Supplemental Instructions

Repetition

Dela upp i enhetsvektorer.

(1) $\quad f\left(\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}\right) = 2f\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right) + f\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right) = 2f_x + f_y = \begin{pmatrix}8\\10\end{pmatrix}$

(2) $\quad f\left(\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}\right) = 4f\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right) + -3f\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right) = 4f_x - 3f_y = \begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$ Lösning av (1) och (2) ger:

$f_x = \begin{pmatrix}2\\\frac{16}{5}\end{pmatrix}, \qquad f_y = \begin{pmatrix}4\\\frac{18}{5}\end{pmatrix}$

Vilket betyder att

$$A = \begin{pmatrix}f_x & f_y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2 & 4\\\frac{16}{5} & \frac{18}{5}\end{pmatrix}$$

1

a) Arean av parallellogrammet som spänns upp av $\vec{PQ}$ och $\vec{PR}$ ges av:

$\vec{PQ} = \vec{u} = \begin{bmatrix}3 & -1\\4 & -2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$

and

$\vec{PR} = \vec{v} = \begin{bmatrix}-1-1\\6-2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2\\4\end{bmatrix}$

$A = det\begin{bmatrix}\vec{u} & \vec{v}\end{bmatrix} = det\begin{bmatrix}2 & -2\\2 & 4\end{bmatrix} = 12$

Aren för vår triangel är $\frac{A}{2} = 6$

b) 120
Hint: $\frac{area(D')}{area(D)} = |det(A)|$

2

$$A = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & -1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix}0\\2\\0\end{bmatrix}$$

3

a)

Spegla e_x och e_y i $y = kx$:
Riktningsvektorn kan skrivas som $u = (1, k)$.

$f(e_x) = 2\frac{e_x \cdot u}{u\dot{u}}u - e_x = \frac{1}{1+k^2}\begin{pmatrix}1-k^2\\2k\end{pmatrix}$
$f(e_y) = 2\frac{e_y \cdot u}{u\dot{u}}u - e_y = \frac{1}{1+k^2}\begin{pmatrix}2k\\k^2-1\end{pmatrix}$
$A = \begin{pmatrix}f(e_x) & f(e_y)\end{pmatrix} = \frac{1}{1+k^2}\begin{pmatrix}1-k^2 & 2k\\2k & k^2-1\end{pmatrix}$

b)

$\frac{1}{5}\begin{pmatrix}19\\33\end{pmatrix}$

4

a)

$A = \begin{pmatrix}cos\beta & -sin\beta\\sin\beta & cos\beta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}cos(pi/6) & -sin(pi/6)\\sin(pi/6) & cos(pi/6)\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}\sqrt{3} & -1\\1 & \sqrt{3}\end{pmatrix}$

b)

$B = \begin{pmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{pmatrix}$

c)

Eftersom rotationen görs först så måste A vara 'längst in' så att $f(v) = B(A(v))$, därav kan ordningen se omvänd ut.
$B \circ A = BA = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & \sqrt{3}\\\sqrt{3} & -1\end{pmatrix}$

5

Se boken.

6

a)

$A = \begin{bmatrix}1 & 2 & -1\\2 & 2 & -1\\2 & 5 & 2\end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}$ och $\mathbf{b} = 342$

b)

$\begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 3\\2 & 2 & -1 & 4\\2 & 5 & 2 & 2\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 3\\0 & -2 & 1 & -2\\0 & 1 & 4 & -4\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}1 & 2 & -1 & 3\\0 & 1 & 4 & -4\\0 & 0 & 9 & -10\end{bmatrix}$
Detta ger $z = \frac{-10}{9}, y = \frac{4}{9}, x = 1$