SI, 2014-09-05

1. p: Det snöar
   q: Älgar klättrar i träd.

Konjunktion: $p \wedge q$ = Det snöar och älgar klättrar i träd.
Disjunktion: $p \vee q$ = Det snöar eller så klättrar älgar i träd.
Negation: $\neg p$ = Det snöar inte.
$\neg q$ = Älgar klättrar inte i träd.
(Listan kan göras längre med t.ex. $\neg p \vee q$, $\neg(p \wedge q)$, etc.

2.

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\neg p$
F	F	F	F	S
F	S	S	F	S
S	F	S	F	F
S	S	S	S	F

3. Använd t.ex. en sanningstabell.

p	q	r	$\neg p$	$\vee$	$q \wedge r$
F	F	F	S	S	F
F	F	S	S	S	F
F	S	F	S	S	F
F	S	S	S	S	S
S	F	F	F	F	F
S	F	S	F	F	F
S	S	F	F	F	F
S	S	S	F	S	S

p	q	r	$p \wedge \neg q$	$\vee$	r
F	F	F	F	F	F
F	F	S	F	S	S
F	S	F	F	F	F
F	S	S	F	S	S
S	F	F	S	S	F
S	F	S	S	S	S
S	S	F	F	F	F
S	S	S	F	S	S

4. Bevis med sanningstabell.

p	q	$p \to q$	$p \wedge (p \to q)$	$(p \wedge (p \to q)) \to q$
F	F	S	S	S
F	S	F	F	S
S	F	S	F	S
S	S	S	F	S

Oavsett värden på p och q erhåller vi en kolumn fylld av S.

Vi har en tautologi

5. Bevis på formell form.

$A_S \to B$
$B \to C_F$
$A_S \to C_F$ F

Om vi kan hitta värden på A, B, C s.a. slutsatsen är falsk men hypoteserna stämmer har vi motbevisat att uppg 5 är en tautologi.

1. Antag $A \to C$ falsk. Då måste $A = S$, $C = F$
2. Om vi nu kan hitta ett värde på B s.a. $A \to B$ och $B \to C$ är sanna har vi motbevisat tautologin.
   B = S innebär att rad 1 = S och rad 2 = F
   B = F innebär att rad 1 = F och rad 2 = S
3. Vi lyckas inte motbevisa påståendet! Det är en tautologi.

6.

P	q	P → q	¬P ∨ q
F	F	S	S
F	S	S	S
S	F	F	F
S	S	S	S

Då båda kolumnerna är lika har vi funnit att utsagorna är logiskt ekvivalenta.

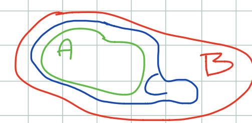
7.

a) $\forall x : P(x)$
b) $\exists x : P(x)$
c) $\neg \exists x : P(x)$

8.

a) Giltigt

Låt A vara mängden av alla Nollan.
Låt B vara mängden av alla på Chalmers.
Låt C vara mängden av alla som har nollbricka.



Enligt första hypotesen har alla Nollan nollbricka och hypotes två förtäljer att alla med nollbricka går på Chalmers; alltså måste Nollan gå på chalmers.

b) Ogiltigt

I ett universum där ingen skohornsanvändare använder Linux är slutsatsen falsk men båda hypoteserna förblir sanna om Nollan Emil använder skohorn och Nollan Emilia kör Gentoo.

c) Ogiltigt.

$C(x)$: x är Chalmerist
$V(x)$: x gillar Semester
$L(x)$: x är lärare

$\forall x : (\underset{F}{C(x)} \to V(x))$
$\exists x : (\underset{S}{L(x)} \to V(x))$
$\exists x : (\underset{S}{L(x)} \to \underset{F}{C(x)})$

Om slutsatsen ska bli falsk: $C(x) = F$, $L(x) = S$
Om vi kan välja $V(x)$ så båda hypoteserna är sanna är argumentet ogiltigt.
$V(x) = S$ uppfyller detta.