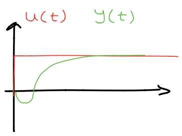
Frekvensanalys – Bodediagram

$G(s) = 1$ $\quad 20\log|G(j\omega)| = 0 \quad \arg\{G(i\omega)\} = 0$

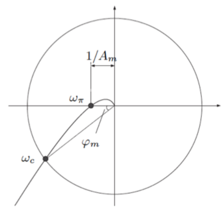
$G(s) = \frac{1-sT}{1+sT} \Rightarrow$ $\quad$ —— $''$ —— $= 0 \quad$ —— $''$ —— $= -2\arctan(\omega T)$

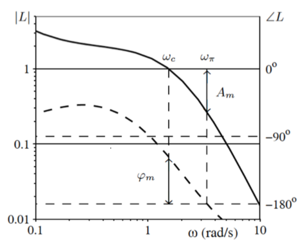
$G(s) = e^{-sT}$ $\quad$ —— $''$ —— $= 0 \quad = -\omega T$

$\frac{1-sT}{1+sT}$ kallas "icke-minumfas" sytem. Dessa system har nollställe i HHP.



Stabilitetsmarginaler

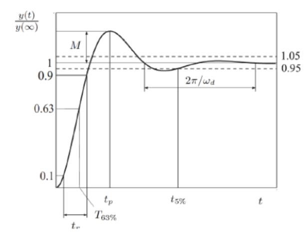




Specifikationer i tidsplanet

Begrepp som är viktiga för att beskriva insvängningen av ett stegsvar:

- *Stigtiden t_r* (eng. *rise time*)
- *Insvängningstiden $t_{5\%}$ (settling time)*
- *Ekvivalent tidskonstant $T_{63\%}$*
- *(Relativ) översläng M (overshoot)*
- *Dämpad självsvängningsfrekvens $\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n$*



Specifikationer i frekvensplanet

Fasmarginal

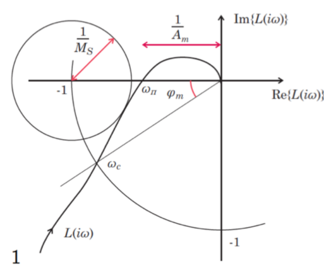
$\varphi_m = 180° + \arg L(i\omega_c)$

Amplitudmarginal

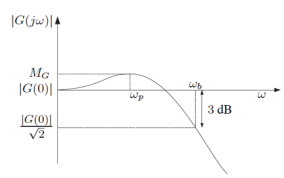
$A_m = 1|L(i\omega_\pi)|$

Max känslighetsfunktion

$\max_\omega |S(j\omega)| < M_S, \quad S = \frac{1}{1+L}$



Specifikationer i frekvensplanet

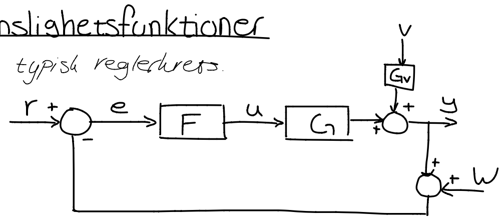


- *Maxvärde* eller *resonanstopp* $M_G = \max_\omega |G(i\omega)|$
- Resonanstoppen ligger vid *resonansfrekvensen* ω_p: $|G(i\omega_p)| = M_G$
- *Bandbredden* ω_b definieras av

$$\frac{|G(i\omega_b)|}{|G(0)|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = -3 \text{ dB}$$

Känslighetsfunktioner

En typisk reglerkrets.



$L(s) = F(s)G(s)$ (Kretsöverföring)

Vi har möjlighet att påverka systemet genom att modellera $F(s)$, regulatorn.

$G(s)$ är vår modell eller verkliga process.

Definiera känslighetsfunktioner: $S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$

Komplementära KF: $T(s) = 1 - S(s) = 1 - \frac{1}{1+L(s)} = \frac{L(s)}{1+L(s)}$

$Y(s) = T(s)\big(R(s) - W(s)\big) + S(s)G_v(s)V(s)$

$E(s) = S(s)\big(R(s) - W(s) - G_v(s)V(s)\big)$

$U(s) = F(s)S(s)\big(R(s) - W(s) - G_v(s)V(s)\big)$

Regulatordimensionering handlar alltså om att bestämma: $S(s)$, $T(s)$, $G_v(s)S(s)$, $F(s)S(s)$

Uppgifter för återkopplingen

① Att utsignalen följer vår referenssignal $(r = y)$

$Y(s) = T(s)R(s) \Rightarrow Y(s) = R(s) \Rightarrow T(s) = 1$

$E(s) = S(s)R(s) \Rightarrow S(s) = 0 \quad (T(s) = 1 - S(s) = 1 - 0 = 1)$

Ex $r(t) = \sigma(t) \Rightarrow \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s(S(s)R(s)) = S(0) = \frac{1}{1+L(0)}$

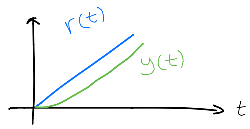
Om $L(0) = \infty \Rightarrow e(\infty) = 0$

dvs: $L(s) = \frac{K}{s^m} = \frac{(1+b_1s+b_2s^2+\dots)}{(1+a_1s+a_2s^2+\dots)}$ (m: typsiffra) Om $m \geq 1 \Rightarrow$ integralverkan

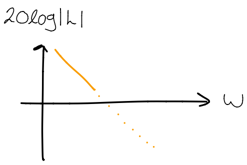
$m = 1$

$r(t) = t$

$e(\infty) = \frac{1}{K}$



Bode



② Ta bort processtörningar

I det oreglerade fallet fås: $Y(s) = G_v(s)V(s)$

— II — reglerade — II — : $Y(s) = G_v(s)V(s)S(s)$

Genom att sätta $S(s) = 0$ kan vi ta bort inverkan av processtörningar.

③ Reducera inverkan av parametervariationer

$T = \frac{L}{1+L} = \frac{FG}{1+FG}$

Anta att $G = G + dG$. $\quad \frac{dT}{dG} = \frac{F(1+FG) - FG(F)}{(1+FG)^2} = \frac{F}{(1+FG)^2} = \frac{FG}{G(1+FG)^2} = \overbrace{\frac{FG}{G(1+FG)}}^{T} \cdot \overbrace{\frac{1}{1+FG}}^{S} = \frac{T}{G} S \Rightarrow \frac{dT/T}{dG/G} = S$

Om S är liten ⇒ liten känslighet för variationer av parametrar.

①→③ har lett till önskemålet att $S(s)$ ska vara litet. Detta åstadkoms av ett stort $L(s)$: $S(s) = \frac{1}{1+L(s)}$, $L(s)$ stor ⇒ hög förstärkning. Detta leder i sin tur till ett mindre stabilt system.

④ Begränsa inverkan av mätbrus/mätstörningar

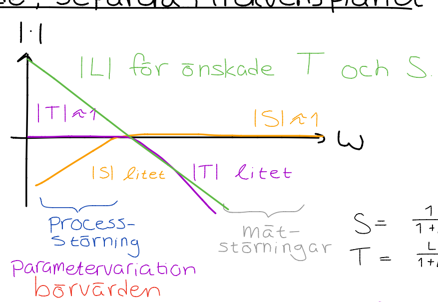
$Y(s) = -T(s)W(s) \Rightarrow$ Vi önskar $T(s) = 0$ men då "pajar vi $S(s)$".

"Konflikt med börvärdesföljning."

⑤ Styrsignal

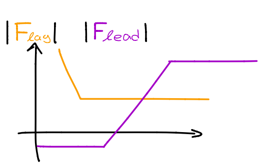
$U(s) = F(s)S(s)(R(s) - W(s)G_v(s)V(s)) = \frac{T}{G}(R - W - G_vV)$

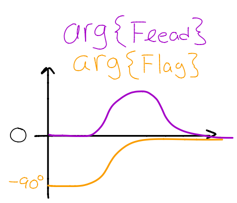
Idé, separera i frekvensplanet



$S = \frac{1}{1+L}$

$T = \frac{L}{1+L}$





Design i frekvensplanet

Modifiering av kretsöverföringen i vissa frekvensintervall kan åstadkommas med ex:

- En *fasretarderande* länk (lagfilter) ger hög förstärkning för låga frekvenser:

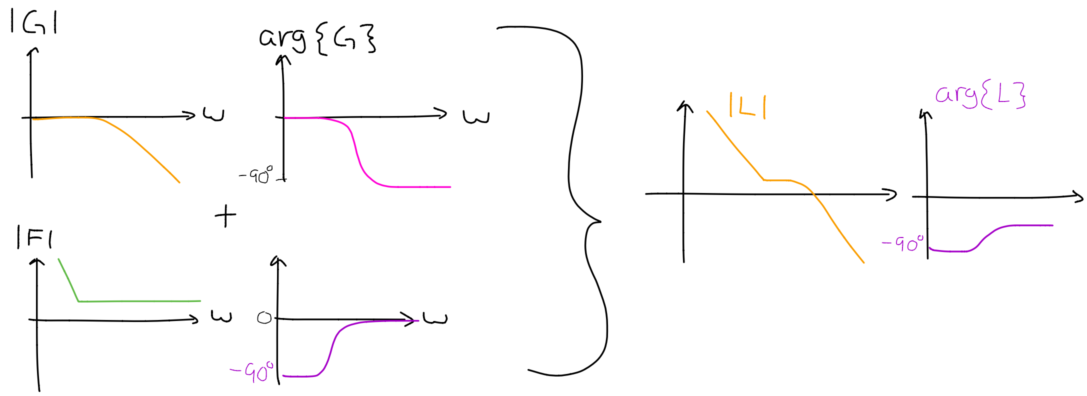
$$F(s) = a\frac{1+sT}{1+asT}, \quad a > 1$$

  Uttrycket fasretarderande kommer av att en negativ fasförskjutning fås, framför allt inom frekvensintervallet $[1/aT, 1/T]$. En PI-regulator fås i extremfallet då $a = \infty$.

- En *fasavancerande* länk (leadfilter) ger ett positivt fastillskott inom frekvensintervallet $[1/T, b/T]$:

$$F(s) = \frac{1+sT}{1+sT/b}, \quad b > 1$$

  En PD-regulator fås i extremfallet $b = \infty$.


|G|
arg{G}
ω
ω
-90°
+
|F|
ω
0
ω
-90°
|L|
arg{L}
-90°