Prof. Benjamin Jacard H.
Prof. Aux. Erik Saez A. - Rodrigo Catalán - Byron Castro R.

1. El voltaje que circula a través de un elemento de circuito es $v(t) = 20(1 - \exp(-8t))$ V cuando $t \geq 0$ y $v(t) = 0$ cuando $t < 0$. La corriente en este elemento es $i(t) = 30\exp(-8t)$ mA cuando $t \geq 0$, e $i(t) = 0$ cuando $t < 0$. La corriente y el voltaje del elemento se apegan a la convención pasiva. Especifique la potencia que este dispositivo puede ser capaz de absorber de manera segura.

Solución:

Se busca obtener la potencia a la que el dispositivo es capaz de absorver de manera segura. Se tiene que:

$$v(t) = \begin{cases} 20(1 - e^{-8t}) \text{ V}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \tag{1}$$

$$i(t) = \begin{cases} 30e^{-8t} \text{ mA}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \tag{2}$$

La potencia instantánea se puede obtener como:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = \begin{cases} 20(1 - e^{-8t}) \cdot 30e^{-8t} \text{ mW}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \tag{3}$$

Luego esta potencia sera maxima en presencia de maximos locales o globales, por tanto se busca dichos puntos.

$$\frac{dp(t)}{dt} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{d}{dt}\left(20(1 - e^{-8t}) \cdot 30e^{-8t}\right) = 0 \tag{5}$$

$$\frac{d}{dt}\left((1 - e^{-8t})e^{-8t}\right) = 0 \tag{6}$$

$$\frac{d}{dt}\left(e^{-8t} - e^{-16t}\right) = 0 \tag{7}$$

$$-8e^{-8t} + 16e^{-16t} = 0 \tag{8}$$

$$-e^{-8t} + 2e^{-16t} = 0 \tag{9}$$

$$\frac{e^{-8t}}{e^{-16t}} = 2 \tag{10}$$

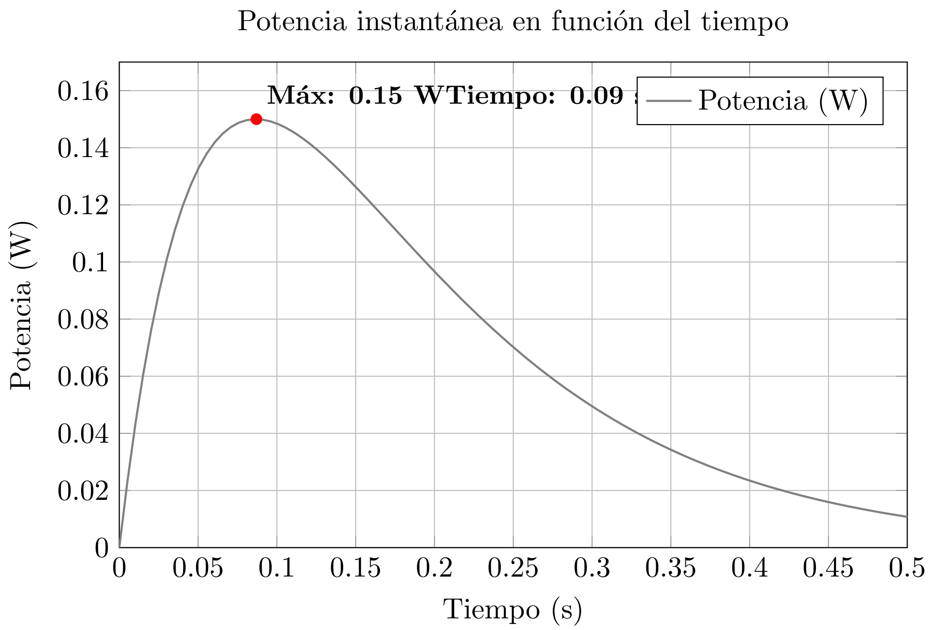
$$e^{8t} = 2 \tag{11}$$

$$8t = \ln(2) \tag{12}$$

$$t = \frac{\ln(2)}{8} \approx 0.01 \tag{13}$$

De esta manera se obtiene que reemplazando en la ecuacion de potencia:

$$p\left(t = \frac{ln(2)}{8}\right) \approx 150 \text{ mW} \tag{14}$$



2. Para el circuito de la figura 1:
   - El valor de R2 respecto a R1 que maximiza la potencia disipada en R2.
   - Qué ocurre con la potencia si el valor de R2 es muy alto (Aprox. a ∞).
   - Qué ocurre con la potencia si el valor de R2 es muy bajo (Aprox. a 0).

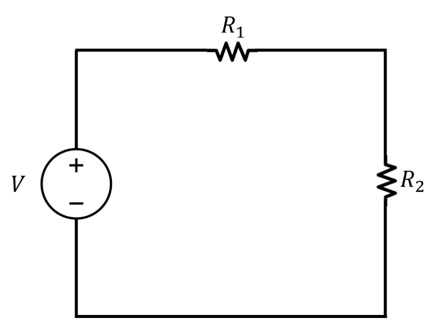


Figura 1: Esquema del circuito

Solución:

- Se busca obtener el valor de R_2 respecto a R_1 que maximiza la potencia disipada en R_2, por lo tanto:

$$V - V_{R1} - V_{R2} = 0 \tag{15}$$
$$V = V_{R1} + V_{R2} \tag{16}$$
$$V = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_1 \tag{17}$$
$$I_1 = \frac{V}{R_1 + R_2} \tag{18}$$

Luego reemplazando sobre la potencia disipada en R_2:

$$P_{R2} = V_{R2} \cdot I_1 \tag{19}$$
$$= R_2 \cdot I_1^2 \tag{20}$$
$$= R_2 \cdot \left(\frac{V}{R_1 + R_2}\right)^2 \tag{21}$$

Para cumplir la condicion de maximo se deriva respecto a R_2 y se iguala a 0, tal que:

$$\frac{dP_{R2}}{dR_2} = 0 \tag{22}$$
$$\frac{d}{dR_2}\left(R_2 \cdot \left(\frac{V}{R_1 + R_2}\right)^2\right) = 0 \tag{23}$$
$$\frac{1}{(R_1 + R_2)^2} - \frac{2R_2}{(R_1 + R_2)^3} = 0 \tag{24}$$
$$\frac{1}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{2R_2}{(R_1 + R_2)^3} \tag{25}$$
$$1 = \frac{2R_2}{(R_1 + R_2)} \tag{26}$$
$$R_1 + R_2 = 2R_2 \tag{27}$$
$$R_1 = R_2 \tag{28}$$

De esta manera se obtiene que el valor de R_2 respecto a R_1 que maximiza la potencia disipada en R_2 es $R_1 = R_2$.

- Analizando este caso en diferentes aspectos, tenemos que:

$$lim_{R_2 \to \infty}(P_{R2}) = \frac{R_{2 \cdot V^2}}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{\frac{1}{R_2} \cdot V^2}{(\frac{R_1}{(R_2)^2} + 1)^2} = 0 \tag{29}$$

Por otro lado el voltaje se tendra que:

$$lim_{R_2 \to \infty}(V_{R2}) = R_2 \cdot I_1 = R_2\left(\frac{V}{R_1 + R_2}\right) = \frac{V}{\left(\frac{1}{R_2 + 1}\right)} = V \tag{30}$$

Por ultimo la corriente se tendra que:

$$lim_{R_2 \to \infty}(I_1) = \frac{V}{R_1 + R_2} = 0 \tag{31}$$

Este fenomeno es conocido como un circuito abierto, puede entenderse como que la resistencia tiende a infinito y por tanto no permite circular corriente, por lo tanto no se disipa potencia.

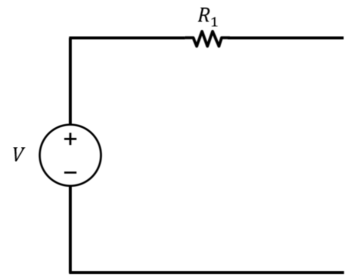


Figura 2: Esquema del circuito abierto

- Por otro lado sea el caso que R_2 tiende a 0, se tiene que en base al mismo analisis:

$$lim_{R_2 \to 0}(P_{R2}) = \frac{R_{2 \cdot V^2}}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{0 \cdot V^2}{(R_1)^2} = 0 \tag{32}$$

Por otro lado el voltaje se tendra que:

$$lim_{R_2 \to 0}(V_{R2}) = R_2 \cdot I_1 = R_2 \left(\frac{V}{R_1 + R_2} \right) = 0 \tag{33}$$

Por ultimo la corriente se tendra que:

$$lim_{R_2 \to 0}(I_1) = \frac{V}{R_1 + R_2} = \frac{V}{R_1} = \frac{V}{R_1} \tag{34}$$

Este fenomeno es conocido como un corto circuito, puede entenderse como que la resistencia tiende a 0 y por tanto no permite caida de voltaje, por lo tanto no se disipa potencia.

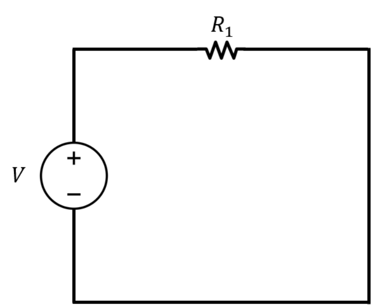


Figura 3: Esquema del circuito cerrado para R_2

Estos dos conceptos es super importante entenderlos y no confundirlos.

3. En base a la figura del enunciado:

   Asigne referencias a cada elemento.

2. Use LVK para encontrar el voltaje en cada resistencia.
3. Use la ley de Ohm para encontrar la corriente en cada resistencia.
4. Use LCK para encontrar la corriente que pasa a través de cada fuente de voltaje.

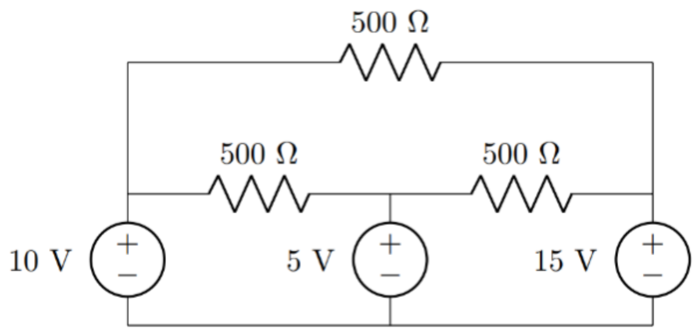


Figura 4: Esquema del circuito

Solución:

1. Las asignaciones de referencias son arbitrarias y propias de quien las plantee, el unico requerimiento es que se mantenga la consistencia en el analisis, en este caso particular:

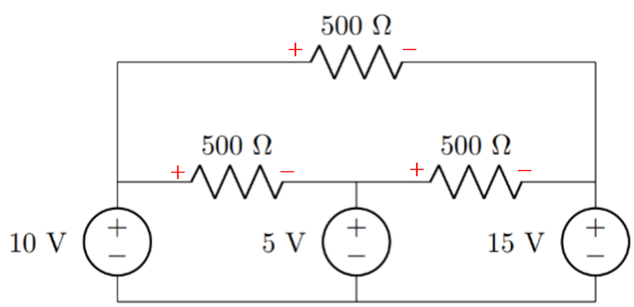


Figura 5: Esquema del circuito

2. Se busca obtener el voltaje en cada resistencia, por lo tanto se plantea LVK en cada malla:

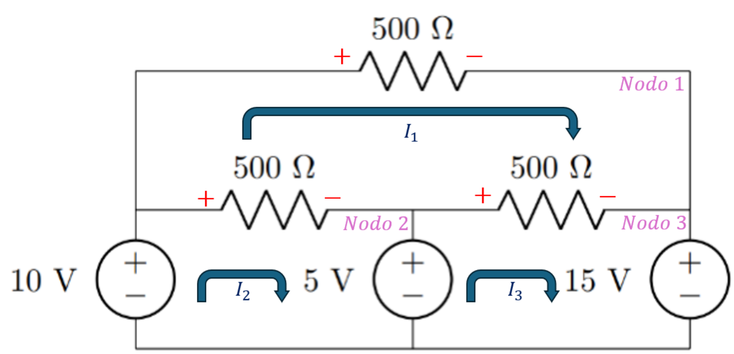


Figura 6: Esquema del circuito con todas las referencias

Luego para cada nodo tenemos lo siguiente:

$$\sum_{\text{Nodo 1}} V_n = V_1 - V_2 - V_3 = 0 \tag{35}$$

$$V_1 = V_2 + V_3 \tag{36}$$

$$\sum_{\text{Nodo 2}} V_n = 5[v] - 10[v] + V_2 = 0 \tag{37}$$

$$V_2 = 5[v] \tag{38}$$

$$\sum_{\text{Nodo 3}} V_n = 15[v] - 5 + V_3 = 0 \tag{39}$$

$$V_3 = -10[v] \tag{40}$$

Con lo que finalmente se obtiene $V_1 = V_2 + V_3 = -5[v]$

3. Se busca obtener la corriente en cada resistencia, pero utilizando LCK, para esto tenemos el siguiente esquema:

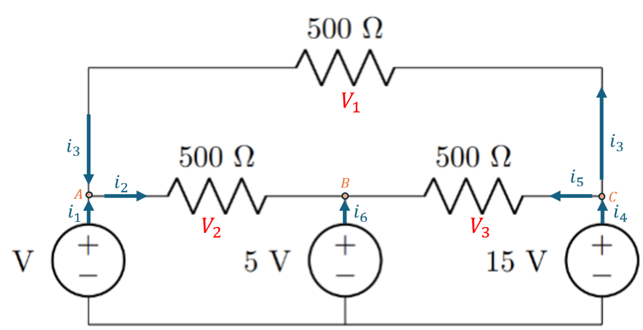


Figura 7: Esquema del circuito

Luego se tiene que en cada nodo:

$$\text{Nodo A:} i_3 + i_1 = i_2 \tag{41}$$

$$\text{Nodo B:} i_6 + i_2 + i_3 0 \tag{42}$$

$$\text{Nodo C:} i_4 = i_3 + i_5 \tag{43}$$

Luego se tiene lo siguiente para la diferencia de voltajes:

$$V_{AB} : V_A - V_B = V_2 = i_2 R_2 \tag{44}$$
$$V_A - V_B = i_2 R_2 \tag{45}$$
$$10[V] - 5[V] = i_2 R_2 \tag{46}$$
$$\frac{5[V]}{500[\Omega]} = i_2 \tag{47}$$
$$i_2 = 0.01[A] \tag{48}$$

$$V_{CA} : V_C - V_A = i_3 R_1 \tag{56}$$
$$15[V] - 10[V] = i_3 R_1 \tag{57}$$
$$i_3 = \frac{5[V]}{500[\Omega]} \tag{58}$$
$$i_3 = 0.01[A] \tag{59}$$

$$V_{CB} : V_C - V_B = i_5 R_3 \tag{49}$$
$$V_C - V_B = i_5 R_3 \tag{50}$$
$$15[V] - 5[V] = i_5 R_3 \tag{51}$$
$$\frac{10[V]}{500[\Omega]} = i_5 \tag{52}$$
$$i_5 = 0.02[A] \tag{53}$$

$$i_1 = i_2 - i_3 \tag{60}$$
$$= 0.01[A] - 0.01[A] \tag{61}$$
$$= 0[A] \tag{62}$$

$$i_6 = -(i_2 + i_5) \tag{54}$$
$$i_6 = -0.03[A] \tag{55}$$

$$i_5 = i_4 - i_3 \tag{63}$$
$$0.02[A] = i_4 + 0.01[A] \tag{64}$$
$$i_4 = 0.01[A] \tag{65}$$

Finalmente se obtienen los mismos valores de corriente que se obtuvieron en el punto anterior, pero desde otro modo de resolucion.

4.
   1. Identifique todos los nodos.
   2. Simplifique el circuito lo que más pueda y luego asigne referencia de signos.
   3. Plantee todas las ecuaciones de malla (incluyendo la ec. de malla exterior) y demuestre que hay una ecuación innecesaria para el análisis.
   4. Calcule las corrientes incógnitas del método de mallas considerando que todas las resistencias tienen el mismo valor.

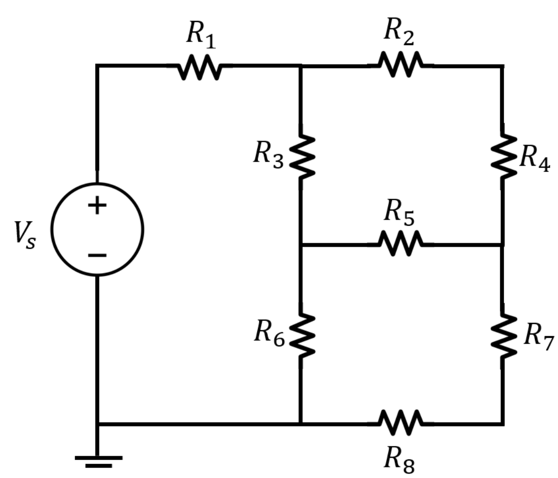


Figura 8: Esquema del circuito

Solución:

1. Se busca el identificar todos los nodos del circuito, por lo tanto se tiene lo siguiente:

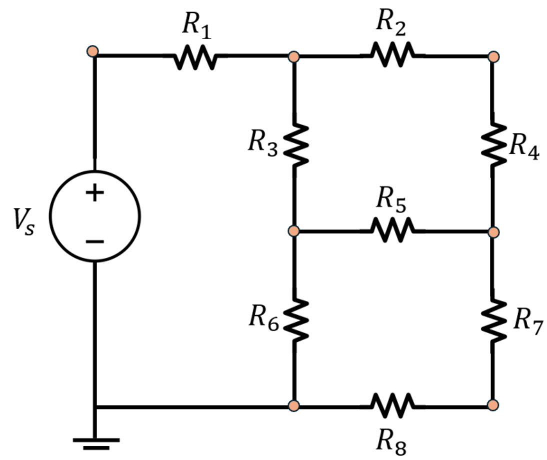


Figura 9: Esquema del circuito con los nodos identificados

2. Se busca simplificar el circuito lo mas posible, por lo tanto se identifica lo siguiente:

   - Tanto R_2 como R_4 se encuentran en serie.
   - Tanto R_7 como R_8 se encuentran en serie.

   Luego tenemos que el esquema simplificado es el siguiente:

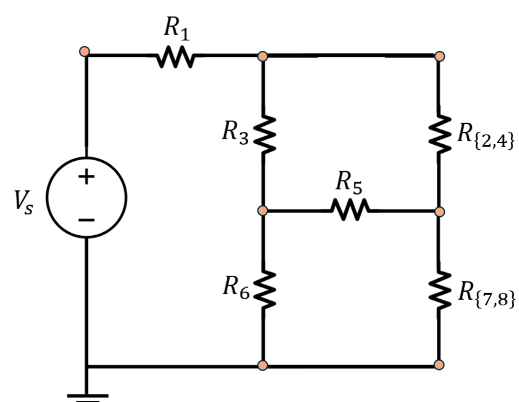


Figura 10: Esquema del circuito con los nodos identificados

   Luego se asignan las referencias de signos dando como resultado:

3. Luego se busca plantear las ecuaciones de malla, por lo tanto se tiene lo siguiente: