Supplemental Instructions

Benjamin Eriksson & Erik Thorsell
beneri@student.chalmers.se & erithor@student.chalmers.se

Vektorer

1.

Låt vektorerna $\vec{u} = (3, 2)$, $\vec{v} = (0, 1)$, $\vec{w} = (-2, 2)$. Rita linjärkombinationerna:

a) $\vec{u} + \vec{v}$

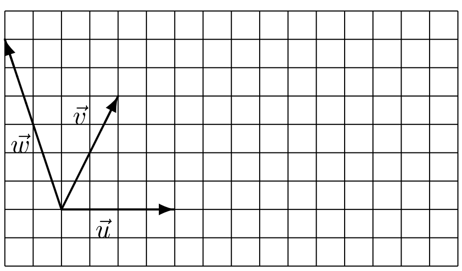
b) $2\vec{v} - \vec{w}$

c) $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

d) $-\vec{u} + (3\vec{v} - 2\vec{w})$

2.

Skriv vektorerna $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ på koordinatform.



Beräkna följande uppgifter:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

b) $\vec{v} \cdot \vec{w}$

c) $||\vec{u}||$

d) $||\vec{v}||$

e) Beräkna vinkeln θ mellan $\vec{u}$ och $\vec{v}$

3.

Låt vektorerna $\vec{u} = (2, 2, 5)$, $\vec{v} = (-2, 3, 1)$.

a) $||\vec{u} \times \vec{v}||$

b) $\vec{u} \times \vec{v}$

c) $\vec{v} \times \vec{u}$

d) Beräkna normalen till parallellogrammet som spänns upp av $\vec{u}$ och $\vec{v}$.

e) Beräkna också arean till parallellogrammet.

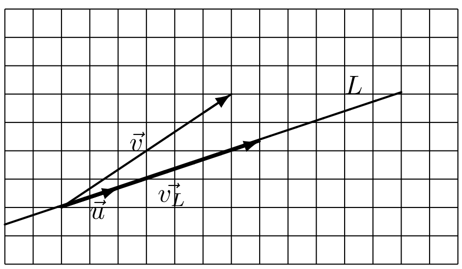
Projektion och Spegling

1.

Låt $\vec{u} = (3, 1)$ vara riktningsvektorn för linjen L och $\vec{v} = (3, 2)$.

a) Hitta den ortogonala projektionen, $\vec{v_L}$ av $\vec{v}$ på L.

b) Hitta speglingen, $\vec{v_S}$ av $\vec{v}$ på L.



Linjer och Plan

1.

Skriv ekvationen för linjen vilken passerar genom punkterna $A = (1, 2)$ och $B = (2, 5)$ på normal form, parameterform och “ *y=kx+m-form* ”.

2.

Skriv ekvationen för linjen r vilken passerar genom punkten $A = (1, 5)$ och är parallell med den räta linjen s mellan punkterna $(4, 1)$ och $(-2, 2)$.

3.

Ett plan går genom punkterna $A = (1, 1, -2)$, $B = (-1, 5, 2)$ och $C = (3, 0, 2)$. Bestäm planets ekvation.

Lösningar

Vektorer

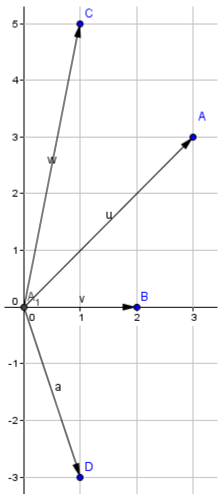
1.

a) $(3, 3)$

b) $(2, 0)$

c) $(1, 5)$

d) $(1, -3)$



2.

$\vec{u} = (4, 0),\ \vec{v} = (2, 4),\ \vec{w} = (-2, 6).$

a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 * 2 + 0 * 4 = 8$

b) $\vec{v} \cdot \vec{w} = 4 * (-2) + 0 * 6 = -8$

c) $||\vec{u}|| = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4$

d) $||\vec{v}|| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$

e)

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}|| \cdot cos\theta$$

$$cos\theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}||}$$

$$cos\theta = \frac{8}{4\sqrt{20}}$$

$$cos\theta \approx 63.4^\circ$$

3.

a) $||(2\cdot 1-5\cdot 3, 5\cdot(-2)-2\cdot 1, 2\cdot 3-2\cdot(-2))|| = ||(-13,-12,10)|| = \sqrt{413}$.

b) $(-13,-12,10)$

c) $\vec{v}\times\vec{u} = -\vec{u}\times\vec{v} = (13,12,-10)$

d) Se b)

e) Se a)

Projektion och Spegling

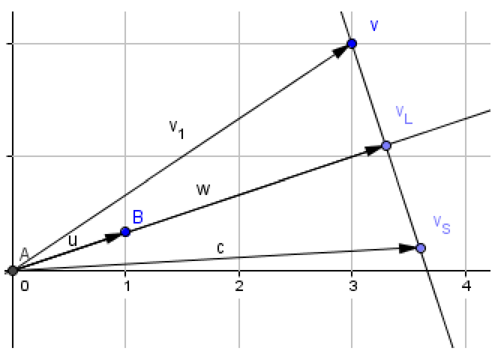
1.

$\vec{v_L} = (3.3, 1.1)$ och $\vec{v_S} = (3.6, 0.2)$.

$$\vec{v_L} = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\vec{u}\cdot\vec{u}}\vec{u} = \frac{3*3+1*2}{3*3+1*1}(3,1) = \frac{11}{10}(3,1) = (3.3,1.1)$$

.

$$\vec{v_S} = 2\vec{v_L} - \vec{v} = (6.6,2.2)-(3,2) = (3.6,0.2)$$



Linjer och Plan

1.

a) **Normal form:** $x+y-3=0$

b) **Slope-intercept form:** $y=-x+3$

c) **Parameterform:** $\begin{cases} x = 1-3k \\ y = 2+3k \end{cases}$

2.

$A=(1,5)$
$s \equiv 2x+y+2=0 \Leftrightarrow y=-2x-2$
Parallella linjer $\Rightarrow k_r = k_s = \frac{-2}{1}$
Sätt in x och y från punkt $A \Rightarrow y-5=-2(x-1) \Rightarrow 2x+y-7=0$

3.

Normalen till planet ges av $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (20, 16, -6)$
Vi kan sedan använda punkten A och vektorn $\overrightarrow{n_2} = (10, 8, -3)$ som är parallell med $\overrightarrow{n}$.
$A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0 \Rightarrow$
$10(x - 1) + 8(y - 1) - 3(z + 2) = 0 \Rightarrow$
$10x + 8y - 3z - 24 = 0$