Introducción a la Física Moderna (F1100-5)
Clase auxiliar 4
Prof. Rodrigo Soto.
Prof. Aux. Erik Sáez - Javiera Toro

1. Una partícula de masa m, después de caer una distancia h, se adosa a un resorte (largo) de constante k. El sistema resultante viene gobernado por la ecuación de movimiento

$$\ddot{z} + 2\omega_0 \dot{z} + \omega_0^2 z \;=\; 0, \tag{1}$$

donde la magnitud $z(t)$ mide la posición de la partícula respecto del punto de equilibrio y $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ es la frecuencia natural del sistema. La solución general está dada por

$$z(t) \;=\; \big(A + B\,t\big)\,e^{-\omega_0 t}. \tag{2}$$

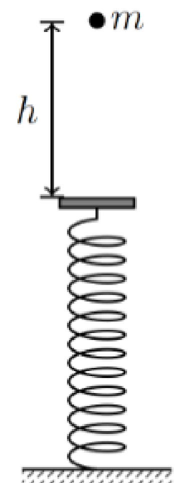

Figura 1: Partícula que cae sobre un resorte.

   1. Determine A y B usando las condiciones iniciales.
   2. Sea t_0 el instante en que el resorte tiene su máxima compresión. Evalúe t_0 (elija el cero del tiempo en el instante en que la partícula colisiona con el resorte).
   3. Haga un gráfico esquemático de la función $z(t)$.

2. Se tiene una cuerda muy larga de tensión $T = 1\,\mathrm{N}$ y densidad lineal $\rho = 0.25\,\mathrm{kg/m}$. El extremo izquierdo de la cuerda se mueve de la siguiente forma:

   1. Está quieto hasta $t = 0$.
   2. Desde $t = 0\,\mathrm{s}$ hasta $t = 2\,\mathrm{s}$, sube con velocidad constante de $1\,\mathrm{cm/s}$.
   3. Luego, se mantiene quieto por $1\,\mathrm{s}$.
   4. Finalmente, baja a velocidad constante hasta la posición inicial, tardando $1\,\mathrm{s}$ en ello.

   Grafique el perfil de la onda para $t = 3\,\mathrm{s}$.

3. Se tiene una cuerda ideal, sobre la que pasa una onda armónica transversal (el desplazamiento de la cuerda es paralelo al eje y y la onda viaja en el eje x). El lado izquierdo (a) de la figura muestra, en función del tiempo, el movimiento de un trozo infinitesimal de la cuerda ubicado en $x = 5$ m.

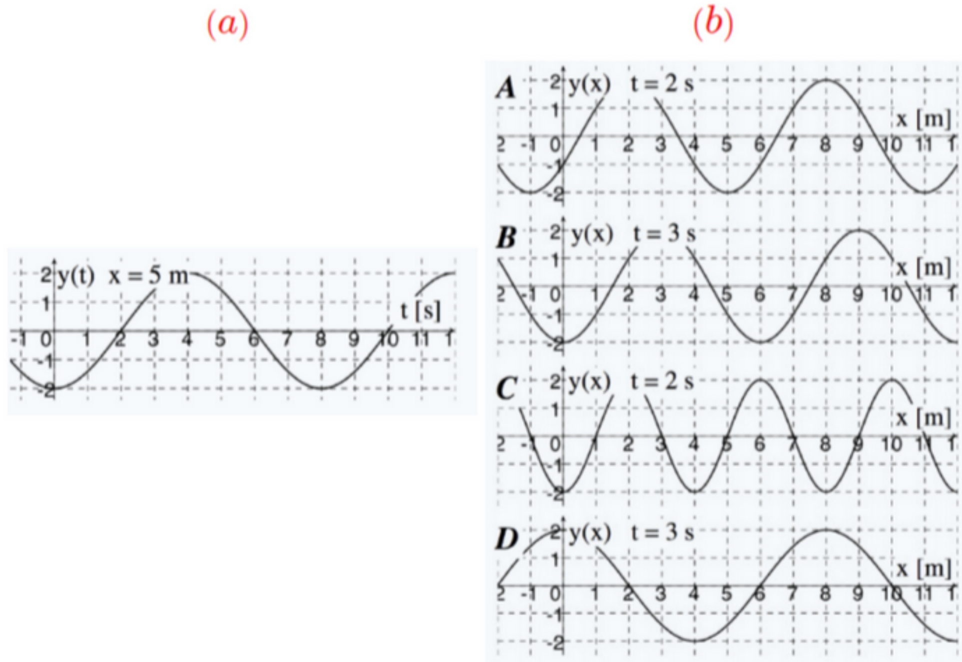

Figura 5: Onda en una cuerda.

1. Uno de los cuatro gráficos de posición y vs. x en la parte derecha (b) de la figura representa una *"foto"* de la onda en un instante en el tiempo (el momento en el tiempo para cada caso se indica en el gráfico). Encuentre cuál gráfico y vs. x pertenece a la onda mostrada en el lado izquierdo. Justifique su respuesta.
2. Determine la amplitud, longitud de onda y período de la onda. Explique cómo deduce estos valores.
3. Encuentre la rapidez a la que viaja la onda.
4. (**Propuesto**) Encuentre la dirección (derecha o izquierda) en que se mueve la onda. Justifique su respuesta.

4. Considere una cuerda de densidad lineal ρ y largo L que se cuelga del techo sin sostener ninguna masa, como se indica en la figura. Se golpea la cuerda en el centro generando dos pulsos que se propagan, uno ascendente y otro descendente.

    1. ¿Cuál de los pulsos llegará primero al extremo correspondiente de la cuerda?
    2. Al llegar al respectivo borde, cada pulso será reflejado. Diga si los pulsos se reencontrarán en el centro de la cuerda, por encima o por debajo del mismo. ¿Cómo será la superposición de los pulsos en ese instante?

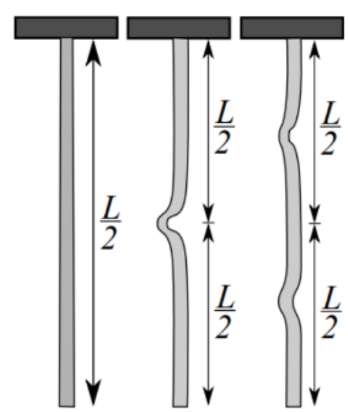

Figura 8: Cuerda colgante golpeada en el centro: pulsos ascendente y descendente.

5. Los planetas del sistema solar poseen muchos más tipos de movimientos que el de rotación y el de traslación,

algunos de ellos muy complejos, con períodos muy cortos, muy largos o incluso erráticos. Debido a la estabilidad de las órbitas alrededor del Sol, los planetas pueden describir movimientos oscilatorios en el eje radial; es posible ver un ejemplo de esto usando simples aproximaciones.

Se tiene un planeta de masa m que realiza una órbita circular de radio R_0 alrededor de una estrella de masa M. Considere ahora que la órbita del planeta es ligeramente perturbada, tal que el momento angular de la órbita no cambia, pero sí su radio en una pequeña cantidad. Usando aproximaciones adecuadas, muestre que el radio de la órbita del planeta está descrito por un oscilador armónico.

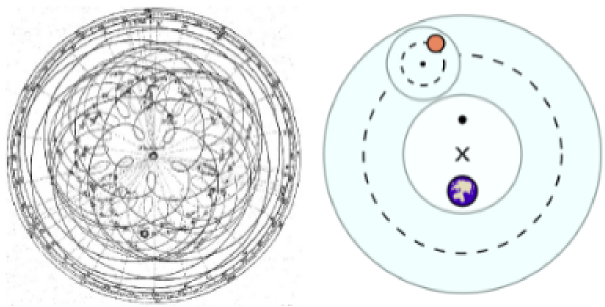

Figura 10: La aproximación realizada en el problema se le llama aproximación epicíclica, este nombre alude a la teoría de los epicilos ideada por los antiguos griegos para explicar los movimientos de los cuerpos celestes bajo el paradigma geocéntrico.

Asuma que la energia mecanica del sistema está dada por la energía mecánica en coordenadas polares bajo potencial gravitatorio newtoniano:

$$E = \frac{m}{2}\left(r\dot{\theta}\right)^2 - \frac{mMG}{r} \tag{57}$$

y que el momento angular es $L = mr^2\dot{\theta}$.