Supplemental Instructions

Erik Thorsell
erithor@student.chalmers.se

2015-09-17

Repetition

Repetition är moder till all inlärning.

1. En relation R på en mängd A kallas, som bekant:
   - Reflexiv om $\forall x : xRx$
   - Symmetrisk om $\forall x : xRy \Rightarrow yRx$
   - Transitiv om $\forall x : xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$

   Ge exempel på en relation som är:

   a) En ekvivalensrelation
   b) Transitiv, men inte reflexiv eller symmetrisk
   c) Symmetrisk, men inte reflexiv eller transitiv

   Tenta 030820

2. En funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ kallas växande om det så fort $x < y$ gäller att $f(x) \leq f(y)$. Om det för alla sådana x och y dessutom gäller att $f(x) < f(y)$, kallas f *strikt/strängt växande.*

   a) Visa att en strikt växande funktion alltid är injektiv.
   b) Ge ett exempel på en funktion som är växande, men inte injektiv.

   Tenta 050330

Induktion

3. Visa att för alla $n \in \mathbb{Z}+$ gäller att:

$$\sum_{k=1}^{n} 3k(k-1) + 1 = n^3$$

   Tenta 021024

4. Visa att det för alla udda positiva heltal n gäller att:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + ... + n = (\frac{n+1}{2})^2$$

   Tenta 041217

5. Visa att det för alla postiva heltal n gäller att:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{3^k} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4 * 3^n}$$

   Tenta 051216

Rekursion

6. Fakultet är en funktion inom matematiken. För ett heltal större än noll är fakulteten lika med produkten av alla heltal från 1 upp till och med talet självt.

   Låt $f(x) = x!$ Definiera $f(x)$ rekursivt.

7. Fibonaccis talserie är ytterligare ett exempel på något inom matematiken som kan definieras rekursivt. Visserligen går den även att definiera icke-rekursivt:

$$F(n) = \frac{(1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n}{\sqrt{5} * 2^n}$$

   men hur kul är det?

   Definiera $F(n)$ rekursivt.

Summor

8. Beräkna följande summor:

   a) $\sum_{k=1}^{7} 5^k$

   b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27} + ... + \frac{64}{2187}$