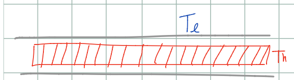
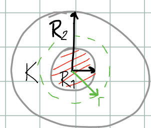
Infinitesimalkalkyl

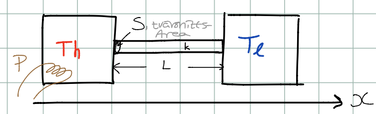
Vi känner sedan tidigare: $x_f - x_i = V_0 \cdot t + \frac{1}{2}at$

$$\left.\begin{aligned} dx &= V \cdot dt \\ V &= V_0 + at \end{aligned}\right\} dx = (V_0 + at)dt \Rightarrow \int_i^f dx = \int_i^f (V_0 + at)\,dt \Rightarrow x_f - x_i = \int_0^t V_0\,dt + a\int_0^t t\,dt = x_f - x_i = V_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

Värmeledning

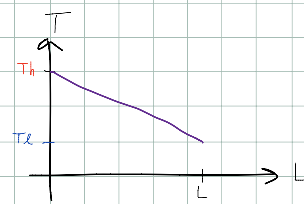






$P = kS\frac{T_h - T_\ell}{L}$

$P = -kS\frac{dT}{dx}$



Hur mycket energi erfodras för att vidmakthålla temp vid r?

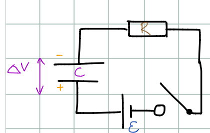
$P = -k \cdot 2\pi r L \cdot \frac{dT}{dr}$

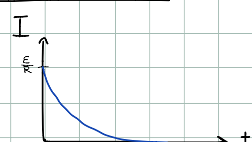
Oavsett vilket r vi väljer är P konstant. Om r ökar måste således $\frac{dT}{dr}$ minska.

För att räkna ut P:
$$\frac{dr}{r} = -\frac{k2\pi L}{P}dT$$
$$\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = -\frac{k2\pi L}{P}\cdot\int_{T_h}^{T_\ell}dT$$
$$\ln\frac{R_2}{R_1} = -\frac{k2\pi L}{P}\cdot(T_\ell - T_h)$$
$$P = \frac{k2\pi L(T_h - T_\ell)}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

Att nämnaren är logaritmisk vittnar om att grad(T) inte är linjär.

Uppladdning av kondensatorer





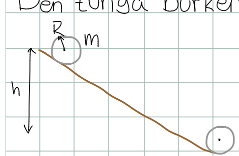
$$\left.\begin{aligned} \Delta V + RI &= \mathcal{E} \\ C = \frac{q}{\Delta V} &\Rightarrow \Delta V = \frac{q}{C} \end{aligned}\right\} \frac{q}{C} + RI = \mathcal{E} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \mathcal{E} - \frac{q}{C} - RI &= 0 \\ I &= \frac{dq}{dt} \end{aligned}\right\} \mathcal{E} - \frac{q}{C} - R\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{C\cdot\mathcal{E} - q} = \frac{1}{RC}dt \Rightarrow$$

$$\int_0^q \frac{dq}{C\mathcal{E} - q} = \frac{1}{RC}\int_0^t dt \Rightarrow \ln\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC}\cdot t \Rightarrow q = C\mathcal{E}(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \Rightarrow q(t) = Q(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \Rightarrow I = \frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{RC}\cdot e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$C \cdot \mathcal{E} = Q$ (fulla laddningen)

Burkrace

Den tunga burken vinner, varför?



$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

Rullning utan glidning $\Rightarrow \omega = \frac{v}{r}$

$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\frac{v^2}{R^2}$

$v^2 \cdot \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{R^2}\right) = mgh$

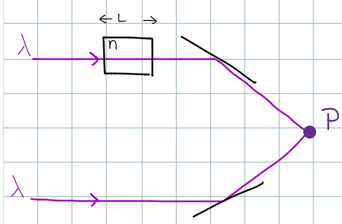
$v^2 = \frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}} = \frac{2gh}{1 + \frac{I}{mR^2}}$ ← Större kvot => högre fart

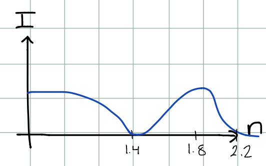
Tom burk: $I = m_1R^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2gh}{1 + \frac{m_1R^2}{m_1R^2}} = gh$

Full burk: $I = \frac{1}{2}mR^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2gh}{1 + \frac{0.5m_2R^2}{m_2R^2}} = \frac{4}{3}gh$

Ljusstudsar

Vid vilka värden på n får man nästa max och nästa min?





$L_{n_1} - L = (m+\frac{1}{2})\lambda$

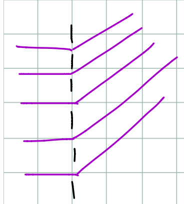
1a min: $L(1.4-1) = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \frac{\lambda}{L} = 2(1.4-1)$

Nästa max: $L(n-1) = \lambda$

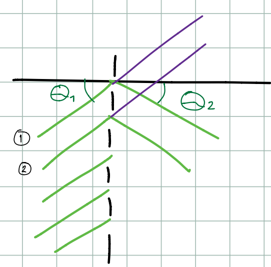
$n-1 = \frac{\lambda}{L} = 2 \cdot 0.4 \Rightarrow n = 1 + 0.8 = 1.8$

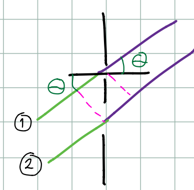
Nästa min: $L(n-1) = \frac{3}{2}\lambda \Rightarrow n = 2.2$

Gitter



$d \cdot \sin\theta = m\lambda$

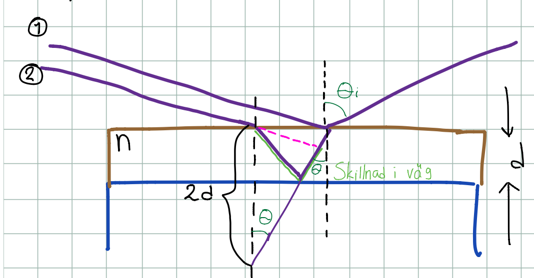




Allt handlar om vägskillnaden.
Oavsett när den uppkommer.

$\theta_2 < 30°$

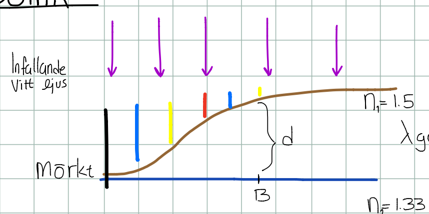
Vattenpöl med oljefilm



Optisk vägskillnad: $2nd \cdot \cos\theta$
Brytningslagen ger oss θ förutsatt att θ_i, n_1 och n_2 är kända.

Maximal styrka: $2nd\cos\theta = m\lambda_{observerad}$

Boink



$\lambda_{gul} = 580 \cdot 10^{-9}$ m

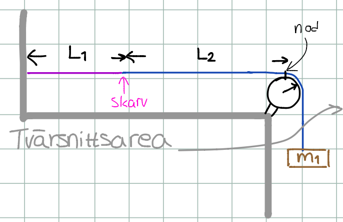
Find
d

Calc

$n_1 > n_2 \Rightarrow$ en våg mot tätare medium
Vi söker d för konstruktiv interferens för gult ljus $\Big\}$ $2nd = (m+\frac{1}{2})\lambda_{gul} \Rightarrow d = \frac{(m+\frac{1}{2})\lambda_{gul}}{2n} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 580 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 1.5} = 290$ nm

m=1, ty andra minimum

Stående vågor



Givet

$m = 10.0\ kg$

$L_1 = 0.6\ m$

$L_2 = 0.866\ m$

$O = 1.0 \cdot 10^{-2}\ cm^2$

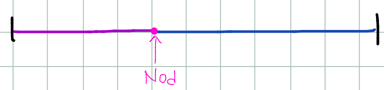
$\rho_{Alu} = 2600\ \frac{kg}{m^3}$

$\rho_{Fe} = 7800\ \frac{kg}{m^3}$

Find

f_{min} för nod mellan trådarna

Calc



$\rho_{Fe} = 3 \cdot \rho_{Alu} \Rightarrow V_{Alu} = \sqrt{3} \cdot V_{Fe}$

$\left.\begin{array}{l} L_1 = n_1 \cdot \frac{\lambda_{Alu}}{2} \\ \lambda = \frac{v}{f} \end{array}\right\} L_1 = n_1 \frac{V_{Alu}}{2f}$

På samma sätt finner vi: $L_2 = n_2 \frac{V_{Fe}}{2f}$ $\Big\}$ $\frac{L_1}{L_2} = \frac{\sqrt{3}\, n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{L_1}{\sqrt{3} \cdot L_2} = 0.4$

$n_2 = 2.5 \cdot n_1 \Rightarrow$ <u>Möjliga kombinationer</u>

n_1:	2	4
n_2:	5	10

Vi väljer de låga värdena.

$V_{Alu} = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{T}{\frac{M}{L}}} = \sqrt{\frac{T}{\frac{\rho \cdot A \cdot L}{L}}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 9.81}{2.6 \cdot 10^{-3}}}$

$f = \frac{V_{Alu}}{L_1}$