Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Análisis de señales (EL3203-2)
Clase auxiliar 1
Prof. Jorge Silva.
Prof. Aux. Erik Sáez

1. Responda lo siguiente:

   1. Demuestre que una señal coseno discreta es periódica si y sólo si la frecuencia es racional:

   $$(x[n])_{n\in\mathbb{Z}} = \big(A\cos(2\pi f\, n + \varphi)\big)_{n\in\mathbb{Z}} \iff f \in \mathbb{Q}. \tag{1}$$

   2. Considere la siguiente familia de señales exponenciales:

   $$(s_k[n])_{n\in\mathbb{Z}} = \left(e^{\mathrm{j}\frac{2\pi k}{N}\, n}\right)_{n\in\mathbb{Z}}, \qquad k = 0, 1, 2, \ldots \tag{2}$$

   Muestre que su período fundamental está dado por

   $$N_p = \frac{N}{\gcd(k, N)}, \tag{3}$$

   donde $\gcd(\cdot,\cdot)$ denota el máximo común divisor.

2. Determine si las siguientes señales son periódicas. Si corresponde, especifique su período fundamental.

   1. $x_a(t) = 6\cos\left(9t + \frac{\pi}{3}\right)$.
   2. $x[n] = 6\cos\left(9n + \frac{\pi}{3}\right)$.
   3. $x[n] = \cos\left(\frac{n}{8}\right)\,\cos\left(\frac{\pi n}{8}\right)$.
   4. $x[n] = 2\,e^{j\left(\frac{\pi}{7}n - 3\right)}$.
   5. $x[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi n}{8}\right) + 3\cos\left(\frac{\pi n}{4} + \frac{\pi}{3}\right)$.

3. Considere la siguiente señal sinusoidal a tiempo continuo:

   $$x_a(t) = \frac{7}{2}\sin(200\pi\, t), \qquad t \in \mathbb{R}. \tag{49}$$

   1. Bosqueje $x_a(t)$ para $0 \le t \le 30\,\mathrm{ms}$.
   2. La señal $x_a(t)$ es muestreada a una tasa de $F_s = 300\,\mathrm{Hz}$. Determine la frecuencia de la señal a tiempo discreto $x[n] = x_a(nT_s)$, donde $T_s = 1/F_s$. Muestre que $x[n]$ es periódica y determine su período fundamental.
   3. Bosqueje la señal $x[n]$ en el mismo diagrama donde bosquejó $x_a(t)$. ¿Cuál es el equivalente en milisegundos del período de $x[n]$?

4. Considere una señal continua $x_a(t)$ periódica con período fundamental T_a (en segundos).

1. Si se muestrea la señal $x_a(t)$ a una tasa constante de F_s muestras por segundo, es decir, se induce la señal discreta

$$x[n] \; = \; x_a\left(\frac{n}{F_s}\right), \qquad \forall\, n \in \mathbb{Z}, \tag{55}$$

encuentre la(s) condición(es) que garantice(n) que $x[n]$ sea periódica y, con ello, determine su período fundamental.

2. Con base en el punto anterior, justifique la siguiente afirmación: si $x[n]$ es periódica, entonces su período fundamental (equivalente en **segundos**) es un múltiplo de T_a.