

Supplemental Instructions

Benjamin Eriksson & Erik Thorsell

beneri@student.chalmers.se & erithor@student.chalmers.se

2015-01-27

Funktioner

1

$$f(x) = \frac{x^2 + 8x + 16}{x + 4}$$

- a) Vad är definitions- och målmängden för följande rationella funktion?
- b) Skriv om funktionen så att den är definierad för alla $x \in \mathbf{R}$.

2

Visa att

$$\sin^4 x - \cos^4 x = 2 \sin^2 x - 1$$

3

Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow (-a)} \frac{x^2 - a^2}{x + a}$$

4

- a) Givet ett polynom $P(x)$ samt $P(5) = 13$ och $P(10) = 24$. Visa att det finns ett x , $5 \leq x \leq 10$, så att $P(x) = 20$.
Hint: Använd välkända teorem.
- b) Vad är speciellt för en borttagningsbar diskontinuitet (removable discontinuity)?
Förklara gärna med hjälp av matematiska uttryck också.

5

Har graferna till funktionerna f nedan tangenter vid den givna punkten?
Rita graferna och om det existerar en tangent, vad är ekvationen för denna?

- a) $f(x) = \sqrt{|x|}, x = 0$
- b) $f(x) = |x^2 - 1|, x = 1$
- c) $f(x) = (x - 1)^{4/3}, x = 1$

6

Beräkna - med hjälp av *derivatans definition* - derivatan av följande funktioner:

- a) $y = x^2 - 3x$
- b) $k(x) = \frac{2-x}{2+x}$
- c) $f(t) = \frac{1}{t^2}$

7

Vilka av följande påståenden är korrekta?

*Skulle något av påståendena **inte** vara korrekta, korrigera så att det stämmer.*

- 1) Om funktionerna f och g är deriverbara i x , och om C är en konstant gäller det att funktionerna $f + g$, $f - g$ och Cf är deriverbara i x .
- 2) Produktregeln lyder: $(fg)'(x) = f'(x)g'(x) + f(x)g'(x)$
- 3) Om f är deriverbar i x och $f(x) = 0$ gäller det att $\frac{1}{f}$ är deriverbar i x .
- 4) Om 3) gäller, gäller även

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{f}(x) = \frac{-f'(x)}{(f(x))^2}$$

- 5) Kvotregeln lyder:

$$\frac{d}{dx} \frac{f}{g}(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

- 6) Distributiva deriveringsregeln lyder:

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$$

Beräkna derivatan av:

- a) $f(s) = (3s - 2)(1 - 5s)$
- b) $f(p) = \frac{\pi}{2 - \pi p}$
- c) $g(v) = \frac{3 - 4v}{3 + 4v}$
- d) $y = \sqrt{1 - 3x^2}$
- e) $\sin(2\cos x)$
- f) $\sin(2x) - \cos(2x)$
- g) $\sin(\cos(\tan(t)))$

på det sätt ni finner mest lämpligt!

8

Beräkna nu y' , y'' och y''' för följande funktioner:

- a) $y = (3 - 2x)^7$
- b) $y = \frac{\sin x}{x}$
- c) $y = (x^2 + 3)\sqrt{x}$