SI Läsvecka 4

Reglerteknik
November 26, 2015 VIKTOR JOHANSSON[1]

Problem 1. *Funktionen nedan beskriver ett olinjärt system.*

$$\dot{x} = f(x, u)$$

Visa med hjälp av taylorutveckling att linjärisering kring den stationära punkten $(\dot{x}_0, x_0, u_0)$ *kan skrivas som*

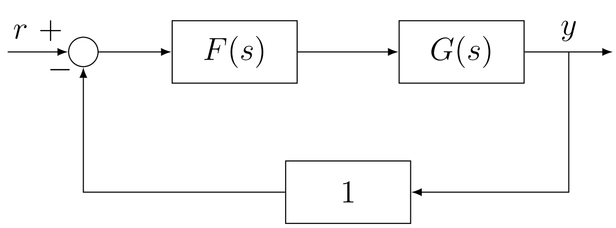
$$\Delta\dot{x} = \Delta x \frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\Big|_{(x_0,u_0)} + \Delta u \frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\Big|_{(x_0,u_0)}$$

Problem 2. *Ett dynamiskt system beskrivs av*

$$\dot{x} + \sqrt{x} = 2u$$

Linjärisera systemet då det har nått ett stationärt tillstånd med $u = 1$ *och ta fram överföringsfunktionen.*

Problem 3. *Ett system är givet*



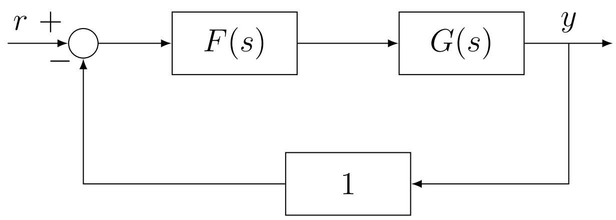
$$F(s) = \frac{3}{s} \qquad G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

(a) *Systemets stabilitet gå att analysera med hjälp nyqusts förenklade kriterium. Hur kan man se detta?*

(b) *Använd nyquist förenklade kriterium för att analysera systemets stabilitet. Vad kan man säga om systemet.*

[1] mailto: viktjo@student.chalmers.se

Problem 4. *Blockschemat nedan visar ett återkopplat reglersystem med en process $G(s)$ och en regulator $F(s)$. Processens överföringsfunktion ges av*



$$G(s) = \frac{s-2}{(s+a)(s+b)}$$

och regulatorn är en P-regulator

$$F(s) = K \qquad (K > 0)$$

Stabiliteten för det återkopplade systemet (slutna) systemet skall undersökas i ett par olika fall.

(a) *Anta att det slutna systemets karakteristiska ekvation skrivs som $s^2 + ps + q = 0$, där p och q är konstanter som i detta fallet beror på a, b och K. Visa att det slutna systemet är stabilt precis då $p > 0$, $q > 0$.*

(b) *Anta att $a = b = -1$, vilket innebär att det öppna systemet är instabilt. Avgör om det går att stabilisera systemet med P-regulatorn.*

(Tentauppgift 2 2013-12-16)

Problem 5. *Vi skall undersöka en enkel återkoppling av en process, som beskrivs av följande överföringsfunktion:*

$$G(s) = \frac{1}{s(s^2 + s + 1)}$$

Bestäm förstärkningen för en P-regulator som ger en amplitudmarginal på 2.5. (Tentauppgift 4 2012-12-21 a)

Solution 1. ***Arbetsgång:*** *Använd definitionen av taylorutveckling för flera variabler.* $\dot{x}_0 = f(x_0, u_0)$. *Ignorera derivator av grad 2 och högre samt skriv* $\Delta\dot{x} = \dot{x} - \dot{x}_0$, $\Delta x = x - x_0$ *och* $\Delta u = u - u_0$.

Solution 2. *Eftersom systemet linjäriseras kring ett stationärt tillstånd så gäller* $\dot{x} = f(x_0, u_0) = 0$. *Därav får man att punkterna blir* $(x_0 = 4;\ u_0 = 1)$. *Systemets linjäriserade funktion bli därför*

$$\Delta\dot{x} = -\frac{1}{4}\Delta x + 2\Delta u$$

Överföringsfunktionen blir då

$$G(s) = \frac{2}{s + \frac{1}{4}}$$

Solution 3. (a) *Om* $L(s) = F(s)G(s)$ *inte har poler i högra halvplanet så kan man använda nyquist förenklade kriterium.*

(b) $\angle L(j\omega_\pi) = -\pi$ *ger frekvensen* $\omega_\pi = \sqrt{2}$. *Kolla att* $|L(j\omega_\pi)| < 1$, *vilket ger* $|L(j\sqrt{2})| = 0.5$. *Systemet är därför stabilt.*

Solution 4. (a) *Lösningen till den karakteristiska ekvationen kan skrivas som*

$$s = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$$

och tre fall kan särskiljas

- *Om* $q < 0$, *så fås två reella rötter med olika tecken.*
- *Om* $0 < q < (\frac{p}{2})^2$, *så fås två reella rötter med samma tecken, som är motsatt tecknet för* p.
- *Om* $q > (\frac{p}{2})^2$, *så fås två komplexkonjugerade rötter med realdel* $-\frac{p}{2}$.

Eftersom systemet är stabilt precis då rötterna till den karakteristiska ekvationen har negativ realdel, så är slutsatsen att systemet är stabilt precis då $p > 0$ *och* $q > 0$.

Solution 5. $\angle L(j\omega_\pi) = -\pi$ *ger frekvensen* $\omega_\pi = 1$. *Amplitudmarginalen är* $A_m = \frac{1}{|L(j\omega_\pi|} = \frac{1}{|K|} = 2.5$. *Vilket ger att* $K = 0.4$.