SI Läsvecka 7

Reglerteknik
December 17, 2015 Viktor Johansson[1]

Problem 1. *En mycket förenklad modell av en bil anges som*

$$m\dot{v}(t) = F(t) - bv(t)$$
$$\dot{F}(t) = \frac{1}{T}(F(t) + Ku(t))$$

där $v(t)$ är hastigheten och $F(t)$ är den applicerade kraften på bilen. En tillståndsmodell kan därför skrivas som

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{m} & \frac{1}{m} \\ 0 & \frac{1}{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K}{T} \end{bmatrix} u$$

Vi är i denna uppgiften intresserade av att skapa en farthållare.

(a) *Bestäm $y = \mathbf{C}x + D$.*

(b) *Skapa en lämplig tillståndsåterkoppling baserat på formeln $u(t) = -\mathbf{L}x(t) + r(t)$ så att hastigheten följer $r(t)$. Antag att $T = K = 1$, $b = 10$ och $m = 10^3$.*

Problem 2. *En tillståndsmodell är given enligt*

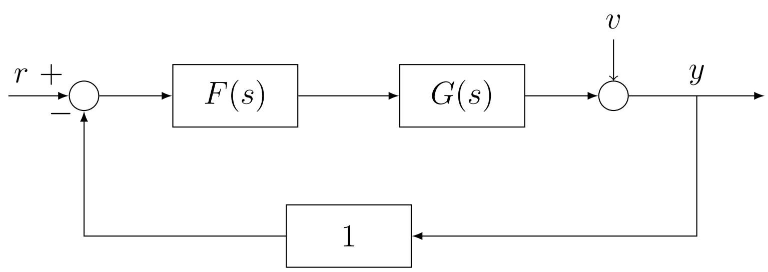
$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

(a) *Vad kan man säga om stabiliteten för denna tillståndsmodell?*

(b) *Återkoppla tillståndsmodellen med $u = \mathbf{L}\mathbf{x} + r$ då $L = [0\ 0\ 1]$. Vad hände med stabiliteten?*

[1] mailto: viktjo@student.chalmers.se

Problem 3. *En ingenjör återkopplar ett system för att följa en referenspunkt. För att säkerställa att felet försvinner helt så väljer ingenjören en PI-regulator. Systemet ser ut på följande sätt*



$$F(s) = \frac{K_p s + K_i}{s} = \frac{5s + 50}{s} \qquad G(s) = \frac{3}{s(0.1s + 1)}$$

En snabb ritning av bode-diagrammet visar att överkorsningsfrekvensen är $\omega_c = 12,24[rad/s]$.

(a) *Har ingenjören lyckats med sin dimensionering av regulatorn?*

(b) *Anta att* $K_i = 30$ *och* $\omega_c = 11,27[rad/s]$. *Blir regulatorn bättre? Motivera!*

(c) *Vad är fördelarna/nackdelarna med att använda en PI-regulator?*

Problem 4. *En regulator skall dimensioneras för en process med överföringsfunktionen*

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{s(s + 1)}$$

Följande specifikationer gäller:

- *Fasmarginalen skall uppfylla villkoret* $\varphi_m \geq 30°$
- *Överkorsningsfrekvensen skall uppfylla* $\omega_c \geq 1$ *rad/s.*

(a) *Vilken regulatortyp är lämplig för att lösa uppgiften?*

(b) *Dimensionera en regulator som uppfyller specifikationerna.*

(Tentauppgift 5 Tenta 2013-04-05)

Solution 1. *(a)* $y = [1\ 0]\mathbf{x} + 0$ *eftersom vi är intresserade av hastigheten.*

(b) Det finns mer än 1 sätt att lösa uppgiften. Ett sätt är att anta att $\mathbf{L} = [l_1\ l_2]$ *och ta fram överföringsfunktionen* $Y(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{BL}))^{-1}\mathbf{B}R(s)$. *Man får då fram att polerna för systemet ges som* $s = -\frac{l_2 - 1 + \frac{10}{1000}}{2} \pm \sqrt{\frac{(l_2-1)^2}{4} - \frac{l_1}{1000}}$. *Eftersom det är en farhållare vi vill dimensionera en tillståndsåterkoppling för så bör polerna vara reella. Vi väljer då 2 tillståndsvariabler som ger reella poler.* $l_2 = 1$ *och* $l_1 = 1/40$ *ger reella poler.*

Solution 2. *(a) Determinanten av* A, *dvs* $det(sI - A) = 0$ *ger polerna* $s_1 = -2$ *och* $s_2 = s_3 = 0$, *vilket innebär att systemet är marginellt stabilt.*

(b) $det(sI - (A - BL)) = 0$ *ger polerna* $s_1 = -2$, $s_2 = 1$ *och* $s_3 = -1$. *Systemet är inte stabilt.*

Solution 3. *(a) Genom att analysera polerna av systemet set man att det är marginellt stabilt. En analys av fasmarginalen ger att* $\varphi_m = 0°$, *vilket innebär att regulatorn mycket lättare kan få ett oväntat beteende (till exempel om systemet får en oväntad störning).*

(b) Fasmarginalen blir $\varphi_m \approx 13.6$ *vilket gör att systemet har lite mer marginal.*

(c) Se föreläsningsanteckningarna.

Solution 4. *(a) Eftersom systemet* $G(s)$ *har en fasmarginal på* $12°$ *så behöver fasmarginalen ökas. Detta görs med en PD-regulator.*

(b) $F(s) = K_p \frac{1+Ts}{1+\frac{sT}{b}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \frac{1+\sqrt{5}s}{1+\frac{s}{\sqrt{5}}}$