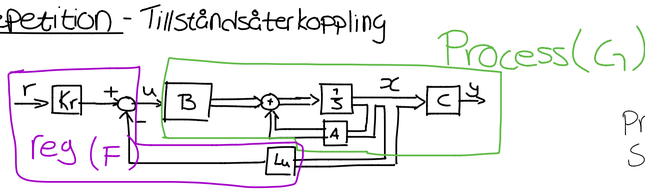
Repetition - Tillståndsåterkoppling



Processens poler: $\det(sI-A)=0$
Slutna sys poler: $\det(sI-(A-BL_u))=0$

$\dot{x}=Ax+Bu$
$y=Cx(+Du) \Rightarrow u=-L_u\cdot x+K_r\cdot r \Rightarrow \begin{cases}\dot{x}=(A-B\cdot L_u)x+BK_r\cdot r\\ y=Cx\end{cases}$

Vi kan placera poler hur vi vill givet att systemet är styrbart. Man kollar detta mha styrbarhets-matrisen: $\mathcal{C}=[B \;\; AB \;\; A^2B \ldots\ldots A^{N-1}B]$ Om $\mathcal{C}$ har full rang $(\det \mathcal{C}\neq 0)$ så är systemet styrbart.

Ex Förra föreläsningen.

$\dot{x}=\begin{bmatrix}-a & 0\\ 0 & -b\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u$

$y=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}x$

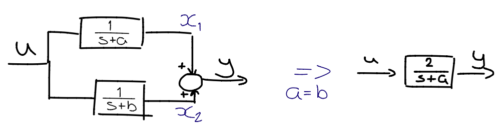
$u=-l_1x_1-l_2x_2+K_r\cdot r$

$B=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}$ $\quad AB=\begin{bmatrix}-a & 0\\ 0 & -b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-a\\ -b\end{bmatrix}$

$\Downarrow$

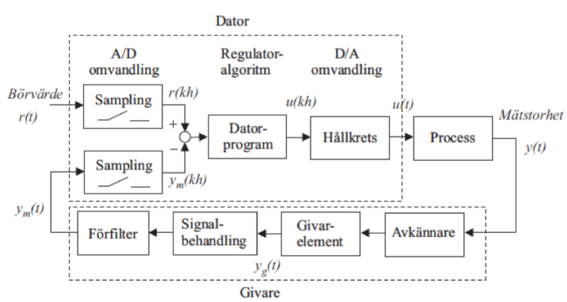
$\mathcal{C}=\begin{bmatrix}1 & -a\\ 1 & -b\end{bmatrix}$, $\det(\mathcal{C})=-b+a\neq 0$ omm $a\neq b$

Systemet är styrbart om $a\neq b$. Detta såg vi också i förra föreläsningen.



Implementering av reglersystem

Ett reglersystem implementeras oftast med dator/mikrocontroller:



Filter

Det är viktigt att filtrera signaler för att få bort högfrekvent mätbrus. Vi använder således ett lågpassfilter.

Butterworthfilter

$H(s)=\frac{1}{1+sT}$ $\quad$ (Brytfrekvens $=\frac{1}{T}$)

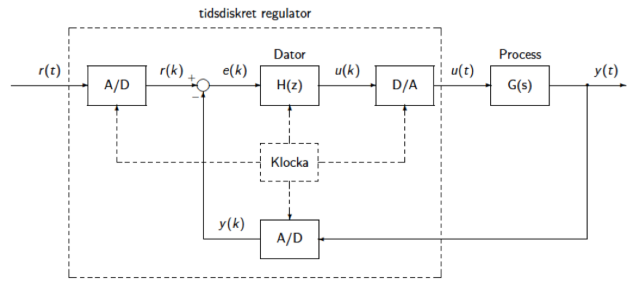
Från LP-filtret kan andra typer av filter fås genom enkla transformationer:

$$\text{LP}\to\text{LP}: \quad s\to s/\omega_c$$
$$\text{LP}\to\text{HP}: \quad s\to \omega_c/s$$
$$\text{LP}\to\text{BP}: \quad s\to\frac{s^2+\omega_L\omega_H}{s(\omega_H-\omega_L)}=\frac{s^2+\omega_M^2}{Bs}$$
$$\text{LP}\to\text{BS}: \quad s\to\frac{s(\omega_H-\omega_L)}{s^2+\omega_L\omega_H}=\frac{Bs}{s^2+\omega_M^2}$$

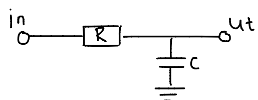
Konsekvens: Samplad reglering

Konsekvens 2:

- Processen är (oftast) tidskontinuerlig
- Regulatorn är tidsdiskret



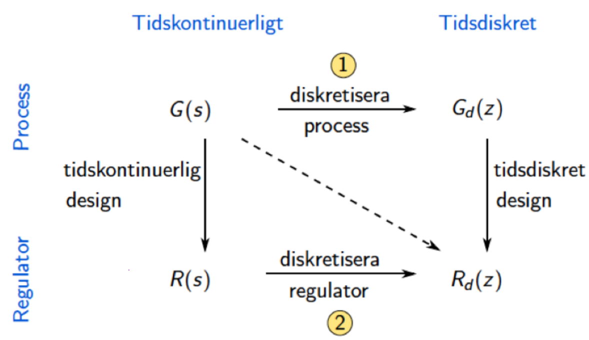
Hur bygger vi våra filter?

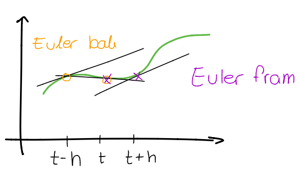


Spänningsdelning: $\frac{U_{ut}}{U_{in}} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + s(RC)}$

Diskretisering

Diskretisering kan göras på olika sätt:





Enklaste idén att gå från en kontinuerlig modell till en diskret: ersätt derivatan med en *differensapproximation* med *samplingsintervallet* h:

1. $\dot{y}(t) \approx \frac{1}{h}(y(t) - y(t-h)) = \frac{1}{h}(y(kh) - y((k-1)h))$ *"Euler bakåt"*
2. $\dot{y}(t) \approx \frac{1}{h}(y(t+h) - y(t)) = \frac{1}{h}(y((k+1)h) - y(kh))$ *"Euler framåt"*

$\dot{y}(t) = \frac{y(t) - y(t-h)}{h}$

$\dot{y}(t) = \frac{y(t+h) - y(t)}{h}$

En metod, som har vissa fördelar (vi återkommer till dessa), bygger på trapetsregeln för numerisk integration:

3. $\hat{\dot{y}}(t) \approx \frac{2}{h}(y(t) - y(t-h)) - \hat{\dot{y}}(t-h)$ *Tustins/bilinjär approximation*

där $\hat{\dot{y}}(t)$ är approximationen av $\dot{y}(t)$.

Diskretisering: exempel

Tidskontinuerlig modell:

$$\dot{y}(t) + ay(t) = bu(t) \tag{5}$$

Euler bakåt ger

$$\frac{1}{h}(y(t) - y(t-h)) + ay(t) = bu(t)$$

Vi intresserar oss nu bara för samplingstidpunkterna $t = kh$, $k = 1, 2, \ldots$
Detta ger en tidsdiskret modell i form av en *differensekvation*:

$$\frac{1}{h}(y(kh) - y((k-1)h)) + ay(kh) = bu(kh) \quad \Leftrightarrow$$

$$(1 + ah)y(k) - y(k-1) = bhu(k) \tag{6}$$

där för enkelhets skull samplingsintervallet valts som tidsenhet, dvs $h = 1$.
Notera att modellen (6) är en *algoritm* för att beräkna systemets utsignal!