# Supplemental Instructions

Erik Thorsell
erithor@student.chalmers.se

2015-09-10

## Repetition

Repetition är moder till all inlärning.

1. Avgör om följande logiska argument är en tautologi:

$$\begin{array}{r}
\neg x \to \neg w \\ \hline
(x \vee \neg w) \to z \\ \hline
\neg p \to \neg z \\ \hline
p \to (\neg r \vee \neg a) \\ \hline
\neg r \vee \neg a
\end{array}$$

   *Uppg 1.7 (h)*

2. Låt "universum"vara mängden av alla barn på tåget *(undertecknad sitter på ett tåg för tillfället)* och låt $P(x)$ : $x$ *är irriterande.*
   Skriv följande utsagor på symbolisk logisk form:
   a) Alla barn på tåget är irriterande.
   b) Några barn på tåget är inte irriterande.
   c) Det finns inte en enda unge på tåget som inte är irriterande.

3. Avgör om följande logiska argument är giltigt:
   Somliga gitarrister gillar blues
   Alla groupies gillar blues
   ______________________
   Somliga groupies gillar gitarrister

## Mängder

4. Skriv elementen i följande mängder:
   a) $\{x \in \mathbb{Z}+ : -3 < x < 3\}$
   b) $\{x \in \mathbb{Z} : 3 > x \wedge x > -1\}$

5. Låt $A$, $B$ och $C$ vara tre mängder. Givet att $A$ och $B$ är disjunkta, $|A \cup B \cup C| = 30$, $|A \backslash C| = 10$ och $|B \backslash C| = 5$. Vad är det högsta, respektive minsta, antal element $C$ kan innehålla?

6. Låt $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 4\}$
   a) Bestäm potensmängden $\mathcal{P}(A)$
   b) Bestäm den Kartesiska produkten $A \times \mathcal{P}(A)$

## Funktioner

7. Låt $A$ vara mängden av alla andragradspolynom med reella koefficienter och $B$ mängden av alla förstagradspolynom med reella koefficienter.
   Derivering är en funktion $D : A \longrightarrow B$ definierad av:

$$D(a + bx + cx^2) = b + 2cx$$

   a) Teckna ett uttryck för $A$, resp. $B$.
   b) Är $D : A \longrightarrow B$ injektiv?
   c) Är $D : A \longrightarrow B$ surjektiv?
   d) Har $D : A \longrightarrow B$ invers? *Om så är fallet, bestäm inversen.*

## Relationer

8. Låt $R$ vara relation på $\mathbb{R}^2$ definierad av att $(a, b)R(c, d)$ om $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$.

   a) Visa att $R$ är en ekvivalensrelation.
   b) Rita ekvivalensklassen som innehåller (1,1) i ett koordinatsystem.
   c) Beskriv ekvivalensklassen geometriskt.
   d) Ge en mängd med exakt ett element ur varje ekvivalensklass.

## Operatorer

9. Vi definierar en binär operator $\star$ på $\mathbb{R}$ genom

$$x \star y = x - 2y + 3xy$$

   a) Visa att $\star$ inte är associativ.
   b) Visa att $\star$ inte är kommutativ.
   c) Vilka par $x, y \in \mathbb{R}$ kommuterar med avseende på $\star$?