



Ingeniería Eléctrica

FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Análisis y Diseño de Circuitos Eléctricos

(EL3101-2)

Clase auxiliar 1

Prof. Benjamin Jacard H.

Prof. Aux. Erik Saez A. - Rodrigo Catalán

- Byron Castro R.

1. El voltaje que circula a través de un elemento de circuito es $v(t) = 20(1 - \exp(-8t))$ V cuando $t \geq 0$ y $v(t) = 0$ cuando $t < 0$. La corriente en este elemento es $i(t) = 30\exp(-8t)$ mA cuando $t \geq 0$, e $i(t) = 0$ cuando $t < 0$. La corriente y el voltaje del elemento se apegan a la convención pasiva. Especifique la potencia que este dispositivo puede ser capaz de absorber de manera segura.

Solución:

Se busca obtener la potencia a la que el dispositivo es capaz de absorber de manera segura. Se tiene que:

$$v(t) = \begin{cases} 20(1 - e^{-8t}) \text{ V}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$i(t) = \begin{cases} 30e^{-8t} \text{ mA}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (2)$$

La potencia instantánea se puede obtener como:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = \begin{cases} 20(1 - e^{-8t}) \cdot 30e^{-8t} \text{ mW}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Luego esta potencia será máxima en presencia de máximos locales o globales, por tanto se busca dichos puntos.

$$\frac{dp(t)}{dt} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} (20(1 - e^{-8t}) \cdot 30e^{-8t}) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt} ((1 - e^{-8t})e^{-8t}) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} (e^{-8t} - e^{-16t}) = 0 \quad (7)$$

$$-8e^{-8t} + 16e^{-16t} = 0 \quad (8)$$

$$-e^{-8t} + 2e^{-16t} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{e^{-8t}}{e^{-16t}} = 2 \quad (10)$$

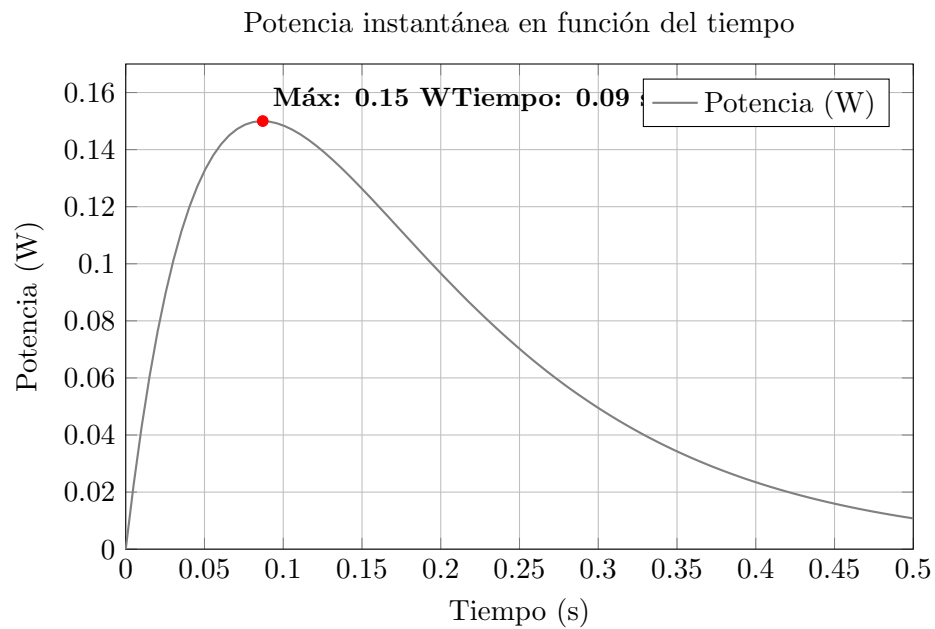
$$e^{8t} = 2 \quad (11)$$

$$8t = \ln(2) \quad (12)$$

$$t = \frac{\ln(2)}{8} \approx 0.01 \quad (13)$$

De esta manera se obtiene que reemplazando en la ecuación de potencia:

$$p\left(t = \frac{\ln(2)}{8}\right) \approx 150 \text{ mW} \quad (14)$$



2. Para el circuito de la figura 1:

- El valor de R_2 respecto a R_1 que maximiza la potencia disipada en R_2 .
- Qué ocurre con la potencia si el valor de R_2 es muy alto (Aprox. a ∞).
- Qué ocurre con la potencia si el valor de R_2 es muy bajo (Aprox. a 0).

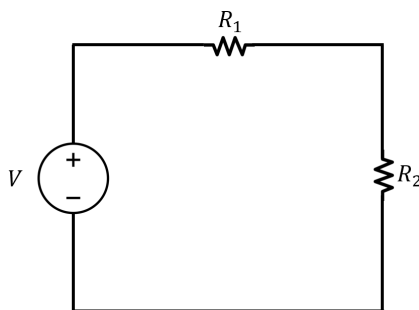


Figura 1: Esquema del circuito

Solución:

- Se busca obtener el valor de R_2 respecto a R_1 que maximiza la potencia disipada en R_2 , por lo

tanto:

$$V - V_{R1} - V_{R2} = 0 \quad (15)$$

$$V = V_{R1} + V_{R2} \quad (16)$$

$$V = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_1 \quad (17)$$

$$I_1 = \frac{V}{R_1 + R_2} \quad (18)$$

Luego reemplazando sobre la potencia disipada en R_2 :

$$P_{R2} = V_{R2} \cdot I_1 \quad (19)$$

$$= R_2 \cdot I_1^2 \quad (20)$$

$$= R_2 \cdot \left(\frac{V}{R_1 + R_2} \right)^2 \quad (21)$$

Para cumplir la condicion de maximo se deriva respecto a R_2 y se iguala a 0, tal que:

$$\frac{dP_{R2}}{dR_2} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{d}{dR_2} \left(R_2 \cdot \left(\frac{V}{R_1 + R_2} \right)^2 \right) = 0 \quad (23)$$

$$\frac{1}{(R_1 + R_2)^2} - \frac{2R_2}{(R_1 + R_2)^3} = 0 \quad (24)$$

$$\frac{1}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{2R_2}{(R_1 + R_2)^3} \quad (25)$$

$$1 = \frac{2R_2}{(R_1 + R_2)} \quad (26)$$

$$R_1 + R_2 = 2R_2 \quad (27)$$

$$R_1 = R_2 \quad (28)$$

De esta manera se obtiene que el valor de R_2 respecto a R_1 que maximiza la potencia disipada en R_2 es $R_1 = R_2$.

- Analizando este caso en diferentes aspectos, tenemos que:

$$\lim_{R_2 \rightarrow \infty} (P_{R2}) = \frac{R_2 \cdot V^2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{\frac{1}{R_2} \cdot V^2}{\left(\frac{R_1}{(R_2)^2} + 1 \right)^2} = 0 \quad (29)$$

Por otro lado el voltaje se tendra que:

$$\lim_{R_2 \rightarrow \infty} (V_{R2}) = R_2 \cdot I_1 = R_2 \left(\frac{V}{R_1 + R_2} \right) = \frac{V}{\left(\frac{1}{R_2+1} \right)} = V \quad (30)$$

Por ultimo la corriente se tendra que:

$$\lim_{R_2 \rightarrow \infty} (I_1) = \frac{V}{R_1 + R_2} = 0 \quad (31)$$

Este fenomeno es conocido como un circuito abierto, puede entenderse como que la resistencia tiende a infinito y por tanto no permite circular corriente, por lo tanto no se disipa potencia.

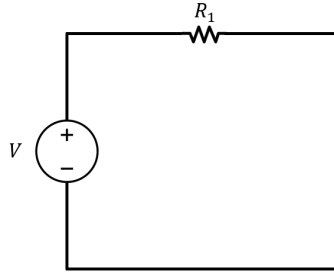


Figura 2: Esquema del circuito abierto

- Por otro lado sea el caso que R_2 tiende a 0, se tiene que en base al mismo analisis:

$$\lim_{R_2 \rightarrow 0}(P_{R2}) = \frac{R_2 \cdot V^2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{0 \cdot V^2}{(R_1)^2} = 0 \quad (32)$$

Por otro lado el voltaje se tendra que:

$$\lim_{R_2 \rightarrow 0}(V_{R2}) = R_2 \cdot I_1 = R_2 \left(\frac{V}{R_1 + R_2} \right) = 0 \quad (33)$$

Por ultimo la corriente se tendra que:

$$\lim_{R_2 \rightarrow 0}(I_1) = \frac{V}{R_1 + R_2} = \frac{V}{R_1} = \frac{V}{R_1} \quad (34)$$

Este fenomeno es conocido como un corto circuito, puede entenderse como que la resistencia tiende a 0 y por tanto no permite caida de voltaje, por lo tanto no se disipa potencia.

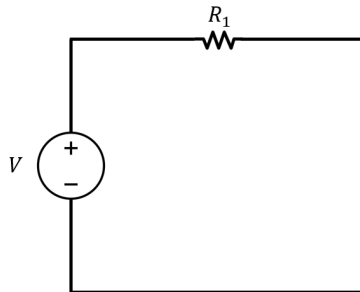


Figura 3: Esquema del circuito cerrado para R_2

Estos dos conceptos es super importante entenderlos y no confundirlos.

3. En base a la figura del enunciado:

Asigne referencias a cada elemento.

2. Use LVK para encontrar el voltaje en cada resistencia.
3. Use la ley de Ohm para encontrar la corriente en cada resistencia.
4. Use LCK para encontrar la corriente que pasa a través de cada fuente de voltaje.

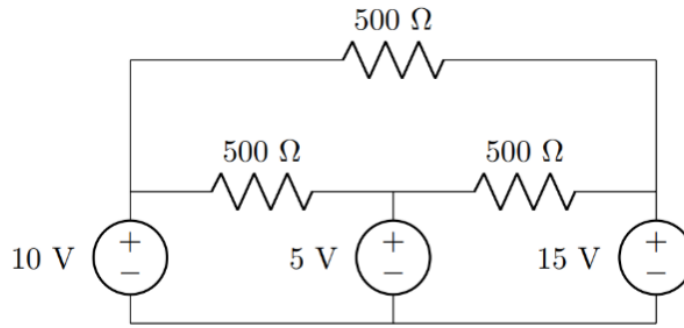


Figura 4: Esquema del circuito

Solución:

1. Las asignaciones de referencias son arbitrarias y propias de quien las plantee, el unico requerimiento es que se mantenga la consistencia en el analisis, en este caso particular:

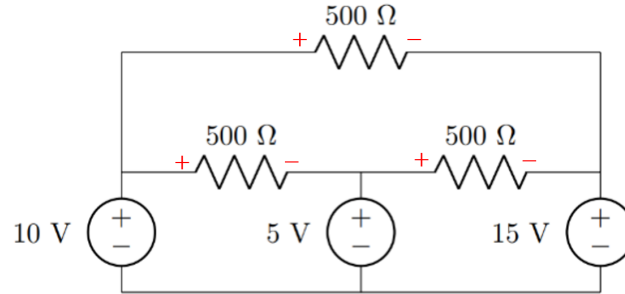


Figura 5: Esquema del circuito

2. Se busca obtener el voltaje en cada resistencia, por lo tanto se plantea LVK en cada malla:

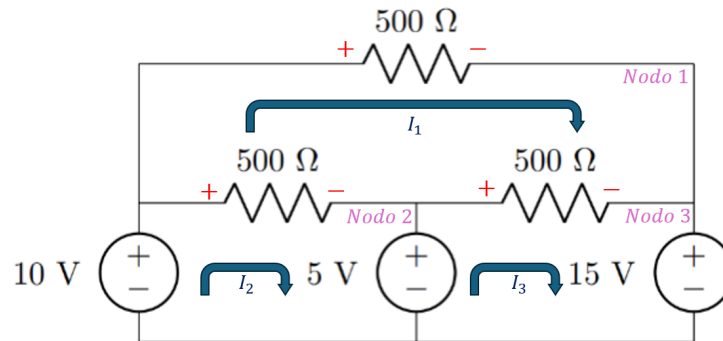


Figura 6: Esquema del circuito con todas las referencias

Luego para cada nodo tenemos lo siguiente:

$$\sum_{\text{Nodo 1}} V_n = V_1 - V_2 - V_3 = 0 \quad (35)$$

$$V_1 = V_2 + V_3 \quad (36)$$

$$\sum_{\text{Nodo 2}} V_n = 5[v] - 10[v] + V_2 = 0 \quad (37)$$

$$V_2 = 5[v] \quad (38)$$

$$\sum_{\text{Nodo 3}} V_n = 15[v] - 5 + V_3 = 0 \quad (39)$$

$$V_3 = -10[v] \quad (40)$$

Con lo que

4. 1. Identifique todos los nodos.
2. Simplifique el circuito lo que más pueda y luego asigne referencia de signos.
3. Plantee todas las ecuaciones de malla (incluyendo la ec. de malla exterior) y demuestre que hay una ecuación innecesaria para el análisis.
4. Calcule las corrientes incógnitas del método de mallas considerando que todas las resistencias tienen el mismo valor.

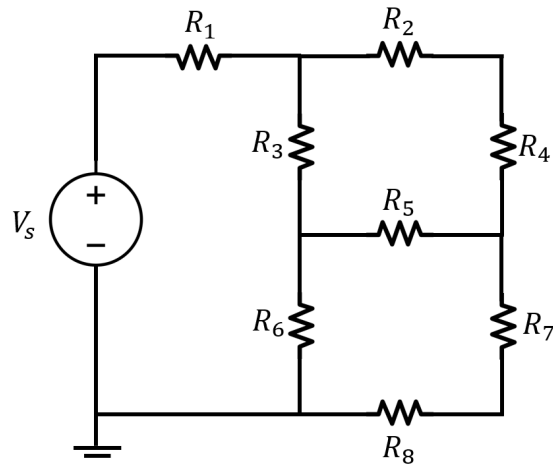


Figura 7: Esquema del circuito