# Supplemental Instructions

## Repetition

Normalen till planet ges av $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (20, 16, -6)$
Vi kan sedan använda punkten $A$ och vektorn $\overrightarrow{n_2} = (10, 8, -3)$ som är parallell med $\overrightarrow{n}$.
$A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0 \Rightarrow$
$10(x - 1) + 8(y - 1) - 3(z + 2) = 0 \Rightarrow$
$10x + 8y - 3z - 24 = 0$

## 1

### a)

Addera cellvis. $\begin{bmatrix} 1-2 & 2+4 \\ 5+6 & 9+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 11 & 10 \end{bmatrix}$

### b)

Subtrahera cellvis. $\begin{bmatrix} 5-5 & -7-5 \\ 4-(-2) & -1-8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -12 \\ 6 & -9 \end{bmatrix}$

### c)

Tänk rad gånger kolumn. $\begin{bmatrix} 2*5+5*7 \\ 2*2+3*7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 \\ 25 \end{bmatrix}$

### d)

$\begin{bmatrix} 2*5+5*7 & 5*8+5*1 \\ 2*2+3*7 & 2*8+3*1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 & 45 \\ 25 & 19 \end{bmatrix}$

### e)

Här byter vi plats på raderna och kolumnerna. $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 7 & -6 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$

## 2

### a)

$\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 7*2 - 1*4 = 10$

## b)

$Det(A) \neq 0 \implies \vec{u}$ och $\vec{v}$ är linjärt oberoende. Vilket betyder att vinkeln är skild från 0 och 180.

# 3

## a)

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

## b)

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{7*5-2*3} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 7 \end{bmatrix}$$

## c)

$$AA^{-1} = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## d)

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{det(A)} \begin{bmatrix} ad-bc & -ab+ab \\ cd-cd & -bc+ad \end{bmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} ad-bc & -ab+ab \\ cd-cd & -bc+ad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# 4

## a)

$$f_D(\vec{u}) = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 30 \\ 1 \end{bmatrix}$$

## b)

$$f_D(\vec{v}) = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 26 \\ -9 \end{bmatrix}$$

## c)

$$f_D(\vec{u}+\vec{v}) = f_D(\vec{u}) + f_D(\vec{v}) = \begin{bmatrix} 32 \\ 56 \\ -8 \end{bmatrix}$$

## d)

$$f_D(2\vec{u}) = 2f_D(\vec{u}) = \begin{bmatrix} 10 \\ 60 \\ 2 \end{bmatrix}$$

## 5

Dela upp i enhetsvektorer.

(1) $\quad f\left(\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}\right) = 2f\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right) + f\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right) = 2f_x + f_y = \begin{pmatrix}8\\10\end{pmatrix}$

(2) $\quad f\left(\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}\right) = 4f\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\right) + -3f\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right) = 4f_x - 3f_y = \begin{pmatrix}-4\\2\end{pmatrix}$ Lösning av (1) och (2) ger:

$f_x = \begin{pmatrix}2\\\frac{16}{5}\end{pmatrix}, \qquad f_y = \begin{pmatrix}4\\\frac{18}{5}\end{pmatrix}$

Vilket betyder att

$$A = \begin{pmatrix}f_x & f_y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2 & 4\\\frac{16}{5} & \frac{18}{5}\end{pmatrix}$$

## 6

a) Arean av parallellogrammet som spänns upp av $\vec{PQ}$ och $\vec{PR}$ ges av:

$\vec{PQ} = \vec{u} = \begin{bmatrix}3 & -1\\4 & -2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\\2\end{bmatrix}$

and

$$\vec{PR} = \vec{v} = \begin{bmatrix}-1-1\\6-2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-2\\4\end{bmatrix}$$

$A = det\begin{bmatrix}\vec{u} & \vec{v}\end{bmatrix} = det\begin{bmatrix}2 & -2\\2 & 4\end{bmatrix} = 12$

Aren för vår triangel är $\frac{A}{2} = 6$

b) 120

*Hint:* $\frac{area(D')}{area(D)} = |det(A)|$

## 7

$$A = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & -1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix}0\\2\\0\end{bmatrix}$$