

1.

$$\begin{aligned} & \neg(\neg x) \rightarrow (\neg w) \quad \text{f} \\ & \neg x \vee (\neg w) \rightarrow z \quad \text{f} \\ & (\neg P) \rightarrow (\neg Z) \quad \text{f} \\ & P \rightarrow ((\neg r) \vee (\neg a)) \quad \text{f} \\ & (\neg r) \vee (\neg a) \quad \text{f} \end{aligned}$$

1. Sätt slutsatsen falsk: $r=s, a=s$

2. Sätt ut givna värden allt eftersom och försök få varje rad: S

Svar: Det är en tautologi.

2.

- a) $\forall x: P(x)$
 b) $\exists x: \neg P(x)$
 c) $\neg \exists x: \neg P(x)$

3.

$G(x)$: x är gitarrist
 $B(x)$: x gillar blues
 $Z(x)$: x är groupie

$$\begin{aligned} \exists x: G(x) \rightarrow B(x) & \quad \text{S} \\ \forall x: Z(x) \rightarrow B(x) & \quad \text{S} \\ \exists x: Z(x) \rightarrow G(x) & \quad \text{f} \end{aligned}$$

Sätt slutsatsen falsk.

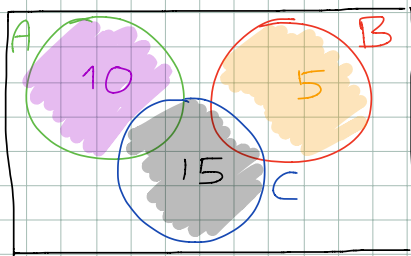
Motbevis funnet.

Svar: Ej giltigt.

4.

a) $\{1, 2\}$ "positiva heltal mellan -3 och 3"b) $\{0, 1, 2\}$ " x är ett heltal, mindre än 3 och större än -1"

5.



$$\begin{aligned} A \cap B &= \emptyset \\ |A \cup B \cup C| &= 30 \\ |A \cap C| &= |A \cap C| = 10 \\ |B \cap C| &= |B \cap C| = 5 \end{aligned}$$

Resterade 15 element måste finnas i C

6.

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$a) P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

$$b) A \times P(A) = \{(1, \emptyset), (1, \{1\}), (1, \{2\}), (1, \{3\}), (1, \{1, 2\}), (2, \{1, 2, 3\})\}$$

7.

$$a) A = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a + bx + cx^2, a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

$$B = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a + bx, a, b \in \mathbb{R}\}$$

b) Derivering är inte injektiv.

$$Ex: D(1+x^2) = 2x = D(8+x^2)$$

c) Derivering är surjektiv.

Ex: $f(x) = a + bx \in B$, då gäller att derivatan av den primitiva funktionen $ax + \frac{bx^2}{2}$ uppfyller: $D(ax + \frac{bx^2}{2}) = a + \frac{2bx}{2} = f(x)$

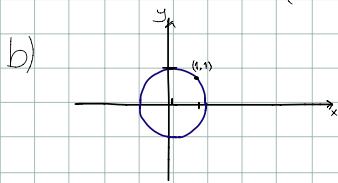
d) Funktionen saknar invers ty den är inte injektiv.

8

a) Reflexiv: $(a,b)R(a,b) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = a^2 + b^2$

Symmetrisk: $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2 \Rightarrow c^2 + d^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow (c,d)R(a,b)$

Transitiv: $(a,b)R(c,d) \wedge (c,d)R(e,f) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2 \wedge c^2 + d^2 = e^2 + f^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = e^2 + f^2$
 $\Leftrightarrow (a,b)R(e,f)$



$$[(1,1)] = \{(x,y) : (x,y)R(1,1)\} = \{(x,y) : x^2 + y^2 = 1^2 + 1^2 = 2\}$$

c) Alla cirklar med centrum i origo och radie $\sqrt{a^2 + b^2}$.

d) Ex: $\{(x,0) : x \geq 0\}$

9

a) Ex: $1 * (2 * 1) = 1 * 6 = 7$ medan $(1 * 2) * 1 = 3 * 1 = 10$

b) Ex: $1 * 0 = 1, 0 * 1 = -2$

c) $x * y = y * x$ omm $x - 2y + 3xy = y - 2x + 3yx$

$$\Leftrightarrow 3x = 3y$$

$$\Leftrightarrow x = y$$