Fourierpresentation

Tre former: $x(t)=x(t+T)$

$$x(t)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}a_k\cos(k\omega_0 t)+b_k\sin(k\omega_0 t)$$
$$x(t)=A_0+\sum_{k=1}^{\infty}A_k\cos(k\omega_0 t+\theta)$$
$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{jk\omega_0 t}$$

Signalens medelvärde: $a_0=A_0=C_0$

Periodiska signaler

inte säker!

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{jk\omega_0 t},\quad \omega_0=\frac{2\pi}{T}\qquad C_k=\int_T x(t)e^{-j\omega_0 kt}$$

Icke-periodiska $x(t)$

$$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega\quad,\quad X(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt$$

CTFS-Egenskaper

$x(t)\leftrightarrow C_k \qquad y(t)\leftrightarrow d_k$

$x(t)+y(t)\leftrightarrow C_k+d_k$

$Ax(t)+By(t)\leftrightarrow AC_k+Bd_k$

$x(\alpha t)\leftrightarrow C_k$ (fund. frekv. $=\alpha\omega_0$)

$x(t-t_0)\leftrightarrow e^{-jk\omega_0 t_0}C_k$

$x(-t)\leftrightarrow C_{-k}$

$\frac{d}{dx}x(t)\leftrightarrow jk\omega_0 C_k$

CTFT-Egenskaper

$x(t)\leftrightarrow X(j\omega) \quad \leftrightarrow y(t)=Y(j\omega)$

$x(t)+y(t)\leftrightarrow X(j\omega)+Y(j\omega)$

$Ax(t)+By(t)\leftrightarrow AX(j\omega)+BY(j\omega)$

$x(\alpha t)\leftrightarrow \frac{1}{|\alpha|}X\left(\frac{j\omega}{\alpha}\right)$

$x(-t)\leftrightarrow X(-j\omega)$

$x(t-t_0)\leftrightarrow e^{-j\omega t_0}X(j\omega)$

med flera

Kontinuerligt LTI-System

$$x(t)\longrightarrow\boxed{h(t)}\longrightarrow y(t)$$

Fouriertransformera

$y(t)=h(t)*x(t) \Rightarrow Y(j\omega)=H(j\omega)X(j\omega)$

Om insignalen är periodisk: teckna som fourierserie.

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{jk\omega_0 t}$$

Och därefter dess fouriertransform

$$X(j\omega)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k\,\delta(\omega-k_0)$$

Fourierseriekoefficienten

Utsignal $\quad Y(j\omega)=H(j\omega)X(j\omega)=2\pi\sum_{k=-\infty}^{\infty}\underbrace{\boxed{H(j\omega)C_k}}_{H(jk\omega_0)C_k}\delta(\omega-k_0)$

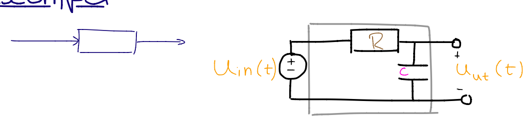
Fourierseriekoeff. till $y(t)$

Fourierserien blir: $y(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k H(j\omega_0 k)e^{jk\omega_0 t}$

Varje frekvenskomponent i signalen (med frekvens $k\omega_0$) påverkas av systemet med $H(j\omega_0 k)$

$H(j\omega)$ är systemets frekvenssvar.

Exempel



$$\begin{cases} U_{in}(t)=i\cdot R+U_{ut}(t) \\ i=C\cdot\frac{dU_{ut}}{dt}\end{cases} \Rightarrow RC\frac{dU_{ut}}{dt}+U_{ut}(t)=U_{in}(t)$$

Fouriertransform: $RCj\omega U_{ut}(j\omega)+U_{ut}(j\omega)=U_{in}(j\omega)$

$U_{ut}(j\omega)(1+RC)=U_{in}(j\omega$

$\frac{U_{ut}(j\omega)}{U_{in}(j\omega)}=H(j\omega)=\frac{1}{1+j\omega RC}$

Amplitudpåverkan: $|H(j\omega)|=\frac{1}{(1+(\omega RC)^2)^{1/2}}$

Fasbidrag: $\arg\{H(j\omega)\}=-\arctan(\omega RC)$