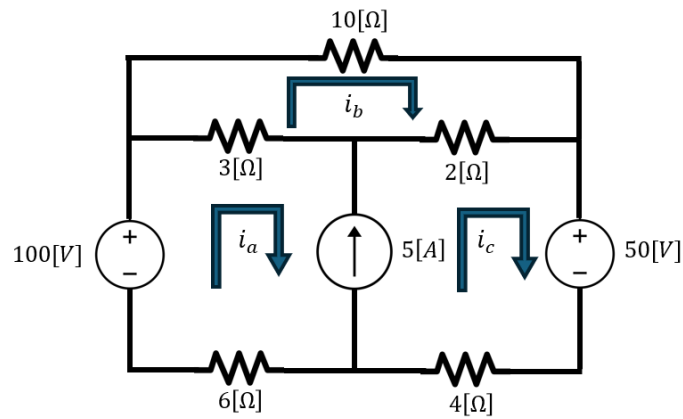


Figura 21: Esquema del circuito

**Solución:**

Se busca obtener las corrientes de malla para el circuito, por lo que mediante el metodo de mallas tenemos:

$$\text{Malla 1: } -100 + 3(i_a - i_b) + v_{\text{fuente de corriente}} + 6i_a = 0 \quad (54)$$

$$\text{Malla 2: } 50 + 4i_c - v_{\text{fuente de corriente}} + 2(i_c - i_b) = 0 \quad (55)$$

$$\text{Malla 3: } 10i_b + 2(i_b - i_c) + 3(i_b - i_a) = 0 \quad (56)$$

$$(57)$$

Ademas sabemos la direccion de corriente que circula por el centro de la malla debido a la fuente de corriente (Debe ir hacia arriba), es decir:

$$i_c - i_a = 5[A] \quad (58)$$

Sumando la malla 1 y 2 se tiene que:

$$-100 + 3(i_a - i_b) + v_{fc} + 6i_a + 50 + 4i_c - v_{fc} + 2(i_c - i_b) = 0 \quad (59)$$

$$-50 + 9i_a - 5i_b + 6i_c = 0 \quad (60)$$

$$(61)$$

Luego reduciendo la malla 3 se tiene que:

$$10i_b + 2(i_b - i_c) + 3(i_b - i_a) = 0 \quad (62)$$

$$10i_b + 2i_b - 2i_c + 3i_b - 3i_a = 0 \quad (63)$$

$$15i_b - 3i_a - 2i_c = 0 \quad (64)$$

Esto nos permite eliminar el  $v_{\text{fuente de corriente}}$  debido a que no lo conocemos, luego tomando esta ecuacion y las del resto, es posible expresar el sistema en forma matricial, es decir:

$$9i_a - 5i_b + 6i_c = 50 \quad (65)$$

$$-3i_a + 15i_b - 2i_c = 0 - i_a + 0i_b + i_c = 5 \quad (66)$$

De esta manera se tiene la matriz:

$$\begin{pmatrix} 9 & -5 & 6 \\ -3 & 15 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \quad (67)$$

La cual pueden resolverse como estimen conveniente, por lo que se tiene que:

$$i_a = 1.75[A] \quad (68)$$

$$i_b = 1.25[A] \quad (69)$$

$$i_c = 6.75[A] \quad (70)$$

COon lo que se obtienen los valores buscados.