Mathematik für Informatiker 1

Blatt 3 [1]

Prof. Dr. Theo de Jong
Klaus Mattis

Übung 3.1

1. Wir definieren induktiv eine Folge a_n von natürlichen Zahlen:

$$a_0 = 1, a_1 = 3, a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}.$$

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle n gilt:

$$a_n = 2n + 1$$

2. Wir definieren induktiv eine Folge a_n von natürlichen Zahlen:

$$a_0 = 2, a_1 = 5, a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}.$$

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle n gilt:

$$a_n = 3n + 2$$

Übung 3.2

Seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$ beliebige ganze Zahlen. Zeigen Sie folgende Aussagen:

- $a + (-a) = 0$.
- Falls $a + b = a + c$, dann $b = c$.
- $a + 0 = a$.
- Falls $a + b = a$, dann $b = 0$.
- $a \cdot 1 = a$.
- Falls $a \cdot b = a$, und $a \neq 0$, dann $b = 1$.

[1] Geben Sie das Übungsblatt in der Woche vom 11.11. bis 15.11. in ihrem Tutorium ab

Übung 3.3

Seien $p, q, r \in \mathbb{Q}$ beliebige rationale Zahlen. Zeigen Sie:

- $p + q = q + p$.
- $(p + q) + r = p + (q + r)$.
- $p \cdot q = q \cdot p$
- $(p \cdot q) \cdot r = p \cdot (q \cdot r)$.

Übung 3.4

Es sei $\leq$ die in der Vorlesung definierte Relation auf $\mathbb{Q}$. Zeigen Sie folgende Aussagen:

- $\leq$ ist reflexiv.
- $\leq$ ist transitiv.
- $\leq$ ist antisymmetrisch.
- Seien $k, l, m, n \geq 0$ natürliche Zahlen. Dann ist $\frac{k}{l} \leq \frac{m}{n}$ genau dann, wenn $k \cdot n \leq l \cdot m$.
- Seien $p, q \in \mathbb{Q}$, mit $p > 0$ und $q > 0$. Dann ist $p + q > 0$ und $p \cdot q > 0$.