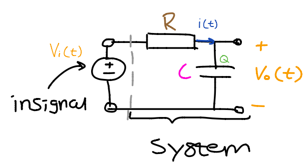
Transformer, signaler och system

I kursen studerar vi tekniska (fysikaliska) system. Vi kan t.ex. vara intresserade av hur de reagerar på olika excitering (insignal). Vi kommer i vå kurs att begränsa oss till system med en insignal och en utsignal. Vi använder oss av matte-modeller för att beskriva signaler (funktioner) och system (ekvationer, mm).

Fysikaliskt (Tekniskt) System → Problem frågeställning → Matematiska modeller av signaler och system → Lösning → (översättning av lösning) → Fysikaliskt (Tekniskt) System

Ex

Elektriskt system.



Sökt
Utsignal $(V_o(t))$
Spänningen över C

Låt $Q(t)$ vara laddning över C.

$\int_0^t i(t)dt + Q_0$ $\quad$ Q_0 är begynnelsevärde vid $t=0$. Låt $Q_0=0$.

För en kapacitans gäller att $Q(t) = C \cdot V_o(t)$

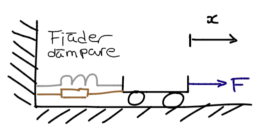
Deriverar vi ⇒ $i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = C \cdot \frac{dV_o(t)}{dt} = C\dot{V_o}(t)$

Kirchoffs: $-V_i(t) + R \cdot i(t) + V_o(t) = 0$

Eliminera $i(t)$: $-V_i(t) + RC \cdot \dot{V_o}(t) + V_o(t) = 0$

$RC\dot{V_o}(t) + V_o(t) - V_i(t) = 0$ $\quad$ En diffekvation av första graden.

Mekaniskt system



$F(t)$: Insignal (kraft)
$x(t)$: Utsignal (läge)

Kraft som påverkar vagnen: $F(t) - \underset{\text{Fjäder}}{kx(t)} - \underset{\text{Dämpare}}{d\dot{x}(t)}$

Newton: $F(t) - kx(t) - d\dot{x}(t) = ma = m\ddot{x}(t)$

$\ddot{x}(t) + \frac{d}{m}\dot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = \frac{1}{m}F(t)$ $\quad$ Andra ordningens DE.

Klassificering av Signaler

Kontinuerlig (tid) $x(t)$, $t \in \mathbb{R}$
Diskret (tid) $x[n]$, $n \in \mathbb{Z}$

Kontinuerlig amplitud $\left.\begin{matrix} x(t) \\ x[n] \end{matrix}\right\} \in \mathbb{R}$

Diskret amplitud $\left.\begin{matrix} x(t) \\ x[n] \end{matrix}\right\}$ kvantiserad

Jämn $x(t) = x(-t)$ $\forall t$
$x[n] = x[-n]$ $\forall n$

Udda $x(t) = -x(-t)$ $\forall t$
$x[n] = -x[-n]$ $\forall n$

Periodisk signal $x(t) = x(t+T) \quad \forall t$

Ex: Sinusformade signaler $\quad$ T: Periodtid

Triangelvåg

Fyrkantsvåg

⋮

$x[n] = x[n+N] \quad \forall n,\ n \in \mathbb{Z}^+$

Deterministisk signal

Stokastisk signal

Energisignal

Total energi för en signal. $E = \lim_{T\to\infty} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$ $\quad$ Om energin är begränsad, $0 < E < \infty$, energisignal

$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$

Effektsignal

Medeleffekt $P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt$ $\quad$ Om $0 < P < \infty$, är x en effektsignal

$P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^{N} |x[n]|^2$

<u>Notera!</u>

För en energisignal är medeleffekten alltid noll. $P \to 0 \quad (E < \infty)$

För en effektsignal går energin mot inf. $\quad E \to \infty$