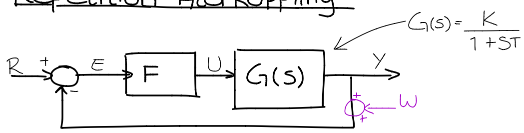
# Repetition Återkoppling




**P-regulator:** $F(s) = K_p \Rightarrow U(s) = K_p(E(s)) = K_p(R(s) - Y(s))$

Om $K_p$ ökar: Snabbare system
Minskning av kvarstående fel. (Alltid ett kvarstående fel)
Minska inverkan från störningar
Större styrsignal
Större känslighet för mätbrus.

Kvarstående fel kan tas bort med I-verkan.

**PI-regulator:** $F(s) = \frac{K_p \cdot s + K_i}{s} \Rightarrow U(s) = K_p \cdot E(s) + \frac{K_i}{s} \cdot E(s)$, $\frac{Y(s)}{R(s)} = \dots = \frac{\frac{K}{T}(K_p s + K_i)}{s^2 + \frac{1+K_pK}{T} \cdot s + \frac{K_iK}{T}}$

Kan jmf med generellt 2:a ordningens system. $G(s) = \frac{*}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

$\omega_n = \sqrt{\frac{K_iK}{T}}$, $\zeta = \frac{1+K_pK}{2T\omega_n}$

Om $K_p$ ökar, $K_i$ fix: Större dämpning, $\zeta$ ökar.
Om $K_i$ ökar, $K_i$ fix: Snabbare system, $\omega_n$ ökar, men dämpningen minskar.

**PID-regulator:** $F(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s$, $\frac{Y(s)}{R(s)} = \dots = \frac{\frac{K(K_p s + K_i + K_d s^2)}{(T + K_d \cdot K)}}{\underbrace{s^2 + \frac{1+K_p \cdot K}{T + K_d \cdot K} s + \frac{K_i \cdot K}{T + K_d \cdot K}}_{\text{Ytterligare frihetsgrader}}}$

$K_d$ ökar: Systemet blir snabbare
Systemet blir än mer känsligt för mätstörningar.

# Stabilitet

Huruvida ett system är stabilt eller ej kan bestämmas mha:
- Lösa karaktäristiska ekv. $1 + L(s) = 0$
- Simulera
- Routh-Hurwitz
- Rotort (s.224)
- Nyquistkriteriet

# Routh-Hurwitz

KE: $1 + L(s) = 0 \Rightarrow a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots = 0$

$$
\begin{array}{c|cccccc}
s^n & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\
s^{n-1} & a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\
s^{n-2} & c_0 & c_1 & & & & \\
\vdots & d_0 & & & & & \\
s^0 & & & & & &
\end{array}
$$

$c_0 = \frac{a_1 a_2 - a_3 a_0}{a_1}$

$c_1 = \frac{a_1 a_4 - a_5 a_0}{a_1}$

$d_0 = \frac{c_0 a_3 - c_1 a_1}{c_0}$

Om alla har samma tecken $\Rightarrow$ Stabilt!
Antal teckenväxlingar $\Rightarrow$ Antalet poler!

Ex $3s^4 + 2s^3 - s + 2 = 0$

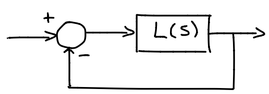
| | | | |
|---|---|---|---|
| $s^4$ | 3 | 0 | 2 |
| $s^3$ | 2 | -1 | 0 |
| $s^2$ | a | b | 0 |
| $s$ | $-\frac{7}{3}$ | 0 | 0 |
| $s^0$ | 2 | 0 | 0 |

$a = \frac{2\cdot 0-(-1\cdot 3)}{2} = \frac{3}{2}$
$b = \frac{2\cdot 2 - 0\cdot 3}{2} = 2$

Teckenväxling, 2 ggr! Instabilt med två poler i HHP.

Matlab: roots => $-0.85 \pm 0.70i$
$0.52 \pm 0.53i$

## Nyquistkriteriet

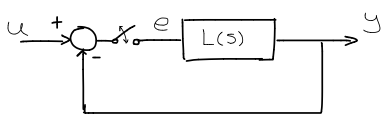



$L(s) = F(s)G(s)$
KE: $1 + L(s) = 0$

### Frekvenstroget LTI-system

Om vi skickar in en sinussignal i ett LTI-system kommer utsignalen vara $y = |L(j\omega)| \cdot \sin(\omega t + \varnothing)$
$\varnothing = \arg\{L(j\omega)\}$. Alla LTI-system är frekvenstrogna och detta nyttjar Nyquistkriteriet.

### Tankeexperiment




1. Injicera störningen $e(t) = \sin(\omega t)$
2. Invänta stationäritet (kräver att $L(s)$ = stabilt)
   $y(t) = |L(j\omega)| \cdot \sin(\omega t + \arg\{L(j\omega)\})$
3. Koppla om switchen, har vi självsvängning?
   Om signalen försvinner är systemet stabilt.
   Vi får självsvängning om $|L(j\omega)| = 1$ och $\arg\{L(j\omega)\} = -\pi = -180°$.

   Om: $|L(j\omega)| < 1$ => Stabilt
   $|L(j\omega)| > 1$ => Instabilt
   $|L(j\omega)| = 1$ => Marginellt stabilt.

### Det faktiska kriteriet (fast förenklat)

Om $L(s)$ är stabilt (ok med poler på imaginäraxeln) så är det återkopplade systemet $1 + L(s)$ stabilt om $L(j\omega)$, $\omega \in [0, \infty)$ passerar till höger om den kritiska punkten: −1.