SI Läsvecka 3

Reglerteknik
November 19, 2015

Viktor Johansson[1]

Problem 1. *Sätt upp tillståndsmodellen för följande system*

(a)
$$\begin{aligned} \ddot{x}m &= ku + y + kx + b\dot{x} \\ -\dot{y} &= y - u \end{aligned}$$

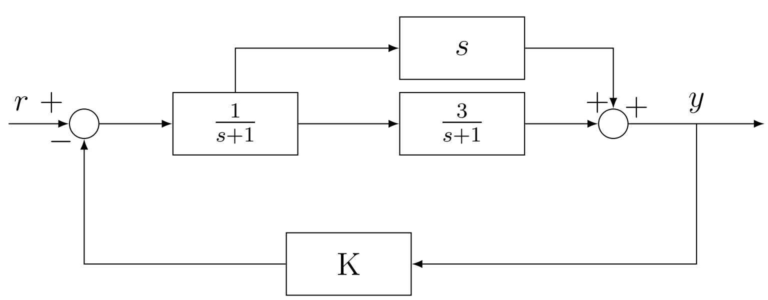
(b)
$$\ddot{y}(t) + 3\dot{y(t)} = u(t)$$

Problem 2. *Ett dynamiskt system med insignalen u och utsignalen y beskrivs av differentialekvationen*

$$10\dot{y(t)} + y^2(t) = u(t)$$

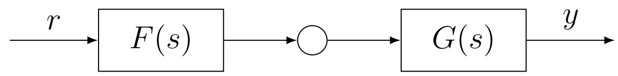
Linjärisera differentialekvationen kring de stationära lösningarna som fås för den konstanta insignalen u = 1 och bestäm motsvarande överföringsfunktion(er) från insignal till utsignal.
(Tentauppgift 2014-08-21 1b)

Problem 3. *Givet LTI systemet nedan beräkna det stationära felet för systemet.*



[1] mailto: viktjo@student.chalmers.se

Problem 4. *Följande blockschema har identifierats*

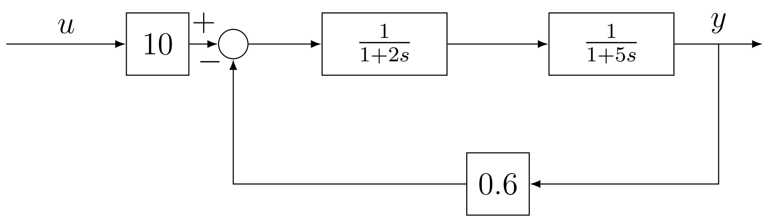


$$F(s) = K_p \qquad\qquad G(s) = \frac{s+1}{(s-1)(s+3)}$$

(a) *Genom att mata systemet med ett steg så ser man att utsignalen divergerar. Motivera varför.*

(b) *Använd återkoppling för att göra systemet stabilt. Vilka värden kan Kp ta?*

Problem 5. *Ställ upp föjande system på tillståndsform och beräkna systemets egenvärden.*



Är systemet stabilt?

Solution 1. *(a)*

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{k}{m} & \frac{b}{m} & \frac{1}{m} \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k}{m} \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

(b)

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Solution 2. *De stationära lösningarna fås genom att sätta* $u = u_0 = 1$ *och* $\dot{y} = 0$*, vilket ger två lösningar:* $y_0 = 1$ *respektive* $y_0 = 1$*. Den linjäriserade diff-ekvationen blir, uttryckt i avvikelser från de stationära värdena:* $10\Delta\dot{y} + 2y_0\Delta y = \Delta u$*. Laplacetransformering ger motsvarande överföringsfunktioner:*

$$G_1(s) = \frac{1}{10s + 2} \qquad G_2(s) = \frac{1}{10s - 2}$$

Solution 3.

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \frac{1}{3K}$$

Solution 4. *(a) Systemet har poler i högra sidan av i det komplexa talplanet. Denna pol ger upphov till en e^t term i tidsdomänet, vilket get en oändlig utsignal.*

(b) Återkoppla från y till r och ta fram överföringsfunktionen. Analysera polerna för överföringssystemet. Detta get att $K_p > 3$ för att systemet ska vara stabilt.

Solution 5.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1.6}{10} & -\frac{7}{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Vilket ger egenvärdena: $\lambda_1 = -0.35 + \sqrt{-0.16}$ $\qquad \lambda_2 = -0.35 - \sqrt{-0.16}$ *som inte ligger i högra halvplanet, vilket ger ett stabilt system.*