1.

$28x+36y=100$

Förkorta	sgd(9,7) = 1	Bezout
$36=1\cdot 28+8$	$7x+9y=25$	$1=7-3\cdot 2=7-3(9-7)=4\cdot 7-3\cdot 9$
$28=3\cdot 8+4$	$9=1\cdot 7+2$	
$8=2\cdot 4+0$	$7=3\cdot 2+1$	

Vi söker svar för "=25".

$25=4\cdot 7\cdot 25-3\cdot 9\cdot 25+7\cdot 9\cdot n-7\cdot 9\cdot n=7(100+9n)+9(-75-7n)$

Sätt $n=-11$

$7(1+9n)+9(2-7n)$

$(x,y)=(1+9n,2-7n)$

2.

Låt x vara den summa pengar som Emilia äger.

$$\begin{cases} x\equiv 3 \mod 29 \\ x\equiv 8 \mod 40 \end{cases}$$

Euklides	Bezouts
$40=1\cdot 29+11$	$1=4-3=4-(7-4)=2\cdot 4-1\cdot 7=2(11-7)-1(7)=2\cdot 11-3\cdot 7=2\cdot 11-3(29-2\cdot 11)=$
$29=2\cdot 11+7$	$8\cdot 11-3\cdot 29=8(40-29)-3\cdot 29=8\cdot 40-11\cdot 29$
$11=1\cdot 7+4$	
$7=1\cdot 4+3$	$x_0=8\cdot 3\cdot 40-11\cdot 8\cdot 29=-1592$
$4=1\cdot 3+1$	$x=-1592+29\cdot 40\cdot n=-1592+1160n$

$0\leqslant x<1000$

$n=2 \Rightarrow 728$

Mammas sida	Pappas sida
$728-3=725$	$728-8=720$
$725\cdot\frac{1}{29}=25$	$720\cdot\frac{1}{40}=18$

$25-18=7$

Svar: Det är 7 kusiner fler på mammas sida.

3.

Visa sann för $n=1$

$VL=3\cdot 0^2+3\cdot 0+1=1$

$HL=1^3=1$

Antag sann för n

$\sum_{k=0}^{n-1} 3k^2+3k+1=n^3$

Visa sann för $n+1$

$\sum_{k=0}^{n} 3k^2+3k+1=\sum_{k=0}^{n-1}(3k^2+3k+1)+3n^2+3n+1=n^3+3n^2+3n+1=(n+1)^3$ QED

4.

a) KAFFEKOPP : $\frac{9!}{(2!)^3}$
b) LINUX : $5!$
c) LUFTMADRASS : $\frac{11!}{(2!)^2}$

5.

a) 3 siffror ska fördelas på sju positioner: 3^7
b) Det finns $\binom{7}{2}$ sätt att placera ut två etter. I kombination med att det finns 2^5 sätt att fylla de övriga positionerna har vi $\binom{7}{2} \cdot 2^5$ sätt ~~totalt~~.
c) 2 siffror fördelas på 7 platser: 2^7
d) Vi söker 4, eller 5, eller 6, eller 7 1:or. $\sum_{k=4}^{7} \binom{7}{k} \cdot 2^{(7-k)} = 379$

6.

Emil Emilia Gösta

Alternativ

a) Ponera att vi använder 2 st avgränsare för att kunna dela upp de 11 karamellerna. Vi får då 13 objekt att placera och de två avgränsarna kan placeras på $\binom{13}{2}$ sätt.

b) Vi kan nu bara lägga avgränsare mellan kulor. Dessa får inte läggas i samma mellanrum. $\binom{10}{2} = 45$.

7.

a) $\binom{52}{5}$ - av 52 kort väljer vi 5.

b) $\binom{13}{1}\binom{48}{1}$ - välj en av valörerna, välj sedan det återstående kortet

c) $\binom{13}{1}\binom{12}{1}\binom{4}{3}\binom{4}{2}$ - välj valör 1, valör 2, tag 3 av färg 1, 2 av färg 2.

d) $\binom{13}{2} \cdot \binom{4}{2}\binom{4}{2} \cdot \binom{44}{1}$ - välj 2 valörer av 13, välj två från vardera färg, tag ett av 44 återstående kort.

8.

Vi söker den delen av den privata nyckeln som inte finns angiven, nämligen: inversen till $s \text{ mod } \Phi(pq) \Leftrightarrow$ inversen till $23 \text{ mod } (p-1)(q-1) = 40$.

Denna invers ges av $t = 7$ ty $7 \cdot 23 = 161 \equiv 1 \text{ mod } 40$. Det riktiga meddelandet ges nu av $3^7 = 42 \text{ mod } 55$, det riktiga talet är alltså 42.