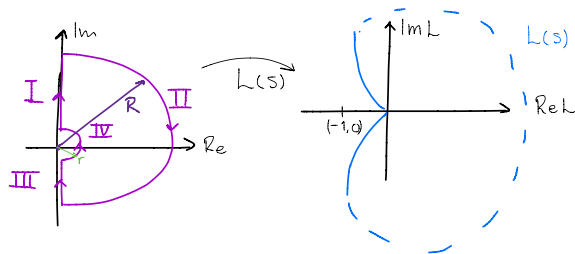


## Nyquistkriteriet

Nyquist-kontur



- I:  $S = j\omega, \omega: 0 \rightarrow \infty$
- II:  $S = Re^{j\theta}, R \rightarrow \infty, \theta = [\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}]$
- III:  $S = -j\omega, \omega: \infty \rightarrow 0$
- IV:  $S = re^{j\theta}, r \rightarrow 0, \theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

$Z = \# \text{polar i HHP för det återkopplade systemet.}$

$P = \# \text{polar i HHP för } L(s).$

$N = \# \text{varv som den avbildade kurvan gör medurs kring } (-1, 0).$

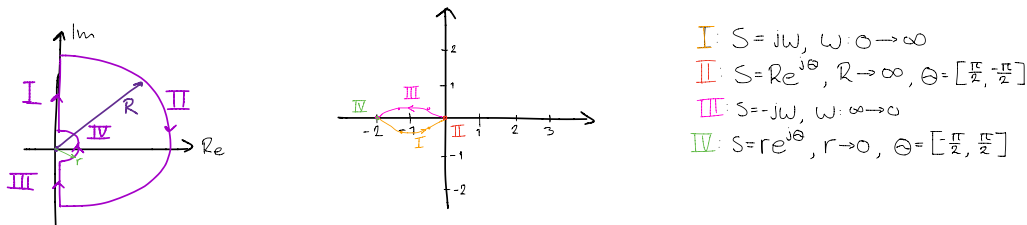
### 5.13 a)

Skissa Nyquistkontur i  $L(s)$ -planet för  $L(s) = \frac{4}{(s-1)(s+2)}$

Steg 1: Bestäm P

$P=1$  ( $s=1$  är en pol)

Steg 2: Avbilda de 4 områdena i Nyquist kontur m.  $L(s)$



- I:  $S = j\omega, \omega: 0 \rightarrow \infty$
- II:  $S = Re^{j\theta}, R \rightarrow \infty, \theta = [\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}]$
- III:  $S = -j\omega, \omega: \infty \rightarrow 0$
- IV:  $S = re^{j\theta}, r \rightarrow 0, \theta = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

$$I: L(j\omega) = \frac{4}{(j\omega-1)(j\omega+2)} = \frac{4(j\omega-1)(-j\omega+2)}{(j\omega-1)(-j\omega-1)(j\omega+2)(-j\omega+2)} = -\frac{4(\omega^2+2)}{(1+\omega^2)(4+\omega^2)} - j\frac{4\omega}{(1+\omega^2)(4+\omega^2)}$$

$\omega$	$\text{Re}\{L\}$	$\text{Im}\{L\}$
0	-2	0
1	-1.2	-0.4
2	-0.6	-0.2
4	-0.2	-0.04
$\infty$	0	0

II: Förenkla för stora  $s$ :  $L(s) = \frac{4}{s^2}, L(Re^{j\theta}) \rightarrow 0 |_{R \rightarrow \infty}$

III: Använd I, vi har motsatt riktning och en spegling i  $\text{Re}$ -axeln av område I.

IV: För små  $s$ :  $L(s) = \frac{4}{(-j\theta)} = -2$

Steg 3: Studera avbildningen. Hur många ggr omslingras  $(-1, 0)$  i medurs riktning?

Vi går moturs  $\rightarrow 0$  ggr  $\Rightarrow N=-1$

$Z = P+N = 1-1=0 \Rightarrow$  Det återkopplade systemet har inga polar i HHP  $\Rightarrow$  Återkopplade sys är stabilt.

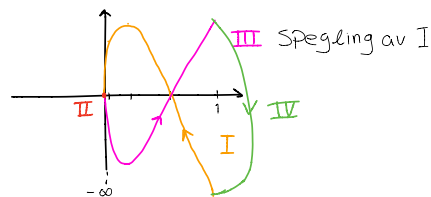
5.13 b)  $L(s) = \frac{2+s}{s(2-s)}$

Steg 1:  $P=1$  ( $s=2$ )

Steg 2: I:  $s=j\omega$ ,  $\omega: 0 \rightarrow \infty$   

$$L(j\omega) = \frac{2+j\omega}{j\omega(2-j\omega)} = \frac{(2+j\omega)(2+j\omega)(-j)}{j\omega(2-j\omega)(-j)(2-j\omega)} = \frac{(2+j\omega)(2+j\omega)^2}{\omega^2(4+\omega^2)} = \frac{4}{4+\omega^2} - j \frac{4+\omega^2}{\omega(4+\omega^2)}$$

$\omega$	0	2	4	10	$\infty$
Re $L$	1	1/2	0.2	0.03	0
Im $L$	$-\infty$	0	0.6	0.4	0



II:  $s = Re^{j\theta}$ ,  $R \rightarrow \infty$ ,  $\theta: \frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{2}$   
 Stora  $s \Rightarrow L(s) = \frac{s}{s(2-s)} \rightarrow 0 \mid R \rightarrow \infty$

IV:  $s = re^{j\theta}$ ,  $r \rightarrow 0$ ,  $\theta: -\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}$   
 För små  $s$  gäller:  $L(s) = \frac{2}{2s} = \frac{1}{s}$   
 $L(re^{j\theta}) = \frac{1}{re^{j\theta}} = \frac{1}{r} e^{-j\theta}$ ,  $\theta: -\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow$  Vi snurrar från  $\frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow 0.5$  varv.

Vid passagen av område IV från  $-\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}$  gör avbildningen en rotation från  $+\frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ .

Steg 3:  $N=0 \Rightarrow Z=P+N=1+0=1 \Rightarrow$  Instabilit!

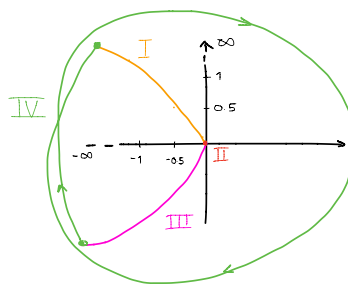
5.13 c)  $L(s) = \frac{1}{s^3(1-s)}$

Steg 1:  $P=1$ ,  $s=1$

Steg 2:

I:  $s=j\omega$ ,  $\omega: 0 \rightarrow \infty$ ,  $L(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^3(1-j\omega)} = \frac{(-j\omega)^3(1+j\omega)}{\omega^6(1+\omega^2)} = \frac{(j\omega)^3(1+j\omega)}{\omega^6(1+\omega^2)} = \frac{j(1+j\omega)}{\omega^3(1+\omega^2)} = -\frac{1}{\omega^2(1+\omega^2)} + j \frac{1}{\omega^3(1+\omega^2)}$

$\omega$	0	0.75	1	2	$\infty$
Re	$-\infty$	-1.1	-0.5	-0.05	0
Im	$+\infty$	1.5	0.5	0.02	0



II:  $s = Re^{j\theta}$ ,  $R \rightarrow \infty$ ,  $\theta: \frac{\pi}{2} \rightarrow -\frac{\pi}{2}$   
 För stora  $s$ :  $L(s) = -\frac{1}{s^4} \rightarrow 0 \mid R \rightarrow \infty$

III:  $s = re^{j\theta}$ ,  $r \rightarrow 0$ ,  $\theta: -\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}$   
 Små  $s \Rightarrow L(s) = \frac{1}{s^3}$   
 $L(re^{j\theta}) = \frac{1}{r^3 e^{j3\theta}} = \frac{1}{r^3} e^{-j3\theta}$ ,  $\theta: -\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow$  Rotation på  $\frac{3\pi}{2} - (-\frac{3\pi}{2}) = 3\pi \Leftrightarrow 1.5$  varv

Steg 3:  $N=2 \Rightarrow Z=P+N=1+2=3 \Rightarrow$  Instabilit!