

Supplemental Instructions

1

Om vi kikar på integralen som ges på s. 368: $\int_a^b f(x)dx$, så är:
 $a = 0$, $b = \pi$, $f(x) = \sin(x)$, $x_i = a + ih$

a)

$$n = 10 \Rightarrow h = \frac{b-a}{n} = \frac{\pi}{10} \text{ och}$$

i	0	1	2	3	...	9	10
x_i	0	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{2\pi}{10}$	$\frac{3\pi}{10}$...	$\frac{9\pi}{10}$	$\frac{10\pi}{10}$
f_i	$\sin(0)$	$\sin(\frac{\pi}{10})$	$\sin(\frac{2\pi}{10})$	$\sin(\frac{3\pi}{10})$...	$\sin(\frac{9\pi}{10})$	$\sin(\frac{10\pi}{10})$

$$\int_0^\pi \sin(x)dx \approx \frac{h}{2}[f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + \dots + 2f_9 + f_{10}] = 1.983523538$$

$$\text{Error} = 0.824\%$$

b)

$$n = 20 \Rightarrow h = \frac{\pi}{20}$$

$$\int_0^\pi \sin(x)dx \approx \frac{h}{2}[f_0 + 2f_1 + 2f_2 + 2f_3 + \dots + 2f_{19} + f_{20}] = 1.995885973$$

$$\text{Error} = 0.206\%$$

2

$$\frac{\pi}{5} \text{ cu. units}$$

3

a) $y = \frac{4}{3}x$, där x går från 0 till 3.

Här får vi en vanlig triangel med basen 3 och höjden 4. Längden blir således 5, enl pythagoras.

b) $y = \frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}$, där x går från 0 till 4

Här måste vi använda längdformeln. $ds = \sqrt{1 + f'(x)^2}$

$$ds = \sqrt{1 + x - 1}$$

$$ds = \sqrt{x}$$

$$L = \int_0^4 ds = \int_0^4 \sqrt{x} dx$$

$$L = 2/3(4^{3/2} - 0^{3/2}) = 2/3 * 8 = 16/3$$

4

$$\text{Volymen} = \int_0^2 \pi(x(2-x)^2)dx$$

$$\pi \int_0^2 x^2(4-4x+x^2)dx = \pi \int_0^2 4x^2-4x^3+x^4 = \pi \left[\frac{4x^3}{3} - \frac{4x^4}{4} + \frac{x^5}{5} \right]_0^2 = \pi \left(\frac{3^2}{2} - 16 + \frac{3^2}{5} \right) = 16\pi \left(\frac{10}{15} - \frac{15}{15} + \frac{6}{15} \right) = \frac{16\pi}{15}$$

5

$$x = t^5 - 4t^3 = t^3(t^2 - 4)$$

$$y = t^2$$

Vi vill ha $\frac{dy}{dx}$ vilket är lika med $\frac{dy}{dt} / \frac{dx}{dt}$.

$$\frac{dy}{dt} = 2t \text{ och } \frac{dx}{dt} = 5t^4 - 12t^2.$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2t}{5t^4 - 12t^2} = \frac{2}{5t^3 - 12t}.$$

Nu vill vi hitta t så att $x(t) = 0$ och $y(t) = 4$

$$x(t) = 0 \implies t = 0, -2, 2, \quad y(t) = 4 \implies t = -2, 2.$$

Här har vi -2 och 2 som är gemensamma. Beräkna nu $\frac{dy}{dx}$.

$$t = -2 \implies \frac{dy}{dx} = \frac{2}{5(-2)^3 - 12(-2)} = -\frac{1}{8}$$

$$t = 2 \implies \frac{dy}{dx} = \frac{2}{5(2)^3 - 12(2)} = \frac{1}{8}$$

Så för $y = kx + m$ så får vi

$$y_1 = -\frac{1}{8}x + 4 \text{ och } y_2 = \frac{1}{8}x + 4.$$

