

# Dagens Meny: 10.1 Analytisk geometri i rummet 10.5 Kvadratiska ytor

## 10.1

En vektor i  $\mathbb{R}^2$  kan skrivas på formen  $P=(x,y)$   
En vektor i  $\mathbb{R}^3$  kan skrivas på formen  $P=(x,y,z)$

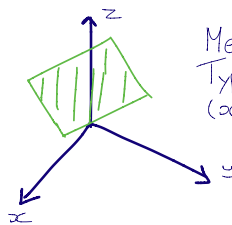
Dessa är exempel på kartesiska koordinater.



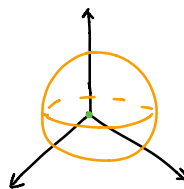
Avstånd mellan punkterna  $P=(x_0, y_0, z_0)$  och  $Q=(x_1, y_1, z_1)$  ges av  $\sqrt{(x_0-x_1)^2+(y_0-y_1)^2+(z_0-z_1)^2}$

## Ex

$Ax+By+Cz=D$  är ett plan i rummet. (Linaleg)



Mer allmänt kan man betrakta objekt givna av ekvationer:  $f(x,y,z)=0$   
Typiskt exempel som inte är ett plan är en sfär med radii  $r$  och centrum  $(x_0, y_0, z_0)$ :  $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$



Mer patologiskt exempel:  $x^2+y^2+z^2=0 \sim (0,0,0)$

## Ex

Kan vara flera ekvationer:  $\underbrace{x^2+y^2+z^2=1}_{\text{enhets sfär}} \quad \underbrace{z=\frac{1}{2}}_{\text{Plan}}$

## Ex

Kan också ha objekt av olikheter:  $0 \leq y+xc+z \leq 1$   
Betrakta extremvärdena för att få en känsla för objektet.

## Ex

$x^2+y^2+z^2=1$  (sfär)  
 $x+y=1$  (Plan)

Den cirkel i planet  $x+y=1$  med centrum i punkten  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$  med radii  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

## 10.5 Kvadratiska ytor

Def: En kvadratisk yta är ett geometriskt objekt beskrivet av en kvadratisk ekv.

$$Ax^2+By^2+Cz^2+Dxy+Exz+Fyz+Gx+Hy+Iz+J=0$$

Kvadratiska ytor kommer "ersätta"  $x^2$  i Taylorutvecklingar. Om  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  finns Taylorutv  
 $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2}(x-x_0)^2 + \dots$

Andraderivatet kontrollerar om  $x_0$  är lokalt max/min. I flera variabler ersätts termen  $\frac{f''(x_0)}{2}(x-x_0)^2$  med en kvadratisk term som har formen av en kvadratisk yta.

## Ex

$y=(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$  (typ en parabolisk cylinder, saknas linje som kommer på nästa föreläsning)