

# Supplemental Instructions

Erik Thorsell

erithor@student.chalmers.se

2015-09-10

## Repetition

Repetition är moder till all inläring.

1. Avgör om följande logiska argument är en tautologi:

$$\frac{\frac{\frac{\neg x \rightarrow \neg w}{(x \vee \neg w) \rightarrow z}}{\neg p \rightarrow \neg z}}{p \rightarrow (\neg r \vee \neg a)} \quad \frac{}{\neg r \vee \neg a}$$

*Upppg 1.7 (h)*

2. Låt "universum" vara mängden av alla barn på tåget (*undertecknad sitter på ett tåg för tillfället*) och låt  $P(x) : x$  är irriterande.

Skriv följande utsagor på symbolisk logisk form:

- a) Alla barn på tåget är irriterande.
- b) Några barn på tåget är inte irriterande.
- c) Det finns inte en enda unge på tåget som inte är irriterande.

3. Avgör om följande logiska argument är giltigt:

Somliga gitarrister gillar blues

Alla groupies gillar blues

Somliga groupies gillar gitarrister

## Mängder

4. Skriv elementen i följande mängder:

a)  $\{x \in \mathbb{Z}^+ : -3 < x < 3\}$

b)  $\{x \in \mathbb{Z} : 3 > x \wedge x > -1\}$

5. Låt  $A$ ,  $B$  och  $C$  vara tre mängder. Givet att  $A$  och  $B$  är disjunkta,  $|A \cup B \cup C| = 30$ ,  $|A \setminus C| = 10$  och  $|B \setminus C| = 5$ . Vad är det högsta, respektive minsta, antal element  $C$  kan innehålla?

6. Låt  $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 4\}$

- a) Bestäm potensmängden  $\mathcal{P}(A)$
- b) Bestäm den Kartesiska produkten  $A \times \mathcal{P}(A)$

## Funktioner

7. Låt  $A$  vara mängden av alla andragradspolynom med reella koefficienter och  $B$  mängden av alla förstegradspolynom med reella koefficienter.

Derivering är en funktion  $D : A \longrightarrow B$  definierad av:

$$D(a + bx + cx^2) = b + 2cx$$

- a) Teckna ett uttryck för  $A$ , resp.  $B$ .
- b) Är  $D : A \longrightarrow B$  injektiv?
- c) Är  $D : A \longrightarrow B$  surjektiv?
- d) Har  $D : A \longrightarrow B$  invers? Om så är fallet, bestäm inversen.

## Relationer

8. Låt  $R$  vara relation på  $\mathbb{R}^2$  definierad av att  $(a, b)R(c, d)$  om  $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ .

- a) Visa att  $R$  är en ekvivalensrelation.
- b) Rita ekvivalensklassen som innehåller  $(1, 1)$  i ett koordinatsystem.
- c) Beskriv ekvivalensklassen geometriskt.
- d) Ge en mängd med exakt ett element ur varje ekvivalensklass.

## Operatorer

9. Vi definierar en binär operator  $\star$  på  $\mathbb{R}$  genom

$$x \star y = x - 2y + 3xy$$

- a) Visa att  $\star$  inte är associativ.
- b) Visa att  $\star$  inte är kommutativ.
- c) Vilka par  $x, y \in \mathbb{R}$  kommuterar med avseende på  $\star$ ?