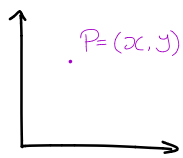
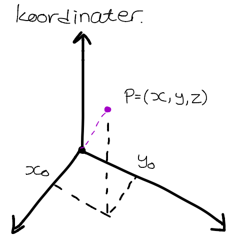
Dagens Meny: 10.1 Analytisk geometri i rymden
10.5 Kvadratiska ytor

10.1|

En vektor i $\mathbb{R}^2$ kan skrivas på formen $P=(x,y)$
En vektor i $\mathbb{R}^3$ kan skrivas på formen $P=(x,y,z)$

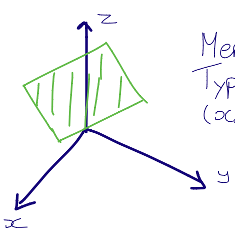
Dessa är exempel på kartesiska koordinater.



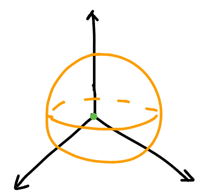


Avstånd mellan punkterna $P=(x_0,y_0,z_0)$ och $Q=(x_1,y_1,z_1)$ ges av $\sqrt{(x_0-x_1)^2+(y_0-y_1)^2+(z_0-z_1)^2}$

Ex
$Ax+By+Cz=D$ är ett plan i rymden. (Linalg)



Mer allmänt kan man betrakta objekt givna av ekvationer: $f(x,y,z)=0$
Typiskt exempel som inte är ett plan är en sfär med radie r och centrum (x_0,y_0,z_0): $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$



Mer patologiskt exempel: $x^2+y^2+z^2=0 \rightsquigarrow (0,0,0)$

Ex
Kan vara flera ekvationer. $\underbrace{x^2+y^2+z^2=1}_{\text{enhets sfär}}$ $\underbrace{z=\frac{1}{2}}_{\text{Plan}}$

Ex
Kan också ha objekt av olikheter. $0\leq y+x+z\leq 1$
Betrakta extremvärdena för att få en känsla för objektet.

Ex
$x^2+y^2+z^2=1$ (sfär)
$x+y=1$ (Plan)
Den cirkel i planet $x+y=1$ med centrum i punkten $(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$ med radie $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

10.5| Kvadratiska Ytor

Def: En kvadratisk yta är ett geometriskt objekt beskrivet av en kvadratisk ekv.
$$Ax^2+By^2+Cz^2+Dxy+Exz+Fyz+Gx+Hy+Iz+J=0$$

Kvadratiska ytor kommer "ersätta" x^2 i taylorutvecklingar. Om $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ finns Taylorutv
$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+f''(x_0)\frac{(x-x_0)^2}{2}+\dots$
Andraderivatan kontrollerar om x_0 är lokalt max/min. | flera variabler ersätts termen $f'(x_0)\frac{(x-x_0)^2}{2}$ med en kvadratisk yta.

Ex
$Y=(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$ (typ en parabolisk cylinder, saknas lite som kommer på nästa förelä...)