

Ex

```

for (int i=0; i<m; i++)
  for (int j=0; j<n; j++)
    if (a[i][j]==0)
      for (int i1=0; i1<m; i1++)
        for (int j1=0; j1<n; j1++)
          if (a[i1][j1]==0 && (i1!=i || j1!=j))
            return 0;
return 1;

```

## Induction

1.11  
a) Bevisa att:  $\sum_{i=1}^{n-1} F_i = F_n - 2$     Fib: 0, 1, 2, 3, ...  
 $F_0 = 1, F_1 = 1$

Visa sant för  $n=3$   
 $VL = \sum_{i=1}^{3-1} F_i = \sum_{i=1}^2 F_i = 1 + 1 = 2$   
 $HL = F_3 - 2 = 3 - 2 = 1$

Antag sann för  $n$  och visa sann för  $n+1$

$$\sum_{i=1}^{(n+1)-2} F_i = \sum_{i=1}^{n-1} F_i + F_{n-1} = F_n - 2$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n-1} F_i + F_{n-1} = F_n + F_{n-1} - 2$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n-1} F_i = F_n - 2$$

## Time complexity

2.2

$$T_1(n) = O(f(n))$$

$$T_2(n) = O(f(n))$$

$$a) T_1(n) + T_2(n) = O(f(n))$$

$\Leftrightarrow$

$$O(f(n)) + O(f(n)) = 2 O(f(n)) = O(2 f(n)) = O(f(n))$$

$$b) T_1(n) - T_2(n) = o(f(n))$$

$$\left. \begin{array}{l} T_1(n) = 2n \\ T_2(n) = n \\ f(n) = n \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2n - n = o(n) \\ \Leftrightarrow \\ n = o(n) \\ \Leftrightarrow \\ n \leq k \cdot n \text{ för alla } k? \end{array}$$

$$n = o(n)$$

$\Leftrightarrow$

$$n \leq k \cdot n \text{ för alla } k?$$

Motexempel:  $k < 1 \Rightarrow$  Uttrycket är falskt.

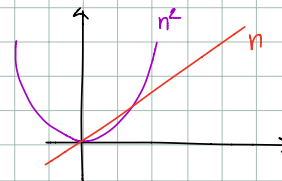
$$c) \frac{T_1(n)}{T_2(n)} = O(1) \quad \text{Ordol} \Rightarrow \text{växer inte}$$

$$\text{Motexempel: } \left. \begin{array}{l} f(n) = n^2 \\ T_1(n) = n^2 \\ T_2(n) = n \end{array} \right\} \frac{n^2}{n} \neq O(1)$$

## Def-ish

Vi har konstanter:  $C_1, C_2 \in \mathbb{R}^+$   
 $n_1, n_2 \in \mathbb{N}^+$

Så att:  $\forall n > n_1: T_1(n) \leq C_1 \cdot f(n)$   
 $\forall n > n_2: T_2(n) \leq C_2 \cdot f(n)$



"lilla o av f"  $\Leftrightarrow o(f(n))$

$f(n) \in o(g(n))$	Small O: Small Oh	$f$ is dominated by $g$ asymptotically	$ f(n)  \leq k \cdot  g(n) $ for every fixed positive number $k$	$\forall k > 0 \exists n_0 \forall n > n_0  f(n)  \leq k \cdot  g(n) $
--------------------	----------------------	--	--	--

För varje  $\epsilon > 0$  finns en konstant  $N_0$  så:  
 $|T(n)| \leq \epsilon \cdot f(n)$  för alla  $n \geq N_0$

$$d) T_1(n) = O(T_2(n))$$

$$\text{Motexempel: } \left. \begin{array}{l} T_1(n) = n^2 \\ T_2(n) = n \\ f(n) = n^2 \end{array} \right\} n^2 \not\sim O(n)$$