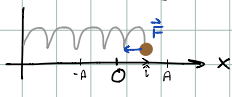


Svängningar



$$\begin{aligned} \vec{F} &= -kx\hat{i} \\ \vec{F} &= m\vec{a} \\ \vec{a} &= \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} \end{aligned}$$

$$-kx\hat{i} = m \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} \Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

Allm lösning: $x(t) = A \cos\left[\sqrt{\frac{k}{m}}t + \phi\right]$ ϕ : faskonstant, A : amplitud

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$: Vinkelhastighet $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}, \text{s}^{-1}\right]$,

$\omega = 2\pi f$

$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$, periodtid $\left. \vphantom{\frac{1}{f}} \right\} x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$

Varianter: $x(t) = A \sin(\omega t)$: $x=0$ när $t=0$ och \vec{v} går åt höger

$x(t) = -A \sin(\omega t)$: — " — och \vec{v} går åt vänster

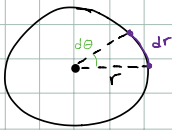
Rotationsrörelse Av STEL kropp runt FIX axel



Rörelseenergi: $dK_R = \frac{1}{2} dm \cdot v^2 = \frac{1}{2} dm (r\omega)^2$

Totala: $K_R = \int dK_R = \int \frac{1}{2} dm r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \int r^2 dm$ Jfr med partikel: $K = \frac{1}{2} v^2 m$

Kropp/axel har ett tröghetsmoment: $I = \int r^2 dm$



$$\begin{aligned} dr &= r d\theta \\ \frac{dr}{dt} &= r \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow v = r \cdot \omega \end{aligned}$$

Translation

Läge: \vec{x}

Hastighet: $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$

Acceleration: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$x_f - x_i = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$v_f^2 - v_i^2 = 2 a s$

Rotation

Läge: θ

Hastighet: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Acceleration: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

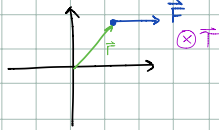
$\theta_f - \theta_i = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$

$\omega_f^2 - \omega_i^2 = 2 \alpha \Delta \theta$

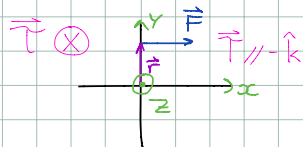


Vridande moment: $\vec{\tau}$

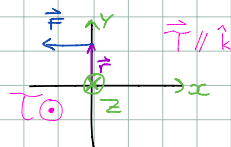
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



Riktningen för $\vec{\tau}$ sammanfaller inne med rotationen.



Medurs



Moturs

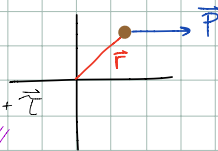
Rörelsemängdsmoment: \vec{L}

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m\vec{v})$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} + \vec{\tau} \Leftrightarrow \vec{v} \times m\vec{v} + \vec{\tau}$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \text{since } \vec{v} \times m\vec{v} = 0 \text{ (parallel vectors)}$$



Partiklar: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

To be continued.

