



1. Sean los siguientes sistemas a tiempo discreto:

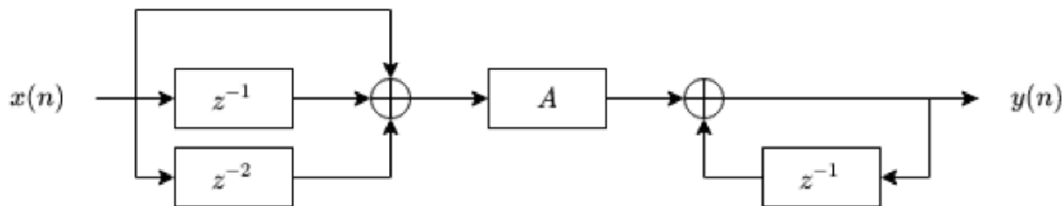
1. Determine si los siguientes sistemas a tiempo discreto son lineales y/o invariantes en el tiempo:

- $y[n] = nx[n]$
- $y[n] = e^{x[n]}$
- $y[n] = \sum_{j=1}^M a_j \cdot x[n-j] + B$

2. Para el sistema a tiempo discreto T definido por la relación entrada-salida $y[n] = nx[n]$, bosqueje por separado $T_k(T(x[n]))$ y $T(T_k(x[n]))$ para $k = 2$ y compare con los resultados obtenidos en la parte a. Para el bosquejo considere la señal:

$$x[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (1)$$

2. Escriba el siguiente sistema, bosqueje la salida del sistema si a la entrada hay un impulso de magnitud 1 centrado en 0 y clasifique esa señal de salida en cuanto a su energía y si corresponde, su potencia.



3. Considere el sistema mostrado en la figura, donde $h[n] = a^n u[n]$ con $-1 < a < 1$. Determine la respuesta del sistema bajo la excitación

$$x[n] = u[n+5] - u[n-10].$$

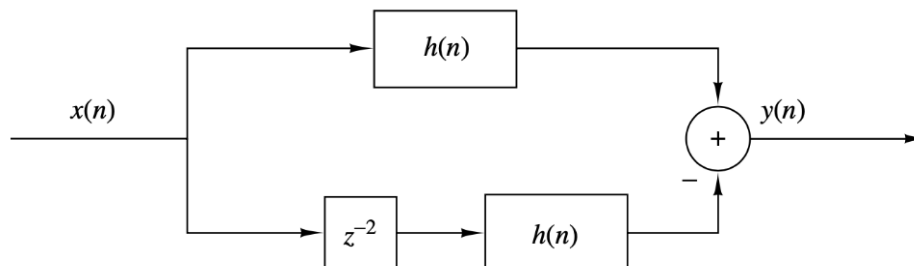


Figura 4: Sistema a analizar.

4. Demuestre que, si un sistema cumple

$$y[n] = T(x[n]) = x[n] * h[n] = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x[k] h[n - k],$$

entonces, con $h[n]$ la respuesta al impulso del sistema, necesariamente el sistema es lineal e invariante en el tiempo (LTI).

5. Tres sistemas con respuestas al impulso $h_1[n] = \delta[n] - \delta[n - 1]$, $h_2[n] = h[n]$ y $h_3[n] = u[n]$ se conectan en cascada.

1. ¿Cuál es la respuesta al impulso total $h_c[n]$ del sistema en su conjunto?
2. ¿El orden de conexión afecta al sistema en su conjunto? Justifique.

6. Considere el sistema a tiempo discreto de orden N caracterizado por la siguiente ecuación de diferencia con parámetros constantes b_1, \dots, b_N y a_0, \dots, a_M :

$$y[n] = b_1 y[n - 1] + \dots + b_N y[n - N] + a_0 x[n] + \dots + a_M x[n - M], \quad (65)$$

para todo $n \in \mathbb{Z}$. Supondremos *coeficientes constantes en el tiempo* y señales definidas en \mathbb{Z} .

- (a) Verifique que el sistema determinado en la Ec. (65) es lineal.
- (b) Verifique que el sistema determinado en la Ec. (65) es invariante en el tiempo (TI).
- (c) Considere la versión con condiciones iniciales del sistema en (65): $y[n]$ se determina para $n \geq 0$ donde la entrada es $(x[n])_{n \geq 0}$ (asumiendo valores nulos en tiempos negativos) y el vector de estado (condiciones iniciales de (65)) es $y_1 = y[-1], \dots, y_N = y[-N]$. Verifique que la solución frente a la entrada $(x[n])_{n \geq 0}$ y las condiciones iniciales (y_1, \dots, y_N) se puede escribir como

$$(y[n])_{n \geq 0} = (y_{SO}[n])_{n \geq 0} + (y_{IO}[n])_{n \geq 0}, \quad (66)$$

donde $(y_{SO}[n])_{n \geq 0}$ denota la *respuesta de estado cero* y $(y_{IO}[n])_{n \geq 0}$ denota la *respuesta de entrada cero*.