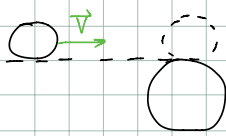


Hockeypuckar

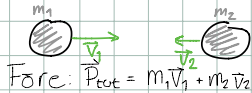


Puckarna kommer rotera på ett visst sätt - hur?

Kollisioner

Det finns två sorters kollisioner: Elastiska och icke-elastiska.

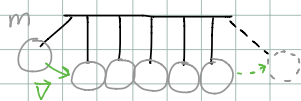
Icke-elastisk



$$\vec{P} \text{ bevaras} \Rightarrow \vec{V} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Siffror: $m_1 = 2 \text{ kg}$, $v_1 = +3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $\Rightarrow V = \frac{2 \cdot 3 - 5 \cdot 4}{2 + 5} = \frac{6 - 20}{7} = \frac{-14}{7} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $m_2 = 5 \text{ kg}$, $v_2 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Newtons vagg - Elastiskt

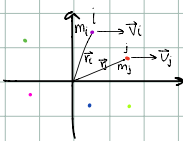


Varför kan inte två kuler åka ut med $v = \frac{v}{2}$?

$$P_i = mv, P_f = 2m \cdot \frac{v}{2} \quad - \text{Bevarad}$$

$$K_i = \frac{1}{2}mv^2, K_f = \frac{1}{2}(2m)(\frac{v}{2})^2 = \frac{1}{2}m \cdot \frac{v^2}{2} \quad - \text{Icke bevarad}$$

Tyngdpunkt



$$\vec{V} = \frac{d\vec{P}}{dt} \quad \vec{P} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n (m_i \vec{r}_i) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Del: Tyngdpunktens läge } \vec{R} \\ \vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M} \end{array} \right\} = \frac{d}{dt} (M \vec{R})$$

Ex

$$\vec{R} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

$$R_x = \frac{\sum m_i r_{ix}}{\sum m_i}, R_y = \frac{\sum m_i r_{iy}}{\sum m_i}$$

$$R_x = \frac{0 + ma + 0 + m(-a)}{4m} = 0$$

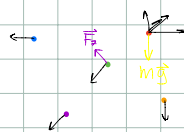
Icke konstant rörelsemängd

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d}{dt} (M \vec{R}) \right] = M \vec{a}_{cm}$$

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$$

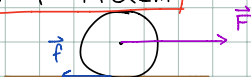
$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} + \dots = \sum_{i=1}^n \frac{d\vec{p}_i}{dt}$$

$\frac{d\vec{P}}{dt}$ = Summan av alla krafter på punkt 1



När vi summerar alla krafter för punkt 1 ser vi att alla inbördes krafter tar ut varandra.

$$\vec{F} + \vec{f} = M \vec{a}_{cm}$$



$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{ext} = M \vec{a}_{cm}$$

Tyngdpunktens acceleration bestäms av summan av alla externa krafter.

Hur snurrar nu puckarna?



Kring puckarnas gemensamma tyngdpunkt. Summan av alla externa krafter är noll och detta innebär att tyngdpunkten inte får rotera.

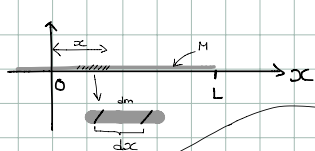
Pinne

Givet

En stav.

Sök

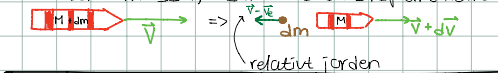
Tyngdpunktens läge för en smal, jämnt tjock, homogen, stav.


$$\vec{R} = \frac{\int_0^L x \, dm}{M} = \frac{M}{M} \int_0^L x \, dx = \frac{M}{M} \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^L = \frac{1}{2L} \cdot L^2 = \frac{1}{2} L$$

Massan per längdenhet: $\frac{M}{L} = \frac{dm}{dx} \Rightarrow dm = \frac{M}{L} dx$

Raketekvation

M = raketens massa, dm = bränslepartikels massa.



Rörelsemängden bevaras $\Rightarrow (M+dm)v = M(v+dv) + dm(v-v_e) \Rightarrow M dv = dm \cdot v_e = \{dm = -dM\} = M dv = -dM \cdot v_e \Rightarrow$

$$dv = -v_e \frac{dm}{M} \Rightarrow \int_{v_i}^f dv = -v_e \int_{\ln \frac{M_i}{M_i}}^f \frac{dm}{M} \Rightarrow v_f - v_i = v_e \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right) = v_e \ln \left(\frac{M_i}{M_f} \right)$$