

Supplemental Instructions

Erik Thorsell

erithor@student.chalmers.se

2015-09-03

Logik

Matematiken byggs upp av *axiom*. Dessa fundamentala sanningar används som en bas vilken man sedan bygger ifrån. Ett exempel på axiom är att *det för alla objekt a gäller att $a = a$* och ett annat är att *det för alla objekt a och b gäller att om $a=b$, så är även $b=a$* . Basic, men extremt viktigt!

Det första vi stöter på i kursen, efter axiom, är utsagor och senare även satslogik. Satslogik är ett logiskt system vilket används för att hantera olika satser, vilka i sin tur uttrycker påståenden. Utifrån dessa kan sedan slutsatser dras.

1. Givet att: **p** och **q** är *utsagor* (ni får själva sätta ord till dessa), använd de logiska operatorerna för *konjunktion*, *disjunktion* och *negation* för att bilda satslogiska exempel.
2. Med hjälp av en sanningstabell: Definiera de tre tidigare nämnda operatorerna.
3. Givet utsagorna: **p**, **q**, **r**: Avgör sanningsvärdet hos den logiska formeln $\neg p \vee (q \wedge r)$ samt $p \wedge \neg q \vee r$ för alla värden på p, q och r.
Tänk på prioritetsordningen. (s. 8)

Tautologier är sanna oavsett sanningsvärdena på dess olika variabler. $p \vee \neg p$ är ett exempel på just ett sådant fall. Ett lite mer komplicerat fall återfinns på s. 10 i boken. (*Bläddra inte dit än! Det står nedanför...*)

4. Är följande en tautologi: $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$?
5. Är följande en tautologi: $((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$?
6. Är följande utsagor logiskt ekvivalenta: $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$?

Predikatlogik är ytterligare en del av den matematiska logiken. Exempelvis kan **P** representera "är udda", så att $P(x)$ betyder "x är udda". Man kan också bilda flerställiga relationer $P(x, y)$, exempelvis för att representera relationen större än".

Dessutom uppkommer begreppet *kvantorer*: $\forall x$ och $\exists x$.

- $\forall x P(x)$ innebär att alla x har egenskapen P
- $\exists x P(x)$ innebär att något x har egenskapen P .

Tänk emellertid på att kvantorer *alltid* hänvisar till ett universum. Det krävs alltså någon form av grundantagande.

7. Låt "universum" vara mängden av alla Göteborgare och låt $P(x) : x \text{ heter Glen}$. Skriv följande utsagor på symbolisk logisk form:

- a) Alla heter Glen i Göteborg.
- b) Det finns de som inte heter Glen i Göteborg.
- c) Ingen heter Glen i Göteborg.

8. Avgör om följande logiska argument är giltiga:

- a) Alla Nollan har nollbricka
Alla med nollbricka går på Chalmers
Alla Nollan går på Chalmers
- b) Somliga Nollan använder Linux
Somliga Nollan använder skohorn
Somliga skohornsanvändare använder Linux
- c) Alla Chalmersiter gillar ledighet
Somliga lärare gillar ledighet
Somliga lärare är Chalmerister