

# Auxiliar #4 - Ondas ondas ondas

## Introducción a la Física Moderna (F1100-5)

Erik Saez A. - Javiera Toro

Departamento de Ingeniería Eléctrica  
Universidad de Chile

September 2, 2025

 [erik.saez@ug.uchile.cl](mailto:erik.saez@ug.uchile.cl)

# Contenidos

**1** Resumen

**2** Pregunta 1

**3** Pregunta 2

**4** Pregunta 3

# Resumen: Oscilador forzado (bloque–resorte)

## Cambio de variable y EDO

Para un bloque de masa  $m$  colgando de un resorte  $(k, \ell_0)$  con techo móvil  $y_t = A \cos(\Omega t)$ , usando

$$z = y - \ell_0 - \frac{mg}{k}$$

se obtiene el oscilador forzado sin amortiguamiento

$$\ddot{z} + \omega^2 z = \omega^2 A \cos(\Omega t), \quad \omega^2 = \frac{k}{m}.$$

## Solución útil

Respuesta estacionaria: amplitud  $B = \frac{\omega^2 A}{\omega^2 - \Omega^2}$ . En resonancia ( $\Omega = \omega$ ) crece linealmente en el tiempo. La coordenada original:  $y(t) = z(t) + \ell_0 + \frac{mg}{k}$ .

# Resumen: Ondas en cuerda y onda estacionaria

## Onda viajera y rapidez

Rapidez  $c = \sqrt{T/\rho}$ , número de onda  $k = \omega/c$ . Ansatz de superposición:

$$y = A \sin(kx - \omega t) + B \sin(kx + \omega t).$$

## Forma de onda estacionaria

Usando identidades trigonométricas:

$$y = (A + B) \sin(kx) \cos(\omega t) + (B - A) \cos(kx) \sin(\omega t).$$

## Condiciones de borde usadas hoy

- Extremos fijos:  $y(0, t) = y(L, t) = 0 \Rightarrow k = \frac{n\pi}{L}, n = 1, 2, \dots$
- Extremos con aceleración impuesta:  $\ddot{y}(0, t) = \ddot{y}(L, t) = a_0 \sin(\Omega t)$ .
  - Con la ansatz anterior:  $\Omega = \omega$  y  $\cos(kL) = 1 \Rightarrow kL = 2\pi n$ .
  - En régimen forzado puro:  $y(x, t) = -\frac{a_0}{\omega^2} \cos(kx) \sin(\omega t)$ .
- Velocidad en el punto medio (extremos fijos):  $\partial_t y|_{x=L/2} = v_0 \sin(\Omega t)$ .
  - Se exige  $A = B$  y solo se excitan **modos impares**  $n = 1, 3, 5, \dots$
  - $y_n(x, t) = -\frac{v_0}{\Omega} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \cos(\Omega t)$ .

# Cuerda colgante y reflexiones

- Tensión variable:  $T(z) = \rho g z \Rightarrow c(z) = \sqrt{gz}$  (mayor rapidez hacia arriba).
- El pulso que sube llega primero al techo (extremo fijo) y se **invierte**; el que baja llega al extremo libre y **no** se invierte.
- Se reencuentran **por debajo del centro** y con signos opuestos  $\Rightarrow$  **interferencia destructiva**.

# Cavidad acústica (túnel)

- Modelo *abierto-cerrado*  $\Rightarrow$  solo **modos impares**:  $f_n = \frac{(2n+1)c}{4L}$ .
- Espaciamiento entre resonancias consecutivas:  $\Delta f = \frac{c}{2L} \Rightarrow L = \frac{c}{2\Delta f}$ .
- Con  $c = 335 \text{ m/s}$  y  $f = 4.5, 6.3 \text{ Hz}$ ,  $\Delta f = 1.8 \text{ Hz} \Rightarrow L \approx 93 \text{ m}$ .

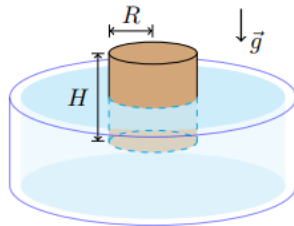
# Ejercicio 1: Corcho flotante

## Enunciado pregunta 1

Corcho cilíndrico de radio  $R$  y altura  $H$  se deja en una piscina en reposo hasta alcanzar su posición de equilibrio.

- Calcular la posición de equilibrio.
- Si se perturba ligeramente y en  $t = 0$  está en  $x_0$  con velocidad  $v_0$ , hallar  $x(t)$ .

Datos: gravedad  $g$  y fuerza de empuje  $F_e = \rho g V$ , con  $\rho$  densidad del agua y  $V$  volumen sumergido.



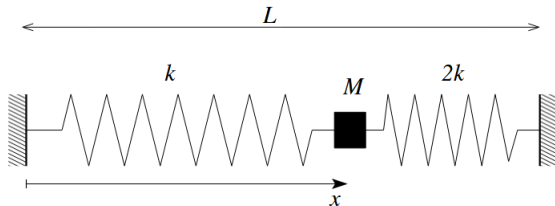


## Ejercicio 2: Masa entre dos resortes

### Enunciado pregunta 2

Bloque de masa  $M$  entre dos resortes ideales de constantes  $k$  y  $2k$  (longitudes naturales nulas), sin fricción, movimiento 1D. Inicialmente en equilibrio con velocidad  $V$  hacia la derecha.

- Frecuencia angular  $\omega$  y amplitud.
- Expresión de  $x(t)$ .
- Al cortarse el resorte derecho en su máxima elongación, tiempo hasta el choque con la pared izquierda.



## Ejercicio 3: Cavity óptica

### Enunciado Pregunta 3

Una cavidad óptica, elemento básico para construir un láser, puede hacerse usando un espejo plano (Espejo 1) y uno esférico cóncavo (Espejo 2), como en la figura.

- 1 Con  $s_1 = 5\text{ m}$ ,  $s_2 = 20\text{ m}$ ,  $R = 10\text{ m}$  y altura del peón  $h_1 = 5\text{ cm}$ , determine las imágenes del peón por ambos espejos: si son reales/virtuales, invertidas/derechas y su tamaño.
- 2 Use estas dos imágenes como nuevos objetos para generar dos nuevas imágenes; repita el razonamiento para explicar por qué aparecen infinitas imágenes al enfrenar dos espejos.

