Modellbyggen

Beskriva systemet matematiskt, vi använde trefasmetoden vilken på ett naturligt sätt mynnar ut i en tillståndsmodell: $\dot{x}=f(x,u)$, $y=g(x,u)$, $x=$ tillståndsvektor, $y=$ utsignal, $u=$ insignal.

Linjär tillståndsmodell

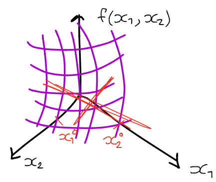
$$\begin{cases}\dot{x}=Ax+Bu\\ y=Cx+Du\end{cases} \longrightarrow \quad Y(s)=G(s)U(s) \Rightarrow G(s)=C(sI-A)^{-1}B+D$$

s99 i boken

Hur linjeriserar vi?

$$\begin{cases}\dot{x}=f(x,u)\\ y=g(x,u)\end{cases} \longrightarrow \begin{cases}\dot{x}=Ax+Bu\\ y=Cx+Du\end{cases}$$

Ex Funktion i två variabler
$f(x_1,x_2)$



Lås $x_2=x_2^\circ$: $y=f(x_1,x_2^\circ)=[\text{taylorutveckling}]\approx f(x_1^\circ,x_2^\circ)+\frac{\partial f}{\partial x_1}\Big|_{(x_1^\circ,x_2^\circ)}\Delta x_1$

Lås $x_1=x_1^\circ$: $y=f(x_1^\circ,x_2)=[\text{taylor}]\approx f(x_1^\circ,x_2^\circ)+\frac{\partial f}{\partial x_2}\Big|_{(x_1^\circ,x_2^\circ)}\Delta x_2$

Kombinera ihop: $f(x_1,x_2)\approx f(x_1^\circ,x_2^\circ)+\frac{\partial f}{\partial x_1}\Big|_{x_0}\Delta x_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}\Big|_{x_0}\Delta x_2 \qquad x_0=(x_1^\circ,x_2^\circ)$

$$f(x)=\begin{bmatrix}f_1(x_1,x_2)\\ f_2(x_1,x_2)\end{bmatrix}\approx f(x_0)\underbrace{\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\Big|_{x_0} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\Big|_{x_0}\\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}\Big|_{x_0} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\Big|_{x_0}\end{bmatrix}}_{\frac{\partial f}{\partial x}\big|_{x_0}}\cdot\underbrace{\begin{bmatrix}\Delta x_1\\ \Delta x_2\end{bmatrix}}_{\Delta x}$$

Till sist: $\dot{x}=f(x,u)$: $f(x,u)\approx f(x_0,u_0)+\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{(x_0,u_0)}\Delta x+\frac{\partial f}{\partial u}\Big|_{(x_0,u_0)}\Delta u$

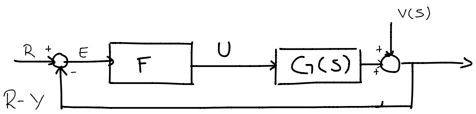
Tips: Välj (x_0,u_0) som en stationär punkt (en punkt där $\dot{x}(t)=0$) $\Rightarrow f(x_0,u_0)=0$ om $\begin{pmatrix}u=u_0\\ x=x_0\end{pmatrix}$.

Linjäriserad tillståndsmodell

$$\Delta\dot{x}(t)=\underbrace{\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{(x_0,u_0)}}_{A}\Delta x+\underbrace{\frac{\partial f}{\partial u}\Big|_{(x_0,u_0)}}_{B}\Delta u$$

$$\Delta y(t)=\underbrace{\frac{\partial g}{\partial x}\Big|_{(x_0,u_0)}}_{C}\Delta x+\underbrace{\frac{\partial g}{\partial u}\Big|_{(x_0,u_0)}}_{D}\Delta u$$

Återkoppling



$E = R - Y$

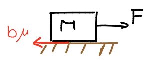
Vi använder återkoppling för att:
- minska effekten av osäkerhet (ex störningar, parametervariationer)
- forma dynamiken (snabba upp, stabilisera)

P-regulator

$$U = K_p E = K_p(R - Y), \quad F(s) = K_p$$

Ex 1a ordningens system

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT}$$



$$\frac{1}{ms + b} = \frac{1/b}{1 + \frac{m}{b}s}$$

$$Y(s) = \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)} R(s) = \frac{K_p K}{1 + K_p K + sT} R(s) = \frac{\underbrace{\frac{K_p K}{1 + K_p K}}_{K_c = \text{closed loop}}}{1 + s \underbrace{\frac{T}{1 + K_p K}}_{T_c}} R(s) = \frac{K_c}{1 + sT_c} R(s)$$

Vi ser att en ökning av K_p ger en minskning av T_c och får således ~~ett~~ snabbare system.

Kvarstående fel är också något att beakta.

$$\lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} s\left(\frac{1}{1 + FG}\right) R(s) = \left\{R(s) = \frac{r_0}{s}\right\} = \lim_{s \to 0} s\left(\frac{1}{1 + FG}\right)\frac{r_0}{s} = \lim_{s \to 0} \frac{r_0}{1 + FG} = \frac{r_0}{1 + F(0)G(0)} = \frac{r_0}{1 + K_p K}$$

Så att öka K_p ger ett minskat kvarstående fel.

Styrsignalaktiviteten, $u_0 = \lim_{t \to 0} u(t) =$

$$\lim_{s \to \infty} s \cdot U(s) = \lim_{s \to \infty} s \cdot \frac{F(s)}{1 + F(s)G(s)} R(s) = \lim_{s \to \infty} \frac{F(s) \cdot r_0}{1 + F(s)G(s)} = \lim_{s \to \infty} \frac{K_p(1 + sT) \cdot r_0}{1 + K_p K + sT} \to K_p \cdot r_0.$$

Att öka K_p ger större styrsignal. Då får man passa sig så inte systemet går sönder.

Störning: Kvarstående fel på utsignalen vid stegformad processtörning. $V(s) = \frac{V_0}{s}$

$$y(\infty) = \lim_{t \to \infty} y(t) = \lim_{s \to 0} s\,Y(s) = \ldots = \frac{V_0}{1 + K_p K}$$

Om K_p ökar minskar störningens inverkan.

Summering

K_p ökar $\Rightarrow$
- Snabbare system
- minskning av kvarstående felet
- Större styrsignal
- minskad störningsinverkan