

Supplemental Instructions

Erik Thorsell

erithor@student.chalmers.se

2014-09-12

Repetition

Repetition är moder till all inläring.

1. Avgör om följande logiska argument är en tautologi:

$$\frac{\frac{\frac{\neg x \rightarrow \neg w}{(x \vee \neg w) \rightarrow z}}{\neg p \rightarrow \neg z}}{p \rightarrow (\neg r \vee \neg a)} \quad \frac{}{\neg r \vee \neg a}$$

Upppg 1.7 (h)

2. Låt "universum" vara mängden av alla barn på tåget (*undertecknad sitter på ett tåg för tillfället*) och låt $P(x) : x$ är irriterande.

Skriv följande utsagor på symbolisk logisk form:

- a) Alla barn på tåget är irriterande.
- b) Några barn på tåget är inte irriterande.
- c) Det finns inte en enda unge på tåget som inte är irriterande.

3. Avgör om följande logiska argument är giltigt:

Somliga gitarrister gillar blues

Alla groupies gillar blues

Somliga groupies gillar gitarrister

Mängder

4. Skriv elementen i följande mängder:

- a) $\{x \in \mathbb{Z}+ : -3 < x < 3\}$
- b) $\{x \in \mathbb{Z} : 3 > x \wedge x > -1\}$

5. Låt A , B och C vara tre mängder. Givet att A och B är disjunkta, $|A \cup B \cup C| = 30$, $|A \setminus C| = 10$ och $|B \setminus C| = 5$. Vad är det högsta, respektive minsta, antal element C kan innehålla?

6. Låt $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 4\}$

- a) Bestäm potensmängden $\mathcal{P}(A)$
- b) Bestäm den Kartesiska produkten $A \times \mathcal{P}(A)$

Funktioner

7. Låt A vara mängden av alla andragradspolynom med reella koefficienter och B mängden av alla förstegradspolynom med reella koefficienter.

Derivering är en funktion $D : A \longrightarrow B$ definierad av:

$$D(a + bx + cx^2) = b + 2cx$$

- a) Teckna ett uttryck för A , resp. B .
- b) Är $D : A \longrightarrow B$ injektiv?
- c) Är $D : A \longrightarrow B$ surjektiv?
- d) Har $D : A \longrightarrow B$ invers? Om så är fallet, bestäm inversen.

Relationer

8. Låt R vara relation på \mathbb{R}^2 definierad av att $(a, b)R(c, d)$ om $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$.

- a) Visa att R är en ekvivalensrelation.
- b) Rita ekvivalensklassen som innehåller $(1, 1)$ i ett koordinatsystem.
- c) Beskriv ekvivalensklassen geometriskt.
- d) Ge en mängd med exakt ett element ur varje ekvivalensklass.

Operatorer

9. Vi definierar en binär operator \star på \mathbb{R} genom

$$x \star y = x - 2y + 3xy$$

- a) Visa att \star inte är associativ.
- b) Visa att \star inte är kommutativ.
- c) Vilka par $x, y \in \mathbb{R}$ kommuterar med avseende på \star ?